# UMTS



# **18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu**



Editör Doç. Dr. Mehmet İTİK









# 18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu

# Düzenleme Kurulu

Doç. Dr. Mehmet İTİK Sempozyum Yürütücüsü Karadeniz Teknik Üniversitesi

Prof. Dr. Ertan BAYDAR Karadeniz Teknik Üniversitesi

Prof. Dr. Muzaffer DOĞAN Karadeniz Teknik Üniversitesi

Prof. Dr. Levent GÜMÜŞEL Karadeniz Teknik Üniversitesi

Yrd. Doç. Dr. Nurhan GÜRSEL ÖZMEN Karadeniz Teknik Üniversitesi

Prof. Dr. Eres SÖYLEMEZ Orta Doğu Teknik Üniversitesi

Doç. Dr. Gökhan KİPER İzmir Yüksek Teknoloji Enstitüsü

Yrd. Doç. Dr. Tuncay KARAÇAY Gazi Üniversitesi

Arş. Gör. Murat Eray KORKMAZ Karadeniz Teknik Üniversitesi

Arş. Gör. Mustafa Yavuz COŞKUN Karadeniz Teknik Üniversitesi

Arş. Gör. Caner SANCAK Karadeniz Teknik Üniversitesi

# **Bildiri Kitabı**

# Editör

Doç. Dr. Mehmet İTİK

Karadeniz Teknik Üniversitesi Makina Mühendisliği Bölümü Kanuni Kampusu, 61080, Trabzon

# **Elektronik Baskı**

Makina Teorisi Derneği, Ankara <u>http://www.makted.org.tr</u>

# ISBN

978-605-84220-3-2

Kitabın yayın hakkı **Makina Teorisi Derneği**'ne aittir.

Kitapta bulunan bildiriler ile ilgili tüm sorumluluk yazarlara aittir.

# Sempozyum Bilim Kurulu

Prof. Dr. Ayşe Saide Sarıgül Prof. Dr. Canan Dülger Prof. Dr. Ertuğrul Taçqın Prof. Dr. Haluk Erol Prof. Dr. İbrahim Deniz Akcalı Prof. Dr. İbrahim Uzmay Prof. Dr. Kemal Özgören Prof. Dr. Kenan Sanlıtürk Prof. Dr. Serhan Özdemir Prof. Dr. Sahin Yıldırım Doc. Dr. Bahar Uymaz Doç. Dr. Cihan Demir Doç. Dr. Çetin Yılmaz Doc. Dr. Ergin Tönük Doç. Dr. Gökhan Bulut Doc. Dr. Gökhan Kiper Doc. Dr. Hasan Öztürk Doç. Dr. Levent Malgaca Doc. Dr. M. İ. Can Dede Doc. Dr. Mehmet İtik Doc. Dr. Orhan Cakar Doç. Dr. Selami Beyhan Doç. Dr. Yücel Özmen Yrd. Doc. Dr. Bilsay Sümer Yrd. Doç. Dr. Burak Özhan Yrd. Doc. Dr. Can Doğruer Yrd. Doc. Dr. Davut Erdem Şahin Yrd. Doç. Dr. Elif Erzan Topçu Yrd. Doc. Dr. Emir Kutluay Yrd. Doc. Dr. Erdem Uzunsoy Yrd. Doç. Dr. Evren Samur Yrd. Doc. Dr. Ferid Köstekci Yrd. Doç. Dr. Hakan Yazıcı Yrd. Doç. Dr. Memik Taylan Daş Yrd. Doc. Dr. Mustafa Özdemir Yrd. Doc. Dr. Muzaffer Metin Yrd. Doc. Dr. Nurhan Gürsel Özmen Yrd. Doç. Dr. Özgün Selvi Yrd. Doç. Dr. Selçuk Himmetoğlu Yrd. Doç. Dr. Tuncay Karaçay Yrd. Doc. Dr. Yüksel Hacıoğlu Dr. Güray Pehlivanoğlu Dr. Nurdan Bilgin Dr. Osman Taha Şen

Dokuz Eylül Üniversitesi Gaziantep Üniversitesi Marmara Üniversitesi İstanbul Teknik Üniversitesi Cukurova Üniversitesi Erciyes Üniversitesi Orta Doğu Teknik Üniversitesi İstanbul Teknik Üniversitesi İzmir Yüksek Teknoloji Enstitüsü Ercives Üniversitesi Namık Kemal Üniversitesi Yıldız Teknik Üniversitesi Boğaziçi Üniversitesi Orta Doğu Teknik Üniversitesi İstanbul Gedik Üniversitesi İzmir Yüksek Teknoloji Enstitüsü Dokuz Eylül Üniversitesi Dokuz Eylül Üniversitesi İzmir Yüksek Teknoloji Enstitüsü Karadeniz Teknik Üniversitesi Fırat Üniversitesi Pamukkale Üniversitesi Karadeniz Teknik Üniversitesi Hacettepe Üniversitesi Celal Bayar Üniversitesi Hacettepe Üniversitesi Bozok Üniversitesi Uludağ Üniversitesi Hacettepe Üniversitesi Bursa Teknik Üniversitesi Boğazici Üniversitesi Hitit Üniversitesi Yıldız Teknik Üniversitesi Kırıkkale Üniversitesi Uludağ Üniversitesi Yıldız Teknik Üniversitesi Karadeniz Teknik Üniversitesi Cankaya Üniversitesi Hacettepe Üniversitesi Gazi Üniversitesi İstanbul Üniversitesi ASELSAN Gazi Üniversitesi İstanbul Teknik Üniversitesi

#### ÖNSÖZ

Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu (UMTS) her iki yılda bir farklı üniversitelerce Makina Teorisi Derneği (MAKTED) çatısı altında düzenlenen ve Türkçe bildirilerin sunulduğu bir organizasyondur. UMTS 2017 bu organizasyonların 18.'si olup 05-07 Temmuz 2017 tarihleri arasında Karadeniz Teknik Üniversitesi Makina Mühendisliği Bölümü tarafından KTÜ Osman Turan Kongre ve Kültür Merkezi'nde düzenlenmiştir. Sempozyum kapsamında üniversiteler ve sanayiden denetim sistemleri, mekanik titreşimler, gürültü ve akustik, mekanizmalar, makine dinamiği, robotik, taşıt tekniği, biyomekanik ve mekatronik konularında çalışan katılımcılar tarafından 60 bildiri sunulmuştur. Ayrıca Hidromek A.Ş. Yönetim Kurulu Başkanı Hasan Basri BOZKURT ve Ortadoğu Teknik Üniversitesi Öğretim Üyesi Prof. Dr. Yavuz YAMAN tarafından davetli olarak 2 adet sunum gerçekleştirilmiştir.

UMTS 2017'ye bildiri göndererek destek veren değerli yazarlara, bildirilerin değerlendirilmesindeki titizliklerinden ve emeklerinden dolayı Sempozyum Bilim Kuruluna ve davetli konuşmacılarımıza teşekkür ederim. Sempozyumun her sürecinde yoğun emek harcayan Düzenleme Kuruluna, KTÜ Makina Mühendisliği Bölümü araştırma görevlilerine ve gönüllü olarak bizlere destek veren öğrencilerimize en içten teşekkürlerimi iletmek isterim. UMTS 2017'ye destek veren Makina Mühendisleri Odası Trabzon Şubesi, Trabzon Ticaret ve Sanayi Odası, Trabzon Belediyesi ve MECALAC firmasına minnettarız. Ayrıca desteklerinden dolayı MAKTED Yönetim Kurulu Başkanı Prof. Dr. Eres SÖYLEMEZ'e ve Makina Teorisi alanına katkıları ve sempozyum kapsamında kitap bağışında bulunan Prof. Dr. Yücel ERCAN'a teşekkür ederim.

Son olarak bu kongrenin düzenlenmesi süresince içtenlikle hep yanımda olan ve desteklerini esirgemeyen Makina Mühendisliği Bölüm Başkanı Prof. Dr. Ertan BAYDAR'a, KTÜ Rektör yardımcısı Prof. Dr. Hikmet ÖKSÜZ'e ve KTÜ Rektörü Prof. Dr. Süleyman BAYKAL'a teşekkürü bir borç bilirim.

Sempozyum kapsamındaki oturumlarda verimli ve sosyal etkinliklerde güzel bir zaman geçirdiğinizi umarım.

Doç. Dr. Mehmet İTİK UMTS 2017 Düzenleme Kurulu Başkanı

### İÇİNDEKİLER

| <u>Sayfa No</u>  |
|--|
| Zimmermann Yönteminin Örnek Bir Demiryolu Hattına Uygulanması              |
| A. Ulu, M. Metin, R. C. Peker, Ö. Demir, A. Arıkoğlu                       |
|  |
| Hareketli Yük Etkisi Altında Euler-Bernoulli ve Timoshenko Kirişlerinin    |
| Elastik Zemin Üzerindeki Dinamik Davranışlarının İncelenmesi               |
| R. C. Peker, M Metin, A. Ulu, Ö. Demir, A. Arıkoğlu                        |
|  |
| Taşıt Çarpışmalarında Poisson Hipotezinin Yarı-Analitik Yöntemle           |
| Doğrulanması   |
| S. Himmetoğlu  |
|  |
| L-Çerçevenin Sistem Tanımlama Yöntemi ile Titreşim Analizi                 |
| L. Malgaca, Ş. İ. Lök  |
|  |
| Milli Savunma Sistemlerinde Çevik Sistem Mühendisliği                      |
| A. Güray Pehlivanoğlu  |
|  |
| Roket/Füze Sistemleri için Elektromekanık Kademe Ayırma Mekanizması        |
| <i>O. F. Ercis</i>   |
| Hava Platformu Rurun Radarı için Mekanik Vönlendirme Ririmi Geliştirilmeşi |
| ve Renzetim Calısmaları  |
| H K Yurt İ Güler E Fırtınaoğlu M Özsipahi E Sövlemez 38                    |
| 11. IX. 1411, 1. Guier, E. I it tinuogiu, 11. 025tpant, E. 50yteme2        |
| Elektrohidrolik Bir Eyleyicinin Modellenmesi ve Gerçek Zamanlı Kontrolü    |
| <i>B. Bilir</i>  |
|  |
| Elektro Hidrolik Süspansiyon Sisteminin L2 Kazançlı Durum Türevi Geri      |
| Beslemesi ile Aktif Titreşim Kontrolü                                      |
| <i>M. Sever, H. Yazıcı</i> 67  |

| Üç Katmanlı Konjuge Elektro-aktif Polimer Eyleyicilerde Tekrarlama                             | h          |
|--|------------|
| Denetim Yöntemi ile Periyodik Bozucu Etkilerin Elenmesi  |            |
| C. Sancak, M. İtik   | '5         |
|  |            |
| Ayarlı Kütle Sönümleyicilerin Etkin Bir Yöntemle Yapılara Eklenmesi, Anali                     | zi         |
| ve Optimizasyonu   |            |
| F. Terzioğlu, K. Y. Şanlıtürk  | ;2         |
| Demiryolu Hemzemin Geçit Sistemi Tasarımı ve Deneysel Uygulaması v                             | <i>'</i> e |
| Analizi  |            |
| Ş. Yıldırım, Ç. Sevim, M. Kalkat, Ş. Su  | )1         |
| Pnömatik Devrelerde Ontimum Tasarım ve Vanav Sinir Ağları ile Titresi                          | m          |
| Analizi  |            |
| Ş. Yıldırım, A. Durmuşoğlu9  | )7         |
| Radyal Basınçlı Hava Yataklarında Yatak Geometrisinin Hava Filn<br>Sürtünme Katseyisine Etkisi | ni         |
| A Dal T Kaugaan  | 7          |
| A. Dai, 1. Karaçay   | , ,        |
| Hareket Kısıtlı Sistemlerde Viskoz ve Coulomb Sürtünme Tanılaması                              |            |
| Ü. Yerlikaya, T. Balkan11  | .4         |
|  |            |
| Şekil Kapalı Sürekli Değişken Çevrim Oranına Sahip Transmisyo                                  | n          |
| Sistemlerinin Kıyaslanması ve Değerlendirilmesi  |            |
| C. Kılıç, E. Taçgın, P. A. Fanid   | 21         |
| Elektromekanik Kontrol Tahrik Sistemlerinde Coulomb Sürtünme Telafi                            | si         |
| Yöntemiyle Bant Genişliğinin Arttırılması  |            |
| Ü. Yerlikaya, T. Balkan  | 26         |
|  |            |

| Lineer Yaylar Vasıtasıyla Düşük Tork Seviyelerini Hassas Uygulayabilen  |
|---|
| Elektrik Motoru Yükleme Mekanizması Tasarımı ve Deneysel Doğrulanması   |
| O. Düzgören, M. M. Pekkaptan, M. Yılmaz                                 |
| Lastik Kılıflı Rohin Mandreli İcin Komnakt Sac Metal Kavrama Vöntemi    |
| S Calal C Dočan   |
| 5. Ç <i>aklı,</i> C. <i>Doğun</i>                                       |
| Bir Dekantör Santrifüj İçin Helezon Tasarımı ve Dinamik Analizi         |
| A. A. Akış, E. Demir, B. B. Özhan                                       |
| Yaşlı ve/veya Hastalar için Akıllı Robot Yürüteç Kavramsal Tasarımı     |
| N. Bilgin   |
|   |
| Aşırı-Tanımlı Paralel Bir Rehabilitasyon Eyleyicisinin Analizi          |
| S. Yavuz, Ö. Selvi  |
| Omuzun Biyomekanik Modellenmesi ve Scapulo-Humeral Ritim Davranışına    |
| Uygun Olarak Simülasyonu  |
| M. Parlak, İ. Uzmay   |
| Admitans Yapısında Kinematik Olarak Artıksıl Haptik Ana Sistem Tasarımı |
| M. Kanık, G. Berker, O. W. Maaroof, E. Uzunoğlu, M. İ. C. Dede          |
|   |
| Zorlanmış Köprü Titreşim Modlarının Değiştirilmiş Adomian Ayrıştırma    |
| Metodu (DAAM) ile Analitik Çözümü                                       |
| F. Bilik, T. Karaçay  |
| Kutu Profilli Eğimli Kirislerin Hareketli Yük Altında Dinamik Analizi   |
| S Demirtas C K Yüksel M Sabuncu 190                                     |
| 5. 2 cm/ wy, 5. 11. 1 moor, 11. 5wownew                                 |

| Çatlaklı Ara Bağlantı Parçasına Sahip Aerofoil Kesitli (NACA 6409) Kan      | at  |
|---|-----|
| Paketlerinin Doğal Frekans Analizi  |     |
| S. Vatan, M. Sabuncu  | 96  |
| Yapay Sinir Ağları Kullanarak Helisel Dişli Kutusundaki Oyukçuk Ha          | ita |
| Seviyelerinin Tespiti   |     |
| B. Hızarcı, R. C. Ümütlü, H. Öztürk, Z. Kıral2                              | 08  |
| Fırçalı Doğru Akım Motorlarındaki Fırçanın Kalan Ömrünün Tespiti            | ve  |
| İzlenmesi   |     |
| Ç. Kök, A. Özdemir, Z. Arıkan, Ö. M. Tanrıyapısı, S. B. Çellek, S. Özdemir2 | 16  |
| Matkap Geometrisinin Delme Performansına Etkisinin Gri İlişkisel Analizi    | ile |
| Değerlendirilmesi   |     |
| M. Yavuz, H. Gökçe, F. Güngör, Ç. Yavaş, İ. Korkut, U. Şeker                | 21  |
| Çoklu Çatlaklı Çubuk Sistemlerinin Kompoze Frekans, Titreşim Biçimleri      | ve  |
| Kütleler Yoluyla Analizi ve Belirlenmesi                                    |     |
| V. Karadağ2   | 30  |
| Gezici Dalga Harekete Sahip Yılansı Robotlar için Hareket Planlama          |     |
| E. Yaşar, Ş. Yıldırım2  | 40  |
| 3-RRS Paralel Manipülatörün Dinamik Analizi                                 |     |
| H. Tetik, G. Kiper2   | 45  |
| Uçan Kanat Tipinde, Hibrit Kanat Profilli İnsansız Hava Aracı Tasarımı      |     |
| S. A. Keskin, R. Güçlü2   | 52  |
| Genel Maksatlı Bir Hava Platformunda Tehdit Tespitinde Kullanılan Ant       | en  |
| Yönlendirme Mekanizmasının Kinematik Başarım Özelliklerinin İncelenmes      | i   |
| B. Özkan  | 62  |

| Titreşim Denetimi       271         L. Malgaca, B. Bıdıklı       271         Dayanıklı Gecikmeye Bağlı Optimal Kontrolör ile Uçak İniş Takımının Aktif         Titreşim Kontrolü       277         E. Özülkü, H. Yazıcı       277         Titreşim Sönümleme Sistemleri İçin Model Erişimli Gürbüz Uyarlamalı         Kontrolcü Tasarımı ve Taşıt Süspansiyon Sistemine Uygulanması         R. Burkan, C. Özbek, Ö. C. Özgüney       286         Minyatür Kontrol Tahrik Sistemi Tasarımı ve Gürbüz Kontrolü       294         Dizel Partikül Filtrelerinin Akustik Modellenmesi       303         Empedans Tüpü ile Malzemelerin Farklı Geliş Açılarındaki Ses Yutma       308         Akustik Yalıtım Malzemelerinin Ses Yutma Katsayılarının Farklı Sıcaklık       308         Akustik Yalıtım Malzemelerinin Deneysel Olarak İncelenmesi       317         A Seçgin, Y. İntiyaroğlu, M. Kara, A. Ozankan       317         Akustik Yalıtımı Eğri Boruların Ses Azaltımı için Sayısal Modelleme Çalışması       315  | Çok Serbestlik Dereceli Esnek Robot Kolunun İvme Geri Beslemeli Aktif          |
|---|--|
| L. Malgaca, B. Bıdıklı       271         Dayanıklı Gecikmeye Bağlı Optimal Kontrolör ile Uçak İniş Takımının Aktif         Titreşim Kontrolü       277         E. Özülkü, H. Yazıcı       277         Titreşim Sönümleme Sistemleri İçin Model Erişimli Gürbüz Uyarlamalı         Kontrolcü Tasarımı ve Taşıt Süspansiyon Sistemine Uygulanması         R. Burkan, C. Özbek, Ö. C. Özgüney       286         Minyatür Kontrol Tahrik Sistemi Tasarımı ve Gürbüz Kontrolü       294         Dizel Partikül Filtrelerinin Akustik Modellenmesi       294         Dizel Partikül Filtrelerinin Akustik Modellenmesi       303         Empedans Tüpü ile Malzemelerin Farklı Geliş Açılarındaki Ses Yutma       308         Akustik Yalıtım Malzemelerinin Ses Yutma Katsayılarının Farklı Sıcaklık       308         Akustik Yalıtım Malzemelerinin Deneysel Olarak İncelenmesi       317         Akustik Yalıtımlı Eğri Boruların Ses Azaltımı için Sayısal Modelleme Çalışması       317   | Titreșim Denetimi  |
| Dayanıklı Gecikmeye Bağlı Optimal Kontrolör ile Uçak İniş Takımının Aktif         Titreşim Kontrolü         E. Özülkü, II. Yazıcı       277         Titreşim Sönümleme Sistemleri İçin Model Erişimli Gürbüz Uyarlamalı         Kontrolcü Tasarımı ve Taşıt Süspansiyon Sistemine Uygulanması         R. Burkan, C. Özbek, Ö. C. Özgüney       286         Minyatür Kontrol Tahrik Sistemi Tasarımı ve Gürbüz Kontrolü       294         Dizel Partikül Filtrelerinin Akustik Modellenmesi       293         S. Öztürk, H. Erol.       303         Empedans Tüpü ile Malzemelerin Farklı Geliş Açılarındaki Ses Yutma       308         Akustik Yalıtım Malzemelerinin Ses Yutma Katsayılarının Farklı Sıcaklık       308         Akustik Yalıtım Leğişiminin Deneysel Olarak İncelenmesi       317         Akustik Yalıtıml Eğri Boruların Ses Azaltımı için Sayısal Modelleme Çalışması       317   | L. Malgaca, B. Bıdıklı   |
| Dayanıklı Gecikmeye Bağlı Optimal Kontrolör ile Uçak İniş Takımının Aktif         Titreşim Kontrolü         E. Özülkü, H. Yazıcı       277         Titreşim Sönümleme Sistemleri İçin Model Erişimli Gürbüz Uyarlamalı         Kontrolcü Tasarımı ve Taşıt Süspansiyon Sistemine Uygulanması         R. Burkan, C. Özbek, Ö. C. Özgüney       286         Minyatür Kontrol Tahrik Sistemi Tasarımı ve Gürbüz Kontrolü         E. Daş, İ. İ. Delice, M. Keleş       294         Dizel Partikül Filtrelerinin Akustik Modellenmesi       303         Empedans Tüpü ile Malzemelerin Farklı Geliş Açılarındaki Ses Yutma       303         Katsayısının Belirlenmesi       308         A Seçgin, M. Kara, Y. İhtiyaroğlu, A. Ozankan       308         Akustik Yalıtım Malzemelerinin Ses Yutma Katsayılarının Farklı Sıcaklık       Xoşulları Altındaki Değişiminin Deneysel Olarak İncelenmesi         A. Seççin, Y. İhtiyaroğlu, M. Kara, A. Ozankan       317         Akustik Yalıtımın Eğri Boruların Ses Azaltımı için Sayısal Modelleme Çalışması       325 |  |
| Titreşim Kontrolü       277         E. Özülkü, H. Yazıcı       277         Titreşim Sönümleme Sistemleri İçin Model Erişimli Gürbüz Uyarlamalı       Kontrolcü Tasarımı ve Taşıt Süspansiyon Sistemine Uygulanması         R. Burkan, C. Özbek, Ö. C. Özgüney       286         Minyatür Kontrol Tahrik Sistemi Tasarımı ve Gürbüz Kontrolü       286         E. Daş, İ. İ. Delice, M. Keleş       294         Dizel Partikül Filtrelerinin Akustik Modellenmesi       294         S. Öztürk, H. Erol       303         Empedans Tüpü ile Malzemelerin Farklı Geliş Açılarındaki Ses Yutma Katsayısının Belirlenmesi       308         A. Seçgin, M. Kara, Y. İhtiyaroğlu, A. Ozankan       308         Akustik Yalıtım Malzemelerinin Ses Yutma Katsayılarının Farklı Sıcaklık       Xoşulları Altındaki Değişiminin Deneysel Olarak İncelenmesi         A. Seççin, Y. İhtiyaroğlu, M. Kara, A. Ozankan       317         Akustik Yalıtımı Eğri Boruların Ses Azaltımı için Sayısal Modelleme Çalışması       325  | Dayanıklı Gecikmeye Bağlı Optimal Kontrolör ile Uçak İniş Takımının Aktif      |
| E. Özülkü, H. Yazıcı       277         Titreşim Sönümleme Sistemleri İçin Model Erişimli Gürbüz Uyarlamalı         Kontrolcü Tasarımı ve Taşıt Süspansiyon Sistemine Uygulanması         R. Burkan, C. Özbek, Ö. C. Özgüney       286         Minyatür Kontrol Tahrik Sistemi Tasarımı ve Gürbüz Kontrolü       294         Dizel Partikül Filtrelerinin Akustik Modellenmesi       303         Empedans Tüpü ile Malzemelerin Farklı Geliş Açılarındaki Ses Yutma Katsayısının Belirlenmesi       308         Akustik Yalıtım Malzemelerinin Ses Yutma Katsayılarının Farklı Sıcaklık       308         Akustik Yalıtım Malzemelerinin Deneysel Olarak İncelenmesi       317         Akustik Yalıtımlı Eğri Boruların Ses Azaltımı için Sayısal Modelleme Çalışması       4. S. Sarışül  | Titreşim Kontrolü  |
| Titreşim Sönümleme Sistemleri İçin Model Erişimli Gürbüz Uyarlamalı         Kontrolcü Tasarımı ve Taşıt Süspansiyon Sistemine Uygulanması <i>R. Burkan, C. Özbek, Ö. C. Özgüney</i>   | E. Özülkü, H. Yazıcı   |
| Kontrolcü Tasarımı ve Taşıt Süspansiyon Sistemine Uygulanması         R. Burkan, C. Özbek, Ö. C. Özgüney       286         Minyatür Kontrol Tahrik Sistemi Tasarımı ve Gürbüz Kontrolü       286         E. Daş, İ. İ. Delice, M. Keleş       294         Dizel Partikül Filtrelerinin Akustik Modellenmesi       294         S. Öztürk, H. Erol       303         Empedans Tüpü ile Malzemelerin Farklı Geliş Açılarındaki Ses Yutma Katsayısının Belirlenmesi       308         A. Seçgin, M. Kara, Y. İhtiyaroğlu, A. Ozankan       308         Akustik Yalıtım Malzemelerinin Ses Yutma Katsayılarının Farklı Sıcaklık Koşulları Altındaki Değişiminin Deneysel Olarak İncelenmesi       317         Akustik Yalıtımlı Eğri Boruların Ses Azaltımı için Sayısal Modelleme Çalışması       317   | Titreşim Sönümleme Sistemleri İçin Model Erişimli Gürbüz Uyarlamalı            |
| R. Burkan, C. Özbek, Ö. C. Özgüney       286         Minyatür Kontrol Tahrik Sistemi Tasarımı ve Gürbüz Kontrolü       294         E. Daş, İ. İ. Delice, M. Keleş       294         Dizel Partikül Filtrelerinin Akustik Modellenmesi       303         Empedans Tüpü ile Malzemelerin Farklı Geliş Açılarındaki Ses Yutma Katsayısının Belirlenmesi       303         A. Seçgin, M. Kara, Y. İhtiyaroğlu, A. Ozankan       308         Akustik Yalıtım Malzemelerinin Ses Yutma Katsayılarının Farklı Sıcaklık Koşulları Altındaki Değişiminin Deneysel Olarak İncelenmesi       317         Akustik Yalıtımlı Eğri Boruların Ses Azaltımı için Sayısal Modelleme Çalışması       317  | Kontrolcü Tasarımı ve Taşıt Süspansiyon Sistemine Uygulanması                  |
| Minyatür Kontrol Tahrik Sistemi Tasarımı ve Gürbüz Kontrolü         E. Daş, İ. İ. Delice, M. Keleş         Dizel Partikül Filtrelerinin Akustik Modellenmesi         S. Öztürk, H. Erol         303         Empedans Tüpü ile Malzemelerin Farklı Geliş Açılarındaki Ses Yutma         Katsayısının Belirlenmesi         A. Seçgin, M. Kara, Y. İhtiyaroğlu, A. Ozankan         308         Akustik Yalıtım Malzemelerinin Ses Yutma Katsayılarının Farklı Sıcaklık         Koşulları Altındaki Değişiminin Deneysel Olarak İncelenmesi         A. Seçgin, Y. İhtiyaroğlu, M. Kara, A. Ozankan         317         Akustik Yalıtımlı Eğri Boruların Ses Azaltımı için Sayısal Modelleme Çalışması         A. S. Sarıgül   | R. Burkan, C. Özbek, Ö. C. Özgüney   |
| <ul> <li>E. Daş, İ. İ. Delice, M. Keleş</li></ul>   | Minyatür Kontrol Tahrik Sistemi Tasarımı ve Gürbüz Kontrolü                    |
| Dizel Partikül Filtrelerinin Akustik Modellenmesi         S. Öztürk, H. Erol  | E. Daş, İ. İ. Delice, M. Keleş   |
| <ul> <li>S. Öztürk, H. Erol</li></ul>   | Dizel Partikül Filtrelerinin Akustik Modellenmesi                              |
| Empedans Tüpü ile Malzemelerin Farklı Geliş Açılarındaki Ses Yutma         Katsayısının Belirlenmesi         A. Seçgin, M. Kara, Y. İhtiyaroğlu, A. Ozankan         308         Akustik Yalıtım Malzemelerinin Ses Yutma Katsayılarının Farklı Sıcaklık         Koşulları Altındaki Değişiminin Deneysel Olarak İncelenmesi         A. Seçgin, Y. İhtiyaroğlu, M. Kara, A. Ozankan         317         Akustik Yalıtımlı Eğri Boruların Ses Azaltımı için Sayısal Modelleme Çalışması         A. S. Sarıgül   | S. Öztürk, H. Erol   |
| Katsayısının Belirlenmesi       A. Seçgin, M. Kara, Y. İhtiyaroğlu, A. Ozankan       308         Akustik Yalıtım Malzemelerinin Ses Yutma Katsayılarının Farklı Sıcaklık       Koşulları Altındaki Değişiminin Deneysel Olarak İncelenmesi         A. Seçgin, Y. İhtiyaroğlu, M. Kara, A. Ozankan       317         Akustik Yalıtımlı Eğri Boruların Ses Azaltımı için Sayısal Modelleme Çalışması       325  | Empedans Tüpü ile Malzemelerin Farklı Geliş Açılarındaki Ses Yutma             |
| <ul> <li>A. Seçgin, M. Kara, Y. İhtiyaroğlu, A. Ozankan</li></ul>   | Katsayısının Belirlenmesi  |
| Akustik Yalıtım Malzemelerinin Ses Yutma Katsayılarının Farklı Sıcaklık         Koşulları Altındaki Değişiminin Deneysel Olarak İncelenmesi         A. Seçgin, Y. İhtiyaroğlu, M. Kara, A. Ozankan         Mustik Yalıtımlı Eğri Boruların Ses Azaltımı için Sayısal Modelleme Çalışması         A. S. Sarıgül       325  | A. Seçgin, M. Kara, Y. İhtiyaroğlu, A. Ozankan                                 |
| Koşulları Altındaki Değişiminin Deneysel Olarak İncelenmesi         A. Seçgin, Y. İhtiyaroğlu, M. Kara, A. Ozankan         Asustik Yalıtımlı Eğri Boruların Ses Azaltımı için Sayısal Modelleme Çalışması         A. S. Sarıgül   | Akustik Yalıtım Malzemelerinin Ses Yutma Katsayılarının Farklı Sıcaklık        |
| <ul> <li>A. Seçgin, Y. İhtiyaroğlu, M. Kara, A. Ozankan</li></ul>   | Koşulları Altındaki Değişiminin Deneysel Olarak İncelenmesi                    |
| Akustik Yalıtımlı Eğri Boruların Ses Azaltımı için Sayısal Modelleme Çalışması<br>A. S. Sarıgül   | A. Seçgin, Y. İhtiyaroğlu, M. Kara, A. Ozankan                                 |
| A. S. Sarıgül   | Akustik Yalıtımlı Eğri Boruların Ses Azaltımı için Sayısal Modelleme Çalışması |
| 8   | A. S. Sarıgül  |

| Yatay Eksenli Bir Çamaşır Makinesinin Dinamik Modellenmesi ve Titreşim     |
|--|
| Karakteristiklerinin Belirlenmesi  |
| K. G. Aktaş, İ. Esen, F. Pehlivan  |
| Esnek Bağlantılı Atalet Artırımı Mekanizmasının Titreşim Yalıtımı Frekans  |
| Aralığının Topoloji Eniyilemesi ile Genişletilmesi                         |
| O. Yüksel, Ç. Yılmaz   |
| Gazlı ve Manyetik Dinamik Titreşim Yutucular: Modelleme, Analiz ve         |
| Ölçümler   |
| R. Doğru, Y. E. Aydoğdu, K. Y. Şanlıtürk                                   |
| Piezoelektrik Akıllı Manipülatörün Titreşim Analizi ve Algılayıcı          |
| Performansının İncelenmesi   |
| L. Malgaca, M. Uyar, Ş. Yavuz, H. Karagülle                                |
| Dört Eksenli Bir CNC Tezgâhın Titreşim Analizi                             |
| M. Akdağ, A. Sever   |
| Akışkan Yapı Etkileşiminin Hesaplamalı Analizi: Akışkan Taşıyan Boru       |
| Titreșimleri   |
| <i>M. Salı, B. B. Özhan</i> 375  |
| Bir Sistemin Doğal Frekanslarının Kütle Eklenerek Kaydırılması Üzerine Bir |
| Çalışma  |
| 0. Çakar   |
| Asılı Kütle-Yay Sistemlerine Sahip Eğri Çubuğun Titreşim Analizi           |
| P. Çankaya, M. Sabuncu, H. Öztürk  |

| Konjuge Elektroaktif Polimer Tabanlı Esnek Bir Manipülatörün Kinematik   |
|--|
| Modelinin Eldesi ve Deneysel Doğrulaması                                 |
| M. Y. Coşkun, C. Sancak, M. İtik   |
| 750 kg Yük Kanasiteli İki Kardan Eksenli Kavnak Konumlandırıcı Robotun   |
| Dinamik Analiz Değerlendirmesi   |
| M. M. İlman, H. Karagülle, Ş. Yavuz                                      |
| Beş Parmaklı Protez KTÜ El   |
| A. Arı, L. Gümüşel, M. Karagöl   |
| İki Tekerlekli Denge Robotunun Matematiksel Modeli ve Doğrusal Kuadratik |
| Kontrolü   |
| Ö. Alpan   |
| Basamak Kesitli Karbon Nanotüplerin Burulma Titreşimi                    |
| M. Arda, M. Aydoğdu  |
| Doğrusal Olmayan Elastik Bir Zemin Üzerindeki Kirişin Zorlamalı Titreşim |
| Hareketi   |
| B. Bostancı, M. M. F. Karahan  |
| Kompozit Malzemeyle Kaplı Alüminyum Kirişin Serbest Titreşim Analizi     |
| Y. Cunedioğlu  |
| Ağır Ticari Araç Kardan Millerinde Farklı Ses Damperlerinin Gürültü      |
| Karakteristiği Üzerine Etkisi  |
| G. Arslan, M. Kasaba   |

#### Zimmermann Yönteminin Örnek Bir Demiryolu Hattına Uygulanması

| A. Ulu <sup>1</sup> | M. Metin <sup>2</sup> | R.C. Peker <sup>3</sup> | Ö. Demir <sup>4</sup> | A. Arıkoğlu <sup>5</sup> |
|---------------------|-----------------------|-------------------------|-----------------------|--------------------------|
| Yıldız Teknik       | Yıldız Teknik         | Yıldız Teknik           | Yıldız Teknik         | İstanbul Teknik          |
| Üniversitesi        | Üniversitesi          | Üniversitesi            | Üniversitesi          | Üniversitesi             |
| İstanbul            | İstanbul              | İstanbul                | İstanbul              | İstanbul                 |

Öret— Artan yük kapasiteleri ve yolcu yoğunluğu yüzünden ulaşım sistemlerinin planlandırılması ve çevreye olan etkileri her geçen gün daha da önemli hale gelmektedir. Bu noktada raylı sistemler güvenilirlik, konfor ve maliyet yönüyle diğer ulaşım sistemlerinden ayrılmaktadır. Dingil yüklerinin demiryolu üzerindeki statik ve dinamik etkileri iyi araştırılmalıdır. Bu çalışmada gerçek bir demiryolu hattı özellikleri kullanılmış, Zimmermann-Eisenmann hesaplamaları ve analitik bir yöntem olan Galerkin yöntemi sonuçları karşılaştırılmıştır. Son olarak, hattın güvenilirliği incelenmiştir

Anahtar kelimeler: demiryolu, Eisenmann, Galerkin, Zimmermann

Abstract—Because of the increasing load capacities and density of the passenger, planning of the transportation systems and effects on the environment has been becoming more important. At this point, railway systems are distinguished from other transportation systems in terms of security, comfort and cost. Static and dynamic effects of the axis loadings should be investigated on the railways, well. At this study, it was used properties of a real railway, it was compared between Zimmermann-Eisenmann calculations and results of Galerkin method, that is analytical method. At last, security of the railway line was investigated Keywords: Eisenmann, Galerkin, railway, Zimmermann

#### I. Giris

Demiryolu mühendisliğinde hareketli yük problemleri her zaman ilgi çekmiş ve bu alan üzerindeki çalışmalar devam edegelmektedir. Winkler elastik zemini üzerine oturan kirişlerin tam çözümünü Zimmermann [1] yapmıştır. Eisenmann [2] ise üst yapıdaki gerilme dağılımlarını incelemiştir. Sonsuz uzunlukta elastik yatak üstündeki bir kirişe etki eden hareketli yük problemlerinde en kapsamlı çalışmalardan birisini Fryba [3] yapmıştır. Knothe ve Grassie [4] hareketli yük probleminin tarihsel arka planını anlatarak ve demiryolu mühendisliğindeki uygulamalarını vererek kapsamlı bir başka inceleme yapmışlardır. Dong [5] tezinde araç-yol etkileşimini geniş bir sonlu elemanlar modeli ile araştırmış ve modelinde ayrık mesnetli Timoshenko kirişi kullanmıştır. Ayrıca tekerlek-ray temas kaybı, travers altı boşluk, ray altı boşluk gibi lineer olmayan durumlar için

incelemelerde bulunmuştur. Zaman alanında yaptığı analizlerde "cut-off" dediği yeni bir yöntem ile sonlu uzunluktaki kirişi uç uca ekleyerek sonsuz uzunlukta bir kiriş elde etmiştir. Rajib [6] hız, rijitlik ve kayma modüllerinin momente ve çökmeye etkisini Pasternak zemini üzerindeki kiris için hareketli yük ve kütle problemleri ile incelemiştir. Yılmaz [7] bütün demiryolu üstyapısı ve analiz metotlarını vermiştir. İki farklı üst yapı modeli için frekans tepki eğrilerini çıkarmış ve parametrik değişimlerin dinamik tepkilere olan cevaplarını incelemiştir. Yalçın [8] çift kirişli demiryolu modeli için frekans alanında analizler yapmış ve yapısal elemanların dinamik tepkilerle ilişkisini ortaya koymuştur. Şenalp ve diğ. [9] çalışmasında hem lineer hem de non-lineer sürekli mesnetlenmiş hareketli yük etkiyen Euler-Bernoulli kiriş problemini hem sonlu elemanlarla hem de Galerkin vöntemiyle cözdürmüs ve farklı sönüm oranlarında maksimum yer değiştirmeleri karşılaştırmıştır. Metin ve diğ. [10] İstanbul' da çalışan bir demiryolu hattından alınan ölçüm sonuçlarını, hattın sonlu elemanlar modeliyle karsılastırmıslardır. Metin ve diğ [11] bir demiryolu hattını modellemiş ve analitik ve sayısal yöntemlerle raydaki yer değiştirmeleri incelemişlerdir.

Raylı sistemlerin çevreye ve üst yapıya olan etkilerini incelemek, projelendirilen hatların güvenliği ve tasarımını yapmak için Zimmermann yöntemi uygulanmaktadır. Bu çalışmada, gerçek bir hattın parametreleri (ray, ray pedi ve raylı taşıt özellikleri Tablo 1. ve Tablo 2.) Zimmermann yöntemi kullanılarak hattın mukavemet açısından güvenli olup olmadığı araştırılmıştır. Ayrıca, Zimmermann sonuçları başka bir analitik yöntemin sonuçlarıyla kıyaslanmıştır.

#### II. Zimmermann Yöntemi

Zimmermann yöntemine göre yapılan üstyapı hesaplamalarında raylar sürekli mesnetli sonsuz kiriş olarak kabul edilirler (Şekil 1). Ray eğilme momenti hesaplanırken yükün etkidiği karakteristik uzunluk eşitlik (1) den bulunur. Birim uzunluktaki rijitlik  $(k_i)$  ray pedi yay katsayısının travers aralığı veya mesnetler arası mesafeye (a+b) bölünmesiyle bulunur.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> <u>uluarif1@gmail.com</u> <sup>2</sup> mmetin@vildiz.edu tr

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> rcpeker@gmail.com

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> ozgurd@yildiz.edu.tr

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> arikoglu@itu.edu.tr

$$f(\mathbf{x}, \mathbf{t})$$

$$\downarrow \quad \underbrace{\mathbf{v}}$$

$$\overbrace{\mathbf{v}}$$

$$\overbrace{\mathbf{v}}$$

$$\overbrace{\mathbf{v}}$$

$$\overbrace{\mathbf{v}}$$

$$\overbrace{\mathbf{v}}$$

$$\overbrace{\mathbf{v}}$$

$$\overbrace{\mathbf{v}}$$

$$\overbrace{\mathbf{v}}$$

$$\overbrace{\mathbf{v}}$$

$$\overbrace{\mathbf{v}}$$

$$\overbrace{\mathbf{v}}$$

$$\overbrace{\mathbf{v}}$$

$$\overbrace{\mathbf{v}}$$

$$\overbrace{\mathbf{v}}$$

$$\overbrace{\mathbf{v}}$$

$$\overbrace{\mathbf{v}}$$

Şekil 1. Üst yapı fiziksel modeli

$$L = \sqrt[4]{\frac{4EI}{k_1}} \tag{1}$$

L: karakteristik uzunluk (m)

E: rayın elastisite modülü (Gpa)

I: rayın atalet momenti (m<sup>4</sup>)

k<sub>1</sub>: birim uzunluktaki yol rijitliği (N/m<sup>2</sup>)

Q: hareketli yük büyüklüğü (N)

Yükün etkidiği karakteristik uzunluk kullanılarak rayda meydana gelen yer değiştirme (w(x)) ve moment (M(x)) hesabı eşitlik (2) ve (3)'te verilmiştir.

$$w(x) = \frac{Q}{\sqrt[4]{64EIk_1^3}} \left[ e^{-\frac{|x|}{L}} \left\{ \cos \frac{x}{L} + \sin \frac{|x|}{L} \right\} \right]$$
(2)

$$M(x) = Q_4 \sqrt{\frac{EI}{64k_1}} \left[ e^{-\frac{|x|}{L|}} \left\{ \cos \frac{x}{L} - \sin \frac{|x|}{L} \right\} \right]$$
(3)

Eşitlikler kullanılarak raydaki en büyük yer değiştirme miktarı ve moment belirlendikten sonra rayın gerilme açısından emniyet kontrolü yapılır (Eşitlik (4)). Maksimum momentin ( $M_{max}$ ) meydana getirdiği gerilme değeri ( $\sigma_{max}$ ) hesaplanır (Eşitlik (5)). W<sub>ray</sub> rayın kesit atalet momentini temsil etmektedir. Bulunan gerilme değeri rayın emniyet gerilmesi ( $\sigma_{em}$ ) ile karşılaştırılır.

$$\sigma_{\max} \le \sigma_{em} \tag{4}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_{rav}} \tag{5}$$

Bulunacak sonuçlar statik açıdan emniyetli olsa bile demiryolu tipi ve araç hızına bağlı (V) etkiler dahil edilmelidir. Bu noktada Eisenmann'ın geliştirdiği ve Münih Teknik Üniversitesi Karayolları ve Demiryolları İnşaatı Enstitüsü'nün verdiği hesaplamalar kullanılmıştır (Eşitlikler (6)-(10)).

$$V < 60 \, km \, / \, sa \quad \varphi = 1 + t \, s \tag{6}$$

$$60 < V \le 200 \, km \, / \, sa \quad \varphi = 1 + t \, s \, (1 + \frac{V - 60}{140})$$
 (7)

. .

 $\varphi$ : Dinamik Büyütme Katsayısı

- t : Emniyet Faktörü
- *s* : Hat Kalite Faktörü

V : Araç Seyir Hızı

$$M_{din} = \varphi M_{statik} \tag{8}$$
$$w_{din} = \varphi w_{statik} \tag{9}$$

$$\sigma_{em} \ge \frac{M_{din}}{W_{ray}} \tag{10}$$

Eşitlik (2) ve (3)' den bulunan en büyük yer değiştirme ve moment değerleri ( $w_{statik}$ ,  $M_{statik}$ ) dinamik büyütme katsayısı ( $\varphi$ ) ile çarpılırsa dinamik yer değiştirme ( $w_{din}$ ) ve moment ( $M_{din}$ ) bulunur (Eşitlik (8) ve (9)).

#### III. Demiryolu Üstyapısı ve Araç Özellikleri

Demiryollarında üstyapılar balastlı ve balastsız (rijit) olmak üzere ikiye ayrılır. Her iki yapı da kendi arasında kullanılan elemanlara veya yapan firmaya göre isimlendirilmiştir [13]. Ekte bazı balastsız üst yapı tipleri bulunmaktadır (Tablo 3).

Şekil 2'de görüldüğü gibi balastlı yapılar yatırım maliyeti açısından rijit yapılara göre avantaj sağlasa da zamanla işletme ve bakım masraflarından dolayı dezavantajlı duruma düşmektedirler.



Şekil 2. Balastlı ve balastsız üstyapının maliyet karşılaştırılması [13]

Bu çalışmada örnek olarak İstanbul'da Yenikapı-Kirazlı metro hattı (M1-B) üzerindeki Esenler bölgesi incelenmiştir. Üstyapı monoblok rijit üst yapı olup raylar beton zemine çelik plakalarla tespit edilmiştir. Çelik plakanın kütlesi rayın birim uzunluktaki kütlesine göre küçük olduğundan ihmal edilmiştir. Hatta ait geometrik ve yapısal özellikler Tablo 1'de, hattın görünümü Şekil 3'te, fiziksel modeli Şekil 1'de verilmiştir.

Tablo 1. Üst yapı özellikleri

| Ray Young Modülü (N/m <sup>2</sup> )      | 210x10 <sup>10</sup>  |
|---|-----------------------|
| Ray alan atalet momenti (m <sup>4</sup> ) | 1819x10 <sup>-8</sup> |
| Ray Kesit Alanı (m <sup>2</sup> )         | 6267x10 <sup>-6</sup> |
| Ray Kesit Atalet Momenti (m3)             | 420x10 <sup>-6</sup>  |
| Ray Özkütlesi (kg/m <sup>3</sup> )        | 7850                  |
| Rayın Uzunluğu (m)                        | 50                    |
| Ray pedi yay katsayısı (N/m)              | 300x10 <sup>6</sup>   |
| Ray pedi sönüm katsayısı (Ns/m)           | 30x10 <sup>3</sup>    |
| Mesnet Mesafesi (m)                       | 0.6                   |

 $\langle \mathbf{0} \rangle$ 



Şekil 3. M1-B hattında çalışan ABB aracı

Bu hatta çalışan demiryolu aracı Şekil 3'te gösterilen ABB aracıdır. Araçla ilgili teknik bilgiler Tablo 2'de verilmiştir. Yapılan hesaplamalarda ortalama dolu aks yükü dikkate alınmıştır.

| Tablo 2. ABB | Hafif Metro | Aracı | Özellikleri |
|--------------|-------------|-------|-------------|
|--------------|-------------|-------|-------------|

| Boy                               | 23200 mm     |
|-----------------------------------|--------------|
| Araç Genişliği                    | 2650 mm      |
| Yolcu (m <sup>2</sup> 'de 6 kişi) | 257 (225+32) |
| Boş Ağırlık                       | 30000kg      |
| Dolu Ağırlık (m² de 6 kişi)       | 49000 kg     |
| Ortalama Boş Aks Yükü             | 5000 kg      |
| Ort. Dolu Aks yükü                | 7560 kg      |
| Tekerlek Çapı                     | 680-600 mm   |
| Tekerlek Genişliği                | 125 mm       |
| Tekerlek Merkezleri Ara mesafe    | 1.800 mm     |
|                                   |              |

#### IV. Zimmermann Metodunun Uygulanması ve Analitik Sonuçla (Galerkin) Karşılaştırılması

ABB hafif metro aracında 3 boji, 6 tekerlek bulunduğundan eşitlik (2) ve (3) genişletilir ve eşitlik (11) ve (12) elde edilir.  $x_0$  ilk tekerleği,  $x_i$  ise diğer tekerleklerin ilk tekerleğe olan uzaklıklarını temsil etmektedir. Şekil 7'de tekerlek yükleri ve tekerlekler arası mesafeler verilmiştir.

$$w(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{64EIk_1^3}} \left[ \sum_{i=1}^{6} Q_i e^{-\frac{|x_0 - x_i|}{L}} \left\{ \cos \frac{x_0 - x_i}{L} + \sin \frac{|x_0 - x_i|}{L} \right\} \right]$$
(11)

$$M(x) = \sqrt[4]{\frac{BI}{64k_1}}$$

$$- \sum_{i=0}^{6} \frac{-|x_0 - x_i|}{L} \left[ x_0 - x_i + |x_0 - x_i| \right]$$
(12)

$$\left[\sum_{i=1}^{L} Q_i e^{-\left[\frac{L}{L}\right]} \left\{ \cos \frac{x_0 - x_i}{L} - \sin \frac{|x_0 - x_i|}{L} \right\} \right]$$

ſ





Şekil 5. Zimmermann yöntemine göre raydaki moment değerleri

Şekil 4'te rayda meydana gelen yer değiştirmeler, Şekil 5'te ise raya gelen moment değerleri görülmektedir. Bu değerler tekerlek ray etkileşiminde ray pürüzlülüğü, tekerlek düzleşmesi, hattın deformasyonu gibi etkilerin olmadığı durumlar için geçerlidir. Bu etkiler dâhil edilirse, raydan farklı dinamik cevaplar alınması beklenebilir. Öngörülemeyen ve modellenmesi zor olan bu etkileri dahil etmek için Eisenmann'ın verdiği eşitlik (8) ve (9) dan yararlanılacaktır. Araç işletme hızı 40 km/sa olduğu için dinamik büyütme katsayısı olarak eşitlik (6) kullanılacaktır. Tablo 4'ten emniyet faktörü t=1, çok iyi üstyapı için s=0.1 seçilirse dinamik yer değiştirme ve moment bulunur.

$$M_{din} = 1.1x4210 = 4631Nm \tag{13}$$

$$w_{din} = 1.1x \, 0.096 = 0.1056 \, mm \tag{14}$$

Eşitlik (13)'deki dinamik moment kullanılarak raya gelen en büyük gerilme 41 MPa olarak bulunur. Bu durumda emniyet gerilmesi 147 MPa [10] olduğundan rayın emniyetli olduğu anlaşılmaktadır ( $\sigma_{max} \leq \sigma_{em}$ ).

$$\sigma = \frac{M_{din}}{W_{ray}} = \frac{4631}{240x10^{-6}} = 41MPa$$
(15)

Galerkin yöntemi ile kısmi diferansiyel denklemler, adi diferansiyel denklemlere dönüşür. Bu yöntemin diğer avantajı hem başlangıç değer hem de sınır değer problemlerinin çözümünde kullanılabilmektedir.

Zimmermann kirişi sonsuz kabul ederken Galerkin yöntemi kirişin sonlu bir uzunluğu olduğunu varsayar. Elastik zemine oturan üzerinde hareketli yük bulunan bir kirişin diferansiyel denklemi Eşitlik (16)'da verilmiştir [9,11]. Bu eşitlikte E rayın elastisite modülünü, I rayın kesit atalet momentini,  $\rho$  rayın öz kütlesini, A rayın kesit alanını, k<sub>L</sub> ray pedinin yay katsayısını, c<sub>L</sub> ray pedinin sönüm katsayısını, w(x,t) ise rayın zamana ve mekana bağlı düşey yöndeki yer değiştirmesini ifade etmektedir.

$$EI\frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} + k_L w(x,t) + c_L \frac{\partial w(x,t)}{\partial t} = \delta(x - vt) P_0$$
(16)

Eşitlik (16)'da verilen denklemin çözümü için sınır şartlarını sağlayan eşitlik (17)'deki fonksiyon kullanılır. Bu çözüm w(x,t) yer değiştirme fonksiyonunu zaman ve mekan olarak ayrıklaştırmaktadır. Böylece kısmi diferansiyel denklem (Eşitlik (16)), adi diferansiyel denklem haline gelecektir (Eşitlik (18)).

$$w(x,t) = \sum_{i=1}^{N} T(t) \sin \frac{i\pi x}{L} \qquad i = 1, 2, ..., N$$
(17)

Gerekli işlemler yapıldıktan sonra eşitlik (16), eşitlik (18) 'deki gibi olacaktır.

$$\begin{bmatrix} EI\left(\frac{i\pi}{L}\right)^4 + k_L \end{bmatrix} T_i(t) + \rho A \ddot{T}_i(t) + c_L \dot{T}_i(t) = 2 \frac{P_0}{L} sin\left(\frac{i\pi v t}{L}\right) \quad i = 1, 2, 3, \dots, N$$
(18)

Şekil 4'deki Zimmermann sonucu ve Galerkin yöntemi [9, 11] ile karşılaştırılırsa Şekil 6'da görüldüğü gibi iki yöntemde de yer değiştirmeler birbirine çok yakın çıkmaktadır. En büyük yer değiştirme Zimmermann' da 0.09 mm, Galerkin yönteminde ise 0.089 mm olarak hesaplanmaktadır. Galerkin yönteminde çözüm için bir çıkan fonksiyon önerilmesi ve denklemlerin çözdürülmesi gerekmektedir. Zimmermann yönteminde parametrelerin sonuca etkisi öngörülebildiğinden ve ayrıca kolay ve hızlı bir şekilde hem yer değiştirmeler hem de momentler elde edilebildiğinden demiryolları hesaplamalarında kullanılmaktadır.



Şekil 6. Zimmermann ve Galerkin yönteminin karşılaştırılması

#### V. Sonuç

Bu çalışmada demiryolları planlanmasında raydaki yer değiştirmelerin ve moment değişimlerinin araştırılmasında kullanılan Zimmermann yöntemi esasları bahsedilmiştir. İstanbul'da kullanılan M1B raylı sistem hattı ve o hatta çalışan ABB aracı özellikleri kullanılarak üst yapıda meydana gelen yer değiştirmeler ve moment değişimleri incelenmiştir. Raydaki gerilmelerin emniyetli gerilmenin altında olduğu hesaplanmıştır. Son olarak analitik bir yöntem olan Galerkin yöntemi ile Zimmermann yöntemi rayın yer değiştirmesi açısından karşılaştırılmış ve iki yöntemin de yakın sonuçlar verdiği görülmüştür. Bu hesaplamalar herhangi bir yol düzensizliği, araç-yol etkileşimi gibi dinamik etkilerin olmadığı durumlarda yapılmıştır.

#### Teşekkür

Bu çalışmanın finansmanı 115M586 numaralı Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Projeleri TÜBİTAK 1001 programı kapsamında sağlanmıştır.

#### Kaynakça

- [1]Zimmermann, H., Die Berechnung des Eisenbahnoberbaues, Verlag W. Ernst and Sohn, Berlin, 1888.
- [2]Eisenmann, J., Railroad Track Mechanics and Technology, Railroad Track Structure For High-Speed Lines, Pergamon Press Inc., Oxford, 1975.
- [3]Fryba, L., Vibration of solids and structures under moving loads, third edition, Thomas Telford Ltd, Prague, Czech Republic, 1999.
- [4]Knothe, K., and Grassie, S.L., Modeling of railway track and vehicle/track interaction at high frequencies, Vehicle System Dynamics, 22, pp 209-262, 1993.
- [5]Dong, R.G., Vertical dynamics of railway vehicle-track system, Ph.D. Thesis, Dept. of Mechanical and Industrial Engineering, Concordia University, Montreal, Canada, 1994.
- [6]Uzzal, R., Analysis of a Three-Dimensional Railway Vehicle Track System and Development of A Smart Wheelset, PhD Thesis, Concordia University, 2012.
- [7]Yılmaz, V., Demiryolu Üstyapısının Dinamik Davranışı, Yüksek Lisans Tezi, YTÜ, 2004.
- [8]Yalcin, S., Demiryolu Üstyapısının Dinamik Analizi, Yüksek Lisans Tezi, YTÜ, 2006.
- [9]Senalp, A. D., Arikoglu, A., Ozkol, I., Dogan, V., Dynamic response of a finite length Euler-Bernoulli beam on linear and nonlinear

viscoelastic foundations to a concentrated moving force, Journal of Mechanical Science and Technology, 24, pp 1957-1961, 2010. [10] Metin M., Ulu A., Demir O., Peker R. C., Arikoglu A. Dynamic

- Analysis Of Railway Superstructures Acting On Moving Load, ISERSE 2016: 3nd International Symposium on Railway Systems
- [11]Metin M., Ulu A., Demir O., Peker R. C., Arikoglu A. Comparing Dynamic Response of an Euler-Bernoulli Beam under a Concentrated Moving Load on Linear Viscoelastic Foundation between FEM and Galerkin Method, ICENS 2016: 2nd International

EK.

Conference on Engineering and Natural Sciences, 24-28 May 2016, Sarajevo, Bosnian and Herzegovinian. [12]Sevim. R., İstanbul'da Kent İçi Raylı Sistemler Ve Üstyapı Hesapları, Yüksek Lisans Tezi, İTÜ, 2007.

- [13]Michas, G., Slab Track Systems for High-Speed Railways, MSc Thesis, Royal Institute of Technology Department of Transport Science Division of Highway and Railway Engineering, Stockholm, 2012.

1,8 m 6,2 m 1,8 m 6,2 m 1,8 m  $Q_5$ Q<sub>2</sub> 0 0  $Q_3$  $Q_4$ Ray Ray Pedi 0,6 m Qi=40 kN, i=1,2,...6 Zemin

Şekil 7. ABB Hafif Metro Aracı Tekerlek Yükleri ve Tekerlekler Arası Mesafeler

Tablo 3. Balastsız üstyapı türleri [13]

| Ayrık Mesnetli                              |  |                               | Sürekli Mesnetli                  |            |             |
|---|--|-------------------------------|-----------------------------------|------------|-------------|
| Beton İçine Gömülü<br>Traversli veya Bloklu | Asfalt Tabakası<br>Üzerine Döşeli<br>Traversli | Prefabrik<br>Beton<br>Plakalı | Monolitik<br>(Yekpare)Yapı<br>lar | Ray Gömülü | Ray Kamalı  |
| Rheda                                       | Atd  | Shinkansen                    | Rasengleis                        | Deck Track | Cocon Track |
| Rheda-Berlin                                | Btd  | Bogl                          | Ffc                               | Infundo-   | Erl         |
| Rheda 2000                                  | Sato   | Obb-Porr                      | Hochtief                          | Bbers      | Vanguard    |
| Zublin                                      | Ffys   | Ipa                           | Bes                               |            | Kes         |
| Stedef                                      | Getrac   |                               | Bte-Bwg/H1lt1                     |            | Sff         |
| Sonnevılle-Lvt                              | Walter   |                               | Pact                              |            | Saargummi   |
| Heitkamp                                    |  |                               |                                   |            |             |
| Sbv   |  |                               |                                   |            |             |
| Walo  |  |                               |                                   |            |             |

Tablo 4. Emniyet Faktörü (t) ve Hat Kalite Faktörü (s) Değerleri [12]

| İstatistiki<br>Emniyet<br>Yüzdesi | Uygulama  | Emniyet<br>Faktörü<br>(t) | Hat<br>Kalitesi | Hat<br>Kalite<br>Faktörü<br>(s) |
|-----------------------------------|---|---------------------------|-----------------|---------------------------------|
| % 68.3                            | Temas gerilmesi, zemin  | 1                         | Çok İyi         | 0.1                             |
| % 95.4                            | Yanal Yük, Balast Yatağı  | 2                         | İyi             | 0.2                             |
| % 99.7                            | Ray Gerilmeleri, Bağlantı<br>Elemanları ve Mesnetler<br>(Çerçevede) | 3                         | Kötü            | 0.3                             |

#### Hareketli Yük Etkisi Altında Euler-Bernoulli ve Timoshenko Kirişlerinin Elastik Zemin Üzerindeki Dinamik Davranışlarının İncelenmesi

| R.C. Peker <sup>1</sup> | M. Metin <sup>2</sup> | A. Ulu <sup>3</sup> | Ö. Demir <sup>4</sup> | A. Arıkoğlu⁵    |
|-------------------------|-----------------------|---------------------|-----------------------|-----------------|
| Yıldız Teknik           | Yıldız Teknik         | Yıldız Teknik       | Yıldız Teknik         | İstanbul Teknik |
| Üniversitesi            | Üniversitesi          | Üniversitesi        | Üniversitesi          | Üniversitesi    |
| İstanbul                | İstanbul              | İstanbul            | İstanbul              | İstanbul        |

Özet— Bu çalışmada hareketli yük etkisi altında ve elastik zemin üzerindeki basit mesnetli kirişin Timoshenko ve Euler-Bernoulli kiriş teorileri çerçevesinde dinamik hareketi incelenmiştir. Kiriş üzerindeki yer değiştirmeler Fourier serisi kullanılarak Navier çözümü ile hesaplanmıştır. Zaman alanındaki çözüm ise Newmark çözüm yöntemi kullanılarak hesaplanmıştır. Yapılan çözümler farklı hızlarda, farklı elastik zemin katsayıları ve farklı kiriş kesit yüksekliklerinde yapılmış ve Timoshenko ile Euler-Bernoulli kiriş teorilerinin bu sonuçlar üzerindeki etkileri karşılaştırılmıştır.

#### Anahtar kelimeler: Euler-Bernoulli Kirişi, Timoshenko Kirişi, Hareketli Yük, Navier Yöntemi

Abstract—In this paper dynamic response of a simply supported Euler-Bernoulli and Timoshenko beam on a linear foundation acted upon by a moving concentrated force is studied. Deformations on the beam are calculated with Navier solution using Fourier series. The time domain solution is calculated using Newmark solution method. The solutions are made at different velocities, different elastic ground coefficients and different beam section heights, and the effects of Timoshenko and Euler-Bernoulli beam theories on these results are compared.

Keywords: Euler-Bernoulli Beam, Timoshenko Beam, Moving Load, Navier Method

#### I. Giriş

Günümüzde birçok mühendislik problemi kiriş teorileri çerçevesinde çözülmektedir. Bunlar arasında en çok kullanılan kiriş teorileri Timoshenko ve Euler-Bernoulli kiriş teorileridir. İbrahim Özkol ve arkadaşları [1] hareketli yük altında lineer ve lineer olmayan viskoelastik zemin üzerindeki Euler-Bernoulli kirişini Galerkin çözüm yöntemi kullanarak incelemiştir. Kargarnovin ve Younesian [2] harmonik hareketli yük altında lineer olmayan viskoelastik zemin üzerindeki sonsuz uzunluktaki Timoshenko ve Euler-Bernoulli kirisinin dinamik davranışını incelemiştir. Ayrıca, Kargarnovin ve Younesian [3] harmonik hareketli yük altında Pasternak modeli viskoelastik zemin üzerindeki kirişin dinamik davranışını incelemiştir. Lee [4] hareketli kütle altında Winkler modeli viskoelastik zemin üzerindeki Timoshenko kirişinin dinamik davranışını incelemiştir. Zuzana Dimitrovová [5] sınırlı elastik zemin üzerine oturtulmuş kirişin kritik hız değerinin bulunması için çalışma yapmıştır. Sheng ve Wang [6] dört serbestlik derecesine sahip sabit hızla hareket eden araç ile basit mesnetli Euler-Bernoulli kirişi ile lineer olmayan dinamik etkileşimini incelemiştir. Castro Jorge ve arkadaşları [7] hareketli yük altında ve doğrusal olmayan davranışlara sahip elastik zemin üzerindeki kirişin dinamik etkisini araştırmıştır. Sapountzakis ve Kamipitsis [8] kayma deformasyonu olan ve geometrik lineer olmayan basit mesnetli kirişin lineer olmayan elastik zemin üzerindeki ve hareketli yük etkisi altındaki dinamik davranışını şınır elemanlar yöntemi kullanarak incelemiştir.



Şekil. 1. Euler-Bernoulli (a) ve Timoshenko (b) kiriş teorileri

Literatürde Euler-Bernoulli kiriş teorisi ince kiriş, Timoshenko kiriş teorisi ise kalın kiriş teorisi olarak anılmaktadır. İnce kiriş teorisi çerçevesinde kiriş kesitindeki kaymalar ihmal edilmektedir. Kirişteki yer değiştirmeler enine kesit her zaman tarafsız eksene dik kalacak şekilde oluşmaktadır (Şekil 1-a). İnce kiriş teorisinde kiriş kesitindeki kaymalar ihmal edildiğinden dolayı hesaplarda malzeme sabiti olarak yalnızca elastisite

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> rcpeker@gmail.com

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> mmetin@yildiz.edu.tr

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> uluarif1@gmail.com

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> ozgurd@yildiz.edu.tr

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> arikoglu@itu.edu.tr

modülü (E) kullanılmaktadır. Kalın kiriş teorisi çerçevesinde ise kirişte yer değiştirme olduğunda enine kesit ile tarafsız eksen arasında açı değişmektedir ve bu da kesitler arasında kaymaya neden olmaktadır (Şekil 1-b). Kalın kiriş teorisi çerçevesinde kiriş kesitlerindeki kaymalar hesaplamalara katıldığından dolayı hesaplamalarda kiriş malzemesinin kayma modülü (G) ve elastisite modülü kullanılmaktadır.

Elastik zemin üzerinde ve hareketli yük altında bulunan kirişin dinamik davranışları raylı sistemler alanında rayın dinamik davranışlarını belirleyebilmek için sıkça kullanılmaktadır. Bu hesaplamalar sonucunda optimum elastik zemin katsayısı ve ray kesitine uygun ray ve ray altı pedleri kullanılarak demiryolu üstyapısı oluşturulmaktadır.

Bu çalışmada, elastik zemin üzerindeki basit mesnetli kiriş üzerinde belli bir hızla hareket eden yükün kirişin orta noktasında meydana getirdiği yer değiştirme ince kiriş ve kalın kiriş teorileri çerçevesinde incelenmiştir (Şekil 2).



Şekil. 2. Elastik zemin üzerindeki basit mesnetli kiriş

Euler-Bernoulli ve Timoshenko kiriş teorilerinde oluşturulan kısmi diferansiyel denklemler Navier yöntemi ile ayrıklaştırılıp adi diferansiyel denklem takımı haline dönüştürülmüştür. Oluşturulan adi diferansiyel denklem takımları Newmark sayısal çözüm yöntemi kullanılarak çözdürülmüştür.

Literatürde yer alan benzer çalışmalarda çözümler genellikle ağırlıklı artıklar yöntemi veya sayısal yöntemler yardımı ile yapılmaktadır. Ağırlıklı artıklar yönteminde oluşturulan denklemlerin integrali alındığından dolayı çözüm süreleri çok uzamaktadır. Navier yönteminde ise integral alma işlemi bulunmadığından diğer yöntemlere göre çok hızlı analitik bir çözüm sunmaktadır.

Bu çalışmada, Euler-Bernoulli ve Timoshenko kiriş teorileri kullanılarak kirişin yüksekliğinin, elastik zemin katsayısının ve hareketli yük hızının, elastik zemin üzerindeki kirişin hareketli yük altındaki dinamik davranışa etkileri parametrik bir çalışma ile karşılaştırmalı olarak incelenmiştir.

#### II. Teori ve Formülasyon

Kiriş teorilerindeki yer değiştirme ve birim şekil değiştirme ifadeleri kullanılarak sistemin dinamik denge denklemi hazırlanmıştır. Toplam potansiyel enerjinin minimumu ilkesine dayanarak denge denkleminin varyasyonu sıfıra eşitlenmiştir ve sistemin diferansiyel denklemleri elde edilmiştir. Bu diferansiyel denklemler Navier çözümü ile lineer denklem takımına indirgenmiştir. Oluşturulan bu denklem takımları zaman alanında Newmark yöntemi kullanılarak çözülmüştür.

#### A. Euler-Bernoulli kiriş teorisi

$$u(x, z, t) = z * \emptyset(x, t)$$
<sup>(1)</sup>

$$\gamma_{xz} = \emptyset(x,t) + \frac{\partial w_0(x,t)}{\partial x} = 0$$
<sup>(2)</sup>

$$\phi(x,t) = -\frac{\partial w_0(x,t)}{\partial x}$$
(3)

$$w(x, z, t) = w_0(x, t)$$
 (4)

$$\varepsilon_{x} = -z \frac{\partial^{2} w_{0}(x,t)}{\partial x^{2}}$$
(5)

l numaralı denklemde boyuna uzama olmayan kirişin z yönündeki yer değiştirme denklemi verilmiştir. İnce kiriş teorisi çerçevesinde kesitlerdeki kayma ihmal edildiğinden dolayı 3 numaralı eşitlik bulunur.

$$U = \frac{1}{2} \int_{0}^{t_{1}} \int_{0}^{V} \left( \sigma_{x} \varepsilon_{x} - \rho \left( \frac{\partial w_{0}(x,t)}{\partial t} \right)^{2} \right) dV dt + \int_{0}^{t_{1}} \int_{0}^{L} \frac{1}{2} k_{yay} w_{0}(x,t)^{2} dx dt - \int_{0}^{t_{1}} \int_{0}^{L} Q(x,t) w_{0}(x,t) dx dt$$
(6)

$$\delta U = 0$$

$$EI\frac{\partial^4 w_0(x,t)}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 w_0(x,t)}{\partial t^2} + k_{yay} w_0(x,t)$$
(8)  
- Q(x,t) = 0

(7)

(9)

İnce kiriş teorisi için birim şekil değiştirme ifadeleri kullanılarak sistemin enerji denklemi yazılmıştır (6) ve bu denklemin varyasyonu sıfıra eşitlenerek diferansiyel denklem elde edilmiştir (8).

$$\frac{\partial^2 w_0(x,t)|_{x=0,L}}{\partial x^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 w_0(x,t)}{\partial x^2}\Big|_{x=0,L} = 0$$

$$\alpha = \frac{m\pi}{L} \tag{10}$$

$$w_0(x,t) = \sum_{m=1}^{\infty} W_m(t) \sin \alpha x$$
(11)

$$EI\alpha^{4}W_{m}(t) + \rho A\ddot{W}_{m}(t) + k_{yay}W_{m}(t)$$
$$-Q_{m}(x,t) = 0$$
(12)

$$Q_m(t) = \frac{2F(t)}{L}\sin(\alpha V t)$$
(13)

Diferansiyel denklemin çözümü için basit mesnetli ince kirişin sınır şartlarını (9) sağlayan yer değiştirme fonksiyonu Fourier serisi kullanarak tanımlanmıştır (11). Bu yer değiştirme fonksiyonunu kullanarak diferansiyel denklem lineer denklem haline getirilmiştir (12).

#### B. Timoshenko kiriş teorisi

$$u(x, z, t) = z * \emptyset(x, t) \tag{14}$$

$$w(x, z, t) = w_0(x, t)$$
 (15)

$$\varepsilon_x = z \frac{\partial \phi(x,t)}{\partial x} \tag{16}$$

$$\gamma_{xz} = \emptyset(x,t) + \frac{\partial w_0(x,t)}{\partial x}$$
(17)

14 ve 15 numaralı denklemlerde yer değiştirme ifadeleri verilmiştir. Bu yer değiştirme ifadeleri kullanılarak hesaplanan x eksenindeki ve x-z düzlemindeki birim şekil değiştirme ifadeleri 16 ve 17 numaralı denklemlerde verilmiştir.

$$U = \frac{1}{2} \int_{0}^{t_{1}} \int_{0}^{V} \left( \sigma_{x} \varepsilon_{x} + K_{s} \tau_{xz} \gamma_{xz} - \rho \left( \frac{\partial w_{0} \left( x, t \right)}{\partial t} \right)^{2} - \rho z^{2} \left( \frac{\partial \phi \left( x, t \right)}{\partial t} \right)^{2} \right) dV dt + \int_{0}^{t_{1}} \int_{0}^{L} \frac{1}{2} k_{yay} \left( w_{0} \left( x, t \right) \right)^{2} dx dt - \int_{0}^{t_{1}} \int_{0}^{L} Q(x, t) w_{0} \left( x, t \right) dx dt$$
(18)

$$\delta U = 0 \tag{19}$$

$$GAK_{s}\left(\frac{\partial \emptyset(x,t)}{\partial x} - \frac{\partial^{2} w_{0}(x,t)}{\partial x^{2}}\right) + k_{yay}w_{0}(x,t) + \rho A \frac{\partial^{2} w_{0}(x,t)}{\partial t^{2}} - Q(x,t) = 0$$
(20)

$$GA\left(\phi(x,t) - \frac{\partial w_0(x,t)}{\partial x}\right) - EI\frac{\partial^2 \phi(x,t)}{\partial x^2} + \rho I \frac{\partial^2 \phi(x,t)}{\partial t^2} = 0$$
(21)

Kalın kiriş teorisi için yukarıda verilen birim şekil değiştirme ifadeleri kullanılarak sistemin enerji denklemi yazılmıştır (18) ve bu denklemin varyasyonu sıfıra eşitlenerek sistemin denge denklemleri elde edilmiştir (20, 21).

$$w_0(x,t)|_{x=0,L} = 0$$
$$\frac{\partial \phi(x,t)}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial x}{\partial x}\Big|_{x=0,L} = 0 \tag{22}$$

$$w_0(x,t) = \sum_{m=1}^{\infty} W_m(t) \sin \alpha x$$
  
$$\phi(x,t) = \sum_{m=1}^{\infty} \phi_m(t) \cos \alpha x$$
(23)

$$GAK_{s}(\alpha^{2}W_{m}(t) - \alpha \phi_{m}(t)) + \rho A \ddot{W}_{m}(t) + k_{yay}W_{m}(t) - Q_{m}(t) = 0$$

$$EI\alpha^{2} \emptyset_{m}(t) + GAK_{s} (\emptyset_{m}(t) - \alpha W_{m}(t)) + \rho I \ddot{\emptyset}_{m}(t) = 0$$
(24)

$$Q_m(t) = \frac{2F(t)}{L}\sin(\alpha V t)$$
(25)

$$\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_m(t) \\ \emptyset_m(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M_{11} & 0 \\ 0 & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{W}_m(t) \\ \ddot{\emptyset}_m(t) \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} Q_m(x,t) \\ 0 \end{bmatrix}$$
(26)

$$K_{11} = GAK_s \alpha^2 + k_{yay}$$

$$K_{12} = K_{21} = -GAK_s \alpha$$

$$K_{22} = GAK_s + EI\alpha^2$$

$$M_{11} = \rho A$$

$$M_{22} = \rho I$$
(27)

Diferansiyel denklemin çözümü için basit mesnetli kalın kirişin sınır şartlarını (22) sağlayan yer değiştirme fonksiyonu Fourier serisi kullanarak tanımlanmıştır (23). Bu yer değiştirme fonksiyonunu kullanarak diferansiyel denklem lineer denklem takımı haline getirilmiştir (24).

#### C. Zaman alanındaki çözüm yöntemi

2. dereceden adi diferansiyel denklemlerin sayısal çözümleri ya denklemin derecesi indirgenerek ya da direkt integrasyon metotları ile yapılabilir. Denklemlerin derecelerinin indirgemek özellikle büyük denklem sistemlerinde karışıklığa yol açabilmektedir. Bu karşılıklılığı ortadan kaldırmak amacı ile direkt integrasyon metotları zaman ve programlama hızı açısından öne çıkmaktadır. Bu çalışmada Tablo 1' de çözüm adımları verilen Newmark-Beta yöntemi ile zaman alanındaki denklem sistemi çözdürülmüştür.

| Başlangıç koşulları   |
|---|
| 1. $\ddot{q}_0 = [M]^{-1} [F_0 - [C]\dot{q}_0 - [K]q_0 - [K_L]q_0]$   |
| 2. $\Delta t$ zaman adımı seçilir   |
| Düzenlenmiş katılık matrisi hesaplanır  |
| $\left[\hat{K}\right] = \left[K\right] + \left[K_{L}\right] + \frac{\gamma}{\beta\Delta t}\left[C\right] + \frac{\gamma}{\beta\left(\Delta t\right)^{2}}\left[M\right]$ |
| A ve B matrisleri hesaplanır  |
| $[A] = \frac{1}{\beta \Delta t} [M] + \frac{\gamma}{\beta} [C]$   |
| $[B] = \frac{1}{2\beta} [M] + \Delta t \left(\frac{\gamma}{2\beta} - 1\right) [C]$  |
| Her adımda aşağıdaki hesaplamalar tekrarlanır   |
| 1. $\left[\Delta \hat{F}_i\right] = \left[F_{i+1}\right] - \left[F_i\right] + \left[A\right]\dot{q}_i + \left[B\right]\ddot{q}_i$                                       |
| 2. $\Delta q_i = \left[\hat{K}\right]^{-1} \left[\Delta \hat{F}_i\right]$   |
| 3. $\Delta \dot{q}_i = \frac{\gamma}{\beta \Delta t} \Delta q_i - \frac{\gamma}{\beta} \dot{q}_i + \Delta t \left( 1 - \frac{\gamma}{2\beta} \right) \ddot{q}_i$        |
| 4. $\Delta \ddot{q}_i = \frac{1}{\beta (\Delta t)^2} \Delta q_i - \frac{1}{\beta \Delta t} \dot{q}_i - \frac{1}{2\beta} \ddot{q}_i$                                     |
| 5. $q_{i+1} = q_i + \Delta q_i, \dot{q}_{i+1} = \dot{q}_i + \Delta \dot{q}_i, \ddot{q}_{i+1} = \ddot{q}_i + \Delta \ddot{q}_i$  |
| $\beta = 1/4, \gamma = 1/2$   |
| Tabla 1. Naumark Pata Väntami Cäzüm Adımları  |

#### III. Analizler

Oluşturulan denklem takımları Matlab<sup>®</sup> programı kullanılarak çözdürülmüştür. Hesaplamalar Fourier serisinden 300 terim kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Yapılan hesaplamalarda kullanılan değerler Tablo 2'de verilmiştir.

| Malzeme Bilgileri (Çelik)               |                       |      |                |  |
|---|-----------------------|------|----------------|--|
| Elastisite Modülü (E)                   | 2.10*10 <sup>11</sup> | Pa   |                |  |
| Kayma Modülü (G)                        | 8.07*10 <sup>10</sup> | Pa   |                |  |
| Yoğunluk (p)                            | 7850                  | kg/1 | n <sup>3</sup> |  |
|   |                       |      |                |  |
| Kiriş Bilgileri (S49 I                  | Ray Tipi)             |      |                |  |
| Yükseklik (h)                           | 0.1861                | m    |                |  |
| Genişlik (b)                            | 0.0338                | m    |                |  |
| Boy (L)                                 | 20                    | m    |                |  |
| Elastik Zemin Rijitliği (kyay)          | 3*10 <sup>8</sup>     | N/n  | n              |  |
|   |                       |      |                |  |
| Yük Bilgileri (1 Vagon ABB Hafif Metro) |                       |      |                |  |
| Yük hızı (V)                            | 13.89                 | m/s  |                |  |
| Yük Miktarı (F)                         | 30000                 | Ν    |                |  |

Tablo. 2. Malzeme, kiriş ve yük bilgileri

Tablo 2'de verilen bilgiler kullanılarak yapılan parametrik analizlerde kullanılan diğer parametreler aşağıda verilmiştir.

- Elastik zemin katsayısı: 10<sup>8</sup> 5\*10<sup>8</sup> N/m
- Kesit yüksekliği: 0.1 0.5 m
- Hareketli yük hızı: 20-6000 km/sa

Parametrik analizlerde kullanılan elastik zemin kat sayısı değerleri metro hatlarında en çok kullanılan ray altı pedlerin rijitlik sabitlerine göre belirlenmiştir. Kesit yüksekliği aralığı, S49 ray tipi kesitini de içerecek şekilde seçilmiştir. Bu aralık, Timoshenko ve Euler-Bernoulli kiriş teorileri yardımıyla elde edilen ve kesit yüksekliği değişimine bağlı olarak değişen yer değiştirme değerleri arasındaki farkı gözlemlemek için belirlenmiştir. Hareketli yük hız aralığı ise, (28)'den elde edilen sistemin kritik hızına bağlı olarak belirlenmiştir.

#### A. Elastik zemin rijitliğine bağlı analizler

Euler-Bernoulli ve Timoshenko kiriş teorileri çerçevesinde elastik zemin yay katsayısı (K<sub>yay</sub>) değiştirilerek yapılan analizlerde kiriş orta noktasının zamana bağlı yer değiştirmesi Şekil 3 ve 4'te verilmiştir. Euler-Bernoulli kiriş teorisi ile Timoshenko kiriş teorisi arasındaki fark Şekil 5'te görülmektedir.



Şekil. 3. Farklı yay katsayılarında, k<sub>yay</sub> (N/m) Timoshenko kirişinin orta noktasındaki zamana bağlı yer değiştirme



Şekil. 4. Farklı yay katsayılarında, k<sub>yay</sub> (N/m) Euler-Bernoulli kirişinin orta noktasındaki zamana bağlı yer değiştirme



Farklı yay katsayısına göre yapılan analizlere göre elastik zemin yay katsayısı arttıkça kiriş üzerindeki maksimum yer değiştirme azalmaktadır. Bu azalma yay katsayısı ile doğru orantılıdır. Şekil 5'te, yay katsayısının artmasının belli bir değerden sonra kiriş üzerindeki maksimum yer değiştirmeyi kayda değer bir şekilde değiştirmeyeceği görülmektedir.

#### B. Kirişin kesit yüksekliğine bağlı analizler

Timoshenko ve Euler-Bernoulli kiriş teorisi çerçevesinde kesit yükseklikleri değiştirilerek yapılan analizlerde orta noktadaki zamana bağlı yer değiştirme Şekil 6 ve 7'de verilmiştir. Bu grafiklere bakıldığında kesit yüksekliği arttıkça kirişteki yer değiştirmenin azaldığı görülmektedir. Euler-Bernoulli kiriş teorisi ve Timoshenko kiriş teorisi ile elde edilen maksimum yer değiştirme sonuçları arasındaki farkın kesit yüksekliği arttıkça bir miktar arttığı Şekil 8'de gösterilmiştir.



Şekil. 6. Farklı kesit yüksekliklerinde, h (m) Timoshenko kirişinin orta noktasındaki zamana bağlı yer değiştirme



Şekil. 7. Farklı kesit yüksekliklerinde, h (m) Euler-Bernoulli kirişinin orta noktasındaki zamana bağlı yer değiştirme



Bernoulli kirişlerindeki maksimum yer değiştirme

#### C. Yük hızına bağlı analizler

Hareketli yük hızı değiştirilmek suretiyle yapılan analizlerde, kirişin orta noktasındaki maksimum yer değiştirmenin yük hızına bağlı değişimi Şekil 9'da görülmektedir.

$$V_{kr} = 2 \sqrt[4]{\frac{k_{yay}}{4EI}} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}$$
(28)

(28) numaralı denklemde hareketli yüke maruz elastik zemin üzerindeki kirişin kritik hız ifadesi verilmiştir [12]. Bu ifadeye göre, bu çalışmada kullanılan sistemin kritik hız değeri 1170 m/s olarak hesaplanmıştır.



Şekil. 9. Kirişin orta noktasındaki yük hızına bağlı maksimum yer değiştirme

Kritik hız, sistemdeki dalga yayınım hızıdır. Çalışılan hızlar kritik hıza yaklaştıkça kirişin dinamik tepkileri farklılaşmaktadır. Hareketli yük hızının etkisi, lineer karakteristiğe sahip bir zemin üzerindeki kirişin dinamik cevaplarında farklılığa yol açmamaktadır [1]. Çünkü gerçek hayattaki hızlar hesaplanan kritik hızın çok çok altında kalmaktadır.

#### IV. Sonuçlar

Timoshenko kiriş teorisi kirişte meydana gelen kaymaları hesaba katmakta, Euler-Bernoulli kiriş teorisi ise ihmal etmektedir. Dolayısıyla dinamik analizlerde Timoshenko kiriş teorisi gerçeğe daha uygun sonuçlar vermektedir. Bu bildiride, Timoshenko ve Euler-Bernoulli kiriş teorileri kullanarak hareketli yüke maruz kalan elastik zemin üzerindeki basit mesnetli kirişin orta noktasındaki yer değiştirme, farklı hareketli yük hızlarında, farklı elastik zemin rijitliklerinde ve farklı kiriş kesit yüksekliklerinde Navier çözümü kullanılarak incelenmiştir.

Yapılan analiz sonucunda Tablo 2'de değerleri verilen sistemin Timoshenko kiriş teorisine göre kritik hızı 1083 m/s, Euler-Bernoulli kiriş teorisine göre kritik hızı 1122 m/s olarak hesaplanmıştır. Literatürde sık kullanılan (28) numaralı denklem vasıtasıyla elde edilen kritik hız değeri ise 1170 m/s'dir.

Ayrıca, analiz sonuçlarına göre kesit yüksekliği değişiminin yer değiştirmeleri diğer parametrelere göre daha fazla etkilediği görülmektedir.

Kritik hız raylı sistemlerde rayın dalga yayınım hızın belirtmektedir. Ray üzerinde hareket eden taşıtın hızı hesaplanan kritik hıza yaklaştığında dinamik cevaplarda beklenmedik sonuçlar ortaya çıkmaktadır. Bu sistemlerde şehir içi raylı taşıtlar ortalama 13 m/s, hızlı trenler ise günümüzde maksimum 166 m/s hıza çıkabilmektedir. Bu hızlar hesaplanan kritik hızların oldukça altında kaldığından dolayı, araç hızının raydaki maksimum yer değiştirmeye etkisinin olmaması beklenmektedir. Ele alınan raylı sistem üst yapısının dinamik analizlerinde, Euler-Bernoulli ve Timoshenko kiriş teorileri ile edle edilen sonuçlar arasında kayda değer bir fark gözlemlenmemiştir. Fakat çözüm süreleri kıyaslandığında, Timoshenko kiriş teorisinin çözüm süresi Euler-Bernoulli kiriş teorisinin çözüm süresinin yaklaşık 2 katı sürmektedir. Bundan dolayı, optimizasyon ve benzeri çalışmalarda Euler-Bernoulli kiriş teorisi kullanılması hızlı cevap elde etme bakımından daha uygun olmaktadır.

#### Teşekkür

Bu çalışmanın finansmanı 115M586 numaralı Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Projeleri TÜBİTAK 1001 programı kapsamında sağlanmıştır.

#### Kaynakça

- Senalp, A. D., Arikoglu, A., Ozkol, I., Dogan, V., Dynamic response of a finite length Euler-Bernoulli beam on linear and nonlinear viscoelastic foundations to a concentrated moving force, Journal of Mechanical Science and Technology, 24, pp 1957-1961, 2010.
- [2] M. H. Kargarnovin and D. Younesian, Response of beams on nonlinear viscoelastic foundations to harmonic moving loads, *Computers & Structures*, 83 (2005) 1865-1877.
- [3] M. H. Kargarnovin and D. Younesian, Dynamics of Timoshenko beams on Pasternak foundation under moving load, *Mechanics Research Communications*, 31 (2004) 713-723.
- [4] H. P. Lee, Dynamic response of a Timoshenko beam on a Winkler foundation subjected to a moving mass, *Applied Acoustics*, 55 (3) (1998) 203-215.
- [5] Zuzana Dimitrovová, Critical velocity of a uniformly moving load on a beam supported by a finite depth foundation, Journal of Sound and Vibration, Volume 366, 31 March 2016, Pages 325-342.
- [6] G.G. Sheng, X. Wang, The geometrically nonlinear dynamic responses of simply supported beams under moving loads, Applied Mathematical Modelling, Available online 4 April 2017.
  [7] P. Castro Jorge, F.M.F. Simões, A. Pinto da Costa, Dynamics of
- [7] P. Castro Jorge, F.M.F. Simões, A. Pinto da Costa, Dynamics of beams on non-uniform nonlinear foundations subjected to moving loads, Computers & Structures, Volume 148, February 2015.
- [8] E.J. Sapountzakis, A.E. Kampitsis, Nonlinear response of shear deformable beams on tensionless nonlinear viscoelastic foundation under moving loads, Journal of Sound and Vibration, Volume 330, Issue 22, 24 October 2011, Pages 5410-5426.
- [9] Metin M., Ulu A., Demir O., Peker R. C., Arikoglu A. Dynamic Analysis Of Railway Superstructures Acting On Moving Load, ISERSE 2016: 3nd International Symposium on Railway Systems Engineering, 13-15 October 2016, Karabük, Türkiye.
- [10] Metin M., Ulu A., Demir O., Peker R. C., Arikoglu A. Comparing Dynamic Response of an Euler-Bernoulli Beam under a Concentrated Moving Load on Linear Viscoelastic Foundation between FEM and Galerkin Method, ICENS 2016: 2nd International Conference on Engineering and Natural Sciences, 24-28 May 2016, Sarajevo, Bosnian and Herzegovinian.
- [11] Peker R. C., Metin M., Ulu A., Demir O., Arıkoglu A. 3d Analysis of Vibrations Due to Railway Superstructures on a Real Line, ISERSE 2016: 3nd International Symposium on Railway Systems Engineering, 13-15 October 2016, Karabük, Türkiye.
- [12] Fryba, L., Vibration of solids and structures under moving loads, third edition, Thomas Telford Ltd, Prague, Czech Republic, 1999.
- [13] J. N. REDDY, *Energy and Variational Methods in Applied Mechanics*, Wiley, New York (1984).

#### Taşıt Çarpışmalarında Poisson Hipotezinin Yarı-Analitik Yöntemle Doğrulanması

S. Himmetoğlu<sup>\*</sup> Hacettepe Üniversitesi Ankara

Özet—Bu çalışmada, iki taşıtın merkezsel hizalı çarpışmasının yarı-analitik çoklu-cisim modelleme yöntemiyle simülasyonu yapılmıştır. Çarpışmanın ezilme safhası için diferansiyel hareket denklemleri analitik olarak çözülerek çarpışmanın başlangıcındaki çarpışma arayüzü hızı elde edilmiştir. Daha sonra çarpışmanın bütünü için diferansiyel hareket denklemleri savısal çözülmüştür. Simülasyon sonuçları, taşıt olarak çarpışmalarında Poisson hipotezinin doğruluğunu göstermiştir. Poisson hipotezi ile uyuşan simülasyon sonuçları, çarpışmanın safhalarını açıkça ortaya koymuştur ve çarpışmayı anlatan iş-enerji denklemlerinin yazılmasını kolaylaştıracaktır. Bu çalışma, taşıt çarpışma mekaniği problemlerini anlamayı ve yorumlamayı sağlayacak basit ama etkili formülasyonlar oluşturma projesinin bir parçasıdır. Taşıt çarpışma güvenliği konusunda sınırlı sayıda Türkçe kaynak olduğu için bu çalışmanın bu alana katkı yapacağı düşünülmektedir.

Anahtar kelimeler: çarpışma mekaniği, Poisson hipotezi, yarıanalitik modelleme

Abstract—In this study, central in-line collisions of two vehicles are simulated using a semi-analytical multibody modelling approach. The differential equations of motion are solved analytically only for the deformation phase of the collision in order to obtain the velocity of the contact interface between the vehicles at the start of the impact. Then, the differential equations of motion are solved numerically for the whole impact. The results verify the validity of Poisson hypothesis. With the aid of the simulations, the phases of the collision are determined and this can help to write the work-energy equations for the collision. The formulation presented in this paper is part of an ongoing project aimed at creating a simple and effective tool which provides a good understanding of vehicle crash mechanics problems. Considering that there is a limited number of sources written in Turkish on vehicle crash safety, this study is considered to be a good contribution to this field.

Keywords: crash mechanics, Poisson hypothesis, semi-analytical modelling

#### I. Giriş

Dünya Sağlık Örgütü (WHO) verilerine göre 2013 yılında dünyada toplam 1.25 milyon kişi trafik kazaları sonucunda can vermiştir [1]. Trafik kazalarındaki ölümleri azaltmak için iyi eğitim verilmesi, taşıt güvenlik sistemlerinin ve karayolu altyapısının geliştirilmesi önem taşımaktadır. Bir taşıt tasarımında, taşıt güvenliği ile ilgili yasalara uymak gerekmektedir. Bu yasalar Avrupa'da UN Economic Commission for Europe (ECE) ismi altında, Amerika Birleşik Devletleri'nde ise Federal Motor Vehicle Safety Standards (FMVSS) ismi altında toplanmıştır.

Taşıt güvenlik sistemlerinin tasarımı için taşıt mekaniği ilkelerinin iyi anlaşılması gerekmektedir. Bu maksatla Hacettepe Üniversitesi'nde taşıt çarpışmalarını basit ama etkili bir şekilde modelleme projesi yürütülmektedir. Bu bildiride, bahsi geçen projede oluşturulmuş formülasyonların bir kısmının uygulanması gösterilmiştir.

Bu çalışmada çoklu-cisim modelleme yöntemi kullanılmıştır. Çoklu-cisim modelleme yöntemi, sonlu elemanlar yöntemine göre daha basit ama etkili ve ekonomik bir yöntemdir ve taşıt çarpışma mekaniği problemlerinin analitik çözümlerine olanak sağlamaktadır [2-4]. Çoklu-cisim modelleri, taşıt güvenliği ile ilgili tasarımların ilk aşamalarında, düşünülen tasarımların olabilirliğini test etmek için kullanılabilir [5-6]. Çoklucisim modelleri, taşıt güvenliği ilkelerini daha iyi anlamayı sağlar; pahalı ve karışık bilgisayar simülasyonlarının ve fiziksel çarpışma testlerinin sayısının azaltılmasına yardımcı olur. Çoklu-cisim modelleri, ticari yazılımları bilmeyen öğrenciler ve mühendisler için yararlı bir eğitim aracıdır.

Poisson hipotezi, çarpışma mekaniği alanında önemli bir kavramdır. Poisson hipotezi, temas eden cisimlerin tam olarak katı olmadığını ve çarpışmanın iki aşamada veya safhada gerçekleştiğini kabul eder. Ezilme (veya sıkışma) safhası olarak adlandırılan ilk aşamada, cisimler aralarındaki bağıl hız sıfır olana kadar birbirlerini sıkıştırırlar. Eski haline gelme safhası olarak adlandırılan ikinci aşamada cisimler ilk şekillerine geri dönerler. Eski haline gelme safhasındaki impulsun, ezilme safhasındaki impulsa oranı çarpışma katsayısı olan e terimi ile ifade edilir [7]. Tamamen plastik çarpışmalarda e katsayısı sıfırdır ve çarpışma sonunda iki cisim birlikte hareket ederler ve enerji kaybı maksimumdur. Tamamen elastik olan çarpışmalarda e katsayısı birdir ve enerji kaybı sıfırdır. Yapılan deneylerde taşıt çarpışmalarında e katsayısının 0.4'ten küçük olduğu gözlemlenmiştir. Kafa

<sup>\*</sup> s.himmetoglu@hacettepe.edu.tr

kafaya çarpışmalarda *e* katsayısı ortalama olarak 0.1'dir ve bu da çarpışmanın ağırlıklı olarak plastik çarpışma olduğunu göstermektedir [8]. Gerçek taşıt çarpışmalarında taşıtların ezilen kısımları eski hallerine geri dönmezler ve kalıcı ezilme oluşur.

Bu bildiride, Poisson hipotezinin taşıt çarpışmalarında geçerliliği çoklu-cisim modelleme yöntemi kullanılarak üç farklı durum için incelenmiştir. İlk durumda iki taşıt önden kafa kafaya çarpmaktadır. İkinci durumda arkadan gelen taşıt öndeki daha yavaş giden taşıta arkadan çarpmaktadır. Üçüncü durumda arkadan gelen taşıt önündeki duran taşıta arkadan çarpmaktadır. Üç durum için de merkezsel hizalı çarpışma olduğu kabul edilmiştir. Merkezsel hizalı çarpışmada taşıtların kütle merkezleri çarpışmanın tamamında aynı doğru üzerindedir ve taşıtların enerjiyi emen yapısal elemanları aynı hizada olup birbirlerine kafa kafaya girmektedir.

Çarpışmanın simülasyonu için çıkarılan diferansiyel denklemler ilk önce analitik olarak çözülerek ezilme safhasının başlangıcındaki çarpışma arayüzü hızı elde edilmiştir. Çarpışmanın başlangıcındaki konumlar ve hızlar belli olduktan sonra diferansiyel hareket denklemleri çarpışmanın bütünü için sayısal olarak çözülmüştür. Yazılan bilgisayar programı, incelenen çarpışmalardaki safhaları açıkça göstermiştir ve Poisson hipotezini doğrulamıştır.

#### II. Sabit Katı Bariyere Önden Çarpma Testleri ve Taşıt Direncinin Bulunması

Yasal gerekliliği olan önden çarpma testlerinde (FMVSS gibi) ve müşteri odaklı önden çarpma testlerinde (EuroNCAP gibi), taşıtlar sabit katı bariyere (katı duvara) Şekil l'de görüldüğü üzere sabit bir çarpma hızı  $V_0$  ile çarparlar. Örnek olarak Amerikan FMVSS208 önden çarpma testinde taşıtlar sabit katı bariyere 56 km/saat ile çarparlar [9].



Şekil. 1. Sabit katı bariyere (duvara) önden çarpma testi



Sekil. 2. Carpısma kuvveti - ezilme davranısı

Bu testlerde, duvarda oluşan kuvvet ve taşıtın ezilme miktarı ölçülür. Duvara etkiyen toplam kuvvet, çarpışma

kuvveti F olarak belirtilir; taşıtın ezilme miktarı ise x olarak belirtilirse Şekil 2'deki gri eğriye benzer bir davranış gözlemlenir [2-3]. Günümüzde bu şiddetdeki önden çarpma testlerinde, taşıtın ezilmesi taşıtın ön kısmı ile sınırlı kalır ve yolcu kabini çarpışma öncesindeki şeklini koruyacak şekilde tasarlanır [9].

Şekil 3, Şekil 2'de taşıt davranışının yaklaşık olarak ifadesidir. Çarpışma kuvveti ile ezilme miktarı arasındaki ilişki F = kx denklemi ile modellenebilir; buradaki k terimi taşıt direncini ifade etmektedir. Şekil 3'de taşıtın ezilme safhası siyah doğru ile modellenmiştir. Ezilme safhasında taşıtın yapısal elemanları yüklenmektedir ve bu yüzden siyah doğrunun eğimi, yüklenme direnci  $(k_L)$ olarak tanımlanmıştır. Taşıt maksimum ezilme noktasına ulaştıktan sonra yapısal elemanlar eski hallerine gelme eğiliminde olurlar ve böylelikle üzerlerindeki kuvvetler sıfırlanıncaya kadar azalırlar (veya boşalırlar). Taşıtın üzerindeki yüklerin boşalması safhası Şekil 3'de gri doğru ile modellenmiştir. Bu gri doğrunun eğimi boşalma direnci  $(k_U)$  olarak tanımlanmıştır. Şekil 3'de, taşıtın maksimum ezilme miktarı  $x_T$  ile gösterilmiştir. Taşıtın yapısal elemanları çarpışma sonrası eski hallerine tamamen dönemezler ve çarpışma sonrasında kalıcı bir ezilme  $x_P$  oluşur. Yüklerin boşalması safhasında taşıt katı duvardan geri seker ve bu çok kısa safhanın sonunda taşıt duvar ile temasını kaybeder [9].



Şekil. 3. Çarpışma kuvveti - ezilme davranışı modeli

#### III. İki Taşıtın Merkezsel Hizalı Çarpışması Modeli

Bölüm II'de anlatılan önden çarpma testleri ile taşıtların dirençleri elde edilebilir ve bu bilgi ile iki taşıtın merkezsel hizalı çarpışması Şekil 4'de gösterildiği gibi modellenebilir.



Şekil. 4. Merkezsel hizalı çarpışma modeli (CI: temas arayüzü)

Merkezsel hizalı çarpışmada taşıtların kütle merkezleri çarpışmanın tamamında aynı doğru üzerindedir ve taşıtların enerjiyi emen yapısal elemanları aynı hizada olup birbirlerine kafa kafaya girmektedir. Merkezsel

hizalı çarpışmada taşıtların temas arayüzünde gelişen net çarpışma kuvveti (Şekil 4'e bakınız) taşıtların kütle merkezlerinden geçer ve böylelikle çarpışma esnasında tasıtlar dönmezler.

Şekil 4'de,  $m_1$  ve  $m_2$  taşıtların kütlelerini,  $\vec{V}_1$  ve  $\vec{V}_2$ taşıtların çapışmanın başındaki hız vektörlerini,  $x_1$  ve  $x_2$ ise taşıtların deplasmanlarını (yani yer değiştirmelerini) göstermektedir.  $x_1$  ve  $x_2$  taşıtların ezilme yaşamamış kısımlarının deplasmanlarını ifade etmektedir. CI, iki taşıt arasındaki temas arayüzünü ifade etmektedir ve bu arayüzün deplasmanı  $x_P$  ile gösterilmiştir. Şekil 5'de bu iki taşıtın çarpışma kuvveti ile ezilme davranışları taşıt dirençleri belirtilerek gösterilmiştir; buna göre  $k_{L1}$  ve  $k_{L2}$ taşıtların yüklenme dirençlerini,  $k_{U1}$  ve  $k_{U2}$  taşıtların boşalma dirençlerini,  $x_{T1}$  ve  $x_{T2}$  taşıtların maksimum ezilme miktarlarını,  $x_{P1}$  ve  $x_{P2}$  ise taşıtların kalıcı ezilme miktarlarını gösterir.



Şekil. 5. Merkezsel hizalı çarpışma modeli taşıt dirençleri

İlk önce çarpışmanın ezilme safhası için Şekil 4'deki xy ataletsel eksen takımına göre Newton'un hareket kanunları uygulanmıştır. Taşıtların temas arayüzündeki çarpışma kuvvetinin büyüklüğü dikkate alındığında taşıtların çarpışma esnasındaki çekiş ve/veya fren kuvvetlerini ihmal etmek makul bir yaklaşımdır. Ayrıca çarpışma esnasında taşıtların her birinin kütle dağılımı az bir değişiklik gösterdiği için modelde her bir taşıtın kütle merkezinin taşıtın ezilme yaşamamış yolcu kabinine sabitlenmiş eksen takımına göre konumunun değişmediği kabul edilmiştir. Çarpışma boyunca iki taşıta da etki eden net çarpışma kuvvetinin büyüklüğü eşit olduğu için aşağıdaki hareket denklemleri çarpışmanın ezilme safhası için yazılabilir:

$$m_1 \ddot{x}_1 = k_{eq} (x_2 - x_1) \tag{1}$$

$$m_2 \ddot{x}_2 = -k_{eq} (x_2 - x_1) \tag{2}$$

$$k_{eq} = k_{L1} k_{L2} / (k_{L1} + k_{L2}) \tag{3}$$

 $k_{eq}$  eşdeğer yüklenme direncini ifade etmektedir. 1. denklem  $m_2$ , 2. denklem  $m_1$  ile çarpılıp, bu denklemler birbirlerinden çıkarıldığında aşağıdaki sadeleştirilmiş denklem elde edilir.

$$m_{eq}\ddot{x}_r + k_{eq}x_r = 0 \tag{4}$$

4. denklemde  $m_{eq}$  taşıtların eşdeğer kütlesi,  $x_r$  ise 2. taşıtın 1. taşıta göre bağıl deplasmanıdır.

$$m_{eq} = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$$
,  $x_r = x_2 - x_1$  (5)

4 numaralı diferansiyel denklemin cözümünde Sekil 4'de gösterilen çarpışmanın başlangıcı için  $x_r(0) = 0$  ve  $\dot{x}_r(0) = V_{21} = V_2 - V_1$ şartları yazılmalıdır. Burada  $V_1$ ve V<sub>2</sub> taşıtların çarpışmanın başlangıcındaki hızlarını ifade etmektedir. 4. denklemin analitik çözümü aşağıda verilmiştir (t zamanı ifade etmektedir).

$$x_r(t) = (V_{21}/\omega_n)\sin(\omega_n t)$$
(6)

$$\omega_n = \sqrt{k_{eq}/m_{eq}} \tag{7}$$

6. denklemin ikinci türevi alındığında ivme ifadesi bulunur.

$$\ddot{x}_r(t) = -V_{21}\omega_n \sin(\omega_n t) \tag{8}$$

1, 2 ve 8 numaralı denklemler birleştirildiğinde aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$\ddot{x}_1 = -\beta_1 \ddot{x}_r$$
,  $\beta_1 = m_2/(m_1 + m_2)$  (9)

$$\ddot{x}_2 = \beta_2 \ddot{x}_r$$
,  $\beta_2 = m_1/(m_1 + m_2)$  (10)

9 numaralı denklemin t = 0 anından itibaren arka arkava integralleri alındığında 1 numaralı taşıtın zamana bağlı hız ve deplasman ifadeleri aşağıdaki gibi bulunur.

$$\dot{x}_1 = V_1^* - (\alpha_1/\omega_n)\cos(\omega_n t) \tag{11}$$

$$x_1 = V_1^* t - (\alpha_1 / \omega_n^2) \sin(\omega_n t)$$
(12)

$$\alpha_1 = \beta_1 V_{21} \omega_n , \ V_1^* = V_1 + \alpha_1 / \omega_n \tag{13}$$

10 numaralı denklemin t = 0 anından itibaren arka arkaya integralleri alındığında 2. taşıtın zamana bağlı hız ve deplasman ifadeleri aşağıdaki gibi bulunur.

$$\dot{x}_2 = V_2^* - (\alpha_2/\omega_n)\cos(\omega_n t) \tag{14}$$

$$x_2 = V_2^* t - (\alpha_2 / \omega_n^2) \sin(\omega_n t)$$
(15)

$$\alpha_2 = -\beta_2 V_{21} \omega_n \, , \, V_2^* = V_2 + \alpha_2 / \omega_n \qquad (16)$$

Ezilme safhasında taşıtların temas arayüzünün hızını ve deplasmanını bulmak için eşdeğer ezilme direnci kavramı kullanılabilir ve aşağıdaki denklem yazılabilir.

$$k_{L1}(x_P - x_1) = k_{eq} x_r \tag{17}$$

Yukarıdaki denklemde x<sub>P</sub> (temas arayüzü deplasmanı) dışında bütün terimler bilinmektedir. Böylelikle  $x_P$ aşağıdaki gibi bulunur.

$$x_P = V_1^* t - (V_{21}/\omega_n)(\beta_1 - k_{eq}/k_{L1})\sin(\omega_n t)$$
 (18)

18. denklemin türevi alınarak temas arayüzünün hızı aşağıdaki gibi bulunur.

$$\dot{x}_P = V_1^* - V_{21}(\beta_1 - k_{eq}/k_{L1})\cos(\omega_n t) \quad (19)$$

Çarpışmanın başlangıcında temas arayüzünün hızını bulmak için 19. denkleme t = 0 yerleştirilir ve aşağıdaki denklem sadeleştirilmiş halde elde edilir.

$$\dot{x}_P(0) = V_1 + V_{21}k_{L2}/(k_{L1} + k_{L2})$$
(20)

Çarpışmanın safhalarının nasıl geliştiğini anlamak için çarpışmanın tamamına karşılık gelen genel denklemler ve akıllı bir algoritma yazmak gereklidir. Yazılan algoritma çapışmanın fiziğini kendi kendine belirlemelidir. Bu amaçla Matlab programı kullanılarak bir algoritma yazılmıştır ve çarpışmanın sayısal simülasyonu yapılmıştır. Öncelikle taşıtların ezilme miktarları ile gelişen çarpışma kuvveti arasındaki ilişki yazılmalıdır. 1 ve 2 numaralı taşıtların herhangi bir andaki ezilme miktarları  $s_1$  ve  $s_2$  terimleri ile tanımlanabilir (Şekil 4'e bakınız).  $s_1$  ve  $s_2$  her zaman pozitif değerlerdir.

$$s_1 = x_1 - x_P$$
,  $s_2 = x_P - x_2$  (21)

Şekil 5'deki çarpışma kuvveti ile ezilme arasındaki ilişki incelendiğinde, siyah doğrular boyunca taşıt 1 ve taşıt 2 ezilmektedir ve bu yüzden  $\dot{s}_1 > 0$ ,  $\dot{s}_2 > 0$  olmak zorundadır. Eğimleri sırasıyla  $k_{U1}$  ve  $k_{U2}$  olan gri doğrular boyunca ise  $\dot{s}_1 \leq 0$  ve  $\dot{s}_2 \leq 0$ ; bu doğrular boyunca taşıtların yapısal elemanları üzerindeki yük boşalmaktadır. Taşıtların yapısal elemanlarındaki ezilmenin hangi sırayla ne zaman biteceğini ve hangi sırayla yüklerin boşalacağını yazılan program kendisi otomatik olarak belirleyecektir. İki taşıta etkiyen çarpışma kuvvetleri eşit ve zıt yönde olduğu için, taşıtlara etkiyen çarpışma kuvvetleri aynı anda artacak, aynı anda azalacak ve aynı anda sıfırlanacaktır.



Şekil. 6. Temas arayüzü tabakalı iki taşıt çarpışma modeli

İki taşıt çarpışma modelinin mantıksal komutlar içeren algoritmasını yazmak için diferansiyel denklemler en genel haliyle yeniden yazılmıştır. Bu yeni diferansiyel denklemlerde temas arayüzü deplasmanı  $(x_P)$  da değişken olarak tanımlanmıştır. Bu amaçla temas arayüzünde  $m_P$  kütlesine sahip sıkışmış çok ince bir tabaka modele eklenmiştir (Şekil 6'ya bakınız).

Şekil 6'ya göre yeni diferansiyel hareket denklemleri aşağıda verilmiştir.

$$m_1 \ddot{x}_1 = -F_1$$
,  $m_2 \ddot{x}_2 = F_2$ ,  $m_P \ddot{x}_P = F_1 - F_2$  (22)

 $F_1$  ve  $F_2$ , 1 ve 2 numaralı taşıtlara etkiyen kuvvetlerdir. Şekil 5'e bakıldığında siyah doğrular boyunca  $F_1$  ve  $F_2$ aşağıdaki değerleri alırlar.

$$F_1 = k_{L1}s_1$$
,  $F_2 = k_{L2}s_2$  (23)

Belli bir zaman anına gelindiğinde Şekil 5'de eğimleri  $k_{U1}$  ve  $k_{U2}$  olan gri doğrular boyunca taşıtların yapısal elemanlarındaki yükler boşalacaktır. Bu yükler boşalmaya başladığı anda 1. taşıt üzerine etkiyen kuvvet  $F_{max1}$  ve o anda 1. taşıtın ezilme miktarı  $s_{max1}$  olarak tanımlanır; gene aynı anda 2. taşıt üzerine etkiyen kuvvet  $F_{max2}$  ve o anda 2. taşıtın ezilme miktarı  $s_{max2}$  olarak tanımlanırsa eğimleri  $k_{U1}$  ve  $k_{U2}$  olan gri doğrular boyunca  $F_1$  ve  $F_2$  aşağıdaki değerleri alırlar.

$$F_1 = F_{max1} + k_{U1}(s_1 - s_{max1}) \tag{24}$$

$$F_2 = F_{max2} + k_{U2}(s_2 - s_{max2}) \tag{25}$$

İki taşıtlın yapısal elemanlarındaki yükler tamamen boşaldığında taşıtlar birbirleri ile teması kaybederler ancak iki taşıtta da kalıcı ezilme oluşmuş olur. 22 numaralı diferansiyel denklemlerde temas arayüzündeki  $m_P$  kütleli tabaka taşıtlara sürekli bağlı kalmaktadır. Çarpışma bittiğinde temas arayüzü tabakasının taşıtlar ile bağlantısının kalkması gerekmektedir. Bu yüzden sayısal simülasyon için yazılan algoritmada  $F_1$  ve  $F_2$  kuvvetleri, yüklerin boşalma safhasında, negatif değerler almaya başladığında,  $F_1$  ve  $F_2$  değerleri sıfırlanmıştır ve taşıtların ezilme miktarları sabitlenmiştir.

#### IV. İki Taşıt Çarpışmasının Sayısal Simülasyonu

Bölüm III'de detayları verilen iki taşıt merkezsel hizalı çarpışma modelinin sayısal simülasyonu üç farklı durum için incelenmiştir. Matlab simülasyonlarında ode15s isimli değişken adımlı katı adi diferansiyel denklem çözücü fonksiyon kullanılmıştır. Sayısal hataları az tutmak ve özellikle yüklerin boşalma safhasındaki ani çarpışma kuvveti değişikliklerini yakalamak için ode15s çözücü fonksiyonundaki maksimum adım büyüklüğü 0.01 ms (milisaniye) olarak belirlenmiştir.

Simülasyonda kullanılan temas arayüzü tabakasının (CI) ve taşıtların kütle ve direnç değerleri Tablo 1'de verilmiştir. Tablo 1'deki değerler US NCAP katı bariyere önden çarpma testlerinden elde edilmiş verilerin analizi sonucunda elde edilmiştir [9]; örnek bir veri analizi ve

Bölüm II'deki modelin doğrulanması bildiri sonunda bulunan Ek l'de verilmiştir.

|                           | Taşıt 1                   | Taşıt 2                    | CI  |
|---------------------------|---------------------------|----------------------------|-----|
| Kütle (kg)                | 1000                      | 1600                       | 0.1 |
| Yüklenme<br>direnci (N/m) | $880 \cdot 10^{3}$        | $1420 \cdot 10^{3}$        |     |
| Boşalma<br>direnci (N/m)  | $70 \cdot 880 \cdot 10^3$ | $70 \cdot 1420 \cdot 10^3$ |     |

TABLO 1. Kütle ve direnç değerleri

#### A. Durum 1: Kafa kafaya önden çarpma

Şekil 7'de gösterilen Durum 1'de 1. ve 2. taşıtların çarpışmanın başındaki hızları sırasıyla  $V_1 = 56$  km/saat ve  $V_2 = -56$  km/saat'dir. Şekil 8, 9, 10 ve 11'de sırasıyla taşıtların hızları, ivmeleri, ezilme miktarları ve taşıtların yapısal elemanlarındaki kuvvetin ezilmeye göre değişimi gösterilmiştir. İvmeler yerçekimi ivmesi g cinsinden verilmiştir.



Şekil. 8. Durum 1: Taşıt hızlarının zamana göre değişimi

Durum l'in simülasyon sonuçları ile ilgili detaylar aşağıda verilmiştir:

- Çarpışmanın süresi 59.19 ms'dir. Çarpışma iki taşıtın birbirinden ayrıldığı zaman biter.
- Taşıt 1 ve 2'nin maksimum ezilme miktarları sırasıyla 0.646 m ve 0.401 m'dir. İki taşıtın da maximum ezilmesi 52.87 ms'de gerçekleşir.
- Taşıt 1 ve 2'nin çarpışma sonrası kalıcı ezilme miktarları sırasıyla 0.637 m ve 0.395 m'dir. Kalıcı ezilmeler Şekil 10'da noktalı çizgiler ile gösterilmiştir.
- Maksimum ezilme ile kalıcı ezilme miktarları arasındaki fark, taşıtın yapısal elemanlarının elastik geri gelme miktarı olarak tanımlanır. Taşıt 1 ve 2'nin

yapısal elemanlarının elastik geri gelme miktarları sırasıyla 0.925 cm ve 0.573 cm'dir.

- Taşıtların maksimum ezilmesi anında hızları -12.93 km/saat ve -12.92 km/saat'dir.
- Taşıt 1 ve 2'nin çarpışma sonrası hızları sırasıyla -21.16 km/saat ve -7.78 km/saat'dir.
- Taşıt 1 ve 2'nin çarpışma sonucundaki hız değişimleri sırasıyla -77.16 km/saat ve 48.22 km/saat'dir.
- Taşıt 1 ve 2'nin maruz kaldığı en büyük ivmeler sırasıyla -57.98 g ve 36.24 g'dir. İki taşıtın da en büyük ivmesi 52.87 ms'de gerçekleşir.
- Çarpışmanın e katsayısı 0.120 olarak gerçekleşmiştir.



Şekil. 9. Durum 1: Taşıt ivmelerinin zamana göre değişimi



Şekil. 10. Durum 1: Taşıt ezilmelerinin zamana göre değişimi



Şekil. 11. Durum 1: Çarpışma kuvveti - ezilme davranışı

#### B. Durum 2: İlerleyen taşıta arkadan çarpma

Şekil 12'de gösterilen Durum 2'de 1. ve 2. taşıtların çarpışmanın başındaki hızları sırasıyla  $V_1 = 56$  km/saat ve  $V_2 = 32$  km/saat'dir. Şekil 13, 14, 15 ve 16'de sırasıyla taşıtların hızları, ivmeleri, ezilme miktarları ve taşıtların yapısal elemanlarındaki kuvvetin ezilmeye göre değişimi gösterilmiştir. Bu simülasyonda taşıt 2'nin arka yapısının direncinin ön yapısınınki ile aynı olduğu kabul edilmiştir.





Şekil. 14. Durum 2: Taşıt ivmelerinin zamana göre değişimi

Durum 2'in simülasyon sonuçları ile ilgili detaylar aşağıda verilmiştir:

- Çarpışmanın süresi 59.19 ms'dir. •
- Taşıt 1 ve 2'nin maksimum ezilme miktarları sırasıyla 0.139 m ve 0.086 m'dir. İki taşıtın da maximum ezilmesi 52.86 ms'de gerçekleşir.
- Taşıt 1 ve 2'nin çarpışma sonrası kalıcı ezilme miktarları sırasıyla 0.137 m ve 0.085 m'dir. Kalıcı ezilmeler Şekil 15'de noktalı çizgiler ile gösterilmiştir.
- Taşıt 1 ve 2'nin yapısal elemanlarının elastik geri gelme miktarları sırasıyla 0.198 cm ve 0.123 cm'dir.

- Taşıtların maksimum ezilmesi anında hızları 41.23 km/saat ve 41.23 km/saat'dir.
- Taşıt 1 ve 2'nin çarpışma sonrası hızları sırasıyla 39.47 km/saat ve 42.33 km/saat'dir.
- Taşıt 1 ve 2'nin çarpışma sonucundaki hız değişimleri sırasıyla -16.53 km/saat ve 10.33 km/saat'dir.
- Taşıt 1 ve 2'nin maruz kaldığı en büyük ivmeler sırasıyla -12.42 g ve 7.77 g'dir. İki taşıtın da en büyük ivmesi 52.86 ms'de gerçekleşir.
- Çarpışmanın e katsayısı 0.119 olarak gerçekleşmiştir.







Şekil. 16. Durum 2: Çarpışma kuvveti - ezilme davranışı

C. Durum 3: Duran taşıta arkadan çarpma

Şekil 17'de gösterilen Durum 3'de 1. ve 2. taşıtların çarpışmanın başındaki hızları sırasıyla  $V_1 = 56$  km/saat ve  $V_2 = 0$  km/saat'dir. Şekil 18, 19, 20 ve 21'de sırasıyla taşıtların hızları, ivmeleri, ezilme miktarları ve taşıtların yapısal elemanlarındaki kuvvetin ezilmeye göre değişimi gösterilmiştir. Bu simülasyonda taşıt 2'nin arka yapısının direncinin ön yapısınınki ile aynı olduğu kabul edilmiştir.



Şekil. 17. Durum 3: Duran taşıta arkadan çarpma

18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, Trabzon, 5-7 Temmuz 2017



Şekil. 18. Durum 3: Taşıt hızlarının zamana göre değişimi



Şekil. 19. Durum 3: Taşıt ivmelerinin zamana göre değişimi



Şekil. 20. Durum 3: Taşıt ezilmelerinin zamana göre değişimi

Durum 3'ün simülasyon sonuçları ile ilgili detaylar aşağıda verilmiştir:

- Çarpışmanın süresi 59.19 ms'dir.
- Taşıt 1 ve 2'nin maksimum ezilme miktarları sırasıyla 0.323 m ve 0.200 m'dir. İki taşıtın da maximum ezilmesi 52.87 ms'de gerçekleşir.
- Taşıt 1 ve 2'nin çarpışma sonrası kalıcı ezilme miktarları sırasıyla 0.319 m ve 0.197 m'dir. Kalıcı ezilmeler Şekil 20'de noktalı çizgiler ile gösterilmiştir.
- Taşıt 1 ve 2'nin yapısal elemanlarının elastik geri gelme miktarları sırasıyla 0.462 cm ve 0.287 cm'dir.
- Taşıtların maksimum ezilmesi anında hızları 21.53 km/saat ve 21.54 km/saat'dir.
- Taşıt 1 ve 2'nin çarpışma sonrası hızları sırasıyla 17.42 km/saat ve 24.11 km/saat'dir.

- Taşıt 1 ve 2'nin çarpışma sonucundaki hız değişimleri sırasıyla -38.58 km/saat ve 24.11 km/saat'dir.
- Taşıt 1 ve 2'nin maruz kaldığı en büyük ivmeler sırasıyla -28.99 g ve 18.12 g'dir. İki taşıtın da en büyük ivmesi 52.87 ms'de gerçekleşir.
- Çarpışmanın e katsayısı 0.120 olarak gerçekleşmiştir.



Şekil. 21. Durum 3: Çarpışma kuvveti - ezilme davranışı

#### V. Sonuçlar

İki taşıtın merkezsel hizalı çarpışmasında olabilecek üç farklı durumun simülasyonları incelendiğinde ortak olan noktalar görülmektedir. Poisson hipotezinde belirtildiği gibi üç durum için de çarpışmanın iki safhası vardır: Ezilme ve bunu izleyen eski haline gelme. Ezilme safhası, eski haline gelme safhasına göre çok daha uzundur ve toplam çarpışma süresinin yaklaşık %90'nını kapsamaktadır. Taşıtların ezilen kısımları eski hallerine tamamen geri dönmezler ve kalıcı ezilme oluşur.

Her iki taşıt da ezilme safhasının sonuna aynı anda ulaşırlar. Ezilme safhasının sonunda taşıtların ezilmeleri ve maruz kaldığı ivmeler en büyük değerlerini alırlar. Poisson hipotezinde belirtildiği gibi taşıtlar aralarındaki bağıl hız sıfır olana kadar birbirlerini sıkıştırırlar, yani iki taşıtta da ezilme maksimum olduğunda taşıtlar anlık olarak yapışırlar ve ortak hıza ulaşırlar. 9 ve 10 numaralı denklemlerden de görüleceği üzere ezilme safhasında taşıtların ivmeleri birer sinüs fonksiyonudur.

Ezilme safhası bittiğinde eski haline gelme safhası başlar. Eski haline gelme safhasında taşıtlar üzerindeki yükler boşalırlar. Taşıtların yapısal elemanlarının eski haline gelme eğiliminde olduğu bu ikinci safha sadece 6.32 ms sürmektedir ve bu safhada yapısal elemanların ezilmeleri çok az bir miktar azalır (1 cm'den az), (Şekil 10, 15 ve 20'ye bakınız).

Taşıt 1 ve 2'nin maruz kaldığı en büyük ivmeler sırasıyla  $a_{max1}$  ve  $a_{max2}$  olarak ifade edilirse ve Newton'un 2. ve 3. kanunları taşıtlara uygulanırsa denklem 26'daki eşitlik elde edilir. Her üç durumdaki sonuçlar incelendiğinde  $a_{max1}/a_{max2}$  oranının -1.6'ya eşit olduğu görülür.

$$a_{max1}/a_{max2} = -m_2/m_1 \tag{26}$$

 $x_{T1}$  ve  $x_{T2}$  taşıtların maksimum ezilme miktarlarını ifade etmektedir. Çarpışma boyunca her iki taşıta eşit ve ters yönde kuvvet uygulandığı için ve kuvvetler ezilme safhasında dirençler ile doğru orantılı olduğu için denklem 27'deki eşitlik geçerlidir.  $x_{T1}/x_{T2}$  oranı her üç durumda da 1.61 değerindedir.

$$x_{T1}/x_{T2} = k_{L2}/k_{L1} \tag{27}$$

İki taşıt çarpışma sistemi için çarpışma boyunca net kuvvet sıfır olduğu için momentumun korunumu ilkesi geçerlidir. Taşıt 1 ve 2'nin çarpışma sonundaki hız değişimleri sırasıyla  $\Delta V_1$  ve  $\Delta V_2$  ile ifade edilirse, denklem 28'deki eşitlik momentumun korunumu ilkesi uygulanarak elde edilir.  $\Delta V_1 / \Delta V_2$  oranı her üç durumda da -1.6 değerindedir.

$$\Delta V_1 / \Delta V_2 = -m_2 / m_1 \tag{28}$$

Taşıt ivmeleri, ezilmeleri ve taşıtlara etkiyen kuvvetler dikkate alındığında Durum 1'in Durum 3'e göre daha şiddetli bir çarpışma olduğu anlaşılır. Aynı şekilde Durum 3, Durum 2'ye göre daha şiddetli bir çarpışmadır. Çarpışmanın başında taşıtların bağıl hızları ne kadar büyükse çarpışma o kadar şiddetli olur.

Şekil 11, 16 ve 21'de yüklerin boşalması safhası (veya eski haline gelme safhası) incelendiğinde çarpışma kuvvetinin ezilmeye göre davranışı dik bir çizgiye yakınlaşmaktadır. Bu davranış eski haline gelme safhasındaki impulsun, ezilme safhasındaki impulsa oranının sıfıra yakın olduğunu olduğunu göstermektedir. Zaten üç durum için de çarpışmanın e katsayısı 0.120 olarak gerçekleşmiştir. Çarpışmanın ezilme safhası çok daha baskın olduğu için ve taşıtların en büyük ivmeleri ve ezilmeleri ezilme safhasının sonunda gerçekleştiği için çarpışmayı tamamen plastik bir çarpışma (e = 0) olarak modellemek kabul edilebilir bir yaklaşımdır. safhasına denklemlerin Carpismanin ezilme ait numaraları 1 ile 20 arasındadır ve sadece bu denklemleri kullanarak taşıtların en büyük ivme ve ezilmeleri bulunabilir, ve böylece taşıtların çarpışma sırasında içindeki yolcuları ne ölçüde korudukları anlaşılabilir.

Ezilme safhası bittiği anda taşıtlar anlık olarak aynı hıza ulaşırlar. Çarpışmanın ezilme safhasında taşıtların bağıl hızları olan  $\dot{x}_r$ , 6. denklemin türevinin alınmasıyla aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\dot{x}_r(t) = V_{21} \cos\left(\omega_n t\right) \tag{29}$$

Taşıtlar anlık olarak aynı hıza ulaştıklarında  $\dot{x}_r = 0$  olur, bu da  $t = t_f = \pi/(2\omega_n)$  zamanında gerçekleşir. Her üç çarpışma durumunda da araçlar aynı olduğu için  $\omega_n$ değeri değişmez ve  $t_f = 52.865$  ms olarak bulunur. Simülasyon sonuçlarından da görüleceği gibi çarpışmanın ezilme safhası her üç durum için de 52.865 ms sürer. Ezilme safhasının çarpışmanın tamamına yakınını oluşturduğu düşünüldüğünde çarpışmanın süresini belirleyen en baskın faktörün  $\omega_n$  olduğu görülür.  $\omega_n$ ise araçların eşdeğer kütlesi olan  $m_{eq}$ 'a (denklem 5) ve eşdeğer yüklenme direnci olan  $k_{eq}$ 'a (denklem 3) bağlıdır.

Carpışmaların safhalarının belirlenmiş olması iş-enerji denklemlerinin yazılmasını kolaylaştıracaktır. Taşıtların vapısal elemanlarının ne kadar enerii emdikleri, ne kadar enerjiyi sisteme geri verdikleri ve çarpışma sonucunda oluşacak enerji kaybı ayrıntılı olarak hesaplanabilecektir.

Bu çalışma iki taşıtın merkezsel çarpışmasını sade ama doğru bir şekilde anlatmaya yardımcı olmuştur. Oluşturulan formülasyonlar sayesinde taşıt çarpışma mekaniği kavramları etkili bir şekilde irdelenmiştir. Taşıtların ivmelerinin, ezilmelerinin ve çarpışma süresinin hangi faktörlere bağlı olduğu açıkça ortaya konulmuştur.

#### Kaynakça

- [1] World Health Organization. http://www.who.int, erişim tarihi: 10.02.2017.
- [2] Huston, R.L. Vehicle occupant movement and impact with the interior in frontal collisions - The second collision. International
- Journal of Crashworthiness, 18(2):152-163, 2013. [3] Huang M. Vehicle Crash Mechanics. CRC Press 2002
- [4] Mooi H.G. ve Huibers J.H.A.M. Simple and effective lumped mass
- models for determining kinetics and dynamics of car-to-car crashes. International Journal of Crashworthiness, 5(1):7-24, 2000.
- [5] Pilkey W.D., Balandin D.V., Bolotnik N.N., Crandall J.R. ve Purtsezov S.V. Injury Biomechanics and Control: Optimal Protection from Impact, John Wiley & Sons, 2009. [6] Elmarakbi A.M. ve Zu J.W. Crash analysis and modelling of two
- vehicles in frontal collisions using two types of smart front-end structures: An analytical approach using IHBM. International Journal of Crashworthiness, 11(5):467-483, 2006.
- [7] Baruh H. Analytical Dynamics, WCB/McGraw-Hill, 1. Baski, 1998.
  [8] Brach R.M. ve Brach R.M. Vehicle Accident Analysis and Reconstruction Methods, SAE International, 2005.
- [9] US NCAP Tests. www.safercar.gov, erişim tarihi: 10.02.2017.

#### Ek 1

2014 model bir taşıtın US NCAP katı bariyere önden çarpma testi verileri kullanılarak Bölüm II'deki model doğrulanabilir. Bu taşıta ait çarpışma raporunda verilen bilgiler Tablo 2'de gösterilmiştir.

| Taşıtın toplam kütlesi (m)                  | 1573.3 kg     |
|---|---------------|
| Taşıtın bariyere çarpma hızı ( $V_0$ )      | 56.3 km/saat  |
| Çarpışma sonundaki hız değişimi (ΔV)        | -63.5 km/saat |
| Çarpışma sonu kalıcı ezilme miktarı $(x_P)$ | 428 mm        |

TABLO 2. Örnek taşıt çarpışma raporu verileri

Şekil 3'deki belirtilen taşıt direnci modelinde  $F_{max}$  katı bariyere çarpma esnasında gelişen maksimum çarpışma kuvvetini belirtmektedir. Bu çarpışma analizinde aşağıdaki değişkenler ve parametreler tanımlanmıştır. Çarpışma sonunda taşıtın hızı V' olarak ifade edilmiştir.

Bölüm II'de belirtilen ezilme miktarları  $x_T$  ve  $x_P$ arasındaki fark, elastik geri gelme miktarı  $x_e$  olarak ifade edilmiştir. *e* çarpışma katsayısıdır. Şekil 3'deki grafiğin altında kalan alanlar çarpışmadaki enerjilere karşılık gelmektedir.  $W_T$ , taşıtın yapısal elemanlarının emdiği toplam ezilme enerjisi miktarını göstermektedir (33. denkleme bakınız).  $W_R$ , taşıtın yapısal elemanlarının elastik olarak geri verdiği enerji miktarını ifade etmektedir (34. denkleme bakınız).

$$x_e = x_T - x_P \tag{30}$$

$$F_{max} = k_L x_T = k_U x_e \tag{31}$$

$$\Delta V = V' - V_0 \tag{32}$$

$$W_T = mV_0^2/2 = k_L x_T^2/2 = F_{max} x_T/2$$
 (33)

$$W_R = m(V')^2/2 = F_{max}x_e/2 = k_U x_e^2/2$$
 (34)

$$= -V'/V_0 \tag{35}$$

$$W_R/W_T = (V'/V_0)^2 = k_U x_e^2/(k_L x_T^2) = e^2$$
 (36)

31. ve 36. denklemler birleştirildiğinde aşağıdaki denklemler elde edilir.

е

$$e^2 = k_L / k_U$$
 ,  $e = \sqrt{x_e / x_T}$  (37)

Yukarıdaki denklemler kullanıldığında V' = -7.2 km/saat, e = 0.128,  $x_T = 435$  mm,  $k_L = 2032 \cdot 10^3$  N/m,  $k_U = 61 \cdot 2032 \cdot 10^3$  N/m bulunur. Örnek taşıta çarpışma testinde birçok ivme ölçer bağlanmıştır. Bu ivme ölçerlerden biri taşıtın sol arka kapısının eşiğine bağlanmıştır. Çarpışma sonunda yolcu kabini, çarpışma öncesindeki şeklini koruduğu için bu sol arka kapı eşiğine bağlanan ivme ölçerin x yönünde (Şekil 1'e bakınız) ölçtüğü ivmenin analizi model doğrulaması için kullanılabilir. İvme ölçer verisi ham ivme verisidir ve filtrelenmesi gerekir. Çarpışma testlerinde kullanılan filtrelemeye uygun bir yöntemle filtrelenen x yönündeki sol arka kapı eşiği ivmesi Şekil 22'de gösterilmiştir.



Sekil. 22. Örnek tasıt - sol arka kapı esiği ivmesi (x yöününde)

Hesaplanan  $k_L$  ve  $k_U$  değerleri kullanılarak Şekil 1 ve 3'deki modelin Matlab'de simülasyonu yapıldığında modelin ivmesi ile örnek taşıtın gerçek ivmesi arasında önemli farklar oluşur (Şekil 23'e bakınız).



Şekil. 23. Örnek taşıt ile model taşıt ivmeleri - 1. yöntem

Bu durumu düzeltmek için ezilme safhasında taşıtın gerçek ivmesine bir sinüs fonksiyonu oturtulmasının daha iyi sonuçlar verdiği görülmüştür. Şekil 22 ve 23'de gösterilen örnek taşıtın en büyük ivmesi -40 g'dir. Ezilme safhasında modelin ivmesi olan a(t) bir sinüs fonksiyonudur ve aşağıdaki denklemle ifade edilir.

$$a(t) = -V_0 \omega_n \sin(\omega_n t) \tag{38}$$

$$\omega_n = \sqrt{k_L/m} \tag{39}$$

Modelin en büyük ivmesi -40 g'ye eşitlenir ve 38. ve 39. denklemler kullanılırsa  $k_L = 990 \cdot 10^3$  N/m olarak hesaplanır. 37. denklem ile  $k_U = 61 \cdot k_L$  bulunur. 33. ve 37. denklemler kullanılarak  $x_P = 613$  mm bulunur. Bu yeni hesaplanan  $k_L$  ve  $k_U$  değerleri kullanılarak Matlab simülasyonu yapıldığında V' = -7.2 km/saat bulunur. Bu durumda modelde,  $x_P$  değeri gerçek değerinden 18.5 cm fazla olarak çıkar ancak, modelin ivmesi ile örnek taşıtın gerçek ivmesi arasında iyi bir benzerlik oluşur (Şekil 24'e bakınız).



Şekil. 24. Örnek taşıt ile model taşıt ivmeleri - 2. yöntem

Ek 1'de gösterilen bu çalışma, taşıt çarpışma modeli olarak Bölüm II'de anlatılan yaklaşımların uygunluğunu göstermektedir.

#### L-Çerçevenin Sistem Tanımlama Yöntemi ile Titreşim Analizi

L. Malgaca\* Dokuz Eylül Üniversitesi Makine Mühendisliği Bölümü İZMİR Ş. İ. LÖK<sup>†</sup> Dokuz Eylül Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Mekatronik Mühendisliği Bölümü İZMİR

Özet—Dinamik sistemlerin matematik modelleri sistem tanımlama yöntemi (STY) ile girdi ve cevap sinyallerine dayalı kurulabilmektedir. Çalışmanın ilk aşamasında analitik olarak modellenebilen iki serbestlik dereceli bir mekanik sistem ele alınmıştır. Sistemin transfer fonksivonları analitik sistemin impuls cevapları kullanılarak STY ile hesaplanmıştır. STY'yi çalışmak için MATLAB'de bir program geliştirilmiştir. STY ve analitik sonuçlar başarılı bir şekilde eşleştikten sonra ikinci aşamada L-çerçeve yapısı çalışılmıştır. L-çerçevenin STY ile transfer fonksiyonları ANSYS'de sonlu elemanlar (SE) titreşim analizinden elde edilen impuls cevapları kullanılarak bulunmuştur. L-çerçevede üç farklı konuma yerleştirilen kütle dikkate alınmıştır. Kütle konumunun doğal frekanslara ve titreşim cevaplarına etkisi incelenmiştir.

Anahtar kelimeler: sistem tanımlama yöntemi, titreşim, sonlu elemanlar yöntemi

Abstract—Mathematical models of dynamic systems can be established via the system identification method (SIM) based on input and output signals. In the first part of the study, a two degree-of-freedom mechanical system, which can be analytically modeled, was considered. The transfer functions of the system were found via the SIM by using the impulse responses of the analytical system. A code was developed in MATLAB in order to study the SIM. In the second part, L-frame structure was studied after the results obtained with the SI and analytical methods were matched successfully. The transfer functions of L-frame were found via the SIM by using the impulse responses obtained from the finite element vibration analysis in ANSYS. A payload, which was placed three different locations in L-frame, was considered. Effects of the location of the payload to the natural frequencies and vibration responses were investigated.

Keywords: system identification method, vibration, finite element method

#### I. Giriş<sup>1</sup>

Dinamik sistemlerin modellenmesinde farklı yöntemler mevcuttur. Yapısal özellikleri tam bilinmeyen veya modellenemeyen sistemlerin matematiksel modellerini elde etmeye yönelik olarak sistem tanımlama yöntemi (STY) etkin bir yöntemdir. STY siyah ya da gri kutu modelini kullanıp girdi ve çıktı verilerine dayanarak dinamik bir sistemin matematiksel modelini tahmin etmeye çalışan yöntemdir. Gri kutu modelinde sisteme ait fiziksel özellikler ve deneysel veriler kullanılırken, siyah kutu modeli sadece sisteme ait deneysel verileri kullanır [1].

Literatürde, esnek manipülatörlerin, robotların ve farklı mekanik sistemlerin deneysel ve teorik dinamik modellerinin elde edilmesine yönelik çalışmalar mevcuttur [1, 2, 3]. Dobrzański ve Honysz [3] yaptıkları çalışmada iki algılayıcılı esnek bir kirişin titreşim verilerini kullanarak, beş farklı parametrik sistem tanımlama yöntemiyle elde edilen matematiksel modelleri karşılaştırmışlardır. Sethi ve Song [4,5] 2005 ve 2008 yılında yaptıkları çalışmalarda esnek bir kirişin matematiksel modelini çıkartmak için parametrik ve parametrik olmayan sistem tanımlama yöntemleri kullanmış daha sonra da elde edilen matematiksel modelden yararlanılarak kontrolcü tasarımı yapmışlardır. Afshari ve Nobahari [6] çalışmalarında esnek bir kirişin kesin ve doğru matematiksel modelini elde edebilmek amacıyla farklı sistem tanımlama yöntemleri kullanmıslardır.

2015 yılında yapılan bir calısmada alüminyum bir kirişin titreşimlerinin piezo aktüatör ile PID kontrolü ele alınmıştır. PID kontrolcü parametrelerinin belirlenmesi amacıyla otoregresif sistem tanımlama modeli kullanılarak sistemin matematiksel modeli elde edilmistir [7]. 2015 yılında yayınlanan başka bir makalede ise tek eksende dönen esnek bir manipülatör ve ters sarkaç için deneysel verilerden faydalanarak sistem tanımlama yöntemi uygulanmıştır. Bunun sonucunda kütle, eylemsizlik momenti, manipülatör kalınlığı gibi fiziksel parametrelerin bulunması amaçlanmıştır [8]. Altı serbestlik dereceli endüstriyel robot koluna ait atalet momentlerinin, yay kat sayılarının, sürtünme, sönüm katsayılarının bulunması ve sistemin esnekliğinin modellenmesi üzerine yapılan bir çalışma da mevcuttur [9].

Literatürde esnek mekanik sistemlerin titreşim kontrolü popüler çalışma konularındandır [10, 11]. Esnek manipülatörler, kirişler ve çerçeve yapılar esnek mekanik sistemlerin örneklerindendir. Bu yapılara aktif ve pasif kontrol yöntemleri uygulanabilmektedir. Kontrol probleminde çalışılan sistemin matematik modeline

<sup>\*</sup> levent.malgaca@deu.edu.tr

<sup>†</sup> ipek.samli@deu.edu.tr

ihtiyaç duyulur ve doğrusal sistemler için matematik model transfer fonksiyonu ile ifade edilir. Elde edilen transfer fonksiyonu değerlendirilerek açık sistem cevabı ve uygun denetleyici uygulanarak kapalı sistem cevabı elde edilir. Transfer fonksiyonu analitik olarak modellenebilen sistemlerde Laplace yöntemi ile elde edilebilirken karmaşık sistemlerde farklı yöntemler veya girdi ve dinamik cevaba dayanan bir yöntem olan STY ile elde de edilebilir. Yapılan çalışmalarda STY'de ağırlıklı olarak deneysel veriler kullanılmaktadır. Ancak deneysel veriler iyi örneklenmiş ve doğru toplanmış olsa dahi STY yönteminde doğrudan kullanılamamaktadır. Bunun için uygun süzgeçlerin seçimi gibi sinyal koşullandırma işlemlerine gereksinim duyulur [3, 8].

Bu çalışmada, L-çerçeve yapısının titreşim analizi STY ile ele alınmıştır. L-çerçevenin sonlu elemanlar modeli ANSYS\_V17.2 [10] programında kurulmuştur. Frekans analizi yapılarak yapının doğal frekansları ve titreşim biçimleri elde edilmiştir. L-çerçeveye iki impuls uyarı kuvveti uygulanmıştır. Kuvvetlerin uygulama noktaları ve şiddetleri ilk iki eğilme titreşim biçimini dikkate alarak düzlem içi titreşimleri elde edecek şekilde seçilmiştir. Burada ilk iki titreşim biçimini uyaracak şekilde girdilerin seçimi özgün yaklaşımdır. Bu girdilere titreşim cevapları elde edilmiştir. Girdiler ve sonlu elemanlar yöntemi (SEY) ile elde edilen zaman cevaplarına STY uygulanarak L çerçevenin transfer fonksiyonları elde edilmiştir. STY ve SEY ile elde edilen titresim cevapları karsılastırılmıştır. Burada sunulan titreşim sonuçları açık sistem cevapları olarak değerlendirilebilir. STY için Matlab®/2016b [11, 12] programında bir yazılım geliştirilmiştir. STY için geliştirilen yazılımın başarısını ve güvenilirliğini test etmek için öncelikle analitik olarak modellenebilen ve kesin transfer fonksiyonları bilinen iki serbestlik dereceli kütle-amortisör-yay sistemi ele alınmıştır. STY ve analitik yöntem ile elde edilen transfer fonksiyonları çok iyi eşleşmiştir.

#### II. İki Serbestlik Dereceli Mekanik Sistem

Çalışmanın ilk bölümünde ele alınan iki serbestlik dereceli kütle-amortisör-yay sistemi ve sayısal değerleri Şekil 1'de gösterilmiştir. Mekanik sistemde  $f_1(t)$  ve  $f_2(t)$  dış kuvvetleri göstermektedir.  $x_1(t)$  ve  $x_2(t)$  ise sırasıyla  $m_1$  ve  $m_2$  kütlelerine ait genel koordinatlardır.



Şekil. 1. İki serbestlik dereceli sistem, (m<sub>1</sub>=3 kg, m<sub>2</sub>=4 kg, k<sub>1</sub>=10000 N/m, k<sub>2</sub>=20000 N/m, c<sub>1</sub>=40Ns/m, c<sub>2</sub>=30 Ns/m).

Çok serbestlik dereceli titreşim sistemi için hareket denklemi Denklem 1'de verilmiştir.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} = \mathbf{f} \tag{1}$$

Burada M, C, K sırasıyla kütle, sönüm, rijitlik matrisleri, f ise dış kuvvet vektörüdür. Şekil 1'de gösterilen dinamik sisteme ait matrisler aşağıdaki gibi bulunmuştur.

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{m}_{2} \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{c}_{1} + \mathbf{c}_{2} & -\mathbf{c}_{2} \\ -\mathbf{c}_{2} & \mathbf{c}_{2} \end{bmatrix},$$
$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{1} + \mathbf{k}_{2} & -\mathbf{k}_{2} \\ -\mathbf{k}_{2} & \mathbf{k}_{2} \end{bmatrix}$$
(2)

Analitik çözüm Laplace dönüşümü yöntemi ile Denklem 3'de verildiği gibi gerçekleştirilmiştir.

$$\mathbf{X}(s) = \mathbf{H}(s)\mathbf{F}(s) \tag{3}$$

Burada  $\mathbf{X}(s)$  ve  $\mathbf{F}(s)$  sırasıyla  $\mathbf{x}(t)$  ve  $\mathbf{f}(t)$ 'nin Laplace dönüşümleridir.  $\mathbf{H}(s)$  ise 2x2 boyutlu kare transfer fonksiyonu matrisidir.  $H_{ij}(s)$   $\mathbf{H}(s)$ 'nin i nolu satır j nolu sütun elemanıdır. Transfer fonksiyonu matrisi analitik olarak Denklem 4 ile bulunmuştur.

$$\mathbf{H}(s) = [s^2 \mathbf{M} + s \mathbf{C} + \mathbf{K}]^{-1}$$
(4)

Denklem 4'te sayısal değerler kullanılarak dinamik sisteme ait dört transfer fonksiyonu hesaplanmıştır. Burada örnek olarak  $F_1(s)$ 'den  $X_2(s)$ 'e olan  $H_{21}(s)$  ve  $F_2(s)$ 'den  $X_2(s)$ 'e olan  $H_{22}(s)$  transfer fonksiyonları bulunmuştur.

$$H_{21}(s) = \frac{6s + 4000}{D(s)}$$
(5)

$$H_{22}(s) = \frac{3s^2 + 70s + 30000}{D(s)}$$
(6)

$$D(s) = 3s^4 + 88s^3 + 42240s^2 + 220000s + 40000000$$

Denklem 6'da verilen karakteristik denklemlerden özdeğerler hesaplanmıştır. Bu özdeğerlerden iki doğal frekans sırasıyla 5.1053 Hz, 18.1171 Hz olarak bulunmuştur. Denklem 5 ve 6'daki transfer fonksiyonları ile ters Laplace dönüşümü kullanılarak m<sub>1</sub> ve m<sub>2</sub> kütlelerine ait impuls girdiye ait titreşim cevapları analitik olarak hesaplanmıştır. Ters Laplace dönüşüm ile elde edilen zaman cevapları Denklem 7 ve 8'de verilmistir.

$$\begin{array}{l} x_1(t) = 0.0032 e^{-12.858t} \cos(113.1048t - 0.0008) \\ + 0.0061 e^{-1.8086t} \cos(32.0264t - 3.1867) \end{array} (7)$$

Σ

$$\begin{array}{c} (1) = 0.0032e^{-12.858t}\cos(113.1048t-0.1598) \\ + 0.0270e^{-1.8086t}\cos(32.0264t-3.1418) \end{array}$$
(8)

Sistemlerin girdi ve zaman cevaplarına dayalı STY ile transfer fonksiyonları elde edilebilir. Burada STY kısaca özetlenmiştir. STY'de problem dikkate alınan dinamik sistem için ayrık zamanlı girdi çıktı verisinden  $\{u(t_k),y(t_k)\}$  aşağıdaki gibi sürekli bir transfer fonksiyonu bulmaktır [13, 14].

$$y(t) = G(p)u(t)$$
  

$$G(s) = \frac{b_0 s^m + b_1 s^{m-1} + \dots + b_m}{s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_n}$$
(9)

Burada u(t) zamana bağlı girdi, y(t) ise zaman cevabıdır. G ise çoklu-giriş çoklu-çıkış (MIMO) transfer fonksiyonunu temsil etmektedir. Bu çalışmada sürekli sistem transfer fonksiyonu elde etmek için MATLAB komutu "iddata" kullanılmıştır [12]. Bu komut için girdi ve çıktının zamana bağlı örneklerinin, örnekleme frekansının, hesaplanacak transfer fonksiyonunun pay ve payda derecelerinin tanımlanması gereklidir.

Örnekleme frekansının, pay ve payda derecelerinin seçimi gibi parametreler sonuçları etkilemektedir. Örnekleme frekansı deneysel bir çalışmada Nyquist kriterine dikkat edilerek seçilebilir [15]. Hesaplanacak transfer fonksiyonunun pay ve payda dereceleri gelişigüzel değerlendirilerek sonuçların eşleşmesi mümkün olabilmektedir. Ancak bu durum fiziksel sistem için gerçekte açıklanamayabilir. Bu çalışmada STY ile pay ve payda derecelerinin seçimini doğru yorumlamak için yukarıda açıklanan analitik sistem dikkate alınmıştır. Buradaki teorik çalışmada örnekleme frekansı dikkate alınan doğal frekansın belirlediği zaman adımından faydalanılarak aşağıdaki denklem ile hesaplanır.

$$\Delta t = 1/f_{n2}/20, f_s = 1/\Delta t$$
 (10)

Burada  $\Delta t$  zaman adımı, f<sub>s</sub> ise örnekleme zamanıdır. Analitik sistemin impuls cevaplarından H<sub>11</sub>(s), H<sub>12</sub>(s), H<sub>21</sub>(s) ve H<sub>22</sub>(s) transfer fonksiyonları STY ile hesaplanmıştır. Burada, H<sub>11</sub>(s) f<sub>1</sub>(t)'den x<sub>1</sub>(t)'ye, H<sub>12</sub>(s) f<sub>2</sub>(t)'den x<sub>1</sub>(t)'ye, H<sub>21</sub>(s) f<sub>1</sub>(t)'den x<sub>2</sub>(t)'ye, H<sub>22</sub>(s) f<sub>2</sub>(t)'den x<sub>2</sub>(t)'ye olan transfer fonksiyonlarıdır. STY ile elde edilen transfer fonksiyonları Denklem (5) ve (6) da verildiği gibi analitik sonuçlarla % 100 eşleşmiştir.

Şekil 1'deki mekanik sistemin analitik ve STY ile elde edilen impuls cevapları Şekil 2'de gösterilmiştir. Şekil 2'deki titreşim sonuçları karşılaştırıldığında sonuçların uyumlu olduğu gözlemlenmiştir.



#### III. L-Çerçeve

STY için geliştirilen yazılımın başarısı analitik sonuçlarla karşılaştırıldıktan sonra L-çerçevenin titreşim analizi ele alınmıştır. Çalışmada dikkate alınan L-çerçeve Şekil 3'de gösterilmiştir.

Çalışmada kullanılan L-çerçeve, L<sub>1</sub>= 600 mm ve L<sub>2</sub> = 800 mm boyutlarında, dikey ve yatay yönde, kare profilli iki kirişin birleşiminden oluşmaktadır. Kare profilin kesit boyutları 40x40x2 mm ve kirişlerin malzemesi alüminyum seçilmiştir. Sistemde A ve D noktalarına düşey yönde  $f_A(t)$  ve yatay yönde  $f_D(t)$  kuvvetleri uygulanırken, y<sub>1</sub>(t) ve y<sub>2</sub>(t) ise kirişin A ve C noktalarına karşılık gelen sırasıyla uç ve kök noktanın cevaplarının alındığı noktalardır.  $f_D(t)$  kuvveti dikey kirişin orta noktasından uygulanır. Ayrıca C, B ve A sistemde kütle etkisinin incelenmesi amacıyla L-çerçevede yatay kirişin kök, orta ve uç noktalarını temsil eder. Çalışmada dikkate alınan kütle değeri 5 kg'dır.



Şekil 3'te gösterilen sistemin SE modeli ANSYS programında kurulmuştur. L-çerçevenin SE modelinde kiriş olarak BEAM44 eleman tipi kullanılmıştır. Bu eleman tipi ile L-cercevenin düzlem ici ve düzlem dısı titreşimleri çalışılabilirmiştir. Modellemede öncelikle çizgi modeli oluşturulmuş daha sonra bu çizgilere kesit ataması yapılarak ağ örme işlemi ile SE modeli elde edilmiştir. L-çerçevede dikey kirişin alt noktasına ankastre sınır şartı uygulanmıştır.

Model kurulduktan sonra frekans analizi yapılarak kütlenin A, B ve C noktasındaki durumuna göre Lçerçevenin doğal frekansları elde edilmiştir. 3 farklı durum için L-çerçeveye ait ilk dört sönümsüz doğal frekans Tablo 1'de gösterilmiştir.

Kütlenin konumu uç noktaya yaklaştıkça sistemin doğal frekanslarını önemli ölçüde etkilediği ve sistemi daha esnek hale getirdiği gözlemlenmiştir.

Frekans analizi titreşim analizi için önemli bilgiler sağlamaktadır. Zorlanmış titreşim analizi için sistemin titreşim biçimlerinin dikkatli bir şekilde incelenmesi ve gerekmektedir. Tablodaki irdelenmesi sonuclar incelendiğinde birinci ve üçüncü doğal frekansların düzlem dışı, ikinci ve dördüncü doğal frekansların düzlem içi olduğu görülmektedir. Bu çalışmada düzlem içi titreşim cevapları çalışılmıştır. Buna göre düzlem içi ilk iki eğilme titreşim biçimleri Şekil 4'te gösterilmiştir.

| Sönümsüz<br>Doğal Frekanslar | Kütle konumu |        |        | Titreşim biçimi            |
|------------------------------|--------------|--------|--------|----------------------------|
| (Hz)                         | Α            | В      | С      |                            |
| f <sub>n1</sub>              | 5.2242       | 9.0087 | 15.407 | Düzlem dışı<br>(z yönünde) |
| $\mathbf{f}_{n2}$            | 6.3511       | 10.906 | 16.102 | Düzlem içi<br>(y yönünde)  |
| f <sub>n3</sub>              | 22.329       | 27.002 | 22.372 | Düzlem dışı<br>(z yönünde) |
| $\mathbf{f_{n4}}$            | 25.747       | 31.542 | 52.843 | Düzlem içi<br>(y yönünde)  |

TABLO 1. Sönümsüz doğal frekanslar



Zorlanmış titreşim analizinde y yönündeki iki titreşim biçimi dikkate alınmıştır. Dikkate alınan titreşim biçimine karşılık gelen doğal frekans zaman adımını belirlemektedir. Buna göre SE titreşim analizlerinde zaman adımı  $\Delta t=1/f_4/20$  formülü ile hesaplanmıştır. Analiz süresi 1 saniye alınmıştır. Sönümlü titreşim cevapları elde etmek için Rayleigh sönümü katsayıları  $\alpha$ =1e-3 ve  $\beta$ =5e-4 olarak tanımlanmıştır. İmpuls girdilerin şiddetleri f<sub>A</sub>(t)=5 N, f<sub>D</sub>(t)=150 N olarak seçilmiştir. Burada kuvvetlerin yönü, konumu ve şiddetleri titreşim biçimlerine dayanarak belirlenmiştir.

STY ile L-çerçeveye ait transfer fonksiyonlarını elde etmek için sistemin impuls cevaplarına gereksinim duyulmaktadır. Burada Denklem 3'te belirtildiği gibi transfer fonksiyonu matrisi bu kez L-çerçeve için elde edilmiştir. Transfer fonksiyonu ilişkileri Şekil 5'te gösterilmiştir.





Burada,  $G_{11}(s)$   $F_A(s)$ 'den  $Y_1(s)$ 'e,  $G_{12}(s)$   $F_D(s)$ 'den  $Y_1(s)$ 'e,  $G_{21}(s)$   $F_A(s)$ 'den  $Y_2(s)$ 'e,  $G_{22}(s)$   $F_D(s)$ 'den Y<sub>2</sub>(s)'e olan transfer fonksiyonlarını belirtmektedir. Örneğin G12(s) transfer fonksiyonunu bulmak için D
noktasındaki impuls girdi ve A noktasındaki titreşim cevabı gereklidir. A noktasına ait titreşim cevabı ANSYS programında elde edilmiştir. İmpuls girdi ve A noktasının titreşim cevabının örnekleri STY yazılımında değerlendirilerek G<sub>12</sub>(s) transfer fonksiyonu Denklem 11'deki gibi bulunmuştur.

$$G_{12}(s) = \frac{-0.001205s^2 + 0.3713s + 142.6}{s^4 + 13.88s^3 + 2.739e04s^2 + 4.172e04s + 4.102e07}$$
(11)

Kütle A noktasındayken SEY ve STY ile elde edilen transfer fonksiyonu  $G_{12}(s)$  kullanılarak bulunan titreşim cevapları Şekil 6'da gösterilmiştir.

G(s) matrisinde yer alan dört transfer fonksiyonu yukarıda anlatıldığı gibi hesaplanmıştır. G(s) matrisi kütlenin konumuna göre değişmektedir. Buna göre bu çalışmada üç farklı kütle konumu dikkate alındığı için üç farklı G(s) matrisi hesaplanmıştır. Tüm G(s) matrisleri hesaplandıktan sonra A ve D noktalarındaki impuls kuvvetleri aynı anda uygulandığında titreşim cevapları elde edilmiştir.





Şekil. 7. B noktasındaki titreşim cevapları (a) y<sub>1</sub>(t), (b) y<sub>2</sub>(t)

|                 |                    |            | SEY         |            |            | STY         |            |  |
|-----------------|--------------------|------------|-------------|------------|------------|-------------|------------|--|
| Kütle<br>konumu | Çıktı              | Max (m)    | Min (m)     | Rms (m)    | Max (m)    | Min (m)     | Rms (m)    |  |
|                 | y <sub>1</sub> (t) | 0.0667     | -0.0732     | 0.0390     | 0.0668     | -0.0729     | 0.0390     |  |
| А               | y <sub>2</sub> (t) | 1.0122e-04 | -8.8695e-05 | 1.5278e-05 | 3.8687e-05 | -4.3380e-05 | 9.6831e-06 |  |
|                 | y <sub>1</sub> (t) | 0.1387     | -0.1654     | 0.0545     | 0.1378     | -0.1628     | 0.0557     |  |
| В               | y <sub>2</sub> (t) | 3.4682e-04 | -1.8257e-04 | 3.2144e-05 | 7.9856e-05 | -9.6468e-05 | 1.8287e-05 |  |
|                 | y1(t)              | 0.1625     | -0.2167     | 0.0550     | 0.1528     | -0.1665     | 0.0586     |  |
| С               | y <sub>2</sub> (t) | 1.2266e-04 | -8.8469e-05 | 1.1194e-05 | 6.6741e-05 | -7.6849e-05 | 9.5482e-06 |  |

TABLO 2. SEY ve STY titreşim sonuçları

Örnek olarak kütlenin ortada olduğu B konumu için elde edilen titreşim cevapları Şekil 7'de gösterilmiştir.

Şekil 7'de görüldüğü gibi iki farklı yöntemden elde edilen titreşim cevaplarının iyi eşleştiği gözlemlenmiştir. Kütlenin diğer konumları için de benzer titreşim cevapları elde edilmiş ve sonuçların iyi eşleştiği gözlemlenmiştir. Her iki yöntem kullanılarak elde edilen titreşim cevaplarının analizi, sinyallerin maksimum, minimum ve RMS değerleri değerlendirilerek Tablo 2'de verilmiştir.

Kütlenin konumunun titreşim sonuçlarını önemli ölçüde etkilediği gözlemlenmiştir. Kütle C'de iken titreşim seviyelerinin en yüksek olduğu durumdur. RMS titreşim sinyalinin enerjisini gösterir ve Denklem 12'deki formülle hesaplanabilir.

$$x_{\rm rms} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} {x_i}^2}$$
(12)

Her iki yöntem için RMS değerleri değerlendirildiğinde sonuçların birbirine oldukça yakın olduğu görülür. Uç noktadaki RMS değerlerinin köktekine göre daha iyi eşleştiği söylenebilir.

#### IV. Sonuçlar

STY ile farklı dinamik sistemlerin transfer fonksiyonları girdi ve çıktı sinyallerine dayalı olarak bulunabilir. Yapılan çalışmada iki serbestlik dereceli mekanik sistem ve L-çerçevenin transfer fonksiyonları STY ile bulunmuştur. İlk aşamada iki serbestlik dereceli mekanik sistemin STY için gerekli titreşim cevapları analitik yöntemden elde edilmiştir. STY için MATLAB'de bir yazılım geliştirilirmiştir. Buradaki yazılım ile başarılı sonuçlar elde edildikten sonra Lçerçeve ele alınmıştır. İkinci aşamada, L-çerçevenin STY ile transfer fonksiyonları ANSYS'de SEY ile elde edilen impuls cevaplarına göre bulunmuştur. SEY ve STY ile elde edilen titreşim sonuçlarının uyumlu olduğu gözlenmiştir. Kütle uç konumdayken frekansların ve titreşim seviyelerinin azaldığı gözlenmiştir. Burada ele alınan STY yönteminin ileride deneysel çalışmalarla farklı sistemlere uygulanması desteklenmesi ve hedeflenmektedir.

#### Kaynakça

- Ljung, L. System identification toolbox—user's guide. Sherborn,MA, USA: The MathWorks Inc,2000
- [2] Yousefi-Koma A., Zimcik D., Mander A. Experimental and theoretical system identification of flexible structures with piezoelectric actuators. 24th International Congress of the Aeronautical Sciences
- [3] Dobrzański L.A., Honysz R., Fassois S. On the identification of composite beam dynamics based upon experimental data. Journal of Achievements in Materials and Manufacturing Engineering, Volume 16 Issue 1-2 May-June 2006

- [4] Sethi V., Song G. Multimodal vibration control of a flexible structure using piezoceramic sensor and actuator. Journal of IntelligentMaterial Systems and Structures, vol. 19,no. 5, pp. 573– 582, 2008.
- [5] Sethi V., Song G. Multimodal vibration control of a flexible structure using piezoceramics. Proceedings of the 2005 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics Monterey, California, USA, 24-28 July, 2005
- [6] Afshari S. S., Nobahari H., Kordkheili S. A. H., Experimental parametric identification of a flexible beam using piezoelectric sensors and actuators. Hindawi Publishing Corporation Shock and Vibration Volume 2014
- [7] Saad M. S. Jamaluddin H., Darus I. Z. M. Active vibration control of a flexible beam using system identification and controller tuning by evolutionary algorithm. Journal of Vibration and Control 2015, Vol. 21(10) 2027–2042
- [8] Tarvirdizadeh B. Khanmirza E., Ebrahimi M., Kalhor A., Vakilipour S. An efficient numerical and experimental system identification approach for a flexible mannipulator. Engineering Computations, Vol. 32 Iss 8 pp. 2467 – 2490
- [9] Östring M. Gunnarsson S., Norrlöf M. Closed-loop identification of an industrial robot containing flexibilities. Control Engineering Practice 11 (2003) 291–300
- [10] Malgaca L., Yavuz Ş., Akdağ M., Karagülle H. Residual vibration control of a single-link flexible curved manipulator. Simulation Modelling Practice and Theory 67 (2016) 155–170.
- [11]Yavuz Ş., Malgaca L., Karagülle H. Vibration control of a singlelink flexible composite manipulator. Composite Structures 140 (2016) 684–691.
- [12] ANSYS Software, ANSYS. Inc. (www.ansys.com).
- [13]MATLAB Software. The MathWorks Inc. (www.mathworks.com/products/matlab.html).
- [14] MATLAB System identification toolbox. The MathWorks Inc. (www.mathworks.com/products/sysid.html)
- [15] Garnier H., Mensler M., Richard A. Continuous-time model identification from sampled data: implementation issues and performance evaluation. International Journal of Control, 2003, Vol. 76, Issue 13, pp 1337–1357.
- [16] Ljung, L. Experiments with identification of continuous-time models. Proceedings of the 15th IFAC Symposium on System Identification. 2009.
- [17] İlk H. G., Jane O. Uygulamalı sinyal işleme. Ankara Üniversitesi Yayın evi. 2016

## Milli Savunma Sistemlerinde Çevik Sistem Mühendisliği

A. Güray PEHLİVANOĞLU<sup>\*</sup> TÜBİTAK SAGE Ankara

Özet—Temelde savunma sistemlerinin ihtiyaçlarından ortaya çıkan Sistem Mühendisliği, 1930'lu yıllardan beri karmaşık sistemlerin geliştirilebilmesi için başarıyla uygulanmaktadır. "Klasik" olarak adlandırılabilecek bu Sistem Mühendisliği faaliyetlerinin çerçevesi, 1960'lı yıllardan itibaren çeşitli askeri veya sivil standartlar ile çizilmiştir. İlerleyen dönemde sistem özelliklerinin giderek artması ve müşteri isteklerinin daha baskın hale gelmesiyle birlikte 2000'li yıllardan sonra Sistem Mühendisliği'nde yeni bazı arayışlara gidilmiştir. Sistem geliştirme sırasında ortaya çıkan beklenmedik değişiklikleri daha hızlı ve etkili bir şekilde ele almayı amaçlayan Çevik Sistem Mühendisliği bunlardan biridir. Bu bildiride, Çevik Sistem Mühendisliği Klasik Sistem Mühendisliği ile karşılaştırmalı olarak incelenmekte, avantaj ile dezavantajları ortaya konmakta ve çevik yöntemin milli savunma sanayimiz için hangi durumlarda kullanılmasının en etkin sonucu vereceği açıklanmaktadır.

# Anahtar kelimeler: Klasik Sistem Mühendisliği, Çevik Sistem Mühendisliği

Abstract—Systems Engineering, basically originated from the needs of defense systems, has been being successfully applied for the development of complex systems since 1930s. The boundary of this "Traditional" Systems Engineering activities has been being drawn by various military or civil standards since 1960s. Some new searches in the Systems Engineering have been done after 2000s together with the increase in system specs and more dominant customer needs. Agile Systems Engineering, aiming to handle the unexpected changes during the system development in a faster and more effective way, is one of them. In this paper, the Agile Systems Engineering is studied in comparison with the Conventional Systems Engineering, advantages and disadvantages are presented, and it is explained in which cases using the agile method gives the most efficient results for our national defense industry.

Keywords: Traditional Systems Engineering, Agile Systems Engineering

#### I Giriş

Savunma sanayii dünyada mevcut pek çok teknolojinin ve bilim dalının oluşmasına öncülük etmiştir. Çok eskiden kullanılan ve günümüzde ilkel olarak tanımlanabilecek savunma sistemleri zaman içerisinde gitgide daha karmaşık hale gelmiştir. Sistemlerin artan mekanik, elektronik ve yazılım karmaşasını sistematik olarak çözebilmek ve projeleri zamanında, bütçesi içerisinde ve müşteri isteklerini karşılar şekilde tamamlayabilmek için 1930'lu yıllardan itibaren sistem geliştirme faaliyetleri "Sistem Mühendisliği" denen yeni bir alan ile kontrol altına alınmaya başlanmıştır.

Mühendisliği'nin bir Sistem disiplin olarak uvgulanması 1937 yılında İngiltere tarafından bir hava savunma sisteminin analiz edilebilmesi için çok disiplinli bir takım kurulmasıyla başlamıştır. Sistem Mühendisliği ile ilgili ilk standart ise 1969 yılında yayınlanan MIL-STD-499 (Engineering Management Military Standard) olmuştur. 1990 yılında kurulan NCOSE (National Council on Systems Engineering), 1995 yılında uluslararası bir kimliğe bürünerek INCOSE (International Council on Systems Engineering) halini almıştır. 2002 yılında Sistem Mühendisliği kavramlarının detaylı olarak açıklandığı ISO/IEC 15288 (Systems and Software Engineering-System Life Cycle Processes) standardının yayınlanması ise Sistem Mühendisliği'nin ayrı bir disiplin olarak tanınmasını sağlamıstır [1].

Sistem Mühendisliği disiplininin ortaya çıkmasından itibaren uygulanan Sistem Mühendisliği esaslarının çerçevesi, çeşitli standartlar aracılığıyla tanımlanmıştır. Bu standartlar, geliştirilen sistemin ömür döngüsü boyunca uygulanması gereken Sistem Mühendisliği süreçlerini tanımlamaktadır. Sistemin kavramsal tasarımından imhasına kadar tüm ömür döngüsünü detaylı olarak kontrol altına alan bu süreçler Klasik Sistem Mühendisliği kavramı içinde ele alınmaktadır.

Diğer taraftan, 2000'li yıllardan sonra teknolojideki hızlı gelişmelere bağlı olarak sistemlerin daha karmaşık hale gelmesi ve artan müşteri baskısı ile daha kısa sürede ve daha az maliyetle geliştirilmek istenmesi neticesinde sistem geliştirme yöntemlerinde bazı yeni arayışlara gidilmiştir. Bu kapsamda, sistemlerin başarılı bir şekilde geliştirilmesini detaylı ve ağır süreçler ile garanti altına alan Klasik Sistem Mühendisliği'ne alternatif olarak, sistemlerin daha çabuk ve müşteri ihtiyaçları daha ön planda tutularak geliştirilmesini sağlayan, fakat bunları klasik süreçlerden bazı ödünler vererek yapan Çevik Sistem Mühendisliği kavramı ortaya atılmıştır.

Bu bildiride, ilk olarak Klasik Sistem Mühendisliği'nin ve Çevik Sistem Mühendisliği'nin esasları özet olarak sunulmakta, daha sonra bunlar karşılaştırılmakta, son olarak da milli savunma sanayimiz için hangi yöntemin uygulanmasının en etkili sonucu vereceği açıklanmaktadır.

<sup>\*</sup> guray.pehlivanoglu@tubitak.gov.tr

#### II. Klasik Sistem Mühendisliği

Geçmişten günümüze kullanılagelen Klasik Sistem Mühendisliği en basit şekilde Vee modeli ile açıklanabilir (Şekil 1) [1].



Kısaca açıklamak gerekirse, Vee modelinin sol kolu tasarımlara, sağ kolu ise doğrulamalara karşılık gelmektedir. Buna göre, sol kolun en üst kısmında sistem tasarımı yapılmaktadır. Bu adım Kavramsal Tasarım Süreci'ni gerektirmektedir. Kavramsal tasarım esnasında ilk olarak geliştirilecek sistemin gereksinimlerinin net olarak ortaya konması ve bunlar üzerinde müşteri ile mutabık kalınması sağlanmaktadır. Bu iş Sistem Gereksinimleri Gözden Geçirme faaliyeti ile gerçekleştirilmektedir. Daha sonra, belirlenen sistem öngörülen gereksinimlerini sağlayacağı sistem alternatifleri çıkarılarak bu alternatifler arasında bir getiri-götürü çalışması yapılmaktadır. Bu çalışmanın sonunda sistem gereksinimlerini en iyi şekilde sağlayacağı ortaya çıkan sistem seçilerek Kavramsal Tasarım Süreci tamamlanmaktadır. Kavramsal tasarımın sonunda Sistem Tasarımı Gözden Geçirme yapılarak, belirlenen sistem seçeneği üzerinde müşteri ile mutabık kalınmaktadır.

Vee modelinin sol kolu üzerinde aşağıya doğru ilerlendikçe, seçilen sistem kavramı üzerinden üst seviye sistem bilesenlerinin (alt sistemlerin) belirlendiği ve bunların tasarlandığı görülmektedir. Geliştirme döngüsünün bu aşaması Ön Tasarım olarak isimlendirilmektedir. Ön Tasarım Süreci'ne göre üst seviye alt sistemlerin gereksinimleri netleştirilmekte ve buna göre alt sistem tasarımları yapılmaktadır. Aslında Ön Tasarım Süreci kendi içinde bazı durumlarda Kavramsal Tasarım Süreci'ni de barındırabilmektedir. Buna göre bazı durumlarda, gerçeklenecek alt sistem için alt sistem gereksinimleri tanımlandıktan sonra, aynı sistemde yapıldığı gibi alt sistem alternatifleri ortaya konarak bu alternatifler arasında bir getiri-götürü faaliyeti yürütülmekte ve en iyi alternatif seçilmektedir. Ancak çoğu zaman alt sistem için seçenek tek olduğundan gereksinimler belirlendikten sonra doğrudan tasarıma başlanmaktadır. Alt sistem tasarımlarının neticelendirildiği bu aşamanın sonunda yapılan Ön Tasarım Gözden Geçirme sayesinde müşteri ile alt sistemler düzeyinde mutabakat sağlanmaktadır.

Vee modelinin sol kolunun en alt ucunda ise, bir üst adımda belirlenen üst seviye alt sistemlerin altında yer alan bileşenler için benzer gereksinim belirleme ve tasarım faaliyetleri gerçekleştirilmektedir. Bir üst adımda alt sistemler için yapılan tüm faaliyetler bu adımdaki bileşenleri için de geçerlidir. Sistemin en alt düzeyindeki bileşenleri için yapılan bu tasarım faaliyetleri Ayrıntılı Tasarım Süreci olarak adlandırılmaktadır. Bileşen tasarımlarının neticelendirildiği bu aşamanın sonunda yapılan Kritik Tasarım Gözden Geçirme sayesinde, müşteri ile sistem, alt sistemler ve bileşenler için yapılan tüm tasarımlar üzerinde mutabakat sağlanmaktadır.

Fakat müşterinin sistemin, alt sistemlerin ve bileşenlerin neler olduğunu görerek üst seviyeden de olsa bunların tasarımları hakkında bilgi sahibi olması bunları kabul ettiği veya edeceği anlamına gelmemektedir. Müşteri kabulü ancak bileşenler, alt sistemler ve sistem seviyesinde tanımlanan gereksinimlerin doğrulanması ile gerçekleşebilmektedir. İç müşteri, yani kuruluşun kendi kalite temsilcileri eşliğinde yapılan doğrulamalar ile dış müşteri eşliğinde yapılan geçerlemeler Vee modelinin sağ kolu üzerinde tanımlanmaktadır. Kısacası, Vee modelinin sağ kolu üzerinde aşağıdan yukarıya doğru bileşenler, alt sistemler ve sistem bütünlenmekte, doğrulanmakta ve geçerlenmektedir.

Buna göre, Vee modelinin sol kolu üzerinde yukarıdan aşağıya doğru tasarlanan sistem, alt sistemler ve bileşenler için modelin sağ kolu üzerinde aşağıdan yukarıya doğru entegrasyon, doğrulama ve geçerleme faaliyetleri yapılmaktadır. Vee modelinin sağ kolu üzerindeki bu faaliyetler Sistem Doğrulama ve Geçerleme Süreci altında ele alınmaktadır.

Yukarıda sadece ana hatlarıyla belirtilen ve Klasik Sistem Mühendisliği disiplini altında ele alınan bu ana faaliyetler bir sistemin başarılı olarak geliştirilebilmesi için hayati önem taşımaktadır. Fakat risk yönetimi, konfigürasyon yönetimi, teknik başarım izleme, özel mühendislik gibi destek süreçlerle birlikte tüm bu çalışmalar, aslında ağır bir dokümantasyon yani belgeleme yükünü de beraberinde getirmektedir.

Klasik Sistem Mühendislīği'nin en belirgin özelliklerinden birisi, müşterinin sadece belirli aşamaların sonunda yapılan gözden geçirme faaliyetleri ve ürün geçerlemeleri sırasında geliştirme döngüsüne dahil olmasıdır.

#### III. Çevik Sistem Mühendisliği [2], [3]

Vee modeline benzer olarak, çevik geliştirme modeli de ürünün ömür döngüsü veya geliştirme aşamalarının başlangıç, bitiş ve bunlar arasındaki süreç faaliyetlerinin tanımlanmasında kullanılmaktadır. Çevik Sistem

Mühendisliği'nin amacı, adından da anlaşılabileceği gibi daha hızlı ve daha iyi sistemler geliştirilebilmesinin sağlanmasıdır. Aslında Çevik Sistem Mühendisliği, sistem geliştirme faaliyetleri için bir değişiklik yönetimi ortamı sunmaktadır. Sistem üzerinde yapılacak değişiklikler ile elde edilecek yetenek, süre ve maliyet kazanımlarının, Klasik Sistem Mühendisliği'nde yer alan bazı geliştirme adımlarının atlanmasından kaynaklanacak risklere değecek mertebede olması gerekmektedir. Buna göre, kabul edilebilir riskler olduğu değerlendirildiğinde, ardışık geliştirme adımlarından bazıları atlanarak esnek bir geliştirme ortamı sağlanabilmektedir.

Bir kuruluşta, müşteri memnuniyetinden ödün verilmeksizin Çevik Sistem Mühendisliği ortamı oluşturulabilmesi için aşağıdaki hususlara dikkat edilmesi gerekmektedir.

- Çevik Sistem Mühendisliği, ilgili kuruluşta Sistem Mühendisliği süreçleri olmaması anlamına gelmemektedir. Yani Çevik Sistem Mühendisliği süreçlere değil, kötü ve gereksiz süreçlere karşıdır. Bu yöntemde, işin yapılmasını sağlayacak en az sayıdaki ve içerikteki sürecin tanımlı olması gereklidir. Diğer taraftan, Çevik Sistem Mühendisliği'nde kurallarının kağıt üzerinde yazılmasından ziyade, işi yapacak takım tarafından benimsenmesi ve uygulanması esastır.
- 2. Proje en az kesinti ve eleman değişimi ile mümkün olduğunca hızlı ilerletilmelidir. Projeyi daha da hızlandırabilmek için ele geçen tüm fırsatlar değerlendirilmeli, katma değeri olmayan tüm faaliyetler proje dışında tutulmalıdır.
- Projeye dahil olan tüm paydaşlar elektronik ve gerektiğinde fiziksel olarak ulaşılabilir olmalıdır.
- Belgelerin mümkün olduğunca elektronik ortamda ve otomatik olarak oluşturulması sağlanmalıdır.
- 5. Geliştirme faaliyetleri üzerindeki mihenk taşları yani karar noktaları (İng. decision gates) olarak yer alan anaçizgiler (İng. baselines) ve anaçizgileri takiben uygulanan değişiklik yönetimi, formal ve bürokratik işlemlerden ziyade basit bir "el sıkışma", yani "söz ver, sözünü tut" şeklinde olmalıdır.
- Fırsatların belirlenmesi ve proje riskinin azaltılması için müşteri ile çok sıkı bir işbirliği tesis edilmelidir. Müşteri önerileri hızlıca değerlendirilerek gerekirse uygulanmalıdır.
- Proje çalışanlarında yüksek sorumluluk bilinci olmalıdır. Projede çalışan herhangi bir kişi, proje ile ilgili özellikle de kalite ve performansı ilgilendiren bir sorun tespit ederse, bunu derhal o sorunu çözmesi en muhtemel kişiye iletmelidir. Proje çalışanlarında "bu benim işim değil" yaklaşımı olmamalıdır.

Çevik Sistem Mühendisliği'nin temel prensipleri aşağıdaki gibi özetlenebilir:

- 1. Projedeki en yüksek motivasyon, erken ürün teslimatı ile müşteri memnuniyetinin sağlanması olmalıdır.
- Geliştirme aşamasının sonlarında dahi olsa değişen gereksinimler ters karşılanmamalıdır. Gereksinim değişikliklerinin kaçınılmaz olduğu ve geliştirilen ürünün daha rekabetçi olmasını sağlayacağı kabul edilmelidir. Buna bağlı olarak kararlar mümkün olan en geç aşamaya kadar ertelenmelidir.
- Hızlı ilerlemeye paralel olarak, çalışan sistem bileşenleri ortaya çıktıkça müşteri ile paylaşılmalı ve geri bildirimleri mümkün olduğunca ürüne yansıtılmalıdır. Bu küçük döngülerle ürünün değeri artırılmalıdır.
- Kuruluş içindeki iş geliştirici ve tasarımcı ekipler tüm proje boyunca sıkı bir birliktelik içinde çalışmalıdır.
- 5. Projede motivasyonu yüksek çalışanlar tercih edilmelidir. Bu kişiler için uygun geliştirme ortamı sağlanmalı ve işi yapmaları konusunda kendilerine güven duyulmalıdır.
- 6. Projedeki en etkili bilgi paylaşımı yönteminin yüz yüze konuşma olduğu unutulmamalıdır.
- Projedeki gelişmenin temel ölçütü çalışan sistem bileşenlerinin ortaya çıkması olmalıdır. Bütünleme ayrı bir aşama olarak ele alınmamalı, proje boyunca olan sürekli bir faaliyet olmalıdır. Bütünlemeler mümkün olduğunca otomatik olarak kurgulanmalıdır.
- Bütçe sağlayıcı, geliştirici ve kullanıcı kuruluşlar birbirinden bağımsız hareket etmemelidir.
- Teknik mükemmelliyetin ve buna bağlı iyi tasarımın sürekli elde edilebilmesi için kesintisiz çaba sarf edilmelidir.
- 10. Basitlik, yani projenin en az çaba ile başarıya ulaşması temel kaide olmalıdır.
- 11. İşin ana sorumlusu ve otoritesi takım olmalıdır. Katı bir proje yapısı ile ilerlenmemeli, proje takımı projenin yapılış tarzına ve gidişatına göre yapılanmasını değiştirebilmelidir. En iyi mimari tasarımların, gereksinimlerin ve ürün tasarımlarının bu tipteki adaptif yapıya sahip takımlardan çıktığı unutulmamalıdır.
- Belirli aralıklarla proje takımları daha etkin olabilmek için ne yapmaları gerektiğini tartışmalı ve hareket tarzlarını buna göre uyumlandırmalıdır.

#### IV. Klasik ve Çevik Sistem Mühendisliği'nin Karşılaştırılması [3], [4]

Klasik sistem geliştirme ortamı ile mevcut/gelecek ihtiyaçlar aşağıdaki tabloda özetlenmektedir:

| Klasik Sistem Geliştirme Ortamı                    | Mevcut/Gelecek İhtiyaçlar   |  |  |
|--|---|--|--|
| Bağımsız çalışan sistem                            | Pek çok başka sistemle bağlantılı çalışan sistem                            |  |  |
| Değişmeyen gereksinimler                           | Hızla değişen gereksinimler   |  |  |
| Gereksinimlerin sistem yeteneklerini belirlemesi   | RAHAT (Raftan Hazır Tedarik) ürün yeteneklerinin gereksinimleri belirlemesi |  |  |
| Sistem gelişimi üzerinde kontrol olması            | RAHAT ürünlerinin gelişimi üzerinde kontrol olmaması                        |  |  |
| Ürün geliştirme için yeterli zaman olması          | Her geçen gün kısalan proje süreleri  |  |  |
| İşlerin dengeli yürütülebilmesi için kaynak olması | Yeterli kaynak olmadan yürütülmeye çalışılan işler                          |  |  |
| Başarısızlıkların beklenti dahilinde olması        | Başarısızlıklara tahammül edilmemesi  |  |  |
| Basit sistemler                                    | Karmaşık, adaptif, yeni özelliklere sahip sistemler                         |  |  |
| Tekrarlanan süreçler ile olgunlaşan sistemler      | Değişken ve adaptif süreç ihtiyacı  |  |  |

Tablo 1. Klasik sistem geliştirme ortamı ile mevcut/gelecek ihtiyaçların karşılaştırılması

Önceki kısımlardan da anlaşılabileceği gibi Klasik Sistem Mühendisliği katı ve yukarıdan-aşağıya hiyerarşik yapıda, süreçler tarafından sınırlandırılan bir niteliğe sahiptir. Çevik Sistem Mühendisliği ise, karmaşık, yeni özellikler içeren, iddialı, hızlı değişime açık ve belirsiz gereksinimlere sahip sistemler için ele alınan bir yöntemdir.

Genel olarak Sistem Mühendisliği sistemin nasıl geliştirileceğinin keşfedildiği ve öğrenildiği bir yoldur. Klasik Sistem Mühendisliği'ndeki Vee modeli, sistem sırasındaki getiri-götürü analizlerini, gereksinir geliştirme sırasındaki çalışmalarını, gereksinim gereksinimlerin sistem bileşenlerine atanmasını, tasarımın ilerletilmesini ve doğrulama/geçerleme faaliyetlerini içeren öğrenme döngüsünü bir kere ile sınırlandırmaktadır. Çevik Sistem Mühendisliği ise yapısı itibariyle aynı projedeki öğrenme döngüsünü tekrarlı hale getirmekte ve bu şekilde ortaya çıkan ürünlerin daha rekabetçi olmasını sağlamaktadır. Klasik Sistem Mühendisliği'nde projenin erken aşamalarında dondurulmaya çalışan gereksinimler, Çevik Sistem Mühendisliği'nde değişime açık olarak algılanan, hatta bunun bir avantaj olarak görüldüğü niteliktedir.

Çevik Sistem Mühendisliği'nin değişikliklere ve yeniliklere hızla cevap veren, kendini geliştiren ve sürekli iyileştiren, ilerlemenin tüm katılımcı partiler tarafından şeffaf olarak takip edilebildiği yapısı Klasik Sistem Mühendisliği'nde genelde bulunmamaktadır. Klasik Sistem Mühendisliği'nde belirli aşamaların sonunda yer alan doğrulama ve geçerleme faaliyetleri, Çevik Sistem Mühendisliği'nde çalışan ürünler ortaya çıkar çıkmaz yapılmaktadır.

Klasik Sistem Mühendisliği'nde müşterinin geliştirme döngüsüne sadece belirli aşamalarda girmesinin avantajları olduğu gibi dezavantajları da vardır. En önemli avantajı geliştirici kuruluş açısından tasarım esnekliğinin sağlanmasıdır. Dezavantajı ise ilerleyen fazlarda müşteri isteklerinin aslında tam olarak anlaşılamaması ve sonrasında ciddi sorunların ortaya çıkmasıdır.

#### V. Uygulama Örnekleri

Ülkemizde geliştirilen milli savunma sistemlerinde Klasik Sistem Mühendisliği süreçleri yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu sistemler genelde Klasik Sistem Mühendisliği için yukarıda verilen açıklamalara uygun olarak girdileri ve çıktıları belli olan, proje sırasındaki değişikliklere çok açık olmayan bir yapıda geliştirilmektedir. Örnek olarak füze geliştirme projelerini vermek gerekirse, Klasik Sistem Mühendisliği süreçlerinin uygulandığı projelerde seri üretim öncesi sistem geliştirme sürelerinin genelde 5 ila 7 yıl civarında olduğu görülmektedir. Ayrıca son dönemde projelerde sıklıkla gecikme ve ek süre talepleri ile karşılaşılmaktadır. Geliştirilen sistemler son derece modern ve başarılı olmakla birlikte, dünyadaki benzerleri ile kıyaslandıklarında diğerlerinden farklı ve üstün özelliklere sahip oldukları pek söylenememektedir.

Ülkemizde Çevik Sistem Mühendisliği'nin uygulandığı bir proje bilinmediğinden doğrudan bir kıyaslama yapma imkanı mümkün olmamıştır. Gerçekte yurtdışında da Çevik Sistem Mühendisliği uygulaması çok yaygın değildir. Diğer taraftan açık kaynaklar tarandığında bu yöntemin uygulandığı projeler olduğu görülmektedir.

Bunlardan biri Raytheon tarafından geliştirilmekte olan Hava ve Füze Savunma Radarı'dır (İng. Air and Missile Defense Radar, AMDR) [5]. 2015 yılında Raytheon Sistem Mühendisliği takımına Ulusal Savunma Endüstri Kurumu (İng. The National Defense Industrial Association) tarafından verilen Sistem Mühendisliği Mükemmelliyet Ödülü'nü (İng. Systems Engineering Excellence Award) kazandıran bu proje ile, ABD Deniz Kuvvetleri için gelecek-nesil ve ölçeklendirilmiş bir radar (İng. scalable radar) geliştirilmesi ile gemilerin geniş bir yelpazedeki tehditleri tespit etme ve engelleme yeteneğinin artırılması hedeflenmektedir. AMDR ile balistik füze tehditlerinin engellenmesine ilave olarak hava ve kara hedeflerinin tespit edilmesi veteneği de önemli derecede artırılacaktır. Ödül, Raytheon takımının sistem mühendisliği prensiplerinin AMDR projesinde uygulanmasında sergilediği sıradışı başarı dolayısı ile verilmiştir. Raytheon, AMDR projesinde Çevik Sistem Mühendisliği uygulanmasının önemli maliyet kazançları, zamanında teslimat ve artırılmış görev kabiliyetleri sağladığını belirtmektedir. Takım çalışması, adaptif geliştirme ortamı ve erken teslimat odaklı bu yaklaşımın

sonuç odaklı tasarımcılar için mükemmel bir geliştirme ortamı sağladığı vurgulanmıştır. Çevik yöntem geliştirme faaliyetlerini hızlandırmış, risklerden erken aşamada kaçınabilmeyi mümkün kılmış ve yazılım olgunluğu ile kalitesini artırmıştır. Burada önemli olan hususlardan birisi de AMDR Sistem Mühendisliği takımının projenin başladığı 2014 yılından itibaren Deniz Kuvvetleri ile entegre bir şekilde çalışıyor olmasıdır. Bu takım, 18 ay gibi kısa bir sürede 100,000 satırdan fazla taktik yazılımın teslim edilmiş olmasına öncülük etmiştir. AMDR'nin 2019 yılında ABD Deniz Kuvvetleri'nin DDG-51 Flight III muharip gemisinde kullanılmasına başlanması planlanmaktadır.

Yukarıdaki örnekten de anlaşılabileceği gibi Çevik Sistem Mühendisliği'nin doğru kullanılması son derece rekabetçi sistemlerin kısa zamanda ve düşük maliyetle olgunlaşmasını sağlayabilmektedir.

#### VI. Sonuçlar

Bu bildiride Klasik Sistem Mühendisliği ile Çevik Sistem Mühendisliği karşılaştırmalı olarak incelenmiştir. Bu yöntemlerden hangisinin milli savunma projelerimiz için en iyi sonucu vereceği, yani hangi yöntemin kullanılması gerektiği çok önemli bir konudur. Aslında buna verilecek cevap önceki bölümlerde verilen açıklamaların içinde gizlidir.

Proje geliştirme faaliyetleri, tek taraflı olmayan bir bütündür. Projenin sahibi ne tek başına bütçe kaynağını sağlayan İdare, ne geliştirme işini üstlenen Yüklenici, ne de ortaya çıkacak sistemi kullanacak Kullanıcı'dır. Hatta bu taraflara, Yüklenici altında önemli alt sistemlerin geliştirilmesi sorumluluğunu üstlenen Alt Yükleniciler de eklenebilir. Ürün geliştirme faaliyetlerine tüm bu tarafların katkısının bulunması gerekmektedir.

Milli savunma projelerinde hangi yöntemin seçilmesi gerektiği öncelikle bu tarafların yaklaşımına bağlıdır. Çevik Sistem Mühendisliği, daha önce de belirtildiği gibi önce zihinde kabul edilmesi gereken bir yöntemdir. Yani bu yöntemin uygulanabilmesi için tüm tarafların buna hazır olması gerekmektedir. Bu hazırlık, taraflar arasında sağlam bir güven ortamının kurulmuş olmasını da gerektirmektedir. Yüklenici'nin tek başına çıkıp "ben bu projede çevik geliştirme yöntemi kullanacağım" demesi, eğer diğer taraflar bu yöntemi benimsememiş ve taraflar arasında güven tesis edilmemiş ise projeye faydadan ziyade zarar verecektir.

Sözleşmesi gereği İdare'nin ağır dokümantasyon talepleri altında ezilmiş, aşamaları çok net olarak çizilmiş ve aşama teslimatlarındaki en küçük gecikmenin ağır cezai şartlara bağlanmış olduğu projelerde, daha "sağlamcı" olan Klasik Sistem Mühendisliği'nin tercih edilmesi yerinde olacaktır. Bu şekilde ortaya çıkacak ürün tüm tarafları mutlu edecektir.

Ama burada dikkat edilmesi gereken önemli bir nokta vardır. Muhtemelen bu durumda hiç bir taraf tam olarak "ne kaçırdığını" bilmeyecektir. Klasik Sistem Mühendisliği sonucunda ortaya çıkan ürünün; gerekli en az sayıdaki dokümantasyon, etkin planlama, tüm tarafların proaktif yaklaşımı ve üst kısımlarda açıklanan diğer tüm hususları içeren Çevik Sistem Mühendisliği yaklaşımı ile çok daha yenilikçi özelliklere sahip ve hem kullanım hem de ihracat potansiyeli açısından rekabetçi bir hale gelmesi muhtemeldir.

Diğer taraftan, sadece İdare ve Kullanıcı'nın aktif tutumu ve rekabetçi bir ürün elde etmek için Çevik Sistem Mühendisliği'ni tüm içtenliğiyle desteklemesi de bu yöntemin uygulanması için yeterli değildir. Ürünü geliştirecek kuruluşun da yöntemin kendisi gibi çevik bir yapıya sahip olmaması durumunda, bunun uygulanmaya çalışılması büyük olasılıkla başarısız bir proje ile neticelenecektir. Kuruluşta yüksek motivasyona sahip yetenekli çalışanlardan kurulacak takımların, idarecilerin etkisinden bağımsız olarak sorumluluk alması sağlanmadığı sürece yine Klasik Sistem Mühendisliği "sağlam kapı" olarak durmaktadır.

Hangi yöntemin uygulanacağı geliştirilecek ürünün kendisine de bağlıdır. Ürünün yenilikçi ve iddialı bir niteliğe sahip olmaması durumunda çevik yöntemin kullanılmasının bir avantajı olmayacaktır.

Sonuç olarak; Çevik Sistem Mühendisliği'nin gelişmiş ve rekabetçi milli savunma sistemlerin geliştirilmesinde kullanılması ilk bakışta çok mantıklı görünse de, bu yöntemin uygulanması öncesinde tüm tarafların mutabık kalarak bunu desteklemesi ve projeyi buna göre kurgulaması gerekmektedir. Aksi taktirde, Klasik Sistem Mühendisliği ile tatminkar sistemler geliştirilmesi yerinde olacaktır.

#### Kaynakça

- International Council on Systems Engineering (INCOSE), Systems Engineering Handbook: A Guide for System Life Cycle Processes and Activities, Wiley Publications, Fourth Edition, ISBN: 9781118999400, 2015.
- [2] INCOSE, Systems Engineering Handbook v. 3.2.2: A Guide for System Life Cycle Processes and Activities, ISBN: 9781937076023, October 2011.
- [3] Turner R., Toward Agile Systems Engineering Processes, CrossTalk The Journal of Defense Software Engineering, http://www.crosstalkonline.org/back-issues/, April 2007.
- [4] Johnson S.S., Agile Systems Engineering? What Is It and What We Have Learned? http://www.uces.csulb.edu/spin/media/pdf/ INCOSE\_LA\_SPIN\_AgileEngineering\_Johnson.pdf, March 2012.
- [5] Award for a Radar. http://raytheon.com/news/feature/ amdr\_engineering\_award.html, erişim tarihi: 27.3.2017.

## Roket/Füze Sistemleri için Elektromekanik Kademe Ayırma Mekanizması

O. F. Ercis<sup>\*</sup> Roketsan A.Ş Ankara

Özet—Bu roket/füze çalışmada sistemlerinde kullanılmak üzere geliştirilen bir elektromekanik kademe ayırma sistemi modellenmiş ve kademe ayırma mekanizması ADAMS yazılımı ile incelenmiştir. Kademe ayırma sistemleri roket/füze sistemlerinde yük bırakma, ağırlık azaltma vb. farklı amaçlarla kademelerin güvenli birbirinden olarak ayrılması icin kullanılmaktadır. Geleneksel patlayıcılı kademe ayırma sistemlerine alternatif olması için bir elektromekanik kademe ayırma sistemi tasarlanmıştır. Avırma mekanizmasının kinematik denklemleri çıkarılmış, statik kuvvet analizi yapılmış ve sistemin 3D katı modeli oluşturulmuştur. Bu katı model kullanılarak ADAMS yazılımı ile kinematik denklemler doğrulanmış ve kademe ayırma mekanizmasının ayırma ve tutma sırasında oluşan kuvvetler incelenmiştir.

Anahtar kelimeler: füze/roket, elektromekanik, kademe ayırma, kinematik analiz, ADAMS

**Abstract**—In this study, an electromechanical stage separation system developed for use in rocket/missile systems is modeled and the stage separation mechanism is examined by ADAMS software. The separation systems are used in missile/rocket systems to separate the stages safely for different purposes like payload release, mass reduction etc. An electromechanical stage separation system is designed as an alternative to traditional explosive separation systems. Kinematic equations of the separation system are derived, static force analysis is performed, and a 3D solid model of the system is generated. Using ADAMS software, kinematic equations are verified and the release and hold force analysis of stage separation mechanism is conducted by using this solid model.

Keywords: missile/rocket, electromechanical, stage separation, kinematic analysis, ADAMS

#### I. Giriş

Roket ve füze sistemlerinde menzil artırma, ağırlık azaltma, parça bırakma gibi görevleri yerine getirmek için kademe ayırma sistemleri kullanılmaktadır [1]. Geleneksel olarak kademe ayırma sistemleri literatürde en çok patlayıcılı sistemler olarak yerini almaktadır [2]. Yine de bu sistemlerin atık parça bırakma, bir kez kullanabilme, güvenli olmama, yüksek patlama şoku yaratarak üst kademeye baş eğmeye (İng. tip off) neden olma gibi sakıncaları vardır [3]. Bu çalışmada patlayıcılı kademe ayırma sistemlerine (KAS) alternatif olması için elektro-mekanik bir kademe ayırma sistemi tasarlanmıştır.

İki kademeyi bir arada tutmak için hem patlayıcılı hem de patlayıcısız sistemlerde V-kenet adı verilen pabuçlar (kenetler) kullanmak yaygındır. Bir ön gerilme kuvveti ile kademeleri bir arada tutan bu pabuçlar ön gerilme kuvvetinin serbest kalması ile kademeler serbest hale geçmektedir. Bu serbest kalma durumu patlayıcılı ve patlayıcısız sistem tasarımlarını ayıran temel farktır. Kademe ayırma sistemlerinin başarımını belirleyen parametrelerin başlıcaları kademe ayırma süresi, ayrılma sonrası şok ivmesi, tekrar kullanılabilirlik, basitlik ve güç tüketimidir.

V-kenet kesitine sahip iki şerit bilezikten oluşan MARMAN kelepçesinde patlayıcı cıvatalar bu şeritleri bir arada tutar. Kademe ayrılırken piroteknik cıvatalar patlar ve şeritler ön gerilme yayı sayesinde gövdeden uzaklaşır ve kademe gövdeleri serbest kalır. Serbest kalma sonrası gövdeler arasında bulunan ön gerili yay kademeleri birbirinden uzaklaştırır [1,4]. Bu çalışmada elektro-mekanik kademe ayırma sistemine V-kenetler uyarlanarak bir mekanizma geliştirilmiştir. Kademeleri bir arada tutan V-kenet şekline sahip papuçlar doğrusal motor ile tahrik edilerek kademelerin ayrılması ve bir arada tutulması sağlanmıştır.

#### **II. Kinematik Analiz**

Elektro-mekanik sistem Şekil l'deki gibi modellenmiştir. Bu modele göre, kademeleri bir arada tutma/ayırma amacıyla kullanılan dört adet V-kenet kollar yardımı ile bir doğrusal eyleyiciye bağlanmaktadır.

<sup>\*</sup> fatih.ercis@roketsan.com.tr



Şekil 1. Elektromekanik Kademe Ayırma Sistemi Mekanizması

Kademeleri bir arada tutan simetrik dört koldan biri için kinematik analiz yapmak için Şekil 2 kullanılmıştır.



Şekil 2. Kenetlerin Bağlı Olduğu Kolun (lacivert) Kinematik Analizi

Kenet hızı  $V_a$ 'nın x yönündeki bileşeni  $V_{ax}$ 'in düşey yöndeki piston hızına  $V_b$  oranı aşağıdaki şekilde bulunabilir.

$$V_{ax} = V_a \sin\beta \tag{1}$$

$$V_{a} = (m+n)\beta$$

$$\dot{B} = (V_{a} \cos \beta)/(m - (V_{a} \cos \beta)/(w/\cos \beta))$$
(2)

$$\dot{\beta} = (V_b \cos\beta)/m = (V_b \cos\beta)/(x/\cos\beta)$$
(3)

$$\frac{dx}{V_{\rm h}} = \left(\frac{mn}{x}\right) \sin\beta\cos^2\beta \tag{4}$$

Bu ifadelerde kullanılan tasarım parametreleri x = 5,5 mm,  $\beta = 70,94^{\circ}$ , m = 16,84 mm ve m+n = 46 mm olarak belirlenmiştir.

#### III. Statik Kademe Tutma Analizi

Elektromekanik kademe ayırma mekanizmasında kademeleri bir arada tutan birer kenet, kol ve kademeler

için serbest cisim diyagramı ve cisimlerin üzerine gelen yükler çizilirse Şekil 3 elde edilir.

Kademeleri bir arada tutmak için her bir kol için gerekli  $F_b$  statik kuvvetini bulmak için gerekli moment ve denge denklemleri yazılırsa, aşağıdaki ifadeler elde edilir.

$$F_{b} = -\frac{(m+n)F_{ax}\sin\beta}{m}$$
(5)

$$F_{ax} = (F_{ya} + F_{y\ddot{u}}) \sin \alpha - (F_{sa} + F_{s\ddot{u}}) \cos \alpha$$
(6)

Sürtünme katsayılarını eşit kabul edersek;

$$F_{y\ddot{u}} = F_{ya} \tag{7}$$

$$F_{s\ddot{u}} = F_{sa} \tag{8}$$

Denklem (5)'teki statik  $F_b$  kuvveti, eyleyicinin vidalar üzerinden taşıyacağı kuvvetin dörtte birine eşit olmaktadır. Statik denklemlerde yer çekimi ivmesi ve kanal-pim arasındaki sürtünmeler ihmal edilmiştir. Bu nedenle  $F_{av}$  kuvveti sıfır olmaktadır.



Şekil 3. Kenet ve Kolunun Serbest Cisim Diyagramları

Literatürde V-kenet açısı (Şekil 3'teki  $\alpha$  açısı) olarak genellikle  $15^{\circ} - 30^{\circ}$  kullanılmıştır. Büyük açılar kademeler arasında oluşan boşluğu kapatmak için büyük kuvvetler gerektirmektedir. Ancak, küçük açılar ise kenet ve kademeler arasında sürtünmeye bağlı olarak kilitlenmeye neden olmaktadır. Kademeler ve kenetler arasındaki yüzeylerin yağlanması sürtünme katsayısını

yaklaşık  $\mu = 0.1$ 'e ve dolayısıyla kilitlenme olasılığını da düşürmektedir. Ayrıca, yağlama parçaların soğuk kaynak olmasını da engellemektedir [1]. Sistemde kenet açısı 20° olarak seçilmiştir. Sistemdeki F<sub>y</sub> yay kuvveti kademe tutma durumu için 100 N olarak kabul edilmiştir.

Şekil 3'e göre kademe için denge denklemlerini dört kenet üzerinden gelecek kuvvetleri göz önüne alarak yazarsak;

$$\begin{split} F_{sa} &= \mu F_{ya} \\ F_{s\ddot{u}} &= \mu F_{y\ddot{u}} \\ F_{y} &= 4(F_{y\ddot{u}} cos\alpha + F_{s\ddot{u}} sin\alpha) \end{split}$$

Denklem (5), denklem (6), (7), (8) ve (9) kullanılarak düzenlenirse;

$$F_{b} = -\frac{(m+n) F_{y}(2\sin\alpha - 0.2\cos\alpha)\sin\beta}{m(4\cos\alpha + 0.4\sin\alpha)}$$
(10)

Bu ifadedeki büyüklüklerin sayısal değerleri kullanılırsa, Fb kuvveti -33 N bulunur.

Denklem (10)'da bulunan  $F_b$  kuvvetlerinin 4 kol üzerindeki yatay bileşenleri birbirini götürmektedir. Bu durumda eyleyiciye etkiyecek  $F_{ey}$  statik eksenel yük denklem (11)'deki gibi bulunur.

$$F_{ey} = -4(33\cos\beta) = -43 N$$
 (11)

Eyleyicinin bu kuvveti kademeler kapalıyken tutması gerekmektedir. Ancak kademe ayırma işlemi esnasında  $\beta$  kol açısının artması ve ataletsel kuvvetlerin de devreye girmesiyle bu kuvvetin değeri artacaktır.

#### IV. ADAMS Yazılımıyla Kinematik ve Dinamik Analizler

ADAMS yazılımı ile ilk olarak denklem (4)'te elde edilen kinematik bağıntı doğrulanmıştır. Tasarım parametreleri, gerekli mekanik bağlantılar ve boyutlar ADAMS'da modellendiğinde elde edilen Şekil 5'teki grafikte ADAMS analizinin ve analitik çözümün 10<sup>-7</sup> mm/s düzeyinde uyuştuğu gözlenmektedir.



Şekil 5. Analitik Çözüm ve ADAMS Analizinin Farkı

Adams paket programı ile kuvvet analizlerinde kademelerin yük altında bir arada tutulması ve kademe ayırması analiz edilmiştir. Bu iki farklı durum için en kötü yük ve harekete başlangıç koşulları kullanılmıştır. Bu iki en kötü durumdan biri füze/roket ivmesinin kademe ayırırken pozitif olmasıyla kademe ayırmanın zorlaşmasıdır. İkinci durum ise kademelerin negatif ivme altında bir arada tutulmasıdır. Analizlerde katı model parçalarına ideale yakın rijit parametreler tanımlanmıştır. Analiz sonuçlarında kenet hızları ve piston hızları sayısal olarak hesaplatılarak sonuçlar değerlendirilmiştir.

İlk olarak yük altında kademelerin bir arada kalma durumu analiz edilmiştir. Kademelerin bir arada tutulması sırasında füzenin 15 Hz'de döndüğü ve füzenin gidiş yönünün tersi yönde 10g ivmeye maruz kaldığı kabul edilmiştir.

Kademe ayırma durumunda ise, füzenin 15 Hz'de dönmeye devam ettiği, ancak füzenin gidiş yönünde 10g ivmenin olduğu kabul edilmiştir. En kötü durumu analiz etmek için her iki analizde de motorun +/-200 N kuvvet uygulayabildiği kabul edilmiştir.

Yay ön gerilme kuvveti kademeler bir arada iken kademeleri ayırmaya, kademeler ayrıldıktan sonra ise kademelerin birbirinden uzaklaşmasına çalışmaktadır. Bu nedenle, analizin daha gerçekçi olması için kademeler arasında bulunan yayın ön gerilme kuvveti iki durum için farklı olarak sisteme girilmiştir.

Kademe tutma durumunda 100 N ön gerilme kuvveti verilerek sistem analiz edilmiştir. Kademe ayırma durumunda ise en kötü durumu analiz etmek için yay ön gerilme kuvveti 60 N olarak verilmiştir. Bu durumda kademe ayrılma sonrası üst kademeye iletilen net yay kuvveti 60 N olmuştur.

Şekil 6'daki kademe ayırma analizine göre 200 N tutma kuvveti kademeleri bir arada tutmaya yetmemektedir.



Şekil 6. ADAMS Kademeleri Tutma Analizi

18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, Trabzon, 5-7 Temmuz 2017



Şekil 7'ye bakılarak kademe tutma analizi incelendiğinde, 55 ms sonrasında kademeler bir arada kalamayıp birbirinden uzaklaşmaktadır.

Bu sonuçla sistemde piston gibi çalışacak eyleyici doğrusal vidalı milli motor olarak seçilmiştir. Böylece, vidalı mil üzerinden kademelerin ayrılması engellenmiştir. Bu durumun bir diğer avantajı eyleyiciye güç gitmediğinde sistemin kademelerin bir arada kalmasıdır. Sistemde kullanılan doğrusal eyleyici motor Şekil 8'de gösterilmiştir.



Şekil 8. Kademe Ayırma Eyleyicisi Lineer Motor

Eyleyicinin sabit 200 N kuvvet uyguladığı kabul edilerek kademe ayırma analizi yapıldığında elde edilen sonuçlar Şekil 10-12'teki gibi olmaktadır.



Şekil 9. Kademe Ayrılma Durumu

Kademe ayırma durumu için yukarıdaki parametrelere göre Şekil 9'daki analiz sonucunda ~27,5 ms sonunda üst kademenin alt kademeden uzaklaşarak tamamen kurtulduğu gözlenmiştir.

Analizdeki kademeler arasındaki yay gövdeler arasında birbirine bağlı kaldığı için yay deplasmanı gövdeler arasındaki mesafeyi vermektedir. Şekil 10'a göre 27,5 ms sonunda kademeler birbirinden yaklaşık 12 mm uzaklaşarak serbest hale gelmiştir.



Şekil 11'e göre piston hızı 14 ms sonrası sıfırlanmıştır. Kenet deplasmanının 22,5 ms'den sonra yön değiştirmesinin nedeni, kenetin bağlı olduğu kolun mekanik limitine dayandığında kenetin pim ekseni etrafında dönmesinden kaynaklanmaktadır. Bu dönme sebebiyle grafikte ölçülen kenet ağırlık merkezinin deplasmanı yön değiştirmektedir.

Piston hızının sıfır olduğu yerde kenetlerin kademe ayırma için yeterince hareket ettiği kabul edilirse gerekli kenet yatay deplasmanın 45 mm olması gerektiği bulunur. Aynı süre içerisinde gerekli piston hareketi 20 mm olacaktır. Bu noktadan sonra kademelerin eksenel olarak ayrılmasına mekanizma olarak engel kalmamaktadır.

Ayrılma sonrası kademeler, yay ve ataletsel kuvvetler doğrultusunda hareketine devam etmektedir.



18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, Trabzon, 5-7 Temmuz 2017



Şekil 12'deki grafikte kademe ayırma sırasında oluşan şok ivmesinin zaman bağlı değişimi görülmektedir. Grafikte pozitif yön ayrılma yönünü göstermektedir. Grafikte başlangıçta görülen yüksek negatif ivmenin sebebi ADAMS yazılımının ilk sınır koşulları sağlaması için gövdeler arasındaki sayısal hata ile oluşan tolerans boşluklarını gidermek amacıyla hareket vermesinden dolayı gerçek dışı ivmelerin oluşmasından kaynaklandığı düşünülmektedir. Bu nedenle, kademeleri ayırma esnasında oluşan ivmeyi ölçmek için kuvvet bu geçiş bölgesinden belli bir süre sonunda (0,05s) etki ettirilmiştir. Bu kuvvetin eyleyiciyi temsil etmesi açısından 10 ms (en kötü durum için kabul edilmiştir.) sonunda 200 N'a yükseldiği analize girdi olarak girilmiştir. Grafikte de görüldüğü gibi kademe ayırma yönünde (pozitif yön) oluşan en büyük ivme 297g (2910 m/s<sup>2</sup>) olarak oluşmuştur. Bu ivme değeri patlayıcılı sistemlerde oluşan şok ivmesine (500-1000g) göre düşük bir değerdir [3]. Yine de ADAMS yazılımının sayısal hatalar verebileceği düşünüldüğünden kademe ayrılma testleri yapılacaktır.

#### V. Değerlendirme ve Sonuç

Bu çalışmada elektromekanik eyleyiciye sahip bir kademe ayırma mekanizması modellenmiş ve mekanizmanın ADAMS yazılımı sayesinde analizleri vapılmıştır. Bu analizler sonucunda kinematik denklemler doğrulanmıştır. Ayrıca kademe ayırmadan önce kademelerin bir arada kalıp kalmadığı ve kademe ayırma sonrası dinamik hareketler analizde rijit gövdeler kullanılarak gözlenmiştir. Analizler sonucunda kenetlere aktarılan yay kuvvetleri ve ataletsel kuvvetler nedeniyle piston doğrusal eyleyicinin 200 N'luk kuvveti kademeleri tutmak için yetersiz kalmaktadır. Bu nedenle eyleyici vidalı mile sahip bir doğrusal motor seçilerek kademenin vida dişleri aracılığıyla tutulması amaçlanmıştır. Bu eyleyici ile roket/füze sistemi rafta enerjisiz halde beklerken kademelerin bir arada tutulması sağlanacaktır. Kademe ayrılma analizinde ise eyleyicinin 200 N'luk ayırma kuvveti ve yay kuvveti kademeleri yaklaşık 55 ms sonunda tamamen serbest hale geçirmiştir. Kademeler arasındaki yay kuvvetinin üst kademenin ağırlığına ve

füze dinamik hareketlerinden kaynaklanan ataletsel kuvvetlere bağlı olduğu analizlerde görülmüştür.

#### Kaynakça

- Lazansky C. Refinement of a Low-Shock Separation System, Proceedings of the 41st Aerospace Mechanisms Symposium, Pasedena, CA, USA, May 16-18, 2012
- Separation Systems, Spacevector Corp, <u>www.spacevector.com/separation.php</u>, erisim tarihi: 06.02.2017.
   Choi, J., Hwang, K., Choi, C. H., and Kim, B. Reliability Analysis
- [3] Choi, J., Hwang, K., Choi, C. H., and Kim, B. Reliability Analysis on Non-explosive Separation Mechanism for the Appendage of Small Satellite, 3rd International Conference on Materials and Reliability, Jeju, Korea, November 22-25, 2015.
- [4] Marman Clamp, https://en.wikipedia.org/wiki/Marman\_clamp, erişim tarihi: 06.02.2017.

# Hava Platformu Burun Radarı İçin Mekanik Yönlendirme Birimi Geliştirilmesi ve Benzetim Çalışmaları

| H.K. Yurt <sup>*</sup> | Í. Güler†    | E. Fırtınaoğlu <sup>‡</sup> | M. Özsipahi <sup>§</sup> | E. Söylemez <sup>+</sup> |
|------------------------|--------------|-----------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Aselsan A.Ş.           | Aselsan A.Ş. | Aselsan A.Ş.                | Aselsan A.Ş.             | O.D.T.Ü. (Emekli)        |
| Ankara                 | Ankara       | Ankara                      | Ankara                   | Ankara                   |

Özet—Bu çalışmada; hava platformları için geliştirilen burun radarının, belirtilen hacim zarfı icerisinde ve cevre vükleri altında istenen hareketleri gerçekleştirebilmesi için mekanik yönlendirme birimi geliştirilmesi amaçlanmıştır. Çalışma kapsamında; kullanılabilecek yönlendirme mekanizması alternatifleri belirlenerek, isterler doğrultusunda birbirleri ile karşılaştırılmıştır. Seçilen mekanizma konsepti ile imalata yönelik yapılan detay tasarım için prototip imalatı öncesinde tasarım doğrulama çalışmaları yapılmıştır. Yapılan benzetim çalışmaları ile sistemin doğal frekansları, belirtilen yükler altındaki mukavemeti ve dinamik çevre yükleri altındaki performansı incelenmistir. Elde edilen sonuclar ile tasarım üzerinde gerekli değişiklikler yapılarak nihai tasarım elde edilmiştir.

Anahtar kelimeler: Anten yönlendirme birimi, iki eksende dönme mekanizması, dört çubuk mekanizması, esnek cisim dinamiği benzetimi

Abstract—In this study, the objective is to design a mechanical positioning unit which enables the antenna developed for the fighter jet plane to perform intended motions under certain loading conditions and within a specified radome boundary. Within the scope of the study, alternative positioning mechanisms are found and compared in terms of design requirements. Before prototype production, design verification studies are performed in detail for the selected mechanism. Mechanical strength of the designed unit under specified loading conditions, performance under dynamic loading conditions and natural frequencies of the design are examined throughout the working range. By taking the simulation results into account, the design is improved and finalized.

Keywords: Antenna positioning unit, gimbal mechanism, four bar mechanism, flexible multi body dynamic simulation

#### I. Giriş

Temel vazifesi hedef bulma, hedefi takip etme ve atış sonrası durumu gözetleme olan burun radarları, hava platformlarının burun kısımlarında kompozit radom içerisine yerleştirilmektedir. Burun anteninin, radom içerisine sabit veya yönlendirilebilir şekilde yerleştirildiği hava platformu uygulamaları mevcuttur.

Yönlendirilebilir burun anteni, hava platformunun hareketinden bağımsız olarak yanca ve yükseliş eksenlerindeki hareket kabiliyeti ile seyir esnasında sektör tarama ve hedef takibi yapılabilmektedir. Antenin bahsedilen kabiliyetlere sahip olabilmesi için yanca ve yükseliş eksenlerinde hareket serbestliği bulunan anten yönlendirme birimine (AYB) ihtiyaç duyulmaktadır.

Bahsi geçen yanca ve yükseliş eksenleri, hava platformlarında Şekil 1'deki gibi tanımlanmaktadır.



Şekil 1. Hava Platformu Eksen Takımı

Çalışma kapsamında geliştirilmesi hedeflenen AYB için Tablo 1'de belirtilen isterler dikkate alınmıştır.

| İsterler                          |                  |
|-----------------------------------|------------------|
| Anten Kütlesi                     | 100 kg           |
| Anten Hızı (Ortalama)             | 50 derece/saniye |
| Yanca Eksen Hareket Kabiliyeti    | ±45°             |
| Yükseliş Eksen Hareket Kabiliyeti | +10°             |
| Hacim Zarfi                       | 3B model dosyası |

#### Tablo 1. AYB isterleri

Yanca ve yükseliş eksen için belirtilen hareket aralığında antenin belirli konumları özel olarak isimlendirilmiştir. Sadece bu pozisyonları sağlayan mekanizmalar da alternatif olarak değerlendirilmiştir. İlgili pozisyonlar Tablo 2'de verilmiştir.

<sup>\*</sup> hkyurt@aselsan.com.tr

<sup>†</sup> iguler@aselsan.com.tr

<sup>&</sup>lt;sup>‡</sup> firtina@aselsan.com.tr

<sup>§</sup> mozsipahi@aselsan.com.tr

<sup>+</sup> eres@metu.edu.tr

18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, Trabzon, 5-7 Temmuz 2017

|           | Yanca Açısı | Yükseliş Açısı |
|-----------|-------------|----------------|
| Konum – 1 | -45°        | 0°             |
| Konum – 2 | 0°          | +10°           |
| Konum – 3 | +45°        | 0°             |

Tablo 2. İstenilen anten pozisyonları

Geliştirilen AYB'nin, verilen hacimde istenilen anten pozisyonlarını sağlamasının yanı sıra, platform manevralarından doğabilecek yüksek ivme yükleri altında da beklenen dinamik performansı sağlaması gerekmektedir. Hava platformunun manevraları düşünüldüğünde ivme yükü için yön ve doğrultu belirtmek doğru bir yaklaşım olmayacaktır. Bu nedenle, AYB'nin herhangi bir doğrultudan ivme yüküne maruz kalacağı göz önünde bulundurulmalıdır. Büyük anten kütlesi, yüksek ivme yükü değeri ve belirsiz ivme doğrultusu nedeniyle; antenin, ağırlık merkezi yer değiştirmeden sadece dönme hareketi yapması güç gereksinimi açısından büyük önem arz etmektedir. Bu gerekçe göz önünde bulundurularak; antene herhangi bir öteleme hareketi yaptırmadan sadece ağırlık merkezinden geçen eksenler etrafında dönme hareketleriyle istenilen alternatifleri pozisyonları sağlayan mekanizma incelenmiştir. Ayrıca; dinamik çalışma performansı ile birlikte, AYB'nin yapısal olarak yeterli katılığa ve mukavemete sahip olması da önemli bir gereksinimdir.

Belirtilen isterler göz önünde bulundurularak yapılan literatür çalışması ile benzer sistemler ve alternatif olabilecek yönlendirme mekanizmaları incelenmiştir. 1997 yılında Canfield ve arkadaşları, patentini aldıkları 3 serbestlik dereceli uzaysal paralel manipülatör üzerine çalışmışlardır. İlgili tasarım Şekil 2'de görülmektedir [1].



2013 yılında Helton, silah sistemi için iki eksen yönlendirme mekanizması tasarlamış ve patentini almıştır. İlgili tasarım Şekil 3'te verilmiştir [2].



2011 yılında Chieng, araç geri görüş aynasının iki eksende yönlendirilmesi üzerine çalışmıştır. İlgili çalışmada, yönlendirme mekanizması olarak daha önce Jacobsen tarafından 1990 yılında patenti alınmış birbirine dik 2 eksende dönme mekanizması (Gimbal Module) kullanılmıştır [4]. Chieng tarafından yapılan çalışma ise bu mekanizmaya yerleştirilen tahrik sistemi ile alakalıdır. Geliştirilen tahrik sistemi ile oldukça kompakt bir ürün ortaya çıktığı görülmektedir. İlgili çalışma Şekil 4'te verilmiştir [3].



Şekil 4. Birbirine dik 2 eksende dönme mekanizması

Hava platformları için geliştirilen diğer yönlendirilebilir burun radarları araştırıldığında, Captor – E (BAE Systems<sup>®</sup>) ve RAVEN ES-05 (Selex ES<sup>®</sup>) ürünleri ile karşılaşılmıştır. İlgili ürünlere ilişkin görseller sırasıyla Şekil 5 ve Şekil 6'da verilmiştir.



Şekil 5. Captor – E



Şekil 6. RAVEN ES-05

Belirtilen her iki üründe, eğik iki eksende dönme mekanizması kullanılmıştır. İlgili mekanizmaya ilişkin şematik gösterim Şekil 7'de verilmiştir.



Kullanılan yönlendirme mekanizması ile antenin yanca ve yükseliş eksenlerde ±50° hareketi elde edilebilmektedir. Anten, başlangıç konumu olarak bir eksende 50° (örneğin; yanca eksende 50°) ile konumlandırılmaktadır. Yönlendirme biriminin, Şekil 7'de belirtilen A ekseninde yaptığı her 90° dönme hareketi ile sırasıyla Tablo 3'te verilen anten pozisyonları sağlanmaktadır. A eksenindeki dönüş esnasında; anten, B ekseninde de ters yönde aynı miktarda döndürülerek her pozisyonda anten polarizasyonu sağlanmaktadır.

|           | A Ekseni    | Yanca | Yükseliş |
|-----------|-------------|-------|----------|
|           | Dönme Açısı | Açısı | Açısı    |
| Konum – 1 | 0°          | +50°  | 0°       |
| Konum – 2 | 90°         | 0°    | -50°     |
| Konum – 3 | 180°        | -50°  | 0°       |
| Konum – 4 | 270°        | 0°    | +50°     |

#### Tablo 3. Anten Konumları

Açık bir şekilde görülmektedir ki, eğik iki eksende dönme mekanizmasının mevcut hali ile Tablo 2'de verilen istenilen anten konumları sağlanamamaktadır.

#### II. Kavramsal Tasarım Çalışmaları

Yapılan literatür çalışması ile elde edilen bulgular ve AYB isterleri göz önünde bulundurularak, AYB için kavramsal tasarım alternatifleri üzerinde çalışılmıştır [6].

Geliştirilen tasarımların birbirleri ile karşılaştırılabilmesi için aşağıda detayları verilen senaryolar için çoklu cisimler dinamiği benzetim çalışmaları yapılmıştır. Benzetim çalışmalarında, antenin sürekli olarak belirtilen yüksek ivme yüküne karşı hareketi incelenmiştir. Benzetim çalışmaları sonucunda elde edilen tork gereksinimleri ve yatak yükleri ile tahrik ve yataklama elemanları seçilerek, yerleşim çalışmaları yapılmıştır.

Çoklu cisim dinamiği benzetim çalışmaları için MSC Adams<sup>®</sup> ve MATLAB Simulink<sup>®</sup> yazılımları kullanılmıştır.

|             | Başlangıç<br>Konumu       | Bitiş Konumu              | Süre (Sn) |
|-------------|---------------------------|---------------------------|-----------|
| Senaryo – 1 | Yanca -45°<br>Yükseliş 0° | Yanca +45°<br>Yükseliş 0° | 1.8       |
| Senaryo – 2 | Yanca -45°<br>Yükseliş 0° | Yanca 0°<br>Yükseliş +10° | 0.9       |

#### Tablo 4. Senaryolar

#### A. Eğik Üç Eksende Dönme

Eğik üç eksende dönme mekanizması; Şekil 7'de detayları verilen eğik iki eksende dönme mekanizmasına, Tablo 2'de verilen pozisyonları sağlaması için ilave olarak bir dönme ekseni daha eklenerek elde edilmiştir.

Mekanizma alternatifi, eklenen dönüş ekseni ile 3 serbestlik derecesine sahiptir. Eklenen eksen takımı ve AYB'nin şematik çizimi Şekil 8'de verilmiştir. A ekseni etrafindaki dönüş ile Tablo 3'te verilen konumlara benzer şekilde pozisyonlar elde edilebilmektedir. İlave olarak eklenen B ekseni, A eksenine 27.50° ile şekildeki gibi konumlandırılmıştır. Antenin, B ekseni etrafinda yapacağı 180° dönme hareketi ile anten ekseni C, A ekseni ile 45° konumundan 10° konumuna gelmektedir. Pozisyon geçişleri esnasında anten polarizasyonunu da

sağlamak için antenin C ekseni etrafında dönmesi gerekmektedir.

Senaryo – 1 için A ve C eksenlerinde 180° dönme hareketi gerekmektedir. Senaryo – 2 için ise, A ekseninde 90°, B ekseninde 180° ve C ekseninde de 180° dönme hareketi gerekmektedir. Senaryo süreleri dikkate alındığında, antenin yüksek ivmelerde jiroskopik bir hareket yapması gerekmektedir.



Şekil 8. Eğik eksende dönme mekanizma alternatifi

Mekanizma alternatifi ile geliştirilen kavramsal tasarıma ilişkin görsel Şekil 9'da verilmiştir. 3B katı modeli elde edilen kavramsal tasarım ile bahsedilen senaryolar için benzetim çalışmaları yapılmıştır.



Şekil 9. Eğik 3 eksende dönme AYB alternatifi

İlgili tasarım alternatifinin benzetimi için oluşturulan MATLAB Simulink<sup>®</sup> modeli Şekil 10'da verilmiştir.



Şekil 10. Eğik 3 eksende dönme alternatifi Simulink modeli

Benzetim çalışması sonuçlarına göre, alternatif için seçilen tahrik ve yataklama elemanları ile verilen hacim zarfında yapılan yerleşim çalışması başarısız olmuştur. İlgili yerleşim görseli Şekil 11'de verilmiştir.



Şekil 11. Eğik 3 eksende dönme alternatifi yerleşim çalışması

İlave olarak, anten 2 eksende 180° hareket edeceği için kayar bilezik gereksinimi doğacaktır. Ayrıca, prototip üzerinde yapılacak olan eksen dengeleme çalışmalarının zorlayıcı olacağı öngörülmektedir.

#### B. Birbirine Dik İki Eksende Dönme Mekanizması (Gimbal Mekanizması)

Gimbal mekanizması, kinematiği düşünüldüğünde 2 serbestlik dereceli açık bir kinematik zincirdir. Gimbal veya istavroz olarak adlandırılan parça, döner mafsal ile gövdeye ve birinci döner mafsal eksenine dik ikinci bir döner mafsalla da antene bağlıdır. Sistem katılığı oldukça yüksek bir yapı oluşturmaktadır. Dönme eksenlerinin, anten ağırlık merkezinden kaçıklığı minimize edilecek şekilde yerleştirilmesine elverişlidir.

Senaryolar açısından eğik üç eksende dönme alternatifi ile karşılaştırmak gerekirse; Senaryo – 1 için yanca eksende 90°, Senaryo – 2 için ise yanca eksende 45° + yükseliş eksende 10° dönme hareketi yeterli olmaktadır. Gimbal mekanizmasının doğası gereği anten normalinde herhangi bir dönme hareketi olmadığı için anten polarizasyonunun bozulması gibi bir durum söz konusu değildir.

İlave olarak, Tablo 2'de belirtilen istenilen anten konumları haricinde, belirtilen aralıkta herhangi bir konumda da anteni konumlandırmak mümkün olmaktadır.

Gimbal mekanizmasının, aynı topolojik yapıda, kardan kavraması veya istavroz konseptinde şekillendirilmesi mümkündür.





Şekil 13. Gimbal mekanizması kardan kavraması konsepti

İstavroz konsepti ile geliştirilen kavramsal AYB tasarımı Şekil 14'te verilmiştir.



Şekil 14. Gimbal AYB alternatifi

Kavramsal tasarım üzerinde daha önce belirtilen senaryolar için benzetim çalışmaları yapılmıştır. İlgili alternatif için oluşturulan MATLAB Simulink<sup>®</sup> modeli Şekil 15'te verilmiştir.



Benzetim çalışması sonuçlarına göre, alternatif için seçilen tahrik ve yataklama elemanları ile verilen hacim zarfında yapılan yerleşim çalışmaları olumlu sonuçlanmıştır.

Ayrıca, anten arkasının kablo demeti için boş bırakılabilmesi ve antenin maksimum 90° dönmesi sebebiyle kayar bilezik kullanımına gerek duyulmamaktadır.



Şekil 16. Gimbal mekanizması alternatifi yerleşim çalışması

C. Paralel Manipülatör Alternatifleri

İstenilen anten hareketlerini elde etmek için AYB'de paralel manipülatör yapılarının kullanımı da değerlendirilmiştir.

İki dönme serbestliği bulunan manipülatörler kinematik açıdan yeterli gözükse de, belirtilen yüksek ivme yükü altında gerekli katılığın elde edilebilmesi için 3 veya 4 ayaklı bir yapının tercih edilmesi gerektiği düşünülmektedir.

Aşağıda verilen örneklerde sembolik olarak; R: döner mafsal, P: kayar mafsal, S: küresel mafsal anlamına gelmektedir.

# C1. 4RPS

Mekanizma 4 adet doğrusal eyleyici ile tahrik edilmektedir.

18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, Trabzon, 5-7 Temmuz 2017



*C2. 4RRS* Mekanizma 4 adet motor ile tahrik edilmektedir.



C3. 4PRS

Mekanizma 4 adet doğrusal eyleyici ile tahrik edilmektedir.



C4. 4RSR

Mekanizma 4 adet motor ile tahrik edilmektedir.



Şekil 20. 4RSR

#### C5. Küresel 3RRR

Şekil 21'de verilen küresel 3RRR manipülatörde döner mafsal eksenleri tek bir noktada çakışmaktadır. Mekanizma 3 adet motor ile tahrik edilmektedir.



Alternatifleri incelenen paralel manipülatörlerin AYB olarak değerlendirilebilmesi için belirtilen hacim zarfında yerleşim çalışması yapılmıştır.



Şekil 22'de antenin 0° konumu için manipülatör linkinin kırmızı alan içerisinde olması gerekmektedir. Ancak, anten yanca eksende 45° döndüğünde, birim ve hacim zarfi ile alanın sınırlandırıldığı (mavi alan) görülmektedir. Bu durumda kolun arka taraftan antene erişimi engellenmektedir. Hacim zarfında yeterli derinlik ve genişlik bulunmadığından dolayı, paralel manipülatör kullanımının bu problem için elverişsiz olduğuna karar verilmiştir.

#### III. İmalata Yönelik AYB Detay Tasarımı

Yapılan kavramsal tasarım çalışmaları sonucunda; tork ve güç gereksinimi, AYB tahmini boyut ve ağırlık, yapısal dayanım ve katılık, kayar bilezik kullanılmaması, üretim ve kontrol edilebilme kolaylığı gibi parametreler dikkate alınarak değerlendirme yapıldığında, istavroz şekillendirmesi ile gimbal mekanizması en uygun çözüm olarak belirlenmiştir. Detay tasarım süreci bu alternatif

üzerinden ilerletilmiştir. Tasarıma ilişkin 3B katı model, Siemenx NX<sup>®</sup> yazılımı ile oluşturulmuştur.

Seçilen gimbal mekanizması, yanca ve yükseliş eksenlerindeki dönme serbestliği olmak üzere 2 serbestlik derecesine sahiptir. Eksenlerdeki tork ve güç gereksinimlerinin hesaplanmasının ardından, tahrik elemanları ve eksen yönlendirme mekanizmaları belirlenmiştir. Tork ve güç gereksinimleri belirlenirken, ağırlık merkezinin 1 mm eksenden kaçık olduğu ve belirtilen yüksek ivme yüküne karşı iş yapıldığı varsayımı yapılmıştır.

#### A. Yanca Eksen Yönlendirme Mekanizması

Hacim zarfı kısıtlamaları ve anten yapısının büyüklüğü nedeniyle, yanca eksen tahrik grubu tasarımında yerleşim parametresi ön plana çıkmaktadır.

Yanca eksen için hesaplanan tork ve güç gereksinimi ile dişli çifti alternatifi değerlendirilmiştir. Ancak, hacim zarfi kısıtlamaları, doğabilecek imalat ve boşluk problemleri ve kütle öngörüsü nedeniyle bu alternatiften vazgeçilmiştir.

Bahsedilen yer problemleri nedeniyle, motor ekseninden yanca dönme eksenine hareket iletiminin 4 çubuk mekanizması ile sağlanması uygun görülmüştür. İlgili mekanizma ile motor çıkışı ve istavroz dönüşü arasında bir ilişki kurulması istenmektedir. Bahsi geçen problem literatürde 4 çubuk mekanizması fonksiyon sentezi olarak bilinmektedir. Mekanizmanın sentezi ve analizi için denklem takımları, Prof. Dr. Eres Söylemez'in kitabı [5] referans alınarak çıkarılmıştır. Mekanizma için çıkarılan devre kapalılık denklemleri ile Excel<sup>®</sup> ortamında parametrik bir model oluşturulmuştur.

Yapının büyüklüğü nedeniyle, mekanizmada mekanik avantaj elde edilmeye çalışılmıştır. Bu nedenle krank kolunun 165° hareketine karşılık istavrozun 90° hareketi sentezlenmiştir. (Şekil 23)



Şekil 23. Sentezlenen 4 çubuk mekanizması

Bahsedilen mekanik avantaj mekanizmanın tabiatı gereği (giriş ve çıkış çubuk boylarının farklılığı nedeniyle) doğrusal değildir. Ancak, oluşturulan parametrik model ile sistemin çalışma koşulları göz önünde bulundurularak doğrusal olmayan mekanik avantaj sistemin lehine kullanılmıştır. Detaylandırmak gerekirse; trapez hız profili kullanıldığında, antenin ±45° (krankın 0° ve 165°) konumlarında ivmelenmeler maksimum olacağı için mekanik avantajın buralarda yüksek olmasına özen gösterilmiştir. Kayıpsız bir sistem yaklaşımı ile enerji sakınımı düşünülürse bu konumlarda hız ters orantılı olacaktır, ancak antenin çalışma senaryosu gereği bu konumlarda hız 0 derece/saniye olacağı için bu durum problem teşkil etmemektedir. Sentezlenen mekanizma için mekanik avantajın krank açısına göre değişimi Şekil 24'te verilmiştir.

Mekanik Avantaj = 
$$m_a = \frac{T_{ist}}{T_{motor}} = \frac{\omega_{motor}}{\omega_{ist}}$$
 (1)



#### B. Yükseliş Eksen Yönlendirme Mekanizması

Yükseliş eksende istenilen hareket aralığının küçük olmasından dolayı doğrusal eyleyici kullanımı uygun görülmüştür. Uygun boyutlarda seçilen eyleyici ile bağlama açısı ve eyleyici kuvvet kapasitesi dikkate alınarak kol – kızak mekanizması sentezlenmiştir. Devre kapalılık ve sanki-statik kuvvet denge denklemleri çıkarılarak Excel<sup>®</sup> ortamında sentez ve analiz çalışması yapılmıştır.

18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, Trabzon, 5-7 Temmuz 2017



### C. İmalata Yönelik Tasarım

Sentezlenen mekanizmalar ve seçilen makine elemanları ile aşağıda görselleri verilen tasarım elde edilmiştir.



Şekil 26. İmalata yönelik AYB tasarımı



Şekil 27. İmalata yönelik AYB tasarımı

#### IV. Benzetim Çalışmaları

Benzetim çalışmaları, imalata yönelik tasarım süreci paralelinde etkileşimli olarak sürdürülmüştür. AYB tasarımı üzerinde yapılan modal analizler ve mukavemet hesaplamaları ile tasarıma yönelik girdiler elde edilmiştir.

Elde edilen nihai tasarım üzerinde de detaylı benzetim çalışmaları yapılmıştır. Yapılan benzetim çalışmaları aşağıda başlıklar altında detaylandırılmıştır.

Modal analiz ve esnek cisim dinamiği çalışmaları için hazırlanan SEM modeli Şekil 28'de verilmiştir.



A. Modal Analiz Benzetim Çalışmaları Tasarım süreci ile etkileşimli olarak sürdürülen modal analiz çalışmaları sayesinde sistem doğal frekansları istenilen aralıkta tutulmuştur. SEM çözücüsü olarak MSC Nastran<sup>®</sup> kullanılmıştır.

Nihai tasarımın önemli görülen rezonans frekanslarındaki mod şekilleri aşağıdaki görsellerde verilmiştir.

Şekil 29'da 4 çubuk mekanizmasından kaynaklanan istavrozun yanca eksende döndüğü mod verilmiştir. Biyel kolundan dolayı beklenen bir mod şeklidir.



Şekil 29. AYB mod - 1

Şekil 30'da istavroz tutucu kollardan kaynaklanan yapının kiriş salınım modu verilmiştir.



B. Esnek Çoklu Cisim Dinamiği Benzetim Çalışmaları AYB'ye ilişkin esnek çoklu cisimler dinamiği modeli MSC Adams® ortamında oluşturulmuştur.

Tablo 4'te belirtilen senaryolar için Craig Bampton Süperpozisyon Yöntemi [28] ile esnek cisim dinamiği çözümü yapılmıştır. Belirtilen yöntem ile statik mukavemet analizlerinden farklı olarak, yapının ataleti de hesaplara katılarak zaman düzleminde dinamik mukavemet analizi yapılmaktadır.

Senaryo - 1 için yapılan analiz çalışması ile AYB tasarımı üzerinde elde edilen kritik gerilme sonuçları Şekil 31'de verilmiştir.



Şekil 31. Senaryo - 1 gerilme sonuçları

#### C. İletim Hattı Frekans Cevap Analizi

Antenin stabilizasyonu için geliştirilecek olan kontrol algoritmasına, anten üzerine yerleştirilecek olan ivmeölçerden besleme yapılacaktır.

Yapılan analiz çalışması ile motor çıkışı ve ivmeölçer arasındaki hareket iletimi için, yapı esnekliğinin de hesaba katıldığı frekans cevap eğrisi MSC Adams® çözücüsü ile elde edilmiştir. Elde edilen frekans düzlemindeki cevap eğrisi, kontrol algoritması geliştirilmesi esnasında sistem transfer fonksiyonu olarak kullanılacaktır.

Bu çalışma ile istenen iletim hattı frekans cevap aralığı açısından uygun ivmeölçer yerleşimi de belirlenmiştir.

Şekil 32'de verilen grafikte, ivmeölçerin 4 farklı konumu için sistemin yanca eksendeki frekans cevabı verilmiştir.



Şekil 32. Yanca eksen frekans cevap analizi

#### V. Değerlendirme ve Sonuç

Yapılan çalışmalar ile hava platformunda yüksek dinamik koşullarda çalışacak bir AYB geliştirilmiştir. İlgili tasarımın imalat süreci devam etmektedir. Elde edilecek fiziksel prototip üzerinde tasarım ve analiz doğrulama çalışmaları yapılacaktır.

Hava platformunda maruz kalacağı çevre yükleri ve üstlendiği kritik görevi nedeniyle, tasarımı ve mukavemeti kadar sistemin stabilizasyon performansı ve kontrol edilebilirliği de önem arz etmektedir. Fiziksel prototip üzerinde yapılacak analiz doğrulama çalışmalarının ardından, bilgisayar ortamındaki benzetim çalışmaları ile sistemin test edilemeyecek farklı koşullarda çalışma durumları da incelenecektir.

#### Teşekkür

Proje sürecindeki değerli katkılarından dolayı; Sinan Yılmaz'a, Cem Genç'e, Cihan Turgut'a ve Zafer Erkal'a teşekkür ederiz.

#### Kaynakça

- Canfield S.L., "Spatial Parallel Architecture Robotic Carpal [1] Wrist", U.S. Patent 5699695, December 23, 1997
- [2] Helton J.R., "Parallel Actuator Gun Mount", U.S. Patent 8413569, April 9, 2013
- Chieng C., "Angle Adjustment Device for a Vehicle Rear View Mirror", U.S. Patent 0192952, August 11, 2011 Jacobsen P.E., "Gimbal Module", U.S. Patent 4951521, August [3]
- [4] 28, 1990
- [5] Söylemez E. Maxim Yayınevi, 4. Baskı, 2013. Söylemez E. Makina Teorisi 1 - Mekanizma Tekniği, Birsen
- Söylemez E., Yurt H.K. ve Özsipahi M. MYB\_Rapor\_Faz3, Ankara: Odtü, Bias Mühendislik, 2014 J. P. Merlet "Parallel Robots" Second Edition; Springer, 2006
- J. Sofka, V. Skornin, V. Nikulin, D. Nicholson "Omni-Wrist III [8]
- A New Generation of Laser Beam Steering Device" IEEEXplore, V 42, İssuue2, Nisan 2006 [9]
- M. Karouia, J. M. Herve "Asymmetrical 3-dof Spherical Parallel Mechanisms" European J. of Mechanics, v 24 p.47-57, 2005 [10] R. D. Gregorio, "The 3-RRS Wrist: Very Simple and not
- Overconstrained spherical Parallel Manipulator", Proceedings ASME, Design Engineering Technical Conference, Motreal, Canada, 29 October 2002. (Aynı zamanda Trans. ASME vol 126, September 2004)

- [11] G. Gogu, "Parallel wrists with three degrees of Freedom". Structural Synthesis of parallel Robots, Solid Mechanics and Its Applications v183. Pp 483-552. Springer, 2012 [] Z. Huang, Q.C. Li, "Type Synthesis of Symmetrical Lower
- [12] mobilityParallel Mechanisms Using the Constraint synthesis Method" The International Journal of Robotic Research. V.22, No: 1 January 2003, pp 59-79
- [13] X. Kong, C.M. Gosselin, "Type Synthesis of Three-Degree-of-Freedom Spherical Parallel Manipulators" The International Journal of Robotic Research. V.23, No: 3 March 2004, pp 237-245
- [14] M. Carricato, V. Parenti-Castelli, "A Novel Fully Decoupled Two-Degrees-of-Freedom Parallel Wrist" The International Journal of Robotic Research. V.23, No: 6 June 2004, pp 661-667.
- [15] E. Ottaviano, C.M. Gosselin, M. Ceccarelli, "Singularity Analysis of CaPaMan:
- [16] E. Ottaviano, C.M. Gosselin, M. Ceccarelli, "Singularity Analysis of CaPaMan:
- [17] A Three-Degree of Freedom Spatial Parallel Manipulator" IEEE Proceedings on Int. Conf. On Robotics & Automation, May 2001. [18] C. R. Carignan, R.D. Howard, "A Skew Axis Design for a 4-
- Joint Revolute Wrist" IEEE Proceedings on Int. Conf. On Robotics & Automation, May21-26, 2001
- [19] Y. Fang, L. W. Tsai, "Structure Synthesis of a Class of 3-DOF Rotational Parallel Manipulators", IEEE Transactions On Robotics & Automation, v20, No: 1, February 2004
- [20] G. Gogu, "Fully-Isotropic Over-Constrained Parallel Wrists with Two Degrees of Freedom", "IEEE Proceedings on Int. Conf. On Robotics & Automation, Barcelona, Spain, 2005.
- [21] Adams T.A., "Advanced Seeker with large Look Angle", U.S. Patent 5279479, Jan 18, 1994
- [22] Rosheim J.R., "Robotic Manipulator", U.S. Patent 8413569, April 9, 2010
- [23] Bunch B.P., "Systems and Methods for Gimbal Mounted Optical Communication Device", U.S. Patent 0092179, April 15, 2010
- [24] McGill J.J., "Two Axis Positioner with Zero Backlash", U.S. Patent 6285339, September 4, 2001
- [25] R. I. Alizade, F.C. Can, E. Gezgin, O. Selvi, "Structural Synthesis of New Parallel and Serial Platform Manipulators", 12th IFToMM World Congress, Besançon (France), June18-21, 2007 [26] Ceccarelli, "Parallel Manipulator Architectures from
- CAPAMAN Design", 19th International Workshop on Robotics in Alpe-Adria-Danube Region - RAAD 2010 • June 23-25, 2010, Budapest, Hungary.
- [27] Take-off Russia's National Aerospace Magazine, November 2008 ve February 2013.
- "Theory of Adams Flex", ADAMS User Guide, MSC Software, [28] 2012

# Bir Yolcu Gemisinin Düşey Hareketlerin Azaltılması İçin Optimal Kontrolör Tasarımı

F.Çakıcı \* Yıldız Teknik Üniversitesi İstanbul

**Özet**— Karışık deniz ortamında bir geminin hareket ve ivmelenmelerin kontrol edilebilmesi denizcilik açısından çok önemli ve güncel bir konudur. Bu çalışmada tipik bir yolcu gemisinin baş kısmında bulunan yolcular için baştan gelen düzenli dalgalar senaryosu incelenmiş ve hesaplanan düşey ivmelerin belirli bir üst limitin altında kalmasını garanti edecek bir kontrolör tasarımı gerçekleştirilmiştir. Karışık deniz için gemi hareketleri hesaplamaları Lineer Süperpozisyon tekniği ile gerçekleştirilmiştir. Dalıp-çıkma ve baş-kıç vurma hareketlerinin birleşik olarak düşünüldüğü iki serbestlik dereceli doğrusal bir matematiksel model kullanılmıştır. Düşey ivmelenmelerin azaltılması için lineer matris eşitsizlikleri tabanlı durum geri beslemeli  $L_2$  kazançlı kontrolör tasarımı gerçekleştirilmiştir.

# Anahtar kelimeler: gemi hareketleri, optimal kontrol, doğrusal matris eşitsizlikleri, deniz tutması, L2 kazançlı kontrol algoritması

**Abstract**— Being able to control motions and accelerations of a ship in irregular seas is a very important and current issue in terms of maritime. In this study, head waves scenario was investigated for the passengers sitting at the bow part of the ship and a controller design was implemented to guarantee that the calculated vertical accelerations were below a certain upper limit. Ship motion calculations in irregular seas were examined by using the Linear Superposition Principle which is recommended by Pierson and Moskowitz. A linear mathematical model is used to simulate 2-DOF coupled heave and pitch motions. In order to mitigate the vertical accelerations, LMI based state-feedback  $L_2$  gain controller is used.

Keywords: ship motions, optimal control, linear matrix inequalities, sea sickness,  $L_2$  gain control algorithm

#### I Giriş

Bir geminin denizcilik kabiliyeti o geminin tipi ve görev tanımı ile doğrudan ilintilidir. Bir yolcu gemisi için taşıyabildiği yolcu kapasitesinin yanı sıra, sahip olduğu hız çok önemli bir parametredir. Fakat dalga kaynaklı hareketler yüksek gemi hızında rahatsız edici boyuta

<sup>†</sup> hyazici@yildiz.edu.tr

H.Yazıcı<sup>†</sup> Yıldız Teknik Üniversitesi İstanbul

ulaştığı için denizde konfor parametresinin de hesaba katılması gerekir. Bir geminin şiddetli bir deniz durumunda düşey ivmelenmelerinin azaltılması için yapılan işlem genellikle kaptanın hız kesmesi ve hareketleri yumuşatmasıdır. Çünkü gemi operatörünün hız kesme eylemi geminin daha az dalga ile rezonansa girmesine olacaktır. neden Gemi hareketlerin azaltılamaması yolcular için yorgunluğa ve deniz tutması olarak adlandırılan bir hadiseye sebep vermektedir. Bu sebeple yolcuların olumsuz etkileyecek düşey ivmelerin azaltılması için eğer geminin ağırlığı ve diğer form parametrelerini değiştirme imkânı yok ise, bu etkileri azaltacak bir kontrolör tasarımı ile probleme çözüm bulunmalıdır.

Mevcut çalışmada temel olarak, gemi düşey ivmelenmelerinin sönümlenmesi üzerinde tartışılmıştır ve karışık deniz ortamındaki hareketlerin insan konforu üzerindeki etkilerinin araştırılması üzere yapılan bilimsel çalışmalardan elde edilen kriter değerler göze alınmıştır. Gemi hareketlerinin insan üzerindeki etkilerini kesfetmek amacı ile ilk yapılan çalışmalar O'Hanlon ve McCauley'in çalışmasıdır [1]. Bu çalışma deneysel bir çalışma olup ABD ordusu desteği ile kalabalık bir grup gönüllü öğrencinin katılımı ile gerçekleştirilerek deniz tutması bölgesi Şekil 1'deki gibi elde edilmiştir. Bu çalışmada hareket frekansları, şiddetleri ve harekete maruz kalınan süre baz alınarak eğri uydurma tekniği ile bir takım grafikler elde edilmiştir. Düşey ivme kriter değerinin yolculuk süresi ile ters orantılı olarak değişirken rahatsız edici frekansın 0.17 Hz civarında olduğu hesaplanmıştır. Uluslararası Standartlar Teşkilatı bu çalışmada elde edilen grafikleri (ISO), doğrusallaştırarak daha kullanışlı hale getirmiştir [2,3]. 30 Dakikalık bir gemi yolculuğu için düşey ivme kriterinin 1 m/s<sup>2</sup> RMS olduğu Tablo 1'den görülebilir [1]. Lawther ve Griffin benzer bir calışmayı İngiliz Kanalında operasyon yapan arabalı feribotlar için yapmış ve benzer sonuçlar elde etmişlerdir [4].

<sup>\*</sup> fcakici@yildiz.edu.tr

Bahsedilen çalışmada aynı zamanda baş-kıç vurma ve yalpa hareketlerinin tek başına deniz tutması üretmediği fakat dalıp-çıkma hareketi ile düşünüldüğü zaman deniz tutması açısından tehlikeli olacağını sonucuna varmıslardır.

| Yolculuk Süresi | RMS Düşey İvmelenme<br>Kriter Değeri [m/s²] |
|-----------------|---|
| 4 saat          | 0.315                                       |
| 2 saat          | 0.500                                       |
| 1 saat          | 0.707                                       |
| 20 debibe       | 1.00  |



TABLO 1. Seçilen ivmelenme seviyeleri.

Şekil. 1. Farklı Maruz Kalma Sürelerine Göre Hesaplanmış Deniz Tutması Bölgesi [3].

Yapılan bu çalışmaların sonrasında dalga etkileşimi ile oluşan gemi düşey hareketlerinin aktif kontrolü için çok sayıda kontrolör tasarımı içeren çalışma literatüre kazandırılmıştır. Esteban ve diğ. yapmış oldukları çalışmada yüksek hızlı bir feribot için mutlak düşey ivmelenmelerinin azaltılması amacı ile PID tabanlı aktif kanat ve T-foil tipi kontrölcü tasarlamışlardır. Çalışmalarında tasarladıkları eyleyiciler sayesinde düşey ivmelenmeleri ortalama % 27 oranında azaltmışlardır [5]. Lopez ve diğ., ise yaptıkları çalışmada hızlı bir geminin bulanık modeline dayanılarak tasarladıkları bulanık kontrol sistemi ile deniz tutmasının ana sebebi olan düşey ivmeleri söndürmeyi başarmışlardır [6]. Riola ve diğ. çalışmalarında hızlı savaş gemilerinde düşey hareketleri ve buna bağlı deniz tutması olayını incelemişlerdir [7]. Giron-Sierra ve diğ, İspanya'daki armatörlerin desteği ile navigasvon, deniz tutması tahmini, denevsel modelleme, kontrolcü tasarımı ve deneysel gerçekleme gibi kavramlar üzerinde bir çalışma yapmışlardır [8]. Sierra ve Esteban yapmış oldukları çalışmada yüksek hızlı bir tekne için düzenli dalgalar içindeki hareketlerinden yola çıkarak eyleyici doyumlu ve limitsiz durumdaki kontrol kuvvetlerini hesaplamışlardır [9].

Bu çalışmanın amacı, incelenecek yolcu gemisinin baştan gelen karışık dalgalarda deniz durumu 3 (DD3) için hesaplanan ve 1,30 m/s2 olan RMS (Kareköklerinin Ortalaması) düşey ivme değerinin 1 m/s<sup>2</sup> civarına indirip konforlu bir yolculuğu sağlayacak bir kontrolör tasarlamaktır. Tablo 1'den görüldüğü üzere 1 m/s² RMS düşey ivme değeri otuz dakikalık bir gemi yolculuğu için deniz tutması açısından üst limittir. Çalışmada dalga etkisinde modellenen geminin düşey ivmelerinin azaltılması için tüm durum değişkenlerinin ölçülmesi ile statik geri beslemeli kontrolör tasarımı gerçekleştirilmiştir. Önerilen kontrolörün tasarımında, dışbükey optimizasyon temelinde Doğrusal Matris Eşitsizlikleri (DME) yaklaşımı kullanılmıştır. Tasarımda ilk olarak lineer zamanla değişmeyen sistemin kararlılığı uygun Lyapunov aday fonksiyonu seçimi ile DME formunda elde edilmiştir. Daha sonra kontrolörün performansı kapalı çevrim sistemin bozucu girişlerinden performans çıkışlarına olan transfer fonksiyonları matrisinin L2 kazancını minimize edecek şekilde tasarıma eklenmesi ile durum geri-beslemeli kontrolörün sentez denklemleri elde edilmiştir. Yapılan benzetim çalışmaları ile önerilen durum geri-beslemeli kontrolörün tatmin edici bir bozucu bastırma performansına sahip olduğu gösterilmiştir.

#### II Matematiksel Model

#### A. Kullanılan Gemi Modeli

Çalışmada kullanılan yolcu gemisi formunun geometrik özellikleri Tablo 2'de, fiziksel modelin tanıtılması ise Şekil 2'de verilmiştir. Verilen bütün değerler gemi sakin suda iken ölçülen değerlerdir.

| Boyutlar ve Parametreler   | Değer        |
|--|--------------|
| Lwl (m)  | 42.90        |
| Bwl (m)  | 4.78         |
| Draft (m)  | 2.5          |
| LCG(m) (from aft)  | 18.75        |
| VCG(m) (from baseline)   | 3.0          |
| Kütle (ton)  | 200.0        |
| $I_{yy}(tonm^2)$   | 22380.0      |
| Gemi hızı (knots)  | 20           |
| Froude Sayısı (-)  | 0.50         |
| Yolcu Yerleşim Bölgesi<br>Koordinatları (m, gemi ortasından<br>baş tarafa) | 15.0,0.0,6.0 |

TABLO 2. Gemi parametreleri

Geminin baştan gelen düzenli dalgalarda ve 20 knots (Fn=0.5) hıza sahipken elde edilen dalıp-çıkma, baş-kıç vurma ve düşey ivmelenme hareketlerine ait transfer fonksiyonları kontrollü ve kontrolsüz olarak sonuçlar kısmında verilmiştir. Grafiklerden görüldüğü gibi 0-4 rad/s karşılaşma frekansı aralığında gemi düşey hareketleri mevcuttur. Diğer frekanslarda cevaplar ihmal edilebilecek düzeydedir.



Şekil 2. Fiziksel Modelin Tanıtılması

Tablo 3 incelendiğinde ise mevcut yolcu gemisi 20 knots hızda DD3'te dalgaları baştan aldığı durumda ilerlerken geminin baş kısmında bulunan yolcuların maruz kalacağı baskın düşey ivmelenme frekanslarının 2.087-2.702 rad/s arasında değiştiği görülmektedir. Bu sebeple bu karşılaşma frekansları için (5 adet) düşey ivme RAO grafiğinde kontrolör sayesinde azaltılacak olan ivme değerleri cevap spektrumu altında kalan alanı doğrudan küçültecektir.

TABLO 3. Baskın olan karşılaşma frekansları

| ω     | $S_{av}$ |
|-------|----------|
| 2.087 | 0.9050   |
| 2.208 | 1.8347   |
| 2.347 | 2.6857   |
| 2.510 | 2.1560   |
| 2.702 | 1.0666   |

#### B. Düzenli Dalgalar İçin Gemi Hareketleri

Çalışmada sadece düşey hareketler incelendiği için Eşitlik (1) ve (2)' de yer alan düşey hareket denklemleri kullanılmıştır.

$$(M + A_{33})\ddot{x}_{3}(t) + B_{33}\dot{x}_{3}(t) + C_{33}x_{3}(t) + A_{35}\ddot{x}_{5}(t) + B_{35}\dot{x}_{5}(t) + C_{35}x_{5}(t) = F_{3}e^{i\omega_{5}t}$$
(1)

$$(I_{5} + A_{55})\ddot{x}_{5}(t) + B_{55}\dot{x}_{5}(t) + C_{55}x_{5}(t) + A_{53}\ddot{x}_{3}(t) + B_{53}\dot{x}_{3}(t) + C_{53}x_{3}(t) = F_{5}e^{i\omega_{5}t}$$
(2)

Burada,  $\ddot{x}_3$  dalıp çıkma hareketinin ivmesi,  $\dot{x}_3$  dalıp çıkma hareketinin hızı,  $x_3$  dalıp çıkma hareketinin deplasmanını,  $\ddot{x}_5$  baş-kıç vurma hareketinin ivmesi,  $\dot{x}_5$  baş kıç vurma hareketinin deplasmanını,  $F_3$  dalga kaynaklı dalıp çıkma kuvvetinin büyüklüğünü,  $F_5$  dalga kaynaklı baş kıç vurma momentinin büyüklüğünü, M geminin kütlesini,  $I_5$  geminin baş kıç vurma atalet momentini,  $C_{33}$  dalıp çıkma

doğrultma katsayısını  $C_{55}$  ise baş kıç vurma doğrultma katsayısını ifade etmektedir. Dalıp çıkma hareketi için hesaplanan ek kütle ve sönüm katsayıları Eşitlik (3)'de yer verildiği gibi dilim teorisi yardımı ile hesaplanabilmektedir [10].

$$A_{33} = \int_{-L/2}^{L/2} a_{33} dx - \frac{V}{\omega^2} b_{33}^{A} , \quad B_{33} = \int_{-L/2}^{L/2} b_{33} dx + V a_{33}^{A}$$
(3)

Eşitlik (3)'te, A<sub>11</sub>üç boyutlu gemi formu için dalıp çıkma ek kütlesini, Lgemi boyunu, a33 geminin enine kesitleri için dalıp çıkma ek kütlesini, V geminin ilerleme hızını, w gemi enine kesitinin salınım frekansını, b<sub>33</sub> geminin en kıç tarafındaki kesitin dalıp çıkma sönümünü, B<sub>33</sub> üç boyutlu gemi formu için dalıp çıkma sönümünü, b33 geminin enine kesitleri için dalıp çıkma sönümünü ve son olarak a<sup>A</sup><sub>33</sub> geminin en kıç tarafındaki kesitin dalıp çıkma ek kütlesini ifade etmektedir. Eşitlik (3)'te yer alan a<sub>33</sub> ve b<sub>33</sub> katsayıları Fortran dili ile yazılmış bir denizcilik kodu yardımı ile bulunmuştur. Eşitlik (1) ve Eşitlik (2)'de yer alan diğer katsayıların ifadesi Salvesen ve diğ.'nin makalesinde bulunabilmektedir [10]. Enerjileri göreceli olarak daha yüksek olan karşılaşma frekansları için Eşitlik (1) ve Eşitlik (2)'de yer alan katsayılar Tablo 5'te verilmiştir. Dilim teorisi ile hesaplanan dalga yükleri, 1 metre genlikli düzenli dalga içindir. DD3'te RMS dalga genliği 0.22 metre olduğu için, birim metre cinsinden hesaplanan dalga kuvvet ve momentleri bu bilgi göz önüne alınarak hesaplanmıştır.

Eşitlik (1) ve Eşitlik (2), durum-uzay formunda,

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_{\mathbf{w}}\mathbf{w}(t) + \mathbf{B}_{\mathbf{u}}\mathbf{u}(t)$$
(4)

şeklinde ifade edilebilir. Durum - uzay vektör ve matrisleri,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ xh_1/P_1 & xh_2/P_1 & xh_3/P_1 & xh_4/P_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ xp_1/P_2 & xp_2/P_2 & xp_3/P_2 & xp_4/P_2 \end{bmatrix}, \ \mathbf{B}_u = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1/P_1 & H/P_1 \\ 0 & 0 \\ P/P_2 & 1/P_2 \end{bmatrix},$$
$$\mathbf{B}_w = \begin{bmatrix} 0 \\ 1/P_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \ \mathbf{w}(t) = \begin{bmatrix} F_{3A} \\ F_{5A} \end{bmatrix}, \ \mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} U_3 \end{bmatrix}, \ \mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \end{bmatrix} \text{ olarak }$$

yazılabilir. Burada,

$$\begin{split} &P_{1} = (M+A_{33}) - (A_{35}A_{53}) / (I_{yy} + A_{55}), \\ &P_{2} = (I_{yy} + A_{55}) - (A_{35}A_{53}) / (M + A_{33}), \\ &xh_{1} = -C_{33} + (A_{35}C_{53}) / (I_{yy} + A_{55}), \\ &xh_{2} = -B_{33} + (A_{35}B_{53}) / (I_{yy} + A_{55}), \\ &xh_{3} = -C_{35} + (A_{35}C_{55}) / (I_{yy} + A_{55}), \\ &xh_{4} = -B_{35} + (A_{35}B_{53}) / (M + A_{33}), \\ &xp_{1} = -C_{53} + (A_{53}B_{33}) / (M + A_{33}), \\ &xp_{2} = -B_{53} + (A_{53}B_{35}) / (M + A_{33}), \\ &xp_{3} = -C_{55} + (A_{53}B_{35}) / (M + A_{33}), \\ &xp_{4} = -B_{55} + (A_{53}B_{35}) / (M + A_{33}), \\ &H = -A_{35} / (I_{yy} + A_{55}), \\ &P = -A_{53} / (M + A_{33}), \\ \end{split}$$

şeklinde elde edilmiştir. U, ise kontrol kuvvetini ifade etmektedir.

#### C. Karışık Dalgalar İçin Gemi Hareketleri

Mevcut gemi formunun karışık deniz ortamındaki hareketlerinin tahmini için Pierson ve Moskowitz tarafından önerilen lineer süperpozisyon ilkesi kullanışmıştır [11]. Bu süperpozisyon metodunda kullanılan transfer fonksiyonu deneysel veya nümerik (Dilim teorisi, HAD vs.) yollarla elde edilebilir. Dilim teorisi gibi potensiyel yöntemler çok hızlı bir şekilde transfer fonksiyonunu hesaplayabilmektedir. Ayrıca incelenen yolcu gemisi gibi narin gemi formları (L/B>5) için doğrulanmıştır.

Bu çalışmada izlenecek metotlar bu kısımda sıralanmıştır. Geminin DD3'teki mutlak düşey ivme değerini hesaplamak için öncelikle RAO (Response Amplitude Operator) olarak adlandırılan ve geminin düzenli dalgalardaki davranışını ifade eden grafik dilim teorisi kullanarak elde edilmiştir. DD3'e ait olan ve Pierson-Moskowitz dalga spektrumu ile ifade edilen deniz sahası geminin düşey ivme RAO grafiği ile Eşitlik (5)'te yer alan ifade ile süperpoze edilmiştir.

$$S_{av}(\omega_{e}) = S_{\zeta}(\omega_{e}) \times \left| RAO_{av}(\omega_{e}) \right|^{2}$$
(5)

Burada,  $S_{w}$ , DD3 için hesaplanan düşey ivme spektral enerjisini,  $S_{\zeta}$  dalga spektrumu enerjisini ve RA0<sub>w</sub> düşey ivmelenme transfer fonksiyonunu ifade etmektedir. Elde edilen  $\omega_e - S_{av}$  eğrisi altında kalan alan varyansı, karekökü ise RMS değerini vermektedir. İncelenen deniz durumu Tablo 4'te,  $S_{\zeta}$  formülasyonu ise Eşitlik (6)'da verilmiştir.

$$S_{\zeta}(\omega) = A\omega^{-5} \exp\left(-\frac{B}{\omega^{4}}\right)$$
(6)

Burada,

$$A = 0.0081 \times g^2$$
 (7)

$$B = \frac{0.032 \times g^2}{H_{1/3}^2}$$
(8)

olarak ifade edilmektedir. Burada H<sub>1/3</sub> karakteristik dalga yüksekliğini, g ise yerçekimini ifade etmektedir.

Süperpozisyonda kullanılacak olan bütün frekanslar geminin dalgalarla karşılaşma frekansıdır ( $\omega_e$ ) ve baştan gelen dalgalar için Eşitlik (9) kullanılarak elde edilmektedir.

$$\omega_{\rm c} = \omega + \left(\frac{\omega^2 V}{g}\right) \tag{9}$$

$$\omega^2 = (\mathbf{g}\mathbf{k}) \tag{10}$$

$$k = (\frac{2\pi}{\lambda}) \tag{11}$$

Burada  $\omega$  dalga frekansını, V ise gemi ilerleme hızını ifade etmektedir. Eşitlik (10)'da yer alan denklem derin su için dispersiyon denklemidir ve burada k dalga sayısını gösterir. Eşitlik (11)'deki  $\lambda$  ise verilen düzenli dalganın boyudur. Gemi V hızına sahipken baştan gelen dalgalar için dalga spektrumu enerjisi Eşitlik (12)'deki gibi yazılabilir.

$$S_{\zeta}(\omega_{e}) = \frac{S_{\zeta}(\omega)}{1 + \frac{2\omega V}{g}}$$
(12)

|   | $\omega_e =$ | $\omega_e =$ | ω <sub>e</sub> | $\omega_e =$ | $\omega_e =$  |
|---|--------------|--------------|----------------|--------------|---------------|
|   | 2,09 (rad/s) | 2,21 (rad/s) | =2,347 (rad/s) | 2,51 (rad/s) | 2,702 (rad/s) |
| M (ton)                                       | 203,00       | 203,00       | 203,00         | 203,00       | 203,00        |
| A <sub>33</sub> (ton)                         | 146,37       | 145,35       | 145,432        | 146,85       | 149,86        |
| B <sub>33</sub> (ton/s)                       | 315,25       | 299,28       | 280,29         | 257,95       | 232,00        |
| $C_{33}$ (ton/s <sup>2</sup> )                | 1567,56      | 1567,56      | 1567,56        | 1567,56      | 1567,56       |
| A <sub>35</sub> (tonm)                        | -271,63      | -158,60      | -47,87         | 59,86        | 163,73        |
| B <sub>35</sub> (tonm/s)                      | 2007,45      | 1958,81      | 1914,32        | 1875,43      | 1843,98       |
| C <sub>35</sub> (tonm/s <sup>2</sup> )        | 1173,99      | 1173,99      | 1173,99        | 1173,99      | 1173,99       |
| A <sub>53</sub> (tonm)                        | 1217,80      | 1104,76      | 999,04         | 902,53       | 817,47        |
| B <sub>53</sub> (tonm/s)                      | 947,46       | -975,00      | -1021,20       | -1089,38     | -1182,69      |
| C <sub>53</sub> (tonm/s <sup>2</sup> )        | 1173,99      | 1173,99      | 1173,99        | 1173,99      | 1173,99       |
| I <sub>5</sub> (tonm2)                        | 22380,00     | 22380,00     | 22380,00       | 22380,00     | 22380,00      |
| A <sub>55</sub> (tonm/m <sup>2</sup> )        | 17923,40     | 17358,90     | 16936,40       | 16676,80     | 16602,25      |
| B <sub>55</sub> (tonm/s)                      | 39180,90     | 36556,40     | 33678,00       | 30517,40     | 27056,33      |
| $C_{55}$ (tonm <sup>2</sup> /s <sup>2</sup> ) | 172215,00    | 172215,00    | 172215,00      | 172215,00    | 172215,00     |
| F <sub>3R</sub> (kN)                          | 126,98       | 107,62       | 85,81          | 61,71        | 35,97         |
| F <sub>31</sub> (kN)                          | 25,88        | 22,09        | 17,81          | 13,15        | 8,32          |
| F <sub>3A</sub> (kN)                          | 129,59       | 109,86       | 87,64          | 63,10        | 36,93         |
| $\beta_3$ (rad.)                              | 0,201        | 0,202        | 0,205          | 0,210        | 0,227         |
| F <sub>5R</sub> (kNm)                         | 287,62       | 306,23       | 317,84         | 320,08       | 310,96        |
| F <sub>51</sub> (kNm)                         | -1989,39     | -1937,34     | -1843,31       | -1691,06     | -1461,19      |
| F <sub>5A</sub> (kNm)                         | 2010,09      | 1961,40      | 1870,51        | 1721,09      | 1493,92       |
| $\beta_5$ (rad.)                              | -1,427       | -1,414       | -1,405         | -1,383       | -1,361        |

TABLO 5. Düşey hareket denklemlerinde kullanılan katsayılar.

TABLO 4. İncelenen deniz durumu

| Deniz Durumu | Karakteristik Dalga Yüksekliği $ m H_{1/3}$ (m.) |
|--------------|--|
| DD3          | 0.88   |

Eşitlik (1)'de yer alan ifadeye göre transfer fonksiyonu, karesi ile orantılı olarak karışık deniz durumundaki cevabı etkilemektedir. Bu nedenle transfer fonksiyonunda rezonans bölgesindeki azalma karışık deniz ortamındaki cevabı ciddi biçimde azaltacaktır. Geminin baştan gelen düzenli dalgalarda ve 20 knots hıza sahipken elde edilen düşey ivmelenme cevap fonksiyonu grafiği kontrollü ve kontrolsüz olarak sayısal benzetim çalışmaları kısmında verilmiştir.

#### III Durum Geri-Beslemeli Optimal Kontrolör Tasarımı

Bu bölümde modellenen yolcu gemisinin düşey hareketlerinin azaltılması için durum geri beslemeli optimal kontrolör tasarımı gerçekleştirilmiştir. Geliştirilen kontrolör tasarımının en önemli aracı dışbükey optimizasyon temelindeki DME yaklaşımı olmuştur. DME yaklaşımı son dönemlerde optimal kontrolörlerin tasarlanmasında sıklıkla kullanılmaktadır. Ancak ürettikleri ürettikleri çözümlerin tutucu olması beklenilen bir sonuçtur. Literatürde yapılan çalışmalar bu gevşetmelerinin sıkı aracların tip olduğunu göstermektedir. Bunun başlıca nedeni, DME ile formüle edilen kısıtların, genelde gerçek kısıtları da içine alan daha büyük dış bükey yapılar şeklinde olmasıdır.

Buradaki gerçek en iyi değer ile hesaplanan en iyi değer arasındaki boşluk bu tutucu yaklaşımlardan kaynaklanmaktadır. Günümüzde bu tutuculuğun azaltılmasına yönelik yeni yöntem ve iterasyon tekniklerinin geliştirilmesine yönelik çalışmalar devam etmektedir [12], [13]. Bununla birlikte, DME yaklaşımı, L<sub>2</sub> kazançlı optimal kontrol, H optimal kontrol, kutup yerleştirme, dayanıklılık, eyleyici doyumu ve zaman gecikmesi gibi kontrol problemlerinin DME kısıtları üzerinden dış bükey optimizasyonu problemlemine genişletilerek yarı tanımlı programlama teknikleri ile çözülebilmesine imkan sağladığı için oldukça kullanışlı bir yöntemdir.

Bu çalışmada  $L_2$  kazançlı optimal kontrolör problemin çözümünde, Cebirsel Ricatti Eşitliğine göre daha az tutucu sonuçlar verdiği bilinen DME yaklaşımı, tasarımın başlıca aracı olarak kullanılmıştır [14], [15].

Ele alınan kontrol probleminin açık çevrim durumuzay formu,

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_{1}\mathbf{w}(t) + \mathbf{B}_{2}\mathbf{u}(t)$$
  
$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}_{11}\mathbf{w}(t) + \mathbf{D}_{12}\mathbf{u}(t)$$
 (13)

şeklinde ifade edilebilir. Burada,  $x(t) \in \Re^n$  durum vektörünü,  $z(t) \in \Re^p$  denetim çıkış vektörlerini,  $w(t) \in \Re^{m_w}$  bozucu giriş vektörünü,  $u(t) \in \Re^{m_u}$  denetim giriş vektörünü göstermektedir. A, B<sub>1</sub>, B<sub>2</sub>, C, D<sub>11</sub>, D<sub>12</sub> matrisleri ise sistemin bilinen uygun boyutlu durum-uzay matrisleridir. Kontrol girişinin u(t) = Kx(t) ( $K \in \Re^{m_u \cdot n}$ ) gibi durumların doğrusal bir fonksiyonu olduğu kabulünden yola çıkarak Eşitlik (14) ile verilen kapalıçevrim sistemi elde edilir. Burada, K durum geribeslemeli kontrol kazancını göstermektedir.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = (\mathbf{A} + \mathbf{B}_2 \mathbf{K})\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_1 \mathbf{w}(t)$$
  
$$\mathbf{z}(t) = (\mathbf{C} + \mathbf{D}_{11} \mathbf{K})\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}_{11} \mathbf{w}(t)$$
(14)

Bir kontrol sisteminin L<sub>2</sub> kazanç performans problemi, kapalı-çevrim (14) sistemini kararlı kılacak ve sistemin girişlerinden çıkışlarına olan transfer fonksiyonları matrisinin  $\|T_{xw}\|_{\infty}$ , normunu  $\gamma$  gibi bulunabilecek en küçük skaler pozitif bir değerden küçük kılacak bir kontrolör bulmaktır [14]. Bilindiği gibi, sistemin sonsuz normu ile DME arasındaki bağlantı sınırlı gerçek yardımcı teoremi kullanılarak yapılır. V(x(t)) = x<sup>T</sup>(t)Px(t), P = P<sup>T</sup> > 0 şartıyla karesel Lyapunov fonksiyonudur.  $\gamma > 0$  olmak üzere sistemin performans ve kararlılık kısıtları için tanımlanan (15) eşitsizliği, tüm x(t) ve w(t) 'ler için negatif tanımlı olmalıdır.

$$\dot{V}(x(t)) + z_1^{T}(t)z_1(t) - \gamma^2 w^{T}(t)w(t) < 0$$
 (15)

Eşitsizlik (15)'in (14) ile birleştirilmesiyle,

$$\begin{split} & [(A + B_2 K)x(t) + B_1 w(t)]^T Px(t) \\ & + x^T(t) P[(A + B_2 K)x(t) + B_1 w(t)] \\ & [(C_1 + D_{12} K)x(t) + D_{11} w(t)]^T [(C_1 + D_{12} K)x(t) + D_{11} w(t)] \\ & - \gamma^2 w^T(t) w(t) < 0 \end{split}$$
(16)

eşitsizliği elde edilir. Bu eşitsizliğin düzenlenmesiyle

$$\begin{bmatrix} \Psi_{11} & PB_1 + (C_1 + D_{12}K)^T D_{11} \\ B_1^T P + D_{11}^T (C_1 + D_{12}K) & -\gamma^2 I + D_{11}^T D_{11} \end{bmatrix} < 0, (17)$$

 $\psi_{11} = (A + B_2 K)^T P + P(A + B_2 K) + (C_1 + D_{12} K)^T (C_1 + D_{12} K)$ matris eşitsizliği elde edilir. Schur tümleyeni kullanılarak

[15] ve Eşitsizlik (17)'nin sağından ve solundan  $P^{-1}$  ile çarpılması sonucunda,

$$\begin{split} P^{-1}(A + B_2K)^T + (A + B_2K)P^{-1} \\ + P^{-1}(C_1 + D_{12}K)^T(C_1 + D_{12}K)P^{-1} \\ - (B_1 + P^{-1}(C_1 + D_{12}K)^TD_{11})(-\gamma^2I + D_{11}D_{11}^T)^{-1} \\ (B_1^T + D_{11}^T(C_1 + D_{12}K)P^{-1}) < 0 \end{split}$$
(18)

eşitsizliği elde edilir.  $X = P^{-1}$  değişken dönüşümüyle,

$$\begin{bmatrix} \Omega_{11} & B_1 + X(C_1 + D_{12}K)^T D_{11} \\ B_1^T + D_{11}^T(C_1 + D_{12}K)X & -\gamma^2 I + D_{11}^T D_{11} \end{bmatrix} < 0, (19)$$

$$\Omega_{11} = ((A + B_2 K)X + X(A + B_2 K)^T + X(C_1 + D_{12} K)^T (C_1 + D_{12} K)X)$$

matris eşitsizliği elde edilir. KYP yardımcı teoremi [15] ile (19) eşitsizliği

$$\begin{bmatrix} (A + B_{2}K)X + X(A + B_{2}K)^{T} & B_{1} \\ B_{1}^{T} & -\gamma I \end{bmatrix}$$

$$+ \frac{1}{\gamma} \begin{bmatrix} X(C_{1} + D_{12}K)^{T} \\ D_{11}^{T} \end{bmatrix} [(C_{1} + D_{12}K)X & D_{11}] < 0$$
(20)

şeklinde yazılabilir. Yine Schur tümleyeni kullanılarak X > 0 için, (14)'de verilen kapalı-çevrim sistemin  $L_2$  kazanç performans kısıtları aşağıdaki matris eşitsizliği şeklinde elde edilir.

$$\begin{bmatrix} (A + B_2 K)X + X(A + B_2 K)^T & B_1 & X(C_1 + D_{12} K)^T \\ B_1^T & -\gamma I & D_{11}^T \\ (C_1 + D_{12} K)X & D_{11} & -\gamma I \end{bmatrix} < 0^{(21)}$$

Yukarıda elde edilen (21) matris eşitsizliği, KX terimlerinden dolayı dışbükey değildir. Dışbükeyliği sağlamak için ise L = KX değişken dönüşümü ile (21) matris eşitsizliği,

$$\begin{bmatrix} AX + XA^{T} + B_{2}L + L^{T}B_{2}^{T} & B_{1} & XC_{1}^{T} + L^{T}D_{12}^{T} \\ B_{1}^{T} & -\gamma I & D_{11}^{T} \\ C_{1}X + D_{12}L & D_{11} & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (22)$$

şeklinde DME formunda elde edilir. (22) DME'ni çözen uygun X, ve L matrisleri bulunursa, durum geribeslemeli optimal kontrolör kazancı

$$\mathbf{K} = \mathbf{L}\mathbf{X}^{-1} \tag{23}$$

şeklinde elde edilir.

#### IV Nümerik Benzetim Çalışmaları

Bu kısımda analiz edilen yolcu gemisinin 20 knot sabit hızda baştan gelen karışık dalgalardaki düşey ivme cevaplarının azaltılması için yapılan benzetim çalışmalarının sonuçları grafikler yardımı ile ortaya konulmuştur. Geminin DD3 için düşey ivme cevaplarını RMS olarak hesaplarken lineer süperpozisyon yöntemi kullanılmıştır. Geminin düşey ivme hareketi için en baskın olan karşılaşma frekansları belirlenmiş ve bu baskın frekanslar için kontolcü tasarlanmıştır.

Gemi başındaki ivme RAO değerleri Eşitlik (1)'e göre DD3 için süperpoze edilirse elde edilen grafiğin altında kalan alanın karekökü, gemi başındaki düşey ivme cevabı için RMS değerini verir. Kontrolsüz durumda DD3 için hesaplanan düşey ivme cevabı 1.2915 m/s<sup>2</sup>'dir. Kontrolsüz ve kontrollü cevapların gösterimi için en yüksek enerjiyi ihtiva eden  $\omega_e$ =2.347 rad/s frekansı seçilmiştir.

Çalışmada tasarlan kontrolörün performans çıkış vektörü

 $z(t) = Cx(t) + D_{11}w(t) + D_{12}u(t)$ 

olarak verilmiştir. Tasarımda ilgili matrisler,

$$\begin{split} \mathbf{C} &= \mathbf{I}_{4\times 4}, \\ \mathbf{D}_{11} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \\ \mathbf{D}_{12} &= \begin{bmatrix} 0 & \alpha & 0 & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \end{split}$$

olarak belirlenmiştir. Kontrolör tasarımından elde edilen kontrol kuvvetinin pratikte uygulanabilir olması için, performans çıkışı vektöründe kontrol girişi  $\alpha$ =150 değeri seçilerek ağırlıklandırılımıştır. Çalışmada tasarlanan durum beslemeli optimal kontrolör aşağıdaki optimizasyon probleminin çözümü ile elde edilebilmektedir.

Söz konusu optimzisyon probleminin çözümü için Yalmip ayrıştırıcısı [16] ve SeDuMi çözücüsü [17] kullanıldığında, bozucu bastırma seviyesi  $\gamma$ =0.1680 ve L<sub>2</sub> kazançlı durum geri beslemeli kontrol kanunu,

 $u(t) = \begin{bmatrix} -8.02 & -159.57 & 6.76 & 47.76 \end{bmatrix} x(t)$  (24)

Olarak elde edilmiştir. Hesaplamalar sonucunda X ve P matrisleri aşağıdaki gibi bulunmuştur.

X=1.0e-04 ×

| 0.1559  | -0.1721 | 0.0071  | -0.0093 | ] |
|---------|---------|---------|---------|---|
| -0.1721 | 0.8619  | -0.0070 | 0.0434  | , |
| 0.0071  | -0.0070 | 0.0016  | -0.0005 |   |
| -0.0093 | 0.0434  | -0.0005 | 0.0071  |   |

 $P = 1.0e + 06 \times$ 

| Γ | 0.1002  | 0.0168  | -0.3799 | 0.0036  |
|---|---------|---------|---------|---------|
|   | 0.0168  | 0.0198  | -0.0185 | -0.1000 |
|   | -0.3799 | -0.0185 | 8.1115  | 0.1621  |
|   | 0.0036  | -0.1000 | 0.1621  | 2.0263  |

Şekil 3 ve 4 analiz edilen frekans için dalıp çıkma ve baş kıç vurma hareketlerinin kontrolsüz ve kontrollü cevaplarını ifade etmektedir. Görüldüğü gibi kontrolcü kuvveti dalıp-çıkma yönünde olmasına rağmen hareketlerin birleşik olması nedeni ile her iki hareket için de genliklerinde azalma görülmektedir. Şekil 5'te ise kontrol kuvveti verilmiştir.







Tasarlanan kontrolör ile geminin baş kısmında seyahat eden yolcular için düşey ivme değerleri azaltılarak l $m/s^2$ limit değerinin altına indirilmiştir.

Şekil 6, Şekil 7 ve Şekil 8 sırası ile kontrollü ve kontrolsüz durumdaki dalıp çıkma, baş kıç vurma, mutlak düşey ivme ve düşey ivme cevap fonksiyonu grafiklerini frekans düzlemde ifade etmektedir. Şekil 9'da görüldüğü üzere önerilen kontrolcü sayesinde, geminin baş kısmında seyahat eden yolcular için DD3'te ve 20 knots ilerleme hızında elde edilen cevap fonksiyonu altında kalan alan azaltılmıştır.





#### V Sonuçlar

Bu çalışmada, seçilen gemi formunun DD3 için 20 knots sabit ilerleme hızında ve dalgaları baştan aldığı senaryoda denizcilik analizleri yapılmış; transfer ve cevap fonksiyonları elde edilmiştir. Daha sonra durum geri beslemeli kontrolör tasarımı ile karışık deniz durumunda mutlak düşey ivmelenmelerin azaltılması hedeflenmiştir. Tasarlanan kontrolcü sayesinde düşey ivme cevap fonksiyonu altındaki alan yaklaşık % 35 azaltılmıştır. Böylelikle 30 Dakikalık gemi yolculuğu için ISO'nun tavsiye ettiği üst limit olan 1m/s<sup>2</sup> RMS ivme değeri aşılmayarak deniz tutması açısından güvenli bölgede kalınmıştır. Çalışmada ele alınan problem, gemi düşey hareketleri matematiksel modelinde yer alan katsayılarındaki belirsizliklerin ve eyleyici dinamiğinin kapalı çevrim sisteme eklenmesi ile dayanıklı kontrolör tasarımı çalışmaları ile genişletilebilir.

#### Teşekkür

Çalışmanın birinci yazarı ASELSAN doktora bursuyla desteklenmiştir.

#### Kaynakça

[1] O'Hanlon J.F. ve McCauley M.E. 1974. Motion Sickness Incidence as a function of acceleration of vertical sinusoidal motion, Aerospace Medicine, 45, 366-369.

[2] ISO. 1985. Evaluation of Human Exposure to Whole-body Vibration-Part 3: Evaluation of Whole-body z-axis. Vertical Vibration in the Frequency Range 0.1 to 0.63 Hz.

[3] ISO. 1997. Mechanical Vibration and Shock Evaluation of Human Exposure to Whole Body Vibration-Part 1: General Requirements.

[4] Lawther A. ve Griffin M.J. 1998. Motion sickness and motion characteristics of vessels at sea. Ergonomics 31,10.

[5] Esteban, S., De la Cruz, J. M., Giron-Sierra J. M., De Andres, J. M. Díaz ve J. Aranda. (2000). Fast Ferry Vertical Accelerations Reduction With active Flaps and T-foil. Proceedings from 5th IFAC Conference Aalborg, Denmark.

[6] Lopez,R., Santos M.,Polo,O. ve Esteban S. (2002). Experimenting a fuzzy controller on a fast ferry. Control Applications. Proceedings of the 2002 International Conference on, Volume:2.

[7] Riola J.M., Esteban S., Giron-Sierra J.M. ve Aranda J. (2004). Motion and Seasickness of Fast Warships. Polish Maritime Research.

[8] Giron Sierra J.M, Esteban S., Piorno J.R. ve F.Velasco (2005). Overview of a research on actuators control for better seakeeping in fast ships. Proceedings of the 16th Ifac World Congress. Elsevier Science.

[9] Giron Sierra J.M ve Esteban S., (2008) Frequency Domain Study of Longitudinal Motion Attenuation of a Fast Ferry Using a T-Foil. Proceedings of the 17th World Congress The International Federation of Automatic Control Seoul, Korea.

[10] Salvesen N., Tuck, O. ve Faltinsen, O. 1970. Ship Motions and Sea Loads The Society of Naval Architects and Marine Engineers

[11] St Denis M. ve Pierson, W. 1957. On the motions of ships in confused seas. Trans .Soc. Nav. Archit.Mar.Eng. 61, 280-354.

[12] Ghaoui L.E., Oustry F., Ait Rami, M. 1997. A cone complementarity linearization algorithm for static output-feedback and related problems, IEEE transactions on automatic control, 42(8), pp. 1171-1176

pp. 1171-1176 [13] Moon, Y.S. Park P., Kwon W.H, Le,Y.S. 2001. Delay dependent robust stabilization of uncertain state-delayed systems. International Journal of Control 74 (14) pp. 1447-1455

International Journal of Control, 74 (14), pp. 1447-1455 [14] Dullerud G-E. ve Paganini F. A course in robust control theory: a convex approach, Springer-Verlag, 1. Baskı, 2005. [15] Boyd S., El Ghaoui L., Feron E. ve Balakrishan V. Linear

[15] Boyd S., El Ghaoui L., Feron E. ve Balakrishan V. Linear matrix inequalities in system and control theory, Society for Industrial and applied mathematics, 1. Baski, 1994.

 [16] Löfberg J. YALMIP: A toolbox for modelling and optimziaiton in MATLAB. IEEE International Symposium on Computer Aided Control System Design, Taipei-Taiwan, 2-4 Eylül 2004.
 [17] Strum J-F. Using SeDuMi 1.02, a MATLAB toolbox for

[17] Strum J-F. Using SeDuMi 1.02, a MATLAB toolbox for optimization over symmetric cones, Optimization Methods and Softwares, 11(4):625–653, 1999.

## Elektrohidrolik Bir Eyleyicinin Modellenmesi ve Gerçek Zamanlı Kontrolü

B.Bilir\* Roketsan A.Ş

Özet—Bu çalışma kapsamında, elektrohidrolik bir eyleyici tasarımında doğrusallığı bozucu etkilere dikkat çekilmiş, elektrohidrolik eyleyici geliştirme yol haritasına değinilmiştir. Belirli tasarım performans kısıtları irdelenerek elektrohidrolik tahrik sistemi doğrusal modeli ve doğrusal olmayan modeli oluşturulmuştur. Kurulan modeller oluşturulan test alt yapısı sayesinde testlerle karşılaştırılmıştır. Yüklü eyleyici testleri gerçekleştirilmiş, yapılan kabuller ve basitleştirmeler irdelenmiş, test-doğrusal-doğrusal olmayan model kıyası yapılmıştır.

#### Anahtar kelimeler: Doğrusal Model, Doğrusal Olmayan Model, Elektrohidrolik, Hidrolik Eyleyici, Yol Haritası, Elektrohidrolik Eyleyici Testleri

Abstract—In this study, nonlineer effects on electrohydrualic actuator design is investigated and paid attention the effects. In a certain perfomance limits for electrohydralic actuator perfomance tests are performed with considering lineer and nonlineer models. Test setups of the electrohydraulic actuator are used during the comparasion of nonlineer-lineer and test results. Loaded test setup assumptions and simplifications are cited with considering lineer-nonlineer and test results.

# Keywords: Lineer Model, Electrohydraulic, Hydraulic Actuator, Design Guide, Electrohydraulic Actuator Tests, Nonlineer Model

#### I Giriş

Hassas pozisyonlama gerektiren endüstriyel ve havacılık araçlarında kullanılan elektrohidrolik eyleyici performans değerlendirmesi amacıyla ön tasarım incelemesinin yapılabilmesi, doğrusal ve doğrusal olmayan sistem analizlerinin yapılması ve kontrolcü tasarımı çalışmaları kapsamında matematiksel modelleme yapılması büyük önem taşır. Elektrohidrolik eyleyici geliştirme sürecinin çalışmalarda Şekil 1'de belirtildiği üzere ele alınmıştır.



#### Şekil 1: Elektrohidrolik Eyleyici Tasarımı Geliştirme Yol Haritası

Çalışma kapsamında ele alınan elektrohidrolik eyleyici genel devre şeması Şekil 2'de verilmiştir. Elektrohidrolik eyleyicide kullanılan pompa "değişken deplasmanlı eksenel pistonlu sabit basınç" pompasıdır. Elektrik motoru ile tahrik edilen pompa debisi nozzle-flapper tipinde bir servovalfle piston portlarına aktarılır. Piston pozisyonu lineer pozisyon ölçer tipindeki bir sensörle kontrol edilir.



Şekil 2: Hidrolik Devre Şeması

bbilir@roketsan.com.tr

Elektrohidrolik eyleyici doğrusal analizinde analitik çözümün gerçekleştirilebilmesi için çeşitli kabullerin yapılması gerekmektedir. Bunlardan birincisi yoğunluk, bulk modülü ve viskozitenin sıcaklık ve basınca bağlı olarak dinamik değişmediği varsayımıdır. Genel bir calısma noktası olarak kabul edilebilecek sabit bir sıcaklık T=25 °C ve P=165 Bar için bulk modülü, yoğunluk ve viskozitenin değerleri sabit kabul edilmiştir (ing. isothermal analysis). İkinci olarak elektrohidrolik eyleyici kanalları rijit kabul edildiğinden dolayı (malzeme esnekliği ihmal edilecek kadar düşük ) bulk modülü efektif bulk modülüne eşit kabul edilebilir. Hidrolik hortum vb. elastik kanalların kullanılması bulk modülü değerini düşürerek efektif değerin hesaplanmasını gerektirir. Üçüncü olarak, elektrohidrolik eyleyicinin çalışması süresince ortam sıcaklığı ve eyleyici basınç düşümünden kaynaklanan sıcaklık artışı ve basınç düşümleri ihmal edilmiştir. Doğrusal analizlerde sistemi basitleştirmek için yukarıdaki kabuller yapılmıştır. Bu ihmallerin ana sebebi eyleyici çalışma frekansından daha yüksek frekanslarda çalışan komponentleri modellemeye dahil etmemektir. Bu durum yüksek frekanslı kutuplara sahip hidrolik sistem modelinin ihmal edilerek, eyleyicinin yedinci dereceden transfer fonksiyona indirgenmesiyle sağlanmıştır.

Doğrusal analizi yapılan elektrohidrolik eyleyici modeli, fiziksel kısıtları yok sayılarak lineer diferansiyel denklem setlerinden oluştuğu varsayımıyla incelenir. Yapılan lineer analizin, küçük sinyal değerleri için (ing. small signal analysis) eyleyiciyi fiziksel kısıtlara sürüklemediği sürece (örn: debi, akım, yer değiştirme vb.) doğru ve gerçekçi dinamiği yansıtabildiği görülebilir. Ancak elektrohidrolik eyleyicinin işletimi süresince, sistem kaynak limitlerinde (örn: akım, debi, vb.) çalışacağından kısıt (satürasyon) bloklarının modele eklenmesi gerekmektedir (Bkz. Şekil 3). Sisteme ait doğrusallığı bozucu temel kaynaklar kısaca aşağıdaki gibi özetlenebilir;



Şekil 3: KTS modeli doğrusallığını bozucu kaynakların görünümü[1]

- Sistem besleyici kaynak kullanımının sınırlanmasından kaynaklanan histerezis blokları(örn: servo valf akım limiti, debi limiti, dc motor akım limiti vb. kaynak sınırlamaları).
- Ölü bölge kaynakları (ing. dead zone) (örn: servo valf sürgüsünün (ing. spool) gereğinden daha geniş toleranslı mekanik tasarımından kaynaklı sorunlar (ing. servo valve spool overlap), piston içi hidrolik ölü bölgeler).
- Kazanç ve doğrusal olmama kaynakları (örn: servo valf akıma karşılık debi eğrisinden kaynaklanan sapmalar).
- Düşük çözünürlüklü veri toplama kartları, düşük hızda gerçekleşen kontrol çevrimi.
- Piston aktarma elemanı kanat bağlantısı arası boşluklar (ing. backlash). Valf tork motoru manyetik histerezisi.
- Kalıcı mıknatıslanma kaynakları (örn: servo valf tork motoru sargılarında oluşabilecek kalıcı mıknatıslanma hataları).
- Statik ve coulomb sürtünme kaynakları.
- Viskoz (ing. viscous) sürtünme kaynakları.
- Anti-Wind Up uygulamaları

Doğrusal olmayan analizlerde yukarda belirtilen etkiler modele dahil edilerek sonuçlar alınmıştır. Bu etkiler LMS.Amesim'de kurulan modellerle ele alınmıştır.

| Tablo 1: Terimlerin A                 | çıklamaları ve Kısaltma Tanımları                                   | II. Do                                    |
|---------------------------------------|---|---|
| $K_1[\frac{m^3.rad^2}{mA.s^2}]$       | Servovalf Transfer Fonsiyonu<br>Kazancı                             | Tasarlan<br>ilgili pa                     |
| K [m/V]                               | Geri Besleme Sensörü Kazancı  | Ayrıca,                                   |
| $m_p \; [kg]$                         | Piston Kütlesi  | rapora d<br>bağlı del                     |
| <i>V</i> [ <i>m</i> <sup>3</sup> ]    | Piston orta konumunda bir<br>tarafta kalan portun hacmi             | Servoval<br>arasındal                     |
| β [Pa]                                | Hidrolik Yağın<br>Sıkıştırılabilirliği                              | $\frac{\overline{q}(s)}{\overline{I}(s)}$ |
| $A_p \left[m^2 ight]$                 | Piston Alanı  | Kullanıla                                 |
| $C\left[\frac{N}{\frac{m}{s}}\right]$ | Eşdeğer Sönümleme Katsayısı   | valfin do<br>debi değ<br>Denklen          |
| $Q_1\left[\frac{L}{dk}\right]$        | Piston Deplasmanından<br>Kaynaklanan Debi                           |   |
| $Q_2 \left[\frac{L}{dk}\right]$       | Hidrolik Yağın<br>Sıkıştırılabilirliği                              |   |
| $Q_3 \left[\frac{L}{dk}\right]$       | Pistondaki Sönümleyici Debi   |   |
| $K_2[\frac{\frac{m^3}{s}}{Pa}]$       | Orifis Denkleminin<br>Doğrusallaştırılması Sonucu<br>Oluşan Katsayı |   |
| $\omega_n \text{ [rad/s]}$            | Servovalf Doğal Frekansı  |   |
| ζ                                     | Servovalf Sönümleme Katsayısı                                       |   |
| I [mA]                                | Servovalfe Uygulanan Akım   |   |
| $P_l[Pa]$                             | Yük Basıncı   |   |
| τ [s]                                 | Geri Besleme Sensörü Zaman<br>Sabiti                                |   |
| $K_p$ [s]                             | Oransal Kontrolcü Katsayısı   |   |
| $K_I[s]$                              | İntegral Kontrolcü Katsayısı  |   |
| K <sub>a</sub> [mA/V]                 | Servovalf Sürücü Devre<br>Kazancı                                   |   |
| $X_r[mm]$                             | Referans Pozisyon   | Akıska                                    |
| $X_{f}[mm]$                           | Gerçekleştirilen Pozisyon   | pistone                                   |

#### ğrusal Modelleme Çalışmaları

nan eyleyicide kullanılan servovalfin iç yapısıyla arametreler bilinmediğinden servovalf dinamiği hertebeden transfer fonksiyon ile modellenmiştir[2]. servovalfin yüke bağlı debi değişim etkisi bu lahil edilmemiştir. Bunun nedeni, servovalfin yüke bi düşümünün doğrusal olmayan bir etki olmasıdır. lfin girdisi olan akım ile çıktısı olan debi ki transfer fonksiyon aşağıdaki gibi verilebilir:

$$\frac{\overline{\mathbf{q}}(s)}{\overline{\mathbf{l}}(s)} = \mathbf{G}_1(s) = \frac{\mathbf{K}_1}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \quad [\frac{\frac{\mathbf{M}^2}{s}}{\mathbf{m}\mathbf{A}}] \dots (1)$$

an servovalfin üretici parametreleri incelendiğinde oğal frenkansı, sönüm oranı ve akıma bağlı geçen gerlerinden görülmüştür. n 1'deki transfer fonksiyonu elde edilmiştir:

| Piston Deplasmanından<br>Kavnaklanan Debi     | $\frac{3.103}{s^2 + 1585s + 1.141e06} \dots (2)$ |   |  |
|---|--|---|--|
| Hidrolik Yağın                                | Tablo 2: Ta                                      | Tablo 2: Tasarım Parametreleri                |  |
| Sıkıştırılabilirliği                          | $m_p$  | 0.3026 kg                                     |  |
| Pistondaki Sönümleyici Debi                   | С  | 200 $\frac{N}{\frac{m}{n}}$                   |  |
| Orifis Denkleminin                            |  | 3   |  |
| Doğrusallaştırılması Sonucu<br>Oluşan Katsayı | V  | $1.5511e - 05 m^3$                            |  |
| Servovalf Doğal Frekansı                      | β  | 1.55587e9 Pa                                  |  |
| Servovalf Sönümleme Katsayısı                 | $A_p$  | $6.2043e - 4m^2$                              |  |
| Servovalfe Uygulanan Akım                     | <i>K</i> <sub>2</sub>                            | $\frac{m^3}{s}$ 2.4619 $e - 13\frac{m^3}{s}$  |  |
| Yük Basıncı                                   |  | Ра  |  |
| Geri Besleme Sensörü Zaman                    | <i>K</i> <sub>1</sub>                            | 3.103 $\left[\frac{m^3.rad^2}{mA.s^2}\right]$ |  |
| Sabiti  | ζ  | 2.1   |  |
| Oransal Kontrolcü Katsayısı                   |  | E24 red/s                                     |  |
| İntegral Kontrolcü Katsayısı                  | $\omega_n$                                       | 554 Tau/S                                     |  |
| Servovalf Sürücü Devre                        | К  | 804 m/V                                       |  |
| Kazancı                                       | τ  | 0.003 s                                       |  |
| Referans Pozisvon                             |  |   |  |

an denklemlerinde servovalf çıktısı debi ile da meydana gelen yük basıncı arasındaki ilişki modellenecek ve genel şemada  $G_2$  olarak gösterilen transfer fonksiyon elde edilecektir. [3] nolu kaynakta gösterildiği üzere çalışmalar doğrusal modellerde

servovalf dinamiği ve servovalf sonrası mekanik ve akışkan denklemlerine odaklanarak çözülmektedir.

Çünkü hidrolik devrelerde pompa arasında servovalf öncesi elemanların dinamikleri ya sistemi etkilemeyecek kadar yüksek ya da dinamik bir rolü olmayıp hidrolik sistemin yağ dolumu ve emilimi, rezervuarının basınçlanması ya da kavitasyon önlenmesi gibi hidrolik fonksiyonellik anlamında düzgün görev yapması amacıyla konulmuş elemanlardan oluşmaktadır. [1], [2] ve [3] bulunan kaynaklardaki hidrolik eleman transfer fonksiyonları incelendiğinde servovalf için ikinci dereceden transfer fonksiyonu ile tanımlama yapıldığı, piston ve akış denklemleri için yağ sıkıştırılabilirliğinden kaynaklı terim ihmal edilebildiği gibi piston portları arasında kaçağında ihmal edilebildiği durumlarla karşılaşılabilinmektedir.

Hidrolik kısımdaki toplam debiyi birden fazla faktör etkilemektedir. Bunlar piston deplasmanından kaynaklanan debi, pistondaki orifisin sağladığı sönümleyici etki, hidrolik yağın sıkıştırılabilirliği ve kaçaklar olarak sıralanabilir. Modelde kaçaklar ihmal edilecektir.

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 \qquad (3)$$
$$Q_1 = A_p \dot{x}$$

 $Laplace \ d\ddot{o}n\ddot{u}\ddot{s}\ddot{u}m\ddot{u} \rightarrow Q_1(s) = A_p sX(s) \tag{4}$ 

Piston dinamiği göz önüne alındığında;

$$A_p P_l = m_p \ddot{x} + c \dot{x}$$

Laplace dönüşümü  $\rightarrow A_p P_l(s) = m_p s^2 X(s) + cs X(s)$ 

$$X(s) = \frac{A_p}{m_p s^2 + cs} P_l(s)$$

bu denklem (4)'de yerine yazıldığında;

$$Q_1(s) = \frac{A_p^2}{m_p s + c} P_l(s) \qquad (5)$$
$$Q_2 = \frac{V}{2\beta} \dot{P}_l$$

Laplace dönüşümü  $\rightarrow Q_2(s) = \frac{V}{2\beta} s P_l(s)$  (6)

$$Q_3 = K_2 P_l$$

 $K_2$  katsayısı orifis denkleminin doğrusallaştırılması sonucu 2.4619e-13 olarak işlemlerde yer almaktadır.

 $Laplace \ d\ddot{o}n\ddot{u}\ddot{s}\ddot{u}m\ddot{u} \rightarrow Q_3(s) = K_2 P_l(s)$ (7)

(5), (6) ve (7) , (3)'te yerine yazıldığında;

$$Q(s) = \left(\frac{A_p^2}{m_p s + c} + \frac{V}{2\beta}s + K_2\right)P_l(s)$$
$$\frac{P_l(s)}{Q(s)} = G_2 = \left(\frac{A_p^2}{m_p s + c} + \frac{V}{2\beta}s + K_2\right)^{-1}$$

Düzenlenip sayısal değerler yerlerine yazıldığı zaman aşağıdaki transfer fonksiyonu elde edilmiştir.

$$G_2(s) = \frac{m_p s + c}{\frac{m_p V}{2\beta} s^2 + \left(\frac{Vc}{2\beta} + K_2 m_p\right) s + \left(K_2 c + A_p^2\right)}$$

$$G_2(s)$$

$$= \frac{0.3026s + 200}{(1.508e - 15)s^2 + (1.071e - 12)s + 3.85e - 07} \left[\frac{Pa}{\frac{m^3}{s}}\right]$$

Piston dinamiğinin incelenmesi sonucu genel şemada  $G_3$  olarak gösterilen ve piston yük basıncı ile piston deplasmanı arasındaki ilişkiyi veren transfer fonksiyonu çıkarılacaktır.

$$A_p P_l = m_p \ddot{x} + c \dot{x}$$

Laplace dönüşümü  $\rightarrow A_p P_l(s) = m_P s^2 X(s) + cs X(s)$ 

$$X(s) = \frac{A_p}{m_p s^2 + cs} P_l(s)$$

$$\frac{X(s)}{P_l(s)} = G_3(s) = \frac{A_p}{m_p s^2 + cs}$$

Sayısal değerler yerine koyulduğunda;

$$G_3(s) = \frac{0.0006204}{0.3026s^2 + 200s} \qquad [\frac{m}{Pa}]$$

Konum sensörü olarak LVDT kullanılmıştır. Sensör girdisi [m] cinsinden deplasman, çıktısı ise [V]'dir.

$$G_{LVDT}(s) = \frac{K}{\tau s + 1}$$

Eyleyici kontrolünde PI tipinde geleneksel kontrolcü kullanılmıştır. Tranfer fonksiyonuna girdi olan hata sinyali [V] cinsinden , çıktısı olan kontrolcü sinyali de [V]'dır.

$$G_{controller}(s) = \frac{K_p s + K_I}{s}$$

Servovalf sürücü devresinde voltaj akım çevirici kullanılmıştır. Çevirici girdisi [V] cinsinden , çıktısı ise [mA] cinsindedir.

$$G_{conv}(s) = K_a$$

Doğrusal model çalışmalarına referans oluşturan kapalı döngü blok diagram gösterimi Şekil 4'teki sistemde modele girdisi  $X_r$ ,çıktı olarak  $X_f$  elde edilmektedir. Girdi olarak ele alınan  $X_r$  kapalı döngü girişinde elektriksel  $V_r$ sinyaline çevrilir. Şekil 4'teki kapalı döngü sistemindeki elemanlar yukarıda ele alınan denklemleri dikkate alarak düzenlenirse yedinci derecen bir transfer fonksiyonu elde edilmiş olur. Elde edilen transfer fonksiyonunun çalışılan frekans bandı dışında etkisiz kutupları atılıp sadeleştirilirse üçüncü dereceden transfer fonksiyonuna sahip eyleyici transfer fonksiyonu kullanılabilir.



Şekil 4: Eyleyici Doğrusal Model Blok Diagramı

#### III. Eyleyici Deney Test Sistemi



Şekil 5: Eyleyici Test Sistemi

Şekil 5 'de eyleyici yüksüz performans isterlerininin testini yapan sistem National Instrument Compact Rio donanımına sahiptir. Testler esnasında 1 kHz ile veri toplanmaktadır.

Şekil 6'daki yüklü testlerin yapıdığı sistem 18 kW'lık firçasız elektrik motoru ve redüktör ile tork döngüsünde çalıştırılarak eyleyiciyi üzerine yükü önce 8 kHz döngü hızında tork olarak sonra Şekil 6'daki sistem üzerinden lineer kuvvet olarak eyleyiciye aktarmaktadır.

Dönüyü sistem üzerine Şekil 7'de gösterilen krank-biyel mekanizmasından piston üzerine aktarılır. Sekil 8'de belirtilen lineer aktarma oranı kabulü yapılabilmesi üzerine mekanizma devre kapalılık denklemleri türetilmiştir. Bu durum deplasman ve kuvvet çevrimlerinde yapılan hesaplamaların daha kolay denklemlerle matematiksel yapılabilmesi için incelenmiştir. Bu durum yapılan hareketin miktarına bağlı olarak belirli bir hata oranı getirmektedir. Eyleyici piston lineer deplasman kabiliyeti olan ±20 mm dikkate alındığında maksimum deplasmanda 12.5% hata oluştuğu görülmüş dönü hareketinden elde edilen tork belirli bir katsayı ile lineer kuvvete çevrilmiştir.

Yükleme sisteminin ataletinden dolayı oluşan frekans cevabı farklılıkları Şekil 11'de ve Şekil 12'de incelenmiş eyleyici gereksinimlerindeki frekans isterlerinde 0.41 kgm<sup>2</sup> faz açısında 1%-2 %, genlikte ise 5% farklılık oluşturmaktadır.



Şekil 6: Eyleyici Yüklü Test Sistemi


Şekil 7: Eyleyici Lineer Hareketinin Krank Biyel Mekanizmasıyla Dönü Hareketine Çevrilmesi

Devre kapalılık denklemleri mekanizmaya uygulanırsa,

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} = 0$$

Denklemlerin X ekseni bileşeni ele alınırsa,

$$L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos \theta_2 - A = 0$$

Denklemlerin Y ekseni bileşeni ele alınırsa,

$$L_1 \sin \theta_1 + L_2 \sin \theta_2 + L_3 = 0$$

Denklemlerde  $\theta_1$ 'in elde edilebilmesi amacıyla değişkenler yok edilirse aşağıdaki eşitlik elde edilir.

 $\theta_1 =$ 

$$2 \tan^{-1} \frac{\sqrt{(A^2 - L_1^2 + 2L_1L_2 - L_2^2 + L_3^2)(L_1^2 - A^2 + 2L_1L_2 + L_2^2 - L_3^2)} - 2L_1L_3}{A^2 + 2AL_1 + L_1^2 - L_2^2 + L_3^2}$$

Eşitlik incelenirse doğrusal olmayan tipte olduğu görülür.



Şekil 8: Eyleyici Lineer Hareketinin Basitleştirme Kabulü ile Lineer Aktarma Oranıyla Dönü Hareketine Çevrilmesi

Konum ve kuvvet aktarımlarında doğrusal ilişkilerin kurulabilmesi amacıyla aşağıdaki eşitlikler kurulmuştur.

$$\frac{L_3}{A} = \theta_1$$
$$\theta_1 = \tan^{-1} \frac{L_3}{A}$$

 $\theta_1$  'in küçük değerler için aşağıdaki kabulü yapılabilir.

$$\theta_1 = \frac{L_3}{A}$$

Şekil 9 ve Şekil 10'daki sonuçlar incelendiğinde ±20 mm doğrusal haraket dahilinde 12.5%'dan daha az hata yapıldığı görülebilir. Dolayısıyla yüklü testler esnasında elde edilen hız profilinin yükleme sistemi dolayısıyla frekans ve konum denklemlerinden dolayı belirli miktarda hata ile gerçekleşebileceği fakat bunun analiz edildiği görülmüştür.



Şekil 9: Gerçek Kinematik ve Basitleştirme Kabullerinde Deplasmana Bağlı Açısal Pozisyon Grafiği



Şekil 10: Gerçek Kinematik ve Basitleştirme Kabullerinde Deplasmana Bağlı Hata Grafiği



Şekil 11: Yükleme Sistemi Ataletinden Gelen Frekans Cevabı Genlik Grafiği



Şekil 12: Yükleme Sistemi Ataletinden Gelen Frekans Cevabı Faz Farkı Grafiği

# IV. Eyleyici Performans İsterleri

Eyleyicinin sahip olması gereken performans isterleri aşağıda Tablo 3'de belirtilmiştir.

| Tublo 5. Eyleyle                  | rubio 5. Eyicyici i criorinans isterici |  |  |
|-----------------------------------|---|--|--|
| Yüksüz Azami<br>Hız Testi         | > 250 mm/s                              |  |  |
| Yüklü Hız Testi                   | > 200 mm/s @ 5 kN                       |  |  |
| Azami Tork<br>Testi               | > 8 kN                                  |  |  |
| Frekans<br>Karakteristik<br>Testi | $\beta \ge -58^{\circ} @ 3Hz$           |  |  |
|                                   | $\beta \ge -88^{\circ} @ 8Hz$           |  |  |
|                                   | $L \ge -15 dB @ 15 Hz$                  |  |  |
|                                   | $L \ge -18 dB @ 18 Hz$                  |  |  |

# V. Eyleyici Performans Testleri ve Matematiksel Model Cevapları

Yüksüz azami testleri esnasında sistem pompa ve servovalfinden limitlerinden kaynaklı etkileri tamamen ortadan kaldırabilmek için pozitif stroğundan negatif storuğuna pozisyon girdisi oluşturulmuştur ve hız ölçümü

yapılmıştır. Şekil 13'den anlaşılacağı üzere doğrusal, doğrusal olmayan ve test sonuçları uyumludur. Fakat Şekil 14'deki hız sonuçlarından anlaşılacağı üzere doğrusal model sonucunda pompa kaçağı ve bazı mekanik valflerdeki kaçakların dikkate alınmaması sonucu hız sonuçları kıyasla yukarıda elde edilmiştir. Testlerdeki sonuçların modellere kıyasla bir miktar yukarıda olmasının testlerde kullanılan pompa debi toleransının üst sınırına yakın gelmesiyle açıklanmaktadır. Kısacası en kötü durum tasarımını dikkate sonuç doğrusal olmayan model sonucu denilebilir.



Şekil 13: Yüksüz Hız Testi Pozisyon Takibi



Şekil 14: Yüksüz Azami Hız Testi Sonuçları

Şekil 15 ve Şekil 16'daki frekans testlerinde komut girdisi olarak 0-100 Hz aralığında 1 mm genlikli sinüs komutlar chirp sinyali olarak kullanılmıştır. Doğrusal olmayan model ile test sonuçları tüm frekans bandında eşleşiyorken doğrusal modelde 2 Hz sonrasında uyuşmazlıklar görülmektedir. Bu durumun sistemde kabul edilen sönümleme elemanlarının doğrusal modelde olduğu şekliyle sabit bir sönümleme katsayısı gibi çalışmaması kaynaklı olduğu görülmektedir.



Şekil 15: Frekans Karakteristik Testi Sonuçları-1

18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, Trabzon, 5-7 Temmuz 2017



Şekil 16: Frekans Karakteristik Testi Sonuçları-2

Yüklü hız testlerinde Şekil 17'de görüldüğü üzere maksimum hızın elde edileceği noktada yapılan harekete ters yönde yükün oluşturulması gereklidir. Doğrusal ve doğrusal olmayan model pozisyon profili sonuçları incelendiğinde talep edilen komutları yüklü durumda takip edilmiştir fakat Şekil 18'de elde edilen sonuçlar incelendiğinde doğrusal model hızının diğer sonuçlara kıyasla çok yüksek çıktığı görülmüştür. Bunun sebebi doğrusal modeldeki sabit basınçta debi üretme kabulüdür. Doğrusal olmayan model test sonucuyla uyuşmaktadır.



Şekil 17: Yüklü Hız Testi Pozisyon Profili Sonuçları

Şekil 19'daki azami yük koşulu testi için eyleyici daima aynı pozisyonda tutulurken yük uygulanmakta uygulanan yüke istinaden eyleyici pozisyonunun değişmemesi beklenmektedir. Doğrusal olmayan modeldeki tepeden tepeye 0.12 mm salınım olduğu görülmektedir. Bu salınım eyleyici yük arasında modelde kabul edilen mekanik elemanların direngenlikleri ve eyleyici içersindeki dolum yapılan yağın hava içeriği kabuluyle ilişkilidir. Test sonuçlarının doğrusal olmayan modelden daha rijit bağlantı elemanları içerdiği ve yağ dolumunun hava içeriğinin beklenenden daha iyi olduğunu göstermektedir. Doğrusal modeldeki sonuç ise yük mekanik elemanlarının direngenlikleri ve kaçak etkilerinin hesaba katılmaması dolayısıyla daima sabit olarak sıfır pozisyonunda kalındığı görülmüştür.







Şekil 19: Azami Tork Testi Sonucu

Test sonrası elde edilen veriler Tablo 4'te paylaşılmıştır.

18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, Trabzon, 5-7 Temmuz 2017

|  | İster   | Doğrusal<br>Sonuç | Doğrusal<br>Olmayan<br>Sonuç | Test                  |
|--|---|-------------------|------------------------------|-----------------------|
| Yüksüz<br>Azami<br>hız testi           | > 250 mm/s  | 278 mm/s          | 294 mm/s                     | 302<br>mm/s           |
| Yüklü<br>Hız<br>Testi                  | > 200 mm/s<br>@ 5 kN                                    | 248 mm/s          | 208 mm/s                     | 204.5<br>mm/s         |
| Azami<br>Tork<br>Testi                 | > 8 kN  | 0 mm<br>@ 8 kN    | ±0.06 mm<br>@ 8 kN           | ±0.02<br>mm<br>@ 8 kN |
|  | $\beta \ge -58^{\circ} @$<br>3Hz                        | -58°              | -32°                         | -28°                  |
| Frekans<br>Karak-<br>teristik<br>Testi | $\beta \ge -88^{\circ} @$<br>8Hz                        | -87°              | -78°                         | -82°                  |
|  | $\begin{array}{c} L \geq -15 dB \\ @ 15 Hz \end{array}$ | -14               | -8.5                         | -9                    |
|  | $L \ge -18 dB$<br>@ 18 Hz                               | -16               | -10.5                        | -11                   |

#### Tablo 4: Performans İsterleri Sonucu

#### V. Sonuçlar

Hidrolik çalışmaların temelinde yer alan orifis denklemlerinde basınca bağlı debinin ilişkisi doğrusal olarak ele alınmadığından doğrusal çalışmalar sadece belirli aralıklar için varsayımlarla yapılmaktadır. Her çalışma bandı için doğru sonuçların ele alınması için elektrohidrolik tahrik sistemlerinde doğrusal olmayan modellerin türetilmesi büyük önem taşır. Bu çalışma kapsamında elde edilmiş test verileri ile doğrusal olmayan model sonuçlarının bir birine yakın çıkması bu durumu desteklemektedir. Doğrusal modellerdeki sapma özellikle frekans testlerinde ve hız testlerinde dikkat çekmektedir. Bu fark elektrohidrolik sistemlerdeki kaçak, sürtünmeler yanısıra pompa ve servovalf çalışma şekliyle ilişkilidir. Doğrusal olmayan modellemenin diğer bir avantajı çalışma esnasında meydana gelen verimsizlikten kaynaklı sıcaklık artışları ve dış termal girdilerin rahatlıkla hesaba katılabilmesidir. Gelecek çalışmalarda elektrohidrolik komponentlerdeki her bir elemanın ve hidrolik denklemlerin termal girdileri hesaba katarak modellemesini içerebilir.

#### Teşekkür

Bu çalışmanın gerçekleşmesi için her türlü desteği veren Roketsan A.Ş'ye teşekkür ederiz.

### Kaynakça

- [1] H.E Merritt, "Hydraulic Control Systems", Wiley, 1967
- [2] "Transfer Function for Servovalve", Moog Aerospace Tecnical Bulletin
- [3] Dragan V. Razic, Milan R. Vistanovic,,"Electrohydraulic thrust vector control of twin rocket engineswith position feedback via angular transducer", Department of Automatic Control, Faculty of Mechanical Engineering, University of Belgrade, 2006

# Elektro Hidrolik Süspansiyon Sisteminin L<sub>2</sub> Kazançlı Durum Türevi Geri Beslemesi ile Aktif Titreşim Kontrolü

M. Sever<sup>\*</sup> Yıldız Teknik Üniversitesi İstanbul

Özet— Bu calısmada, bir elektro hidrolik süspansivon sisteminin aktif titreşim kontrolü gerçekleştirilmiştir. Aktif titresim kontrolü problemleri özelinde ivmeölcerler yaygın olarak kullanıldıkları için durum değişkenlerinin türevleri olan hız ve ivme sinyalleri, durum değişkenleri olan hız ve yer değiştirme sinyallerine göre daha hassas ölçülebilmektedir. Bu nedenle çalışmamızda L<sub>2</sub> kazançlı durum türevi geri beslemeli kontrolör önerilmiştir. Kontrolör tasarımı, doğrusal matris eşitsizlikleri yardımı ile dış bükey optimizasyon problemi olarak ifade edilmiştir. Sayısal benzetim çalışmalarında elektro hidrolik bir eyleyiciye sahip iki serbestlik dereceli çeyrek taşıt modeli kullanılmıştır. Tümsek ve ISO2631 tipi yol bozucularına karşı yapılan benzetim çalışmaları ile önerilen kontrolörün sürüş konforu, güvenliği ve aktif kontrol eforu yönünden performansı incelenmiştir.

Anahtar kelimeler: durum türevi geri beslemeli kontrol, L2 kazançlı kontrol, elektro hidrolik aktif süspansiyon, doğrusal matris eşitsizlikleri

**Abstract**—This paper is concerned with the design of active vibration control of an electro hydraulic suspension system. In active vibration control problems, state derivative signals are more accurately measured rather than state variables, sincte the acceloremeters are mostly used. Hence,  $L_2$  gain state derivative feedback controller is proposed. Controller design problem is formulated as a convex optimization problem via linear matrix inequalities. Throughout the numerical simualtion studies, two-degree-of-freedom quarter vehicle model having electro hydraulic actuator is used. Proposed controller is tested against bump and ISO2631 type road irregularities in terms of ride comfort, safety and active control effort.

Keywords: state derivative feedback control, L<sub>2</sub> gain control, electro hydraulic active suspension, linear matrix inequalities

#### I. Giriş<sup>1</sup>

Süspansiyon sistemleri yol pürüzlülüğü kaynaklı bozuculara karşı sürüş konforu ve güvenliğinin sağlanması için tasarlanmaktadır. Sürüş konforunu iyileştirmek için gövdeye iletilen titreşimler bastırıldığında süspansiyon sıkışması artmakta ve teker H. Yazıcı<sup>†</sup> Yıldız Teknik Üniversitesi İstanbul

hareketlerinin sönüm oranı azalmaktadır [1]. Açıkça görülmektedir ki pasif süspansiyon sistemlerinin tasarımı bir ödünleşme içermektedir. Kısaca süspansiyon sistemi tasarımı güvenlikten ödün vermenden, taşıt gövdesine iletilen titreşimlerin azaltılmasını amaçlayan bir bozucu bastırma problemidir. Pasif süspansiyon sistemlerinin bozucu bastırma performansını arttırarak sürüş konforunu iyileştirmek için yarı-aktif ve aktif süspansiyon sistemlerine gösterilen ilgi git gide artmaktadır. Aktif ve yarı-aktif süspansiyonlar kıyaslandığında, aktif sistemlerin ortalama 20% kadar daha iyi sürüş konforu sağlayabildiği bilinmektedir [2].

Aktif süspansiyon sistemlerinin performansı seçilen kontrol algoritması ile yakından ilgilidir. H<sub>2</sub> ve L<sub>2</sub> kontrolörler dayanıklılık ve bozucu bastırma kabiliyetleri sebebi ile sıklıkla tercih edilen çözümler arasındadır. Doğrusal Matris Eşitsizlikleri (DME) kullanımı ile farklı ihtiyaçları karşılayan H2 ve L2 kontrolörlerin tasarımı dış bükev optimizasyon problemi olarak ifade edilebilmektedir [3], [4]. Chen ve Guo çalışmalarında bir elektro hidrolik süspansiyon sistemin kısıtlamalı aktif titreşim kontrolü ile güvenlik kısıtlarını ihlal etmeden maksimum konfor sağlamayı hedeflemişlerdir [5]. Kısıtlamalı aktif titreşim kontrolü yaklaşımının sürüş sırasında değişebilen yüklere uyarlama kabiliyeti ile genişletildiği bir çalışma Gao vd. tarafından sunulmuştur [6]. Fialho ve Balas ise yol bozucularının büyüklüğüne göre konfor ile güvenlik arasındaki ödünleşmeyi güncelleyebilen aktif süspansiyon sistemi tasarlamışlardır [7]. Söz konusu çalışmalar ilgili performansın tüm frekans aralığında minimize edilmesini hedeflese de taşıt süspansiyonları belirli bir frekans bölgesinde çalışmaktadır. Bu nedenle, Sun vd. sınırlı bir frekans performans boyunca ölcütlerinin aralığı minimizasyonunu sağlayan aktif süspansiyon sistemi yaklaşımını önermişlerdir [8]. Söz konusu çalışmalar literatüre önemli katkılarda bulunmuşlardır, fakat hepsinde durum geri beslemeli veya dinamik çıkış geri beslemeli kontrol algoritmaları tercih edilmiştir. Aktif titreşim kontrolü özelinde ivmeölçerler yaygın olarak kullanıldığı için hız verisi hesaplanabilse de yer değiştirme verisi aynı hassasiyetle elde edilememektedir [9], [10]. Durum geri beslemeli kontrol yapıları bu sebeple uygulamada sorun yaratabilmektedir. Bu problemi aşmak için gözleyici tabanlı veya dinamik çıkış geri beslemeli kontrolör tasarlandığında ise en az

<sup>\*</sup> msever@yildiz.edu.tr

<sup>†</sup> hyazici@yildiz.edu.tr

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Bu şablon IFToMM bildiri kitapları için taslak metni uyarınca düzenlenmiştir

dinamik sistemin kendisi mertebesinde bir kontrolör elde edilmektedir. Yüksek mertebeli kontrolörler gerçeklenme aşamasındaki implementasyon hatalarına ve parametre belirsizliklerine karşı fazla duyarlı olmaktadır. Durum türevi geri beslemeli kontrol yaklaşımı ise sıfırıncı mertebeden statik bir kontrolör yapısı ile ivme ve hız gibi ölçümü hassas bir şekilde gerçekleştirilebilen sinyalleri kullanması ile taşıt süspansiyonlarının aktif titreşim kontrolüne son derece uygundur.

Son yıllarda, durum türevi geri beslemeli kontrol, araştırmacıların yoğun ilgisini çekmektedir. Abdelaziz ve Valasek klasik kutup atama ve LQR yaklaşımlarını durum türevi geri beslemesi ile ele almışlardır [10], [11]. Durum türevi geri beslemeli kontrolör tasarımı için DME tabanlı çözüm koşullarını geliştirilmiştir [12], [13]. Ardından [13] ile önerilen durum geri beslemeli kontrolör yapısı deneysel iki serbestlik dereceli çeyrek taşıt modeli üzerinde uygulanmıştır [14]. Görüldüğü üzere bozuculardan performans çıkışlarına olan L<sub>2</sub> kazancının minimum kılınmasını sağlayan L<sub>2</sub> kazançlı durum türevi geri beslemeli kontrolör ile aktif süspansiyon sistemi tasarımı henüz ele alınmamış olması çalışmamızın ana motivasyon unsurunu oluşturmaktadır.

# II. Elektro Hidrolik Süspansiyon Sisteminin Modellenmesi

Bu çalışmada, elektro hidrolik eyleyici içeren iki serbestlik dereceli bit çeyrek taşıt modeli kullanılmıştır ve Şekil 1' de görülmektedir. Burada  $m_s$  asılı kütle yani taşıt gövdesinin çeyreğini,  $m_u$  teker ve aks kütlesini,  $k_s$ süspansiyona ait rijitlik katsayısını,  $d_s$  süspansiyona ait sönüm sabitini,  $k_t$  lastiğe ait rijitlik katsayısını,  $z_s$  asılı kütlenin düşeydeki yer değştirmesini,  $z_u$  tekerleğin düşeydeki yer değiştirmesini,  $z_r$  yol pürüzlülüğünü ve Faktif kontrol kuvvetini göstermektedir.



Şekil. 1. Elektro hidrolik eyleyici içeren çeyrek taşıt süspansiyon sisteminin fiziksel modeli

Burada asılı kütle ile teker ve aks kütleleri arasından uygulanan aktif kontrol kuvveti, her iki kütle arasına yerleştirilmiş olan elektro hidrolik eyleyici aracılığı ile üretilmektedir. Sonuç olarak aktif kontrol kuvveti silindir içerisindeki pistonun alanı olan  $A_p$  ve pistonun iki yanı arasındaki basınç farkı veya yük basıncı olarak adlandırılan  $P_L$  cinsinden  $F=A_pP_L$  şeklinde ifade edilmektedir. Çalışmamızda ele alınan hidrolik eyleyici dört yollu valf ile sürülmektedir. Aktif süspansiyon sistemleri tasarımı için sıklıkla kullanılan doğrusal elektro hidrolik eyleyici modeli

$$P_{L}(t) = -a_{2}P_{L}(t) - a_{1}A_{p}(\dot{z}_{s}(t) - \dot{z}_{u}(t)) + a_{1}Q_{L}(t) \quad (1)$$

olarak verilmektedir. Burada  $Q_L$  silindir içindeki yük akışı debisini,  $a_1$  ve  $a_2$  ise modeli tamamlayan katsayıları göstermektedir. Söz konusu eyleyici modeli Alleyne ve Hedrick [15] tarafından sunulmuş, ardından ise literatürde kendine geniş bir kullanım alanı bulmuştur [5], [7], [16]. İki serbestlik dereceli çeyrek taşıt modeli ise

$$m_{s}\ddot{z}_{s}(t) = -d_{s}[\dot{z}_{s}(t) - \dot{z}_{u}(t)] - k_{s}[z_{s}(t) - z_{u}(t)] + F$$
(2)

$$m_{u}\ddot{z}_{u}(t) = d_{s}[\dot{z}_{s}(t) - \dot{z}_{u}(t)] + k_{s}[z_{s}(t) - z_{u}(t)] - k_{t}[z_{u}(t) - z_{r}(t)] - F$$
(3)

olarak yazılmaktadır. DME tabanlı L<sub>2</sub> kazançlı durum türevi geri beslemeli kontrolör tasarımı için sistem modelinin durum uzay formunda yazılması gerekmektedir. Doğrusal zamanla değişmeyen bir sistemin durum uzay gösterimi aşağıda verilmiştir.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B_1 w(t) + B_2 u(t)$$
(4)

Burada  $A \in \mathfrak{R}^{n \times n}$  sistem matrisini,  $B_2 \in \mathfrak{R}^{n \times m}$  kontrol girişi matrisini,  $B_1 \in \mathfrak{R}^{n \times p}$  bozucu girişi matrisini,  $x \in \mathfrak{R}^n$ durum vektörünü,  $w \in \mathfrak{R}^p$  bozucu giriş vektörünü ve  $u \in \mathfrak{R}^m$  kontrol girişi vektörünü göstermektedir. Sistemimize ait durum vektörü, bozucu girişi ve kontrol girişi

$$x(t) = \begin{bmatrix} z_s(t) & z_u(t) & \dot{z}_s(t) & \dot{z}_u(t) & P_L(t) / \overline{P}_L \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(5)

$$w(t) = z_r(t) \tag{6}$$

$$u(t) = F(t) \tag{7}$$

olarak tanımlanmıştır. (5) ile verilen durum vektörü seçimi göstermektedir ki yük basıncı  $P_L$ , kendisinin maksimum değeri ile ölçeklenmiştir. Söz konusu

ölçekleme ile durum uzay matrislerinin elemanları arasındaki büyük farklar olmasının önüne geçilmektedir. Aksi takdirde bu durum kötü koşullanmış matrislere sebebiyet vermekte ve kontrolör tasarımı sırasında problem oluşturabilmektedir [5], [7].

Durum uzay matrisleri ise

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \frac{-k_s}{m_s} & \frac{k_s}{m_s} & \frac{-d_s}{m_s} & \frac{d_s}{m_s} & \frac{A_p \overline{P}_L}{m_s} \\ \frac{k_s}{m_u} & \frac{-(k_s + k_t)}{m_u} & \frac{d_s}{m_u} & \frac{-d_s}{m_u} & -\frac{A_p \overline{P}_L}{m_u} \\ 0 & 0 & -\frac{a_1 A_p}{\overline{P}_L} & \frac{a_1 A_p}{\overline{P}_L} & -\frac{a_2}{\overline{P}_L} \end{bmatrix}$$
(8)

$$B_{1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & k_{t} / m_{u} & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(9)

$$B_{2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & a_{1} / \overline{P}_{L} & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(10)

şeklindedir. Sayısal benzetim çalışmaları boyunca kullanılan parametreler ise tablo 1 ile verilmiştir.

| Taşıt Parametreleri |                     | Eyleyici Parametreleri |                    |                         |                     |
|---------------------|---------------------|------------------------|--------------------|-------------------------|---------------------|
|                     | Değeri              | Birimi                 |                    | Değeri                  | Birimi              |
| $m_s$               | 320                 | [kg]                   | $a_1$              | 4.515x10 <sup>13</sup>  | [N/m <sup>5</sup> ] |
| $m_u$               | 40                  | [kg]                   | $a_2$              | 1                       | [s <sup>-1</sup> ]  |
| $d_s$               | 1000                | [Ns/m]                 | $A_p$              | 3.35x10 <sup>-4</sup>   | [m <sup>2</sup> ]   |
| $k_s$               | $18x10^{3}$         | [N/m]                  | $\overline{P}_{L}$ | 1.03425x10 <sup>7</sup> | [Pa]                |
| $k_t$               | 200x10 <sup>3</sup> | [N/m]                  |                    |                         |                     |

Tablo 1. Elektro hidrolik süspansiyon sisteminin parametreleri [5]

# III. L2 Kazançlı Durum Türevi Geri Beslemeli Kontrolör Tasarımı

Bu bölümde, L<sub>2</sub> kazançlı durum türevi geri beslemeli kontrolörün tasarımı için gerekli DME koşulları türetilecektir. Doğrusal zamanla değişmeyen sistem (4)' ün L<sub>2</sub> kazancını minimize eden kontrolör tasarımı öncesinde performans çıkışlarının

$$z(t) = Cx(t) + Dw(t) \tag{11}$$

olarak tanımlanması gerekmektedir. Burada  $C \in \mathfrak{R}^{q\times n}$  ve  $D \in \mathfrak{R}^{q\times p}$  performans çıkışı matrislerini,  $z \in \mathfrak{R}^{q}$  ise performans çıkışları vektörünü göstermektedir. Durum türevi geri beslemeli kontrol kanunu

$$u(t) = K\dot{x}(t) \tag{12}$$

şeklinde yazılabilir. Kontrol kanunu (12), doğrusal zamanla değişmeyen sistem (4) içerisinde yerine konulduğunda

$$\dot{x}(t) = A_{cl}x(t) + B_{cl}w(t)$$
 (13)

ile verilen kapalı çevrim sistem elde edilir. Burada kapalı çevrim matrisleri  $A_{cl}$  ve  $B_{cl}$ 

$$A_{cl} = (I - B_2 K)^{-1} A \tag{14}$$

$$B_{cl} = (I - B_2 K)^{-1} B_1 \tag{15}$$

olarak verilmektedir. Aşağıda verilen yardımcı teorem ile verilen kapalı çevrim sistemin  $L_2$  kazancı hesaplanabilmektedir.

**Yardımcı Teorem [17]:** *Verilen kapalı çevrim sistem* (11), (13) *ve pozitif reel sayı y için*,

$$\begin{bmatrix} A_{cl}^{T}P + PA_{cl} & PB_{cl} & C^{T} \\ B_{cl}^{T}P & -\mathcal{M} & D^{T} \\ C & D & -\mathcal{M} \end{bmatrix} \prec 0$$
(16)

koşullarını sağlayan pozitif tanımlı bir  $P \in \Re^{n \times n}$ matrisi bulunabiliyorsa, kapalı çevrim sistemin w(t) bozucularından z(t) performans çıkışlarına olan  $L_2$ kazancı y gibi bir pozitif reel sayıdan küçüktür.

Aşağıda verilen teorem  $L_2$  kazançlı durum türevi geri beslemeli kontrolör tasarımını vermektedir.

**Teorem:** (11) ve (13) ile verilen bir kapalı çevrim sistemin asimptotik kararlılığı ve  $\gamma$  gibi bir pozitif reel sayıdan küçük  $L_2$  kazancına sahip olması için,  $Y \in \Re^{n \times n}$ pozitif tanımlı simetrik matrisi ve  $W \in \Re^{m \times n}$  matrisi

$$\begin{bmatrix} AY + YA^{\mathsf{T}} - B_2WA^{\mathsf{T}} - AW^{\mathsf{T}}B_2^{\mathsf{T}} & * & * \\ B_1^{\mathsf{T}} & -\gamma I & * \\ CY - CW^{\mathsf{T}}B_2^{\mathsf{T}} & D & -\gamma I \end{bmatrix} \prec 0 \ (17)$$

ile verilen koşulu sağlayacak şekilde çözülebilirse, kapalı çevrim sistemin w(t) bozucularından z(t)performans çıkışlarına olan  $L_2$  kazancı  $\gamma$  gibi bir pozitif reel sayıdan küçük kılan durum türevi geri beslemeli kontrolör  $u(t) = K\dot{x}(t) = WY^{-1}\dot{x}(t)$  olarak hesaplanabilir.

**İspat:** Verilmiş olan kapalı çevrim istem matrisleri (14) ve (15)' i (16) içerisinde yerlerine koyarak

$$\begin{bmatrix} A^{T}(I-B_{2}K)^{-T}P+P(I-B_{2}K)^{-1}A & * & *\\ B_{1}^{T}(I-B_{2}K)^{-T}P & -\gamma I & *\\ C & D & -\gamma \end{bmatrix} \prec 0 (18)$$

elde edilir. Burada karar değişkenleri olan K ve Pmatrislerinin birbiriyle çarpım halinde olması nedeniyle (18) henüz DME formunda değildir. (18) ifadesini solundan  $\Omega$  ve sağından  $\Omega^{T}$  ile çarparak uyumluluk dönüşümü [18] uygulayacak olursak

$$\begin{bmatrix} AY + YA^{\mathsf{T}} - B_2 KYA^{\mathsf{T}} - AYK^{\mathsf{T}}B_2^{\mathsf{T}} & * & * \\ B_1^{\mathsf{T}} & -\mathcal{H} & * \\ CY - CYK^{\mathsf{T}}B_2^{\mathsf{T}} & D & -\mathcal{H} \end{bmatrix} \prec 0 (19)$$

eşitsizliği elde edilir. Burada  $\varOmega$ 

$$\begin{bmatrix} (I - B_2(\theta)K)Y & 0 & 0\\ 0 & I & 0\\ 0 & 0 & I \end{bmatrix}$$
(20)

olarak kullanılmıştır [12]. Son olarak *W=KY* değişken dönüşümü yapıldığında (19) eşitsizliğinden (17) ile verilmiş olan DME ifadesi elde edilmektedir. Böylece ispat tamamlanmış olur.

## IV. Sayısal Benzetim Çalışmaları

Bu bölümde bir elektro hidrolik süspansiyon sisteminin aktif titreşim kontrolü için L<sub>2</sub> kazançlı durum türevi geri beslemeli kontrolör tasarımı gerçekleştirilmiştir. Önerilen kontrolörün performansı tümsek ve ISO2631 tipi yol bozucularına karşı sınanmıştır.

Performans çıkış vektörü

$$z(t) = \left[\rho_{z_s} \dot{z}_s(t) - \rho_{sd} \left(z_s(t) - z_u(t)\right) \cdots \right]$$
$$\rho_{sd} \left(z_u(t) - z_r(t)\right) - \rho_{pL} P_L(t) / \overline{P}_L\right]^{\mathrm{T}}$$
(21)

olarak belirlenmiştir. Burada,  $\rho_i$ ,  $i \in \{\dot{z}_s, sd, td, P_L\}$ ağırlıklandırma faktörleridir. Hangi ağırlıklandırma faktörü daha büyük seçilirse, ilgili değişkenin minimizasyonu öncelik kazanmaktadır. Çalışmamızda  $\rho_{z_s} = 1 \times 10^1$ ,  $\rho_{sd} = 1 \times 10^{-3}$ ,  $\rho_{ud} = 1 \times 10^{-3}$ ,  $\rho_{P_L} = 1 \times 10^{-3}$  seçilmiştir. Seçilen ağırlıklandırma faktörleri ve önceki bölümde verilen Teoremin yardımı ile L<sub>2</sub> kazançlı durum türevi geri beslemeli kontrolör aşağıdaki optimizasyon probleminin çözümü ile elde edilebilmektedir.

## min y koşul (17)

Söz konusu optimizasyon probleminin çözümü için Yalmip ayrıştırıcısı [19] ve SeDuMi çözücüsü [20] kullanıldığında,  $L_2$  kazançlı durum türevi geri beslmeli kontrol kanunu

$$u(t) = \begin{bmatrix} 3.3500 & -3.3500 \\ -0.001 & -0.0001 & 0.002 \end{bmatrix} \dot{x}(t)$$
(22)

şeklinde hesaplanmıştır. Bundan sonraki kısımda tasarlanmış olan kontrolörün tümsek tipi ve ISO2631 rastlantısal tipi yol bozucuları karşısında performansı incelenecektir. Tümsek tipi yol bozucusunun matematiksel olarak modellenmesini

$$z_{r}(t) = \begin{cases} \frac{a}{2} \left( 1 - \cos\left(\frac{2\pi V}{\ell} t\right) \right) & 0 \le t \le \frac{\ell}{V} \\ 0 & t \ge \frac{\ell}{V} \end{cases}$$
(23)

ile gösterebiliriz. Burada, a = 0.1m,  $\ell = 5m$  ve V = 45 km/h olarak alınmıştır [5]. Tasarlanan kontrolörün sürüş konforuna olan etkisini incelemek için asılı kütlenin yer değiştirme ve ivme yanıtları Şekil 2 ile verilmektedir.



Şekil. 2. Asılı kütlenin yer değiştirme ve ivme yanıtları

Durum türevi geri beslemeli kontrolörün yüksek bir sönüm performansı ile hem yer değiştirme hem de ivme genliklerinde büyük bir iyileşme sağladığı açıkça görülmektedir. Sürüş konforundaki iyileşme karşısında sürüş güvenliğindeki değişimleri incelemek adına Şekil 3 incelenebilir.

Şekil 3 ile açıkça görülmektedir ki lastik sıkışması genliklerinde bir kötüleşme yaşanmamıştır. Lastik sıkışması ile lastik rijitlik katsayısının çarpımı ile dinamik lastik yükü hesaplanmaktadır. Söz konusu dinamik lastik yükü, taşıt ağırlığı kaynaklı oluşan statik yükleri aşarsa yol tutuş kaybı yaşanmaktadır. Bu bilgiler ışığında önerilen kontrolör ile dinamik lastik yükünün

arttırılmadığı ve dolayısı ile yol tutuşunun iyileştirildiği görülebilmektedir.

Süspansiyon sıkışması ise konfor veya güvenlik ile doğrudan ilişkili olmamakla beraber yüksek değerler alması istenmemektedir. Süspansiyon sisteminin asılı kütle ile teker ve aks grubu arasında geometrik anlamda sınırlı bir bölgeye yerleştirildiğini göz önünde bulunduracak olursak aşırı genliklerin mekanik hasara, yorulmaya sebebiyet vereceği kaçınılmazdır.



Şekil. 3. Süspansiyon sıkışması ve lastik sıkışması yanıtları

Bu bilgiler ışığında süspansiyon sıkışması yanıtları incelendiğinde maksimum genliklerin aktif ve pasif sistemlerde benzer olduğu görüldüğü için, uygulanan kontrolörün bir dezavantaj oluşturmadığı ortaya konmuştur. Aktif kontrol kuvveti ve elektro hidrolik eyleyicinin yük basıncına dair yanıtlar Şekil 4 ile görülebilmektedir.



Şekil. 4. Normalize yük basıncı ve aktif kontrol kuvveti yanıtları

Normalize edilmiş yük basıncı incelendiğinde eyleyicinin doyuma ulaşmadan çalışabildiği görülmektedir. Dolayısı ile uygulanan aktif kontrol kuvveti de uygulanabilir sınırlar içerisindedir.

Şu ana kadar 45 km/h hız için önerilen kontrolörün performansı incelenmiştir. Farklı hızlar için tümsek tipi yol bozucularına karşı yanıtların incelenmesi daha gerçekçi ve kapsamlı analizler yapılmasına olanak tanıyacaktır. Şekil 5' te farklı hızlarda tümsek tipi yol bozucuları için elde edilen asılı kütle yer değiştirme ve ivme yanıtlarının tepe değerleri gösterilmektedir.



Şekil. 5. Asılı kütlenin yer değiştirme ve ivme yanıtlarına ait tepe değerlerinin farklı hızlardaki tümsek bozucuları için değişimi

Şekil 5 incelendiğinde önerilen kontrolör ile elde edilen sürüş konforu gelişiminin, sürüş esnasında karşılaşılabilecek geniş bir hız aralığı için geçerli olduğu ortaya konmaktadır. Sürüş güvenliğini incelemek için Şekil 6 verilmektedir.



Şekil. 6. Süspansiyon sıkışması ve lastik sıkışması yanıtlarına ait tepe değerlerinin farklı hızlardaki tümsek bozucuları için değişimi

Sonuçlar özellikle yol tutuşu açısından incelendiğinde, düşük lastik sıkışması ile sağlanan düşük dinamik yük değerleri sürüş güvenliği üzerinde olumlu bir etkiye sahiptir. Süspansiyon sıkışması ise bazı hız değerlerinde pasif sisteme göre artış göstermesine rağmen tüm hız değerleri gözetildiğinde pasif sistemle yaşanabilecek maksimum süspansiyon sıkışması değeri ile aktif süspansiyonda yaşanabilecek maksimum süspansiyon sıkışması değerleri son derece yakındır. Önerilen kontrolörün tümsek tipi yol bozucuları karşısında sürüş güvenliği için bir tehdit oluşturmadan sürüş konforunu iyileştirdiği açıkça görülmektedir. Bu aşamada elektro hidrolik eyleyiciye ait normalize edilmiş yük basıncı ve elde edilen aktif kontrol kuvvetine ait tepe değerlerinin hıza bağlı değişimi Şekil 7 aracılığı ile görülebilmektedir.



Şekil. 7. Normalize yük basıncı ve aktif kontrol kuvveti yanıtlarına ait tepe değerlerinin farklı hızlardaki tümsek bozucuları için değişimi

Önerilen kontrolörün gerçekleme aşamasında bir problem oluşturmayacak seviyede kontrol sinyalleri hesapladığı normalize yük basıncının tepe değerlerinin daima birin altında yer alması ile garanti edilmektedir. Şu ana kadar yürütülen benzetim çalışmalarında elektro hidrolik aktif süspansiyon sisteminin tümsek tipi yol bozucularına karşı sınanması ele alındı. Aktif süspansiyon performansının değerlendirilmesinde son derece büyük önem taşıyan bir diğer bozucu tipi ise ISO2631 standardı ile modellenen rastlantısal tip bozuculardır.

Söz konusu ISO2631 tipi yol pürüzlülüğü,

$$S_{g}(\varphi) = \begin{cases} S_{g}(\varphi_{0}) \left(\frac{\varphi}{\varphi_{0}}\right)^{-n_{1}} & \varphi \leq \varphi_{0} \\ S_{g}(\varphi_{0}) \left(\frac{\varphi}{\varphi_{0}}\right)^{-n_{2}} & \varphi \geq \varphi_{0} \end{cases}$$
(24)

ile verilen yer değiştirme güç spektral yoğunluk fonksiyonu ile rastlantısal bir süreç olarak modellenmektedir. Burada  $\varphi_0$ =(1/2 $\pi$ ) referans frekans ve  $n_1$  ile  $n_2$  yol pürüzlülüğünün şiddeti ile ilgili katsayılardır [16].  $S_g(\varphi_0)$  ise yol pürüzlülük sınıfına ait olan katsayılar ve ortalama kalitede yollar için aldığı değer, 64x10<sup>-6</sup> m<sup>3</sup>, olarak belirlenmiştir. Taşıtın hızı sabit kabul edildiğinde, yol pürüzlülüğü

$$z_r(t) = \sum_{n=1}^{N_f} z_n \sin\left(n\omega_o t + \phi_n\right)$$
(25)

biçiminde bir seri ile modellenebilir. Burada,  $z_n = \sqrt{2S_g(n\Delta\phi)\Delta\phi}$  ve  $\Delta\phi = 2\pi/\ell$  olarak verilmektedir [16]. Temel frekans değişkeni ise  $\omega_o = (2\pi/\ell)V$  şeklinde hesaplanmaktadır.  $\phi_n$  ise  $[0, 2\pi)$  aralığında değer alan bir rastgele değişkendir. Bu çalışmada Du vd. [16] tarafından verilen değerler ile C sınıfı ortalama bir yol bozucusu için 36, 72, 108, 144 ve 180 km/h hız değerleri kullanılmıştır. Sürüş konforunun ISO2631 tipi yol bozucuları karşısında analizi için Şekil 8 incelenmelidir.



Şekil. 8. Asılı kütlenin yer değiştirme ve ivme yanıtlarına ait tepe değerlerinin farklı hızlardaki ISO2631 yol pürüzlülüğü modelleri için değişimi

Şekil 8 ile görülmektedir ki önerilen kontrolör ile geliştirilecek bir elektro hidrolik süspansiyon sistemi sürüş konforu adına yüksek sönüm özelliği sağlamaktadır. Sürüş güvenliğinin analizi için ise süspansiyon sıkışması ve lastik sıkışması yanıtlarının hıza bağlı değişimi önem taşımaktadır. Şekil 9, sürüş güvenliği ile ilişkili süspansiyon yanıtlarına ait tepe değerlerinin 36-180 km/h değerleri aralığındaki değişimini göstermektedir.

Şekil 9 analiz edildiğinde pasif süspansiyon sistemin sergileyebileceği maksimum sıkışmanın aktif süspansiyon ile kötüleştirilmediği görülür. Lastik sıkışması özelinde ise tümsek tipi yanıtların aksine

genlikler artış göstermektedir. Bu durum dinamik lastik yükünde yükseliş ve yol tutuşunun pasif sisteme göre daha kötü olmasına sebebiyet verebilmektedir.



Şekil. 9. Süspansiyon sıkışması ve lastik sıkışması yanıtlarına ait tepe değerlerinin farklı hızlardaki ISO2631 yol pürüzlülüğü modelleri için değişimi

Son olarak ta normalize yük basıncı ve aktif kontrol kuvvetinin 36-180 km/h aralığındaki değişimi ile önerilen kontrolörün uygulanabilirliği sınanabilir. Söz konusu cevaplar Şekil 10 ile sunulmaktadır.



Şekil. 10. Normalize yük basıncı ve aktif kontrol kuvveti yanıtlarına ait tepe değerlerinin farklı hızlardaki ISO2631 yol pürüzlülüğü modelleri için değişimi

Şekil 7 ve Şekil 10 beraber göz önünde bulundurulduğunda söz konusu kontrol yaklaşımı ile bir elektro hidrolik süspansiyon sisteminin son derece geniş hız aralıkları için tümsek tipi ve yol pürüzlülüğü tipi bozuculara karşın hidrolik eyleyicinin sınırlarını aşmadan çalışabileceğini kanıtlamaktadır. Elde edilen benzetim sonuçları önerilen kontrolörün aktif süspansiyon tasarımında gerekse konfor gerekse güvenlik açılarından iyi performans sağlayabildiğini açıkça göstermektedir. Buna ek olarak literatürde son derece yaygın olarak çalışılan durum geri beslemesi yerine durum türevi geri beslemeli bir yapı tercih edildiği için pratikte hassas bir şekilde ölçülebilen ivme ve hız değişkenleri kullanılmıştır. Bu bilgiler ışığında önerilen L<sub>2</sub> kazançlı durum türevi geri beslemeli kontrolörün aktif süspansiyon uygulamaları için yüksek bir potansiyele sahip olduğu ortaya konmuştur.

#### V. Sonuçlar

Bu çalışmada bir elektro hidrolik aktif süspansiyon sisteminin L2 kazançlı durum türevi geri beslemesi ile aktif titreşim kontrolü gerçekleştirilmiştir. Önerilen kontrolör, elektro hidrolik eyleyiciye sahip iki serbestlik dereceli çeyrek taşıt modeli ile test edilmiştir. Tümsek tipi ve ISO2631 tipi vol bozucuları karsısında yapılan benzetim çalışmaları, sürüş konforunda büyük iyileşme elde edildiğini, sürüş güvenliğinin korunduğunu ve elektro hidrolik eyleyicinin sınırları icerisinde uvgulanabilir kontrol sinyalleri üretildiğini göstermiştir. Önerilen kontrolörün hız ve ivme gibi hassas ölçüme elverisli sinyalleri kullanması da göz önünde bulundurulduğunda, aktif süspansiyon sistemleri özelinde uygulanabilir son derece bir çözüm olduğu görülmektedir. İlerleyen çalışmalarda tasıt parametrelerindeki belirsizliklere karşı dayanıklı olma, kapalı çevrim köklerinin önceden belirlenen bölgelerle kısıtlandığı tasarımlar ile çalışmanın ilerletilmesi düsünülmektedir.

#### Kaynakça

- Hedrick J-K. ve Butsuen T. Invariant properties of automotive suspensions. Proc. IMechE Part D: Journal of Automobile Engineering, 204(1):21–27, 1990.
- [2] Tseng H-E. ve Hrovat D. State of the art survey: active and semiactive suspension control. Vehicle System Dynamics, 53(7):1034– 1062, 2015.
- [3] Gahinet P. ve Apkarian P. A linear matrix inequalities approach to H<sub>∞</sub> control. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 4(4):421–448, 1994.
- [4] Scherer C., Gahinet P. ve Chilali M. Multi objective outputfeedback control via LMI optimization. IEEE Transactions on Automatic Control, 42(7):896–911, 1997.
- [5] Chen H. ve Guo K-H. Constrained  $H_{\infty}$  control of active suspensions: an LMI approach. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 13(3):412–421, 2005.
- [6] Gao H., Lam J. ve Wang C. Multi-objective control of vehicle active suspension systems via load dependent controller, Journal of Sound and Vibration, 290(3):654–675, 2006.
- [7] Fialho I. ve Balas G-J. Road adaptive active suspension design using linear parameter varying gain-scheduling, IEEE Transactions on Control Systems Technology, 10(1):43–54, 2002.
- [8] Sun W., Gao H. ve Kaynak O. Finite frequency H<sub>x</sub> control for vehicle active suspension systems, IEEE Transactions on Control Systems Technology, 19(2):416–422, 2011.
  [9] Kwak S-K., Washington G. ve Yedavalli R-K. Acceleration
- [9] Kwak S-K., Washington G. ve Yedavalli R-K. Acceleration feedback-based active and passive vibraiton control of landing gear components, Journal of Aerospace Engineering, 15(1):1–9, 2002.

- [10] Abdelaziz T-H-S. ve Valasek M. State derivative feedback by LQR for linear time invariant systems, IFAC Proceedings Volumes, 38(1):435–440, 2005.
- [11] Abdelaziz T-H-S. ve Valasek M. Pole placement for SISO linear systems by state-derivaitve feedback, IEE Proceedings on Control theory and Applications, 151(4):377–385, 2004.
- [12] Assunçao E., Teixeira M-C-M., Faria F., ve Cardim R. Robust state-derivative feedback LMI-based designs for multi-variable linear systems, International Journal of Control, 80(8):1260–1270, 2007.
- [13]Faria F., Assunçao E., Teixeira M-C-M. ve Cardim R. Robust statederivative pole placement LMI-based designs for linear systems, International Journal of Control, 82(1):1–12, 2009.
   [14]da Silva N-P., Assunçao E., Teixeira M-C-M., Cardim R. Ve
- [14]da Silva N-P., Assunçao E., Teixeira M-C-M., Cardim R. Ve Robust controller implementation via state-derivative feedback in an active supsension systme subject to fault, IEEE Conference on Control and Fault-Tolerant Systems, Nice-France, 9-11 Ekim 2013.
- [15] Alleyne A. ve Hedrick J-K. Nonlinear adaptive control of active suspensions, IEEE Transactions on Control Systems Technology, 3(1):94–101, 1994.
- [16]Du H., Li W. ve Zhang N. Integrated seat and suspension control for a quarter car with driver model, IEEE Transactions on Vehicular Technology, 61(9):3893–3908, 2012.
- [17] Dullerud G-E. ve Paganini F. A course in robust control theory: a convex approach, Springer-Verlag, 1. Baski, 2005.
- [18] Boyd S., El Ghaoui L., Feron E. ve Balakrishan V. Linear matrix inequalities in system and control theory, Society for Industrial and applied mathematics, 1. Baski, 1994.
- [19]Löfberg J. YALMIP: A toolbox for modelling and optimziaiton in MATLAB. IEEE International Symposium on Computer Aided Control System Design, Taipei-Taiwan, 2-4 Eylül 2004.
- Control System Design, Taipei-Taiwan, 2-4 Eylül 2004.
  [20]Strum J-F. Using SeDuMi 1.02, a MATLAB toolbox for optimization over symmetric cones, Optimization Methods and Softwares, 11(4):625–653, 1999.

# Üç Katmanlı Konjuge Elektro-aktif Polimer Eyleyicilerde Tekrarlamalı Denetim Yöntemi ile Periyodik Bozucu Etkilerin Elenmesi

C. Sancak<sup>\*</sup> Karadeniz Teknik Üniversitesi Trabzon M. İtik<sup>†</sup> Karadeniz Teknik Üniversitesi Trabzon

Özet<sup>1</sup>—Akıllı malzemeler sınıfına ait olan elektro-aktif polimerler (EAP) eyleyici olarak kullanılabilmektedirler. Özel yapıları ve kabiliyetleri açısından geleneksel eyleyicilerin kullanımının zor olduğu alanlarda bir alternatif eyleyici olarak düşünülebilirler. Bu bakımdan, geleneksel eyleyicilerin denetiminde meydana gelen sorunların EAP eyleyiciler için de meydana gelmesi olağandır ve iyi bir denetim performansı için sorunların giderilmesi gerekmektedir. Bu çalışmada, eyleyicilerin sıklıkla maruz kaldıkları tekrarlı bozucu etki altında elektro-aktif bir polimer eyleyicinin denetimi yapılmıştır. Bu amaçla, periyodik bozucu etkilerin elenmesinde iyi sonuçlar veren tekrarlamalı (repetitive) denetim yöntemi, sabit bir referans sinvalinin izlenmesi icin bir elektroaktif polimer eyleyiciye uygulanmıştır. Denetim yöntemi performansının kıyaslanması için klasik PI denetim yöntemi kullanılmıştır. Yapılan deneyler sonucunda, elektro-aktif polimer eyleyiciler üzerinde periyodik bozucu etkilerin elenmesi için tekrarlamalı denetim vönteminin başarı ile kullanılabileceği gösterilmiştir.

Anahtar kelimeler: elektro-aktif polimer eyleyici, EAP, tekrarlı bozucu etki elenmesi, tekrarlamalı denetim

Abstract—Electro-active polymers belonging to the class of intelligent materials can be used as actuators. They can be considered as an alternative actuator in areas where, classical actuators are difficult to use in terms of their special structures and capabilities. From this point of view, the problems that occur in the control of classical actuators are likely to arise for the EAP actuators. Therefore, the problems must be solved for good control performance. In this study, the EAP actuator was controlled under the repetitive disturbance that the actuators are often subjected to. For this purpose, a repetitive controller which is generally applied to reject periodic disturbances with a known period, is designed and implemented to EAP actuator to track a fixed reference signal. Also, a conventional PI controller is implemented to compare the repetitive controller performance. As a result, it has been shown that the repetitive control method can be successfully used to reject the periodic disturbances on the electroactive polymer actuators control.

Keywords: electro-active polymer actuator, EAP, periodic disturbance rejection, repetitive controller

#### I. Giriş

Eyleyiciler, farklı uygulama alanlarında, sistemlerin veya mekanizmaların tahrik elemanı olarak görev yapan unsurlardır. Uygulama alanlarında istenilen verimin ve başarımın gerçekleşmesi için farklı özelliklere sahip eyleyiciler seçilebilmektedirler. Ayrıca, geleneksel eyleyicilerin kullanımının uygun olmadığı veya kullanılamadığı uygulamalar için yeni eyleyiciler geliştirilmiş ve geliştirilmeye devam etmektedir. Bu doğrultuda, nispeten yeni bir eyleyici çeşidi olan elektroaktif polimer (EAP) eyleyiciler farklı uygulamalar için alternatif bir eyleyici olarak göz doldurmaktadırlar.

EAP eyleyiciler, elektrik gerilimi altında şekil ve boyut değişimi gösteren polimerlerden veya polimer ile birlikte şekil ve boyut değişimine katkıda bulunan malzemelerin bir araya getirilmesi ile oluşturulurlar. Çalışma mekanizmalarına göre iyonik ve elektronik olmak üzere iki ana guruba ayrılmışlardır. İyonik gruba dâhil olan konjuge elektro-aktif polimer (KEAP) eyleyiciler, organik olmaları, düşük elektriksel gerilim ile çalışmaları ve istenilen her şekle kolayca getirilebilmeleri gibi avantajları yönünden üstündürler [1]. Bu özellikleri bakımından mikro-nano hareket ettirme (manipülasyon) ve biyolojik uygulamalar gibi uygulamalarda eyleyici olarak kullanılmaları açısından farklı çalışmalarda incelenmişlerdir [1-3].

Bir uygulamada eyleyiciden istenilen başarım, belirlenen bir görevi eksiksiz ve belirli tolerans aralığında gerçekleştirmesidir. Bu amaçla, eyleyiciler için açık veya kapalı çevrim denetim yöntemleri uygulanmaktır. Denetim uygulamalarında meydana gelen sorunlardan biri eyleyicilerin sıklıkla periyodik dış bozucu etkiler altında çalışmasıdır. İyi bir denetim uygulaması için denetim yöntemi, dış bozucu etkileri etkin bir şekilde eleyebilmelidir. Tekrarlamalı denetim yöntemi, periyodik dış bozucu etkilerin elenmesinde ve periyodik referans sinyallerinin izlenmesinde iyi sonuçlar veren denetim yöntemlerinden biridir. Birçok çalışmada geleneksel eyleyiciler üzerinde kullanılmış ve etkin sonuçlar elde edilmiştir [4-6]. Bu çalışmada ise, KEAP eyleyicinin periyodik dış bozucu etki altındaki konum denetiminde

<sup>\*</sup> csancak@ktu.edu.tr

<sup>†</sup> mitik@ktu.edu.tr

sabit bir referans değerini izleme başarımı, tekrarlamalı denetim yöntemiyle geliştirilmiştir.

KEAP eyleyicilerin konum denetimi farklı yöntemleri ile araştırmacılarca değişik denetim çalışılmıştır [7-9]. Bu çalışmaların çoğu konsol bağlantılı bir KEAP evlevicinin serbest ucunun konum denetimi ile ilgilidir. Tekrarlamalı denetim yöntemi ise periyodik bir referans sinyalinin izlenmesinde konum denetimi [10] ve kuvvet denetimi [11] için KEAP eyleyicilere başarıyla uygulanmıştır. Yapılan çalışmalar incelendiğinde ve en iyi bildiğimiz kadarıyla, KEAP eyleyicilerin bir dış bozucu etki altında konum denetiminin literatürde daha önce çalışılmadığı belirlenmiştir. Bu bosluğun doldurulması amacıyla, KEAP eyleyicinin serbest ucunun periyodik dış bozucu etki altında konum denetimi, periyodik bozucu etkilerin elenmesinde etkin bir yöntem olan tekrarlamalı denetim yöntemi ile gerçekleştirilmiştir. Yapılan çalışmada, öncelikle KEAP eyleyicinin elektriksel gerilim-konum ilişkisini veren matematiksel modeli siyah kutu (black box) modelleme yöntemi ile belirlenmiş ve elde edilen model ile gerçekleştirilen benzetim sonuçları verilmiştir. Benzetim sürecinde belirlenen denetim yöntemi parametreleri kullanılarak deneysel çalışmalar yapılmıştır. Tekrarlamalı denetim yönteminin performansının karşılaştırılması amacıyla geleneksel PI denetim yöntemi KEAP eyleyiciye uygulanmıştır. Yapılan çalışmalar ile dış bozucu etki altındaki KEAP eyleyicilerin konum denetiminde tekrarlamalı denetim vönteminin basarılı sonuclar verdiğini ve PI denetim yöntemine göre başarım açısından üstün olduğunu ortaya koyulmuştur.

Bu çalışmada kullanılan KEAP eyleyici hakkındaki detaylı bilgi II. Kısımda verilmiştir. Denetimde kullanılan tekrarlamalı denetim yöntemi ise III. kısımda açıklanmıştır. IV. kısımda yapılan benzetim ve deney çalışmaları sunulmuştur. Son kısım olan V. kısımda yapılan çalışma değerlendirilmiş ve gelecek çalışmalar için önerilerde bulunulmuştur.

### II. Konjuge elektro-aktif polimer eyleyici

KEAP evleviciler genellikle ince bir yaprak formunda imal edilirler. İstenilen boyutlara sahip eyleyiciler bu yaprak bloktan kesilerek kullanılabilmektedir. Bu çalışmada kullanılan eyleyici, şerit olarak bloktan kesilmiştir ve 20 x 5 x 0.17 mm boyutlarına sahiptir. Bu tip eyleyicilerin çalışması için bir iyonik ortama ihtiyaç duyulmaktadır. Bu nedenle KEAP eyleyiciler, kuru ortamda çalışabilmeleri için üç katmanlı ve sandviç şeklinde bir araya getirilmiş bir yapıya sahiptirler. Eyleyicinin iki dış katmanı polipirol (PPy) adı verilen iletken polimer malzemeden oluşmaktadır. Bu katmanlar eyleyicinin elektro-aktif katmanlarıdır ve 30 µm kalınlığa sahiplerdir. PPy katmanlar arasında polyvinylidene fluoride (PVDF) malzeme bulunmaktadır. 110 um kalınlığa sahip, gözenekli yapıda ve yalıtkan özellikte olan PVDF malzeme, eyleyicinin çalışma mekanizması için gerekli olan elektroliti içine depolayarak eyleyicinin kuru ortamlarda çalışmasını sağlamaktadır. Elektrolit sıvı, lityum triflouromethanesulfonimide (Li+TFSI<sup>-</sup>) 'den oluşmaktadır ve iyon kaynağı olarak eyleyicinin hareketine katkı sağlamaktadır. PPy ve PVDF katmanlar arasında, iletkenliğin artırılması ve böylece bir noktadan KEAP eyleyici üzerine uygulanan elektriksel gerilimin polimer şerit boyunca sabit kalması için 0,2 μm kalınlığına sahip altın katmanlar bulunmaktadır. KEAP eyleyicinin hareket mekanizması, elektrolit sıvıda bulunan iyonların elektrik gerilimi altında hareketi ile meydana gelmektedir. İyon hareketi, malzemenin aktif katmanlarında aşağıda denklemi verilen yükseltgenmeindirgenme (redoks, oxidation-reduction) olayına neden olmaktadır.

$$PPy + TFSI^{-} \underbrace{\frac{Y\ddot{u}kseltgenme}{Indirgenme}} PPy^{+}TFSI^{-} + e^{-}$$
(1)

Redoks olayı sonucu eyleyicinin bir katmanı genişlerken diğeri küçülmektedir. Böylece eyleyici, küçülen katmana doğru bir bükülme hareketi yapmaktadır. Bu hareket, eyleyiciye uygulanan elektrik gerilimi ile orantılıdır. Eyleyici hakkında daha detaylı bilgi [12] kaynağından elde edilebilir. Eyleyicinin şematik gösterimi Şekil 1'de ve bükülme hareketi Şekil 2'de gösterilmiştir.



Şekil 2. KEAP Eyleyicinin elektrik gerilimi altında hareketi

Bu çalışmada, konsol bağlantılı KEAP eyleyicinin elektrik gerilimi altında bükülme hareketi ile serbest uç noktasında meydana gelen konum değişiminin periyodik dış bozucu etki altında denetimi gerçekleştirilmiştir. Denetimde asıl amaç periyodik dış bozucu etkinin elenmesi ile sabit bir referans değerinin eyleyici tarafından düşük hata ile izlenmesidir. Kullanılan denetim yöntemi hakkına detaylı bilgiler sonraki kısımda verilmiştir.

#### III. Tekrarlamalı denetim yöntemi

Tekrarlamalı denetim (repetitive control) yöntemi; periyodik referans sinyallerinin sıfıra yakın hata ile izlenmesi, sabit bir referans sinyalinin izlenmesinde periyodik bozucu etkilerin elenmesi ve periyodik bir sinyalin izlenmesinde meydana gelen periyodik bozucu etkilerin elenmesinde iyi sonuçlar veren bir denetim yöntemidir [13,14]. Tekrarlamalı denetim yönteminde dâhili model (internal model) [15] prensibi önemli ölçüde yer almaktadır. Bu prensip; bozucu etki/(referans) üreten bir sistem modelinin geri besleme döngüsüne dâhil edilmesiyle, bozucu etkinin/(referans sinyalinin) bir kapalı döngü sistemi çıktısında kalıcı hal (steady-state) olmaksızın asimptotik olarak hatası elenebileceğini/(izlenebileceğini) ifade etmektedir. Tekrarlamalı denetim yönteminde ise bu prensip, kapalı çevrimde bir zaman gecikmesi (time delay) sistemi (Şekil 3) kullanılarak periyodik sinyalin üretilmesi ile gerçekleşmektedir.



Şekil 3. Periyodik sinyal üreteci

Bu sistemin transfer fonksiyonu Eşitlik 1'de verilmiştir.

$$R(s) = \frac{1}{1 - e^{-\tau s}}$$
(1)

$$(s=jk\omega_n; k=0,\pm 1,\pm 2,..., ve \omega_n = 2\pi / \tau_r)$$

Bu transfer fonksiyonunun kutupları sonsuz sayıdadır ve  $\tau$  periyodundaki her periyodik sinyalin zaman gecikmeli dâhili model yapısını oluşturma yeteneğine sahiptir [16]. Bu sistem, kararlı pay/payda derecesi eşit olan bir transfer fonksiyonuna sahip sistemlerin denetiminde kararlılığı garanti etse de pay derecesi paydadan küçük olan bir transfer fonksiyonuna sahip sistemlerin denetiminde kararsızlık problemi oluşturmaktadır [14]. Bu sorunun giderilmesi için ek alçak geçiren filtrelere sahip tekrarlamalı denetim yöntemleri geliştirilmiştir [17-20]. Bu tip tekrarlamalı denetim yöntemlerine geliştirilmiş tekrarlamalı denetim adı verilmektedir ve genellikle bir birincil denetim yöntemi ile seri bağlantılı olarak kullanılmaktadırlar. Geliştirilmiş tekrarlamalı denetim yönteminin şematik gösterimi Şekil 4'de verilmiştir.

Bu yöntemde birincil denetim yöntemi  $G_c(s)$ , tekrarlamalı denetim yönteminin kararlılığını ve geçici hal cevabını iyileştirmek için kullanılan bir geri beslemeli denetim yöntemidir. Birincil denetim yöntemi, herhangi bir denetim yöntemi olarak seçilebilmektedir.  $\tau$ , izlenmesi istenilen periyodik referans sinyalinin veya elenmesi istenilen periyodik bozucu etkinin periyodudur. Q(s) filtresi düşük frekanslarda birim kazanca sahip olan bir alçak geçiren filtredir. Denetim sisteminin bant genişliği ve yüksek frekanslarda sistemin kararlılığıyla doğrudan ilişkilidir [14]. Şekil 4'de verilen bir geliştirilmiş tekrarlamalı denetim yönteminin asimptotik kararlılığının garanti edilmesi için (2) eşitsizliği bütün frekans değerleri için sağlanmalıdır.

$$|Q(s)[1 - H(s)G_c(s)]| < 1$$
<sup>(2)</sup>

$$H(s) = \frac{G_{c}(s)G_{p}(s)}{1 + G_{c}(s)G_{p}(s)}$$
(3)

Kullanılacak birincil denetim yönteminin ve sistem modelinin ( $G_p(s)$ ) belirli olması durumunda Q(s) filtresi (2) eşitsizliğini sağlayacak şekilde seçilmelidir. Yüksek kesme frekansına sahip Q(s) filtrelerinin seçimi, düşük kesme frekansı seçimine göre kalıcı durumda hatanın daha az olmasını sağlamaktadır. Fakat yüksek kesme frekanslarında denetim sisteminin gürbüzlüğü ve kararlılığı azalmaktadır [14].



Şekil 4. Geliştirilmiş tekrarlamalı denetim yöntemi şematik gösterimi

#### IV. Deneysel kurulum ve sistem tanılama

Çalışmada kullanılan deney düzeneği aşağıdaki kısımda detaylı olarak sunulmuştur. Sistem tanılama sürecinde, KEAP eyleyiciye uygulanan farklı elektriksel gerilimler altında elde edilen deneysel konum cevaplarından faydalanılmıştır.

## A. Deney düzeneği

Deney düzeneği şematik olarak Şekil 5'de gösterilmiştir. 20 x 5 x 0.17 mm boyutlarında KEAP eyleyici şeridin uzun kısmından 5 mm kadarı kıskaçlar ile zemine paralel olarak deney düzeneğine sabitlenmiştir. Böylece, eyleyicinin hareketinde yer çekiminin etkisi en aza indirilmiştir. Kıskaçlar, altın kaplamaya sahiptir ve eyleyiciye elektriksel gerilimin fiziksel olarak uygulanması için kullanılmışlardır. Gerilim altında KEAP eyleyicinin serbest uç noktasından elde edilen konum değişiminin artırılması amacıyla, eyleyicinin aktif alanı ile aynı uzunluk (15 mm) ve genişliğe (5 mm) sahip bir kâğıt şerit eyleyiciye seri olarak eklenmiştir. Eyleyiciye periyodik dış bozucu etkinin verilebilmesi amacıyla, bir krank biyel sistemine bağlı yay kullanılmıştır. Yayın diğer ucu eyleyicinin serbest uç kısmına bağlanmıştır. Krank-biyel mekanizmasının hareketi ile eyleyicinin uç noktasına yay kuvveti periyodik olarak uygulanmıştır. Bu kuvvet nedeni ile eyleyicinin serbest ucunda periyodik bir konum değişimi meydana getirilmiştir. Çalışmanın ilerleyen kısımlarında bu periyodik bozucu etkinin elenmesi dikkate alınacaktır.

Konum değişimi, kâğıt şeritle uzatılmış eyleyicinin uç noktasından Baumer OADM 2016460/S14F lazer mesafe ölçer ile ölçülmüştür. Eyleyiciye elektrik geriliminin uygulanmasında ve lazer mesafe ölçer ile elde edilen verilerin toplanmasında NI 6251 veri toplama (DAQ) kartı kullanılmıştır. Bu DAQ kart ile MATLAB/Simulink ortamının xPC Realtime platformu kullanılarak gerçek zamanlı bağlantı kurulmuştur. Bu platform, denetim yönteminin tasarlanıp uygulandığı Simulink ortamını barındıran sunucu bilgisayar ve DAQ kartın takılı olduğu hedef bilgisayardan oluşmaktadır. Bu iki bilgisayar arasında crossover TCP/IP ağ bağlantısıyla veri alışverişi sağlanmaktadır.

#### B. Sistem tanılama

KEAP eyleyicinin benzetiminin yapılması ve denetim yöntemi parametrelerinin bu benzetimden faydalanılarak belirlenmesi amacıyla eyleyicinin gerilim-konum ilişkisini veren doğrusal matematiksel modeli elde edilmiştir. Modelleme sürecinde ilk olarak eyleyici deney düzeneğine Şekil 5'teki gibi bağlı iken ve bozucu etki olmaksızın, değeri 0 ila 0,5 V arasında değişen ve 1 Hz frekansa sahip PRBS (pseudorandom binary sequence) sinyali eyleyiciye uygulanmıştır. Bunun sonucunda meydana gelen konum değişimi kaydedilmiştir. Bu girdi ve çıktı değerleri, MATLAB/System Identification Toolbox ortamında en küçük kareler yöntemi kullanılarak eyleyicinin girdi-çıktı ilişkisini veren doğrusal zamanla değişmeyen (LTI) modeli (4) elde edilmiştir. Elde edilen modelin doğruluğunun belirlenmesi amacıyla, model basamak cevabı eyleyicinin deneysel basamak cevabı ile karşılaştırılmıştır. Model ile PRBS sinyali cevabı arasında %96,58 oranında uyuşum elde edilirken basamak cevabı ile model arasında %97,9 oranında bir uyuşum elde edilmiştir. Bu uyuşumlar Şekil 6'da ve Şekil 7'de gösterilmistir.

Ayrıca model frekans cevabı ve deneysel verilerden elde edilen frekans cevabı Şekil 8'de verilmiştir. Eyleyicinin çalışma aralığı olarak belirlenen 0,1 Hz ile 1 Hz arasında kabul edilebilir bir uyuşum gözlenirken bu uyuşum deney verisinin elde edildiği PRBS sinyali frekansına yaklaştıkça azalma eğilimi göstermektedir.



Şekil 5. Deney düzeneği

$$G_{p}(s) = \frac{0.02s^{7} + 3.62s^{6} + 63.87s^{5} + 199.38s^{4} + 158.62s^{3} + 199.13s^{2} + 82.67s + 4.53}{s^{7} + 14.51s^{6} + 66.96s^{5} + 94.13s^{4} + 80.02s^{3} + 75.34s^{2} + 11.35s + 0.31}$$
(4)





Şekil 8. Eyleyici ve modelin frekans cevapları

# V. KEAP eyleyici için tekrarlamalı denetim yöntemi tasarımı

Bu çalışmada kullanılan tekrarlamalı denetim yöntemi Şekil 4'de verilen geliştirilmiş tekrarlamalı denetim yöntemidir. Bu yöntemde birincil denetim yöntemi olarak, uygulama kolaylığı açısından PI denetim yöntemi seçilmiştir. Denetim yöntemi tasarım sürecinde ilk olarak, eyleyicinin kabul edilebilir bir geçici hal performansı göstermesi için PI denetim yöntemi kazançları, benzetim sonuçlarından faydalanılarak belirlenmiştir. Bu oransal ve integral kazanç değerleri sırasıyla,  $k_p=1,25$ ,  $k_i=0,5$  olarak seçilmiştir.

Birincil denetim yönteminin belirlenmesinin ardından tekrarlamalı denetim yöntemi tasarımı yapılmıştır. Tekrarlamalı denetim yönteminde periyodik bozucu etkilerin elenmesi için bozucu etki periyoduna sahip sinyalin denetim yöntemi tarafından periyodik sinyal üreteci ile üretilmesi gerekmektedir. Çalışmada, eyleyiciye iki ayrı frekansa sahip periyodik bozucu etki uygulanmıştır. Uygulanan bozucu etkilerin frekansı sırasıyla 4,2 rad/s ve 1,9 rad/s'dir. Yöntemde periyodik sinyal üreteci olarak kullanılan zaman gecikmesi (time delay) elemanın zaman kazancı  $\tau$ , çalışmada kullanılan iki farklı bozucu etki periyodu için sırasıyla  $\tau=3,3$  s ve  $\tau=1,5$  s olarak belirlenmiştir.

Denetim sisteminde kararlılığın garanti altına alınması için ikinci dereceden bir Q(s) alçak geçiren filtre tasarlanmıştır. Filtrenin ikinci dereceden tasarlanması, kesme frekansı ve sönüm faktörünün belirlenmesinde tasarım kolaylığı sağlamaktadır. Q(s) filtresinin kesme frekansı, (9) eşitsizliğinin sağlanması, yüksek frekanslı gürültülerin elenmesi ve yeterli kalıcı durum karakteristiklerini sağlamsısı için  $\omega_q=15$  rad/s olarak belirlenmiştir. Sönüm faktörü ξ ise, Q(s) filtresinin faz davranışının frekans ile doğrusal olması ve böylece filtreden kaynaklanan faz farkının periyodik sinyal üretecinin zaman kazancının ayarlanması ile dengelenebilmesi için ξ=0,707 olarak seçilmiştir. Ayrıca bu seçim ile filtrenin düzgün genlik karakteristiği göstermesi sağlanmıştır. Tasarlanan Q(s) filtresi aşağıda verilmiştir.

$$Q(s) = \frac{225}{s^2 + 21.2s + 225}$$
(5)

Q(s) filtresinin faz farkı çalışmada kullanılan frekanslar için filtrenin faz diyagramı kullanılarak yaklaşık  $\tau_q$ =0,1 s olarak belirlenmiştir. Bu faz farkının dengelenmesi amacıyla periyodik sinyal üretecinin zaman kazancı, farklı bozucu etki periyotları için sırasıyla 3,2 s ve 1,4 s olarak ayarlanmıştır. Sonraki

kısımda, KEAP eyleyici için kullanılan geliştirilmiş tekrarlamalı denetim yöntemi cevabının benzetim sonuçları ve deneysel bulgular verilmiştir.

#### V. Benzetim sonuçları ve deneysel bulgular

KEAP eyleyicinin serbest uç noktasının konumunun bir periyodik bozucu etki altında 1 mm sabit pozisyon değerinin kalıcı hal hatası olmaksızın izlenmesi için eyleyiciye geliştirilmiş tekrarlamalı denetim yöntemi uygulanmıştır. Yapılan çalışmanın benzetim sonuçları ve deneysel sonuçlar aşağıda verilmiştir.

### A. Benzetim sonuçları

KEAP eyleyiciye tekrarlamalı denetim yönteminin uygulanması benzetimi MATLAB/simulink ortamında gerçekleştirilmiştir. Periyodik bozucu etki olarak sistem cevabına sırasıyla d(t)=0,8sin((3,3)t), d(t)=0,8sin((1,5)t) sinyalleri eklenmiştir. Benzetimler, eyleyiciye sadece PI denetim yöntemi uygulanması durumu ve geliştirilmiş tekrarlamalı denetim yönteminin uygulanması durumu için gerçekleştirilmiştir. Benzetim sonuçları, Şekil 9'da ve Şekil 10'da verilmiştir.



Şekillerde görüleceği üzere, sadece PI denetim yöntemi kullanılması durumunda bozucu etki genliği azaltılmış fakat tam olarak giderilememiştir. Geliştirilmiş tekrarlamalı denetim yöntemi cevabında ise denetçinin asimptotik olarak bozucu etkiyi azalttığı ve 5. döngü sonucunda en az hata ile kalıcı hal durumuna ulaştığı görülmektedir.

## B. Deneysel bulgular

Deneyler, Şekil 5'de şematik gösterimi verilen deney düzeneği kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Deneyde periyodik bozucu etkinin eyleyiciye fiziksel olarak etkimesi için krank-biyel mekanizmasına bağlı bir yay kullanılmıştır. Mekanizmanın dönme hareketi ile 0,8 mm genliğine sahip periyodik bozucu etki eyleyicinin serbest ucuna etkimektedir. Bozucu etkinin deneysel olarak denetimsiz durumda ölçümü Şekil 11'de verilmiştir. Krank biyel mekanizmasın dönme frekansı değiştirilerek periyodik bozucu etkinin frekansı değiştirilebilmektedir.



Eyleyicinin bu bozucu etkiyi eleyebilmesi için yayın sıkıştırılmasında oluşan kuvveti, elektrik gerilimi girdisi ile serbest ucundan uygulaması gerekmektedir. Kullanılan yayın yay katsayısı ölçülmemiş fakat yapılan deneylerle eyleyicinin yay kuvvetini karşılayabildiği görülmüştür. Benzetim çalışmalarında uygulanan frekanslara sahip bozucu etkiler fiziksel olarak eyleyiciye uygulanmış, PI ve geliştirilmiş tekrarlamalı denetim için denetim cevapları Şekil 12'de ve Şekil 13'de verilmiştir.



Şekil 12. d(t)=0,8sin((3,3)t) için deneysel denetim cevapları



Şekillerden görüleceği üzere PI denetim yöntemi bozucu sinyalin elenmesinde ivi sonuclar gösterememiştir. Fakat geliştirilmiş tekrarlamalı denetim yönteminin PI denetim yöntemi ile birlikte kullanılması ile bozucu etki asimptotik olarak azaltılmış ve kalıcı hal durumunda hata en aza indirilmiştir. Deneysel çalışmalarda başlangıç koşullarının bozucu etki dolayısı ile farklı olması benzetim çalışmaları ile deneysel calışmalar arasında farklı gecici hal karakteristiklerine neden olmuştur. İki ayrı frekansa sahip bozucu etki, tekrarlamalı denetim yöntemi ile 8. Döngüden sonra büyük oranda azaltılmış ve sistem kalıcı hal durumuna geçmiştir. Sadece PI denetim yöntemi cevabı ise düşük bozucu etki frekansında yüksek frekansa göre bozucu etki genliğini nispeten düşürmüştür, fakat kabul edilebilir bir sonuç gösterememiştir. Elde edilen sonuçlar ve bu konu üzerine yapılabilecek geliştirme çalışmaları sonuclar kısımda değerlendirilmiştir.

#### VII. Sonuçlar

Bu çalışmada, bir KEAP eyleyicinin serbest uç noktasının konumunun denetiminde periyodik dış bozucu etkilerin elenmesi, geliştirilmiş tekrarlamalı denetim yöntemi ile başarılı bir şekilde deneysel olarak gerçekleştirilmiştir. Periyodik bozucu sinyallerin elenmesinde geliştirilmiş tekrarlamalı denetim yöntemi kullanmanın, sadece geleneksel bir PI denetim yöntemi kullanmaya göre üstün sonuçlar gösterdiği deneysel bulgularla elde edilmiştir. Kullanılan yöntem, geçici hal karakteristiklerinin iyileştirilmesi açısından daha uygun bir alçak geçiren filtre tasarlanması veya birincil denetim yöntemi olarak periyodik bozucu etkilerin elenmesinde daha iyi sonuçlar veren bir denetim yöntemi kullanılması ile geliştirilebilecektir.

### Teşekkür

Çalışmada kullanılan polimer eyleyici sağlayan Prof. Dr. Gürsel Alıcı'ya teşekkür ederiz.

#### Kaynakça

- Capri F., Kornbluh R., Larsen P.S ve Alıcı G. Electroactive polymer actuators as artifical muscles: are they ready for bio inspired applications? Bioinsp. Biomim. 6 045006 (10pp), 2011.
- [2] Coşkun M.Y., Sancak C., İtik M. ve Alıcı G., "Hybrid force and position control of a conducting tri-layer electro-active polymer actuator", Transactions of The Institute of Measurement And Control, no.0142331216659537, pp.1-9, 2016.
- [3] Smela, E. Conjugated polymer actuators for biomedical applications, Journal of Advanced Materials, 15, 6, 481-494, 2003.
- [4] Steinbuch M. Repetitive control for systems with uncertain periodtime. Automatica, 38(12), 2103-2109, 2002.
- [5] Chen S. L. ve Hsieh T. H. Repetitive control design and implementation for linear motor machine tool. International Journal of Machine Tools and Manufacture, 47(12), 1807-1816, 2007.
- [6] Kobayashi, F., Hara, S. ve Tanaka, H. Reduction of Motor Speed Fluctuation Using Repetitive Control. 29th IEEE Conference on Decision and Control, Hawaii, pp. 1697–1702, 1990.
- [7] İtik M., Şahin E. ve Ayas M.Ş. Fractional order control of conducting polymer artificial muscles. Expert Systems With Applications, vol.42, pp.8212-8220, 2015.
- [8] Sancak C., Coşkun M.Y. ve İtik M. Konjuge elektroaktif bir polimer eyleyicinin mikro düzeyde yer değiştirmesinin görüntü tabanlı kayan kipli denetimi. Pamukkale Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi, cilt.22, no.14554, ss.629-635, 2016.
- [9] John, S. W., Alıcı, G. ve Cook, C. D. Inversion-based feedforward control of polypyrrole trilayer bender actuators. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 15(1), 149-156, 2010.
- [10] M. İtik. Repetitive control of a trilayer conjugated polymer actuator. Sensors and Actuators-A: Physical, Cilt:194, s: 149-159, 2013.
- [11] Sancak C. ve İtik M. Elektro-aktif üç katmanlı konjuge polimer bir eyleyicinin tekrarlamalı (Repetitive) kontrol ile kuvvet denetimi. Uluslararası Katılımlı 17. Makina Teorisi Sempozyumu, İzmir, ss.801-809, 14-17 Haziran 2015.
- [12] Alici G. ve Huynh N.N. Performance quantification of conducting polymer actuators for real applications: a microgripping system. IEEE/ASME Transactions On Mechatronics, 12 (1) 74-84, 2007.
- [13] Longman R.W. On the Theory and Design of Linear Repetitive Control. European Journal of Control, DOI:10.3166/EJC.16.447–496, 2010.
- [14] Hara, S. Yamammoto, Y., Omata, T. ve Nakano, M. Repetitive control system: A new type servo system for periodic exogenous signals, IEEE Transactions on Automatic Control, 33, 7, 659-668, 1988.
- [15] Francis B.A. ve Wonham W.M. Internal model principle of control theory. Automatica, 12 457–465, 1976.
- [16] Cuiyan L., Dongchun Z. ve Xianyi Z. A survey of repetitive control. IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, 1160–1166, 2004.
- [17] Tomizuka, M., Tsao, T. C. ve Chew, K. K. Discrete-time domain analysis and synthesis of repetitive controllers. Proceedings of the 1988 American control conference, ss. 860–866, 1988.
- [18] Tsai M.C. ve Yao W.S. Design of a plug-in type repetitive controller for periodic inputs. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 10 (4) 547–555, 2002.
   [19] Srinivasan K. ve Shaw F.R. Analysis and design of repetitive
- [19] Srinivasan K. ve Shaw F.R. Analysis and design of repetitive control systems using the regeneration spectrum. Journal of Dynamic Systems Measurement and Control, 113 216–222, 1991.
- [20] Demirel B. ve Guvenc L. Parameter space design of repetitive controllers for satisfying a robust performance requirement. IEEE Transactions on Automatic Control, 55 (8)1893– 1899, 2010.

# Ayarlı Kütle Sönümleyicilerin Etkin Bir Yöntemle Yapılara Eklenmesi, Analizi ve Optimizasyonu

F. Terzioğlu<sup>\*</sup> İstanbul Teknik Üniversitesi İstanbul K.Y. Şanlıtürk<sup>†</sup> İstanbul Teknik Üniversitesi İstanbul

Özet—Ayarlı Kütle Sönümleyiciler(AKS) yapılardaki yüksek genlikli ttireşimlerin kontrol edilmesi için sıkça kullanılmaktadır. Ancak, tek serbestlik dereceli sistemlerdeki durumdan farklı olarak, çok serbestlik derecesine sahip sistemlerde AKS'lerin optimizasyonu kolay değildir. Bu çalışmada, AKS eklenmiş yapıların analizinin ve AKS'lerin optimizasyonunun kolayca yapılabilmesine olanak sağlayan bir yöntem kullanılmıştır. Bu amaca yönelik olarak kullanılan yöntem, yapısal değişiklik yaklaşımına dayanmakta olup, doğal frekansları ve mod şekilleri hesaplanmış olan bir yapıya bir veya daha fazla AKS eklenmesi durumunda yapının Frekans Tepki Fonksiyonlarının çok ekonomik bir şekidle hesaplanabilmesine imkan tanımaktadır. Bu yöntemin uygulanması endüstriyel bir yapı örneği ele alınarak sunulmuş, ilgilenilen titreşim modu için AKS'li yapının analizleri ve sönüm optimizasyonuna ilave olarak, bir AKS'nin birden fazla titreşim moduna sağlayacağı sönümün optimizasyonunun nasıl yapılabileceği de bu çalışmada sunulmuştur.

Anahtar kelimeler: ayarlı kütle sönümleyici, dinamik titreşim yutucu, sonlu eleman yöntemi, frekans tepki fonksiyonu, yapısal değişiklik, sönüm optimizasyonu

Abstract—Tuned Mass Dampers (TMD) are often used to reduce the excessive vibrations levels of mutli-degreeof-freedom systems. However, in contrast to the situation for single-degre-of-freedom systems, the optimisation of TMD's for multi-degree-of-freedom systems is not an easy task. In this work, an efficient method is utilised for analyses of structures with TMDs, and for optimising these TMDs for maximum damping. The method used for this purpose is based on structural modification approach which allows very efficient calculations of Frequency Response Functions (FRFs) of a modified structure if the natural frequencies and mode shapes of the original structure are already available. The application of the method is demonstrated by considering a high-rise structure and results corresponding to analysis and optimisation of the structure with a TMD are presented. Furthermore, how to optimise damping, using a TMD, for more than one mode of vibration is also demonstrated in this study.

I. Giriş

Yapılarda, özellikle yüksek ve narin yapılarda, dış yüklemeler (rüzgar/girdap, yağış, deprem vb.) sebebiyle meydana gelebilecek titreşimlerin azaltılması amacıyla çeşitli sönüm mekanizmaları kullanılmaktadır. Bu mekanizmalar yapıda oluşan titreşimlerin durumuna ve yapının karakteristiğine uygun olarak seçilir. Yapıların rezonans civarındaki titreşimlerinin kontrol edilmesini sağlayan mekanizma olan ve bir kütle ve yaydan oluşan dinamik titreşim yutucu (DTY) Frahm tarafından keşfedilmiş ve literatüre kazandırılmıştır [1]. Bu mekanizma, direk olarak ana sistemin doğal frekanslarından birine kütle ve yay değerleri belirlenerek ayarlanır. Bu şekilde ilgili doğal frekanstaki titreşimler teorik olarak yok edilir, bunun yerine biri sistemin doğal frekansından büyük, diğeri ise küçük olmak üzere iki yeni doğal frekans ortaya çıkar. Ancak DTY eklenmesi ile ortaya çıkan yeni modların, özellikle yüksek yapılarda rüzgar yüklerinden dolayı tahrik edilmesi mümkündür. Bundan dolayı yeni oluşan modlara sönüm kazandırılması gerektiğinden kütle ve yay elemanlarına ek olarak bir de viskoz sönüm elamanı içeren sönümlü DTY veya AKS olarak adlandırılan mekanizmanın kullanımı gerekmektedir [2]. Bu mekanizma sayesinde yapının sadece orijinal modunda yutum gerçekleşmez, aynı zamanda yeni oluşan modlara da sönüm kazandırılır.

AKS'nin tasarımı ile ilgili parametrelerin (kütle, yay ve sönüm) incelenmesi ve bunların optimizasyon çalışmaları literatürde oldukça geniş yer kaplamaktadır [2-9]. Fakat, bunlar genelde ana yapının tek serbestlik dereceli ve/veya sönümsüz olduğu kabülünü yapmakta veya çok serbestlik dereceli yapıların AKS kullanımı ile sönüm optimizasyonu için tekrarlı analizlere ihtiyaç duymaktadır. Bu yüzden yüksek bir yapıya AKS uygulaması yapılırken, bunun optimum parametrelerinin belirlenmesinde analizlerin sayısal olarak gerçekleştirilmesi gerekmektedir. Bu tip analizler ile belirlenen AKS tasarımlarının, yüksek yapılara uygulanmalarına da literatürde sıkça karsılasılmaktadır. Şanlıtürk ve Belek tarafından Mersin'de bir fabrikanın ön

Keywords: tuned mass damper, dynamic vibration absorber, finite element method, frequency response function, structural modification, damping optimization

<sup>\*</sup> terziogluf@itu.edu.tr

<sup>†</sup> sanliturk@itu.edu.tr

ısıtıcı kulesinde meydana gelen yüksek genlikli titresimlerin azaltılması amacıyla uygulanan 2-yönlü çalışabilen AKS bunlardan biridir [10]. Bu çalışmada, kulede oluşan iki yönlü titreşim probleminin giderilmesi için tek bir AKS kütlesinin iki yönde de işlevini gerçekleştirmesi AKS'nin amacıyla, optimum parametreleri yapının sonlu eleman (SE) modelinde analizler gerçekleştirilerek elde edilmiş ve bu parametreler altında AKS tasarımı gerçekleştirilerek yapıda meydana gelen problem çözüme kavuşturulmuştur. Bir başka çalışmada ise Longarini ve Zucca, İtalya'da tarihi bir bacanın AKS ile sismik cevaplarının iyileştirilmesi amacıyla, SE modelleri geliştirerek bunların üzerinde analizler yapmışlardır [11]. Oluşturdukları SE modelleri için yerel deprem spektrumlarını kullanarak yaptıkları bu analizler ile AKS'yi sönüm açısından optimize etmişlerdir. Ghorbani-Tanha vd. Tahran'da bulunan Milad Tower yapısını 57 serbestlik dereceli lineer bir kiriş olarak modellemiş ve bunun rüzgar yükleri altında analizlerini matematiksel model kullanarak gerçekleştirmişlerdir [12]. Bu çalışmada da AKS'nin rüzgar kaynaklı yapısal cevapların azaltılması konusunda oldukça başarılı olduğu ortaya konulmuştur. Yüksek yapılara AKS uygulamasına örnek teşkil eden bir başka çalışma ise Tuan ve Shang tarafından Tayvan'daki Taipei 101 Tower yapısı için yapılan AKS uygulamasıdır [13]. Bu çalışmada bu yapının optimal AKS ile rüzgar ve sismik yükler altında analizleri gerçekleştirilmiş, SE modelinde simülasyonlar yapılmış ve bu sonuçlar rüzgar tüneli testleriyle birlikte yapıdan alınan gerçek sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Uygulanan AKS'nin rüzgar yükleri karşısında olduğu kadar sismik yükler karşısında başarılı olamadığından bahsedilmiştir.

Yukarıda bahsedilen ve literatürde bulunan diğer AKS uygulamalarında, genelde yapıların özel modlarına sönüm kazandırmak amaçlanmış ve yapının birden fazla moduna sönüm kazandırmak için birden fazla AKS kullanılması söz konusu olmaktadır. Bu bildiride, ilk önce, doğal frekans ve mod sekilleri önceden hesaplanan bir sisteme bir AKS eklenmesi de dahil olmak üzere yapılan bir değişiklik sonucunda oluşan yeni sistemin Frekans Tepki Fonksiyon (FTF)'larının çok ekonomik olarak hesaplanabilmesine imkan tanıyan bir yöntem özetlenmiştir. Bunun ardından, bu yöntemin AKS'li bir yapıya uygulanması ve bu yapının her hangi bir modu için sönüm optimizasyonunun bu yöntem kullanılarak yapılan analizler sonucunda gerçekleştirilmesi, tipik bir fabrika bacasını temsil eden bir yapının sonlu elemanlar modeli kullanılarak yapılmıştır. Daha sonra yapıya bir AKS eklenmesi ile yapının birden fazla modunun kontrolünün nasıl gerçekleştirilebileceği açıklanmış, örnek sonuçlar sunulmuştur.

## II. Teori: Yapısal Değişikliğe Uğramış bir Yapının FTF Matrisinin Hesaplanması

Bir sistem veya yapının dinamik davranışı; yapının kütle, direngenlik ve sönüm matrisleri yardımıyla elde edilen FTF matrisi ile belirlenebilir. Çoğu zaman bir yapıda gerçekleştirilmesi öngörülen bazı değişikliklerden sonra, sistemin dinamik özelliklerinde oluşacak değişikliğin belirlenmesi gerekir. Bu tip durumlarda yapı üzerinde gerçekleştirilmesi öngörülen her bir değişiklik için yapının yeniden modellenmesi ve analiz edilmesi masraflı bir yaklasımdır. Bunun yerine, değişime uğrayan yapının FTF matrisinin, yapının orijinal halini temsil eden matematiksel modeli ve yapıda öngörülen değişiklikler kullanılarak daha kolay bir şekilde hesaplanması mümkündür. Bu yaklaşım bir matrisin değişime uğradıktan sonra tersinin alınmasına olanak sağlayan Sherman-Morrison [14] formülasyonuna dayanmakta olup, bir yapıya farklı değişiklikler yapıldıktan sonra yapının FTF matrsinin kolayca hesaplanabilmesi için Şanlıtürk [15] tarafından önerilmiştir. Ayrıca, burada tanıtılan bu yöntem lineer olmayan titresimlerin analizi için de kullanılmaktadır [16-18]. Bu bildiride sunulan çalışmada bu yöntem vapıva AKS eklenmesi durumu icin kullanılmıştır ve bütünlük açısından söz konusu teori aşağıda özetlenmişir.

Çok serbestlik dereceli bir yapının harmonik hareketini temsil eden denklem takımı; [K], [M] ve [D] sırasıyla yapının direngenlik, kütle ve yapısal sönüm matrislerini,  $\{Q\}$  genelleştirilmiş koordinatların deplasman genlikleri vektörünü ve  $\{F\}$  harmonik kuvvetlerin genlikleri vektörünü ifade etmek üzere şu şekilde yazılır:

$$[K] - \omega^{2}[M] + i[D]) \{Q\} = \{F\}$$
(1)

Burada dinamik direngenlik matrisi kısaltma olarak  $[Z] = [K] - \omega^2[M] + i[D]$  şeklinde yazılırsa, deplasman genlikleri aşağıdaki gibi elde edilebilir:

$$\{Q\} = [Z]^{-1}\{F\} = [\alpha]\{F\}$$
(2)

Bu ifadede görülen dinamik direngenlik matrisinin tersi olan  $[\alpha]$  dinamik esneklik veya FTF matrisi olarak tanımlanır. Yukarıda bahsedildiği gibi yapının dinamik direngenlik matisine  $[\Delta Z]$  gibi bir değişiklik yapılması durumunda,  $[Z^*] = [Z] + [\Delta Z]$  şeklinde temsil edilen yapının, yeni FTF matrisinin ( $[\alpha^*]$ ) hesaplanması için yapının yeniden modellenerek analiz edilmesine gerek yoktur; yapının yeni FTF matrisi Sherman-Morrison yaklaşımı ile daha ekonomik bir şekilde hesaplanabilir. Eğer yapının orijinal halini temsil eden FTF matrisi ( $[\alpha]$ ) mevcut ise ve yapının dinamik direngenlik matrisinde meydana gelen değişim  $[\Delta Z] = \{u\} \{v\}^T$  şeklinde ifade edilirse, yapının yeni FTF matrisi şu şekilde hesaplanabilir:

$$[\alpha^*] = [\alpha] - \frac{([\alpha]\{u\})(\{v\}^T[\alpha])}{1 + \{v\}^T[\alpha]\{u\}}$$
(3)

Eğer yapılan değişiklikler tüm koordinatları etkiliyorsa, bu yöntem hesap yükü açısından bir avantaj sağlamaz. Ancak, çoğu zaman yapı üzerinde gerçekleştirilen değişiklikler belli başlı bazı koordinatları etkilediğinden bu yöntem oldukça etkindir. Ayrıca, bu yöntem sistemin sadece aktif olarak adlandırılan koordinatları dikkate alınarak da uygulanabildiğinden, bu yaklaşım hesap yükü açısından çok ciddi kazanımlar sunar [15]. Sistemdeki aktif koordinatlar a, diğer koordinatlar ise i indisi ile gösterilirse; deplasman genliklerinin ve FTF matrisinin ifadeleri şu şekilde düzenlenebilir:

$$\{Q\} = \begin{cases} \{Q_i\} \\ \{Q_a\} \end{cases}$$
(4)

$$[\alpha] = \begin{bmatrix} [\alpha_{ii}] & [\alpha_{ia}] \\ [\alpha_{ai}] & [\alpha_{aa}] \end{bmatrix}$$
(5)

Bu durumda sistemdeki değişiklik vektörleri  $\{u\} = \{\{0\} \ \{u_a\}\}^T, \ \{v\} = \{\{0\} \ \{v_a\}\}^T$ şeklinde ifade edilip, yapının yeni FTF matrisi aşağıdaki hali alır:

$$[\boldsymbol{\alpha}_{aa}^{*}] = [\boldsymbol{\alpha}_{aa}] - \frac{\left([\boldsymbol{\alpha}_{aa}]\{\boldsymbol{u}_{a}\}\right)\left(\{\boldsymbol{v}_{a}\}^{T}[\boldsymbol{\alpha}_{aa}]\right)}{1+\{\boldsymbol{v}_{a}\}^{T}[\boldsymbol{\alpha}_{aa}]\{\boldsymbol{u}_{a}\}}$$
(6)

Eğer değişiklik matrisi  $[\Delta Z] = \{u\} \{v\}^T$  şeklinde ifade edilemiyorsa, birden fazla değişiklik matrisi şeklinde aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$[\Delta Z] = [\Delta Z_1] + [\Delta Z_2] + \dots + [\Delta Z_p]$$
(7)

Bu durumda p adet değişiklik matrisi  $[\Delta Z_j] = \{u_j\} \{v_j\}^T$  halinde yazıldığı taktirde, değişime uğramış sistemin  $[\alpha^*_{aa}]$  matrisi p adımda, her bir adımda  $[\Delta Z_i]$  dikkate alınarak hesaplanır.

Bir örnek teşkil etmesi açısından, yapının 2 koordinatı arasına k yay katsayısına sahip bir yay eklendiği zaman sistemdeki değişiklik matrisi aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$[\Delta Z_j] = \{u_j\} \{v_j\}^T = \begin{cases} 1\\ -1 \end{cases} \begin{cases} k\\ -k \end{cases}^T$$
(8)

Yapıya kütle ve sönüm elemanı uygulanması durumunda söz konusu olan değişiklik matrisleri Referans [15]'de verilmiştir. Ancak, burada, bütünlük açısından, bu çalışmanın ana konusu olan AKS'lerin yapıya eklenmesi ile ilgili formulasyon detaylandırılarak verilmiştir.

Yapıya bir AKS eklenmesi, Şekil 1'de görüldüğü üzere yapıda ilave bir serbestlik derecesi yaratmaktadır. Ancak, yaratılan ilave y koordinatında oluşan titreşim genliği, AKS'nin yapıya bağlandığı  $q_j$  koordinatının tireşim genliği cinsinden yazılabileceğinden bu yöntem bu değişiklik türünde de geçerliliğini korumaktadır. Yapının  $q_j$  koordinatına bir AKS eklenmesi durumunda, yapının dinamik direngenliğinde oluşacak değişim aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$[\Delta Z_{j}] = \{u_{j}\}\{v_{j}\}^{T} = \{1\}\{Z_{AKS}\}$$
(9)

Bu denklemdeki  $Z_{AKS}$  değerini belirlemek için Şekil 1'deki AKS kütlesinin hareket denklemi yazlır:

 $m\ddot{y}(t) + c\dot{y}(t) + ky(t) = c\dot{q}_{j}(t) + kq_{j}(t)$ (10) Bu denklem harmonk çözüm kabulü ile  $(q_{j}(t) = Q_{j}e^{i\omega t}$  ve  $y(t) = Ye^{i\omega t})$  düzenlenerek, genlikler birbirinin cinsinden yazılabilir:

$$Y = \frac{(ic\omega + k)}{(-m\omega^2 + ic\omega + k)}Q_j$$
(11)

Buradan yapının ek kütleye uyguladığı kuvvet aşağıdaki gibi belirlenir:

$$F_T = \frac{(ic\omega + k)(-\omega^2 m)}{(-m\omega^2 + ic\omega + k)}Q_j$$
(12)

Bu denklemdeki  $Q_j$  genliğinin katsayısı  $[\Delta Z_j]$  ifadesinin kendisidir:



Şekil 1: Bir yapıya AKS bağlanması durumu

# III. Yüksek Bir Yapıya Eklenen Bir AKS'nin Analizi ve Optimizasyonu

Bu bölümde, bir önceki bölümde özetlenen teorik yaklaşımın yüksek bir yapıya uygulanması ve bu yapıya eklenen bir AKS'nin optimum parametrelerinin nasıl belirlenebileceği açıklanmıştır. Burada AKS uygulaması için örnek olarak kullanılan yapı 50 metre yüksekliğinde ve 3 metre çapında değişken cidar kalınlığına sahip (20 mm ve 15 mm) bir fabrika bacasını temsil etmektedir. bölümünde acıklanan Ancak. teori vöntemin uygulanabilmesi için yapının ne olduğunun bir önemi olmadığını da burada belirtmekte fayda vardır. Bir fabrika bacasını temsil eden silindirik yapının geometrik modeli ICATS (Imperial College Testing Analysis and Software) [19] kullanılarak, sonlu elemanlar modeli ise FINES (Finite Element for Structures) [20] kullanılarak oluşturulmuştur. Yapıdaki mevcut yapısal sönüm oranı %0.8 kabul edilmiştir [21]. Bu yapı için FINES ile oluşturulan sonlu elemanlar modeli kullanılarak yapının doğal frekansları ve mod şekilleri belirlenmiş ve ilk 4

mod şekli Şekil 2'de gösterilmiştir. Ayrıca, bu çalışma kapsamında yapılan analizlerin genelinde ICATS ve FINES kullanılmıştır [19-20].



Şekil 2: Silindirik yapının mod şekilleri

Yüksek yapıların rüzgar yüklerine karşı direncini artırmak için bu yapılara sıkça AKS uygulanmaktadır ve bu yapılardaki kritik titreşim modları genelde eğilme modlarıdır. Dolayısı ile, bu çalışmada AKS uygulaması yapının ilk iki eğilme moduna yapılmıştır. Yapıdaki mevcut veya AKS uygulaması sonrasındaki sönüm miktarını belirlemek için yapının bir FTF fonksiyonunun analiz edilmesi yeterlidir. Bu amaçla AKS'nin olmadığı durum için, yapının en üst kısmına ait noktasal bir FTF hesaplanmış ve Şekil 3'te gösterilmiştir. Yapıya bağlanan AKS'lerin incelenmesinde, bu FTF'den hareketle bir önceki başlıkta bahsedilen yöntem kullanılarak hesaplanan yeni FTF'lerden faydalanılmıştır.

AKS uygulamarında, özellikle birden fazla titreşim modu söz konusu olduğunda, yapının hangi konumuna AKS uygulanacağı yanıtlanması gereken önemli bir sorudur. Bu amaca yönelik olarak, Referans [22]'de önerilen ve yapının her bir koordinatında birden fazla mod şeklini dikkate alarak hesaplanan deplasman cinsinden ortalama titreşim seviyesi göstergesi fonksiyonu, ADDOFD (Average Driving DOF Displacement) kullanılmıştır:

$$ADDOFD(j) = \sum_{r=1}^{m} \frac{\phi_{jr}^{2}}{\omega_{r}^{2}}$$
 (14)

Bu yaklasımdan faydalanılarak ayrı ayrı her iki eğilme modu için de AKS'nin uygun bağlantı konumu analizi gerçekleştirilmiş ve sonuçlar Şekil 4'te sırasıyla verilmiştir. Beklendiği üzere, her iki mod için de en etkin AKS uygulama konumu yapının en üst bölgeleri olarak belirlenmiştir.



Şekil 4: En etkin AKS uygulama bölgeleri

Şekil 5'te şematik olarak gösterilen AKS ile yüksek yapılara sönüm kazandırılması için yapıya kütle eklenmesi söz konusu olduğundan, yapıya ilave statik yük bindirme açısından bu yöntemin dezavantajı mevcuttur. Ayrıca, AKS'nin ayarlanacağı frekans kütle ve yay katsayısı ile ilişkili olduğundan, kütlenin belirlenmesi doğrudan yay katsayısının da belirlenmesi anlamına gelmektedir. Bu sebepler doğrultusunda, bir yapıya AKS ile sönüm kazandırılması amaçlanıyorsa, 'ilk olarak belirlenmesi gereken parametre AKS kütlesidir' çıkarımı yapılabilir. AKS kütlesi, yapıya eklenen AKS ile ortaya çıkan yeni iki doğal frekansın yapının AKS bağlanmadan önceki doğal frekansından ne kadar uzaklaşacağı (frekans ayrışması) konusunda en önemli etkendir. Bu frekans ayrışması yetersiz olduğunda AKS ile amaçlanan hedeflere ulaşılamamaktadır. Gereğinden fazla AKS kütlesi kullanılması durumda ise yapıya gereksiz statik yük uygulanmış olacaktır. Bundan dolayı AKS kütlesi, yeterli bir frekans ayrışması yaratması kaydıyla belirlenir. Bu durum gözönünde bulundurularak ilgilenilen yapının iki eğilme modu için de uygun AKS kütlesi, frekans ayrışma miktarının kütle oranının (AKS

kütlesinin yapının kütlesine oranı) fonksiyonu olarak analiz edilmesi ile belirlenmiştir. Bu analizlerde AKS'nin yapıya uygulanma konumunun etkisi de incelenmiş ve sonuçlar birinci ve ikinci eğilme modları için, sırasıyla, Şekil 6 ve Şekil 7'de sunulmuştur. Bu sonuçlardan görüldüğü üzere, iki mod için de AKS kütlesinin frekans ayrışmasındaki artış artmasıyla hızı yavaşlamaktadır. Bu çalışmada yaklaşık %6 ile %8 aralığında bir frekans ayrışması yeterli kabul edilmiş, her iki mod için de %0.5 kütle oranı uygun bulunmuştur. Ayrıca frekans ayrışmasının bölgelere göre analizine bakılırsa, yapının en üst kısmının her iki eğilme modu için de en iyi frekans ayrışması sağladığı görülmektedir. İlk mod için frekans ayrışması yapının aşağı bölgelerine indikçe azalmakta, ikinci mod için ise 20 metre yükseklikten AKS bağlantısı en üstten bağlantıya frekans ayrışması bakımından en yakın bölgedir. Bu sonuçlar, Şekil 4'te elde edilen iki mod için de en iyi AKS bölgeleri sonuçlarını frekans ayrışması bakımından da desteklemektedir.



Şekil 5: Yüksek silindirik yapıya AKS bağlantısının şematik gösterimi



Bu sonuçlara dayanarak, 70 ton olan yapı için seçilen AKS'nin kütlesi her iki mod için de yaklaşık olarak 350 kg olmaktadır. Yay katsayıları ise, kütle bilindiğine göre, iki mod için de sırasıyla yaklaşık olarak 23700 N/m ve 800200 N/m olarak belirlenir.



Uygun frekans ayrışması için gerekli AKS kütlesi, ilk iki eğilme modu için de belirlendikten sonra incelenmesi gereken bir diğer parametre ise AKS'nin viskoz sönüm katsayısıdır. AKS'de hiç sönüm bulunmaması halinde hiç enerji sönümlenmeyeceğinden, AKS eklendiğinde ortaya çıkan yeni titreşim modlarında herhangi bir zorlama meydana gelmesi durumunda yapıda yine yüksek genlikli titreşimler meydana gelecektir. Diğer taraftan, AKS'ye viskoz sönüm katsayısı çok yüksek bir eleman bağlanması halinde ise AKS ile yapı neredeyse birlikte hareket edecek ve bundan dolayı aralarında kayda değer bir izafi hareket oluşmayacağından yine arzu edilen miktarda enerji yutumu sağlanmayacaktır. Dolayısı ile, AKS'nin yapıya kazandırabileceği optimum sönüm miktarına karşılık gelen viskoz sönüm katsayısının belirlenmesi gerekmektedir. Bu bağlamda, yapının her iki modu için de ayrı ayrı sönüm analizleri gerçekleştirilmiş ve bu sonuçlar Şekil 8 ve Şekil 9'da sunulmuştur. Yapılan bu analizler, yapının en üst konumundan elde edilen FTF'lerden modal sönüm miktarının belirlenmesi ile yapılmıştır. Şekil 8 ve Şekil 9'da yapıya AKS eklendikten sonra ortaya çıkan yeni modlar dahil olmak üzere, yapının ilgili moduna kazandırılan viskoz sönüm oranları verilmiştir. Bu grafiklerden anlaşılacağı üzere yapının ilgili moduna kazandırılan sönüm oranı, AKS'nin viskoz sönüm katsayısının bir yere kadar artmasıyla artmakta fakat belli bir viskoz sönüm katsayısından sonra ise azalmaya başlamaktadır. Yapının ilgili moduna kazandırılan viskoz sönüm oranının maksimum değerine ulaştığı AKS'nin viskoz sönüm katsayısı, ilgili mod için optimum viskoz sönüm katsayısını temsil etmektedir.

Şekil 8 ve Şekil 9'da, yapının farklı konumlarına AKS eklenmesi durumunda elde edilen sonuçlar da sunulmuştur. Görüldüğü üzere, yapıya kazandırılabilecek sönüm miktarının, AKS'nin bağlandığı yüksekliğin artmasıyla her iki mod için de trend olarak genelde arttığı söylenebilir. Birinci eğilme modu için bulunan viskoz sönüm katsayıları ikinci eğilme moduna göre daha düşük

değerlerde kalmaktadır. Birinci eğilme modu için optimum viskoz sönüm katsayısı 50 metreden bağlantı için 600 Ns/m iken, ikinci eğilme modu için optimum viskoz sönüm katsayısı aynı konumdan bağlantıda yaklaşık 4500 Ns/m civarındadır. Belirlenen bu optimum viskoz sönüm katsayılarında yapının ilgili moduna kazandırılan viskoz sönüm oranı; birinci eğilme modu için %4.5, ikinci eğilme modu için ise %2 civarındadır. Bu bildiride sunulan tüm sönüm analizi grafiklerinde yapıya kazandırılan viskoz sönüm oranlarının, AKS'siz yapının sahip olduğu varsayılan %0.4 viskoz sönüm oranını da kapsadığı unutulmamalıdır.



Şekil 8: AKS ile birinci eğilme moduna kazandırılan sönüm miktarı



Şekil 9: AKS ile ikinci eğilme moduna kazandırılan sönüm miktarı

Her iki eğilme modu için de ayrı ayrı belirlenen optimum AKS eklenmesi sonucu ilk iki eğilme mod civarındaki FTF grafikleri Şekil 10 ve Şekil 11'de verilmiştir. Verilen bu grafiklerde, analiz edilen moda ayarlanan AKS'nin bağlandığı her bölge için FTF'ler sunulmuştur. Bu grafiklerde aynı renkli olan çizgilerden ince olanı o konuma bağlanan sönümsüz AKS'yi, kalın olanı ise aynı konuma bağlanmış olan AKS'nin optimum viskoz sönüm katsayısına sahip halini temsil etmektedir. Yapının ilgili modlarına kazandırılan sönüm oranlarının analizinde elde edilen sonuçlar burada da benzer olarak görünmektedir.



Şekil 10: Birinci eğilme modu civarındaki FTF grafikleri



Şekil 11: İkinci eğilme modu civarındaki FTF grafikleri

## IV. Bir AKS İle Birden Fazla Titreşim Moduna Sönüm Sağlanması

AKS, genel olarak yapının bir doğal frekansına ayarlanan ve AKS'nin sönümlü olup olmamasına bağlı olarak titreşim yutum ve/veya söz konusu moda sönüm sağlamak için kullanılmaktadır. Bu çalışmanın bu başlığı altında, yapıya uygulanan bir AKS ile birden fazla titreşim moduna sönüm sağlanması ve optimizasyonu ele alınmıştır. Aşağıda sunulan sonuçlar, optimize edilmesi durumunda, bir AKS'nin birden fazla titreşim moduna sönüm sağlayabileceğini göstermektedir. Yapının ilk doğal frekansından daha düşük bir frekansa ayarlanan bir AKS, yapıya bu frekansa yakın frekanslarda bir dış zorlama gelmesi halinde yüksek genlikli titreşim hareketi yapacaktır. Fakat, yapının AKS'nin ayarlandığı bu frekansta doğal frekansı olmadığından, yapı yüksek genlikli bir titreşim sergilemeyecektir. Yapının doğal frekanslarında gelen bir dış zorlamada ise yapı yüksek

genlikli titreşim sergileyecek, fakat AKS daha düşük bir frekansa ayarlandığı için AKS kütlesi yapı tireşimlerinin kendisine az aktarıldığı titreşim izolasyonu yapılmış bir sistem gibi davranacak, dolayısı ile AKS kütlesinin titreşimleri yapının titreşimlerinden oldukça az olacaktır. Ancak, bu durumların ikisinde de AKS kütlesi ile yapı arasında önemli miktarda izafi hareket oluşacak, bu izafi hareket sayesinde AKS kütlesi ile yapı arasına bağlanmış olan sönüm elemanı iş yaparak yapıya sönüm sağlayacaktır. Bundan dolayı, AKS'nin yapının doğal frekanslarından daha düşük bir frekansa veya yapının ilk doğal frekansına ayarlanması ile de yapının birden fazla titreşim moduna sönüm kazandırılması mümkündür.

Bu bağlamda Şekil 12 ve Şekil 13'te yapının ilk iki eğilme moduna kazandırılan sönüm oranlarının viskoz sönüm katsayısı ile değişimi, bir önceki başlıkta belirlenen 350 kg kütleli bir AKS'nin yapının ilk doğal frekansına veya daha düşük bir frekansa ayarlanarak yapının en üst bölgesinden bağlanması durumlarında gösterilmiştir. Ayrıca bu şekilde yapının ikinci eğilme moduna kazandırılan viskoz sönüm oranları, Şekil 14'te gösterildiği gibi, yapının en üst konumu ile uzayda sabit bir nokta arasına yay ve sönüm elemanı bağlanması hali ile de karsılaştırılmıştır. Bu karsılaştırmanın amacı; 'yapıya bağlanan AKS'nin ayarlandığı frekansların düşük olması durumunda, yapı yüksek frekanslarda titreşim hareketi yaparken AKS kütlesinin sanki uzayda sabit bir noktaymış gibi davranması' varsayımının ne kadar kabul edilebilir bir yaklaşım olduğunun tespit edilmesidir.



Şekil 12: AKS'nin ilk doğal frekansa veya daha düşük bir frekana ayarlanması halinde birinci eğilme moduna kazandırılan viskoz sönüm oranları

Birinci eğilme modu için elde edilen sonuçlara bakılacak olursa, AKS'nin ayarlandığı frekansın bu modun frekansına yaklaşması durumunda yapının bu moduna kazandırılan viskoz sönüm oranının, beklendiği gibi, artması söz konusudur. Diğer taraftan, AKS'nin yapının ilk doğal frekansına veya daha düşük bir frekansa ayarlanması, AKS'nin yapının ikinci eğilme moduna kazandırdığı sönüm miktarında kayda değer bir farklılık yaratmamaktadır. Şunu da eklemek gerekir ki, eğer sadece bir adet AKS kullanarak yapının ikinci eğilme moduna da olabildiğince yüksek oranda sönüm kazandırılmak isteniyorsa, yapının sadece birinci eğilme modu için optimize edilmiş bir AKS kullanmak uygun bir seçenek değildir. Bu çıkarım, sunulan sonuçlardan da açıkca görülmektedir. Yapının birinci eğilme moduna ayarlanan AKS, optimum viskoz sönüm katsayısında, yapının birinci eğilme moduna yaklaşık %4.5 civarında viskoz sönüm oranı kazandırmaktayken, yapının ikinci eğilme moduna yaklaşık %0.05 civarında ilave viskoz sönüm oranı kazandırmaktadır. Daha önce de belirtildiği gibi, Şekil 12 ve Şekil 13'te gösterilen sönüm analizi grafikleri, AKS'siz yapının sahip olduğu varsayılan %0.4 viskoz sönüm oranını da kapsamaktadır.





Şekil 14: Yapının en üst konumundan uzayda sabit bir noktaya yay ve sönüm ile bağlanması durumunun şematik gösterimi

Eğer yapının ikinci eğilme moduna daha fazla sönüm kazandırılmak istenirse, yapının birinci eğilme mod frekansı da dahil olmak üzere herhangi bir düşük frekansta AKS bağlantısı yapıldığında seçilmesi gereken vizkos sönüm katsayısı ihtiyaç durumuna göre bir optimizasyon yaklaşımı ile belirlenmelidir.

Yukarıda bahsedilen duruma örnek teşkil etmesi açısından; birinci eğilme modu için toplamda en az %1 viskoz sönüm oranı elde edilmesi kaydıyla, ikinci eğilme

moduna da önemli miktarda sönüm kazandıran bir AKS seçilmiş ve sonuçlar aşağıda verilmiştir. Şekil 15'te, yapının en üst konumuna ait FTF grafikleri sunulmuş ve burada yapının ilk iki eğilme modu işaretlenmiştir. Bu iki eğilme moduna yakınlaştırılmış haldeki FTF grafikleri ise Sekil 16 ve Şekil 17'de sırasıyla gösterilmiştir. Bu grafiklerde; AKS'siz, birinci eğilme moduna ayarlı optimum AKS ve birinci eğilme moduna ayarlanan fakat optimum olmayan (viskoz sönüm katsayısı 5000 Ns/m olan) AKS durumlarında FTF'ler birbirleri ile karşılaştırılmıştır. Şekil 16'da görüldüğü gibi, seçilen AKS birinci eğilme modundaki titreşim genliklerini AKS'siz duruma göre önemli miktarda düşürmesine rağmen, birinci mod için optimum durumdan uzaktır. Şekil 17'de ikinci eğilme modu için sunulan FTF'de ise, frekansı yapının birinci eğilme moduna ayarlanan optimum AKS, AKS'siz duruma göre kayda değer bir değişiklik meydana getirmezken, seçilen AKS, AKS'siz duruma göre dinamik cevabı yaklaşık %50 oranında azaltmaktadır. Ayrıca, daha önceden de belirtildiği gibi, birinci titreşim moduna ayarlanmış bir AKS kütlesi, yüksek frekanslı modlar için uzayda hareketsiz bir nokta gibi davranabilmektedir. Bu durum Şekil 17 ve Şekil 18'de açıkça görülmektedir; AKS'nin ayarlandığı frekanstan çok daha yüksek frekanslı titreşim modlarının analizi için AKS'nin bağlandığı konum ile uzayda sabit bir nokta arasına yay ve sönüm elemanı eklenmesi ile elde edilen sonuçlar, söz konusu varsayım yapılmaksızın elde edilen sonuçlar ile nereydeyse aynıdır. Ancak, bu varsayıma dayalı bir analizin geçerli olabilmesi için yapının ilgili doğal frekansının, AKS'nin frekansından en büyük olması azından birkaç kat gerektiği unutulmamalıdır.



Şekil 15: Birinci moda ayarlanan optimum AKS ile birinci moda ayarlanan optimum olmayan AKS'nin FTF'lerinin karşılaştırılması



Şekil 16: Birinci eğilme moduna yakınlaştırılmış halde FTF'ler



Şekil 17: İkinci eğilme moduna yakınlaştırılmış halde FTF'ler



Şekil 18: İkinci ve üçüncü moda yakınlaştırılmış FTF'ler

#### V.Genel Değerlendirme

Bu çalışmada bir veya daha fazla sayıda AKS eklenmiş çok serbestlik dereceli yapıların analizinin ve AKS'lerin optimizasyonunun kolayca yapılabilmesine olanak sağlayan bir yöntem kullanılmıştır. Bu yöntem, yapısal değişiklik yaklaşımına dayanmakta olup, eğer yapının orijinal halindeki FTF matrisi biliniyor ise değişiklik yapılan yapının FTF matrisinin kolayca hesaplanmasına imkan tanımaktadır. Bu yöntem yardımıyla yüksek, sönümlü bir yapıya AKS eklenmesi durumu incelenmiş, elde edilen FTF'lerden yola çıkılarak AKS'nin yapının herhangi bir modunda optimum parametrelerinin nasıl belirlenmesi gerektiği SE modeli üzerinde yapılan analizler ile sistematik olarak gösterilmiştir. Ayrıca, AKS'nin bir yapının ilk moduna veya bu mod frekansından daha düşük bir frekansa ayarlanması durumunda yapının daha yüksek modlarına da nasıl sönüm kazandırılabileceğinin analizleri de yapılmıştır. Bu çalışmada kullanılan yöntem ile, yapıya bir AKS eklenerek birden fazla moda sönüm kazandırma durumunu kolayca analiz ve optimize etmek mümkündür.

#### Kaynakça

- Frahm, H., "Device for damping vibrations of bodies". Hamburg Patent US 989958, 18 April 1911.
- [2] Den Hartog, J.P., "Mechanical Vibrations", Dover Publications, New York, 1985.
- [3] Rana, R. and Soong T.T., "Parametric study and simplified design of tuned mass dampers", *Engineering Structures*, vol. 20, no. 3, pp. 193-204, 1998.
- [4] Lee, C.L., Chen, Y.T., Chung, L.L. and Wang, Y.P., "Optimal design theories and applications of tuned mass dampers", *Engineering Structures*, vol. 28, pp. 43-53, 2006.
- [5] C. Chang, "Mass dampers and their optimal designs for building vibration control", *Engineering Structures*, vol. 21, pp. 454-463, 1999.
- [6] Greco, R. and Marano, G.C., "Optimum design of Tuned Mass Dampers by displacement and energy perspectives", *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, vol. 49, pp. 243-253, 2013.
  [7] Bakre, S.V. and Jangid, R.S., "Optimum parameters of tuned mass
- [7] Bakre, S.V. and Jangid, R.S., "Optimum parameters of tuned mass damper for damped main system", *Structural Control and Health Monitoring*, vol. 14, pp. 448-470, 2007.
- [8] Warburton, G.B. and Ayorinde, E.O., "Optimum absorber parameters for simple systems", *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 8, pp. 197-217, 1980.
- Structural Dynamics, vol. 8, pp. 197-217, 1980.
  [9] Kim, Y.M., You, K.P. and You, J.Y., "Passive control of along-wind response of tall building", *Journal of Central South University of Technology*, vol. 21, pp. 4002-4006, 2014.
- [10] Sanliturk, K.Y. and Belek, T., "Design and implementation of a 2dimensional vibration absorber on a pre-heater tower at a cement factory", *Proceedings of the 8th International Congress on Sound* and Vibration, Hong Kong, 2001.
- [11] Longarini, N. and Zucca, M., "A chimney's seismic assessment by a tuned mass damper", *Engineering Structures*, vol. 79, pp. 290-296, 2014.
- [12]Ghorbani-Tanha, A.K., Noorzad, A. and Rahimian, M., "Mitigation of wind-induced motion of Milad Tower by tuned mass damper", *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, vol. 18, pp. 371-385, 2009.
- [13] Tuan, A.Y. and Shang, G.Q., "Vibration control in a 101-storey building using a tuned mass damper", *Journal of Applied Science and Engineering*, vol. 17, no. 2, pp. 141-156, 2014.
  [14] Shermann, J. and Morrison, J.W., "Adjustment of an inverse matrix
- [14] Shermann, J. and Morrison, J.W., "Adjustment of an inverse matrix corresponding to changes in the elements of a given column or a

given row of the original matrix", Annals of Mathematical Statistics, vol. 20, p. 621, 1949.

- [15] Sanliturk, K.Y., "An efficient method for linear and nonlinear structural modifications", Proceedings of ESDA2002 : 6th Biennial Conference on Engineering Systems Design and Analysis, İstanbul, 2002.
- [16]Sanliturk, K.Y., Ewins, D.J., Elliot R. and Green J.S., "Friction damper optimization: simulation of rainbow tests", *Journal of Engineering for Gass Turbines and Power*, vol. 123, pp. 930-939, 2001.
- [17] Petrov, E., Sanliturk, K.Y. and Ewins, D.J., "A new method for dynamic analysis of mistuned bladed discs based on exact relationship between tuned and mistuned systems", *Journal of Engineering for Gass Turbines and Power*, vol. 124, pp. 586-597, 2002.
- [18] Sanliturk, K.Y., Ewins, D.J. and Stanbridge A.B., "Underplatform dampers for turbine blades: theoretical modelling, analysis, and comparison with experimental data", *Journal of Engineering for Gass Turbines and Power*, vol. 123, pp. 919-929, 2001.
  [19]ICATS: Imperial college testing analysis and software, Imperial
- [19]ICATS: Imperial college testing analysis and software, Imperial Collage, Dynamic Section, London, 2009.
- [20] FINES: Finite element for structures, Istanbul Technical University, Mechanical Engineering Department, Istanbul, 2012.
- [21]EN 1991-1-4. Eurocode 1: Actions on structures Part 1-4: General actions - Wind actions, 2005.
- [22]Imamovic, N. and Ewins, D.J., "Optimization of excitation dof selection for modal tests", *Proceedings of the 15th International Modal Analysis Conference*, Orlando, 1997.

# Demiryolu Hemzemin Geçit Sistemi Tasarımı ve Deneysel Uygulaması ve Analizi

Şahin Yıldırım<sup>1</sup> Erciyes Üniversitesi Kayseri

Menderes KALKAT<sup>3</sup> Ömer Halisdemir Üniversitesi Niğde

Özet—Dünyanın her geçen yıl nüfusu artmakta olduğundan yolcuların, özellikle güvenli ve hızlı olmasından dolayı demiryolu seyahatini tercih etmeleri kaçınılmaz hale gelmiştir. Bundan dolayı, günümüzde, hemzemin geçit sistemleri, demiryolu sistemlerinin çok önemli parçaları haline gelmiştir. Kontrolsüz hemzemin geçitler; demiryolu şartları ve hızlı geçiş nedeniyle araç sürücüleri için çok büyük tehlike oluşturmaktadır. Bu çalışmada hemzemin geçitler ile ilgili olarak dünyada ve ülkemizde ki hemzemin geçitlerin yapıları incelenerek bu konuda insan hatasını ve sistem hatasını ortadan kaldırmaya yönelik yenilikçi bir sistem olarak sunulan akıllı demiryolu ve geçit tasarımı ile sensör ve kontrol teknolojili analiz hakkında bir araştırma sunulmaktadır. İlk olarak, bütün şartlar sağlanarak ve araçlar kullanılarak prototip tasarlandı. Daha sonra; sistemin prototipi tasarlanmış şartlara göre kuruldu. Tren sistemi farklı çalışma hızlarında test edildi. Bununla birlikte, sistemin titreşimleri farklı çalışma hızları için analiz edildi. Diğer taraftan, geçidin kapanış ve açılış süreleri, demiryolu sistemlerinin farklı hızlarına göre değişmektedir. Demiryolu Hemzemin Gecitleri üzerine yapılan araştırmalar ile hemzemin geçitlerin teknik özellikleri yanında güvenliği konusunda da gelişmesine katkı sağlamaktadır. Demiryolu Hemzemin Geçidi kazaları nadir bir olay olarak değerlendirilebilir fakat etkisi genellikle şiddetlidir. Zira Demiryolu Hemzemin Geçidi güvenlik sistemleri karmaşıktır ve en az iki taşımacılık modunu ele alırlar. İş güvenliği mühendisliğinin temel kavramının parçaları olan; mühendislik altyapısı, hemzemin geçidi çevreleyen ortam ve insan faktörleri de model içinde değerlendirilecektir.

Anahtar sözcükler: demir-yolu hemzemin geçidi, tren sistemi, titreşim analizi

Çağlar SEVİM<sup>2</sup> Ömer Halisdemir Üniversitesi Niğde

> Şükrü Su<sup>4</sup> Erciyes Üniversitesi Kayseri

Abstract—Due to increased population in the world, it is necessary to prefer railway travelling for passengers because of its safety and speed. For this reason, rail-way crossing system are very important parts of railway systems. Uncontrolled railway crossing; it becomes very dangerous for car drivers; because of railway conditions and fast passing. This paper presents an investigation on intelligent railway and crossing design and analysis with sensor and control technology to eleminate the human fault and system fault in this matter by examining the structures of the rail-way crossing system in the world and our country related to rail-way crossing. Firstly, the prototype were designed with all instruments and conditions. Secondly; the prototype of system was set-up as designed conditions. The train system was tested with different working speeds. However, the system's vibrations were analyzed for different working speeds. On the other hand the closing and opening times were changed with different speeds of railway systems. Besides the technical features of railway crossing, it also contributes to the development of the security. Even though Railway Level Crossing accidents can be considered as a rare event, the impact is often severe. Since Railway Level Crossing safety systems are complex and dealing with at least two transport modes. The components of basic concept of safety engineering; engineering infrastructure, level crossing surrounding environment and human factors will be also considered in the model

Key words:rail-way crossing, railway systems, vibration analysis

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> sahiny@erciyes.edu.tr <sup>2</sup> caglar.sevim@ohu.edu.tr

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> mkalkat@ohu edu tr

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> su@ercives.edu.tr

# I.Giriş

Dünya genelinde Demiryolu Hemzemin Geçit (DHG) sistemlerinin güvenliği üzerine diğer araştırmacıların yaptıkları araştırmalardan elde edilen bazı araştırma sonuçları bulunmaktadır. DHG kazaları birçok ülkede demiryolu ile ilgili ölüm olaylarına katkıda bulunan önemli faktörlerden biridir. Türkiye'de, DHG' deki güvenlik sorunları gelişmekte olan ülkelerdekine göre çok daha vahim durumdadır. Bununla birlikte, DHG kazaları özellikle ölüm olaylarına yol açtıklarında demiryolu endüstrilerinde sürekli bir problem haline gelmişlerdir. DHG' leri kendilerine özgü bir kesişim yeri olarak değerlendirilir. Sistemler karmaşıktır ve en az iki taşımacılık modunu ele alırlar. Dolayısıyla motorlu araçlar ve trenler arasında DHG'de çarpışma olması ve felakete yol açması muhtemeldir [1], [2].

| GEÇİT TİPİ                |      |
|---------------------------|------|
| Bekçili Bariyerli         | 235  |
| Otomatik Bariyerli        | 833  |
| Serbest (Çapraz İşaretli) | 2042 |
| TOPLAM                    | 3110 |

TABLO 1. Ülkemizde bulunan mevcut hemzemin geçit tipleri ve toplam sayıları [12]

Tablo 1'de TCDD istatistik yıllığına göre ülkemizde kullanımda olan hemzemin geçit tipleri ve toplam sayıları verilmiştir. Görüldüğü üzere ülkemizde serbest (çapraz işaretli) hemzemin geçit sayısı oldukça yüksektir. Gerek maliyet - uygulanabilirlik dengesi sağlanamadığından gerekse hemzemin geçit bölgesi yapısından dolayı otomatik bariyerli hemzemin geçit sistemlerine geçilememektedir. Buna ilaveten günümüzde kullanılan otomatik bariyerli hemzemin geçit sistemlerinde, geçitten 1.5 km uzaklığa ve diğer raylardan izole edilmiş raylara bağlanan + ve kutuplama kabloları kullanılmaktadır. Tren bu raylar üzerinde ilerlemeye başladığı anda hemzemin geçit sistemi tren gelişini algılayarak kısa bir süre içerisinde tren hızından bağımsız olarak geçit bariyerlerini kapatmaktadır. Hemzemin gecit bariyerleri tren hızından bağımsız olarak kapandığı için bu durum geçitte bekleven arac sürücülerinde özellikle düşük hızla gelen trenleri beklerken sabırsızlığa yol açarak kapalı olan geçit bariyerlerini bir şekilde geçmeye çalışarak kazaya sebebiyet vermelerine neden olmaktadır. Bu çalışmanın esas amaçlarında biri ise hemzemin geçit bariyerlerinin trenin geliş hızına göre hızlı veya gecikmeli kapanarak hemzemin geçitlerde yaşanan beklemelerde ki zaman kayıplarının önüne geçmektir.

Ayrıca bekçili bariyerli hemzemin geçitlerde ise insan hatasından dolayı meydana gelen kazalar da önemli orana sahiptir.[12] Tablo 2' de bazı yıllara ait kaza istatistik verileri verilmiştir. Görüldüğü üzere demiryollarında meydana gelen kazalar içerisinde hemzemin geçit kazalarının oranı azımsanmayacak derecededir.

|      | Toplam<br>kaza sayısı | HG kazaları<br>sayısı | HG<br>kazaları<br>(%) |
|------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 2012 | 147                   | 44                    | 29,95                 |
| 2013 | 112                   | 33                    | 29,47                 |
| 2014 | 93                    | 41                    | 44,10                 |
| 2015 | 101                   | 27                    | 26,73                 |

# TABLO 2. Ülkemizde bulunan mevcut hemzemin geçit tipleri ve toplam sayıları [12]

Bu çalışmada insan hatasını ortadan kaldıran, günümüz otomatik bariyerli hemzemin geçitlerin tersine daha bütünleşik ve daha az bakım ihtiyacı bulunan akıllı demiryolu hemzemin geçit sistemi üzerine bir prototip sistem çalışması yapılmıştır. Prototip sistemin tasarımında gerçek sistem özelliklerini yansıtması açısından 1/22.5 ölçekli model tren seti ve hemzemin geçit sistemi kullanılmıştır. Model tren seti 1 lokomotif, 1 kapalı yolcu vagonu ve 2 açık yolcu vagonundan oluşmakta ve her vagondaki koltuğa insan ağırlığını temsilen ağırlıklar yerleştirilmiştir.

DHG'deki güvenlik ve işletim problemleri karayolu ve demiryolu şeklinde iki gruba daha ayrılır. Karayolu bölümü sürücülerden, yayalardan, araçlardan ve taşıt yolu dilimlerinden oluşurken, tren bölümü ise tren ve geçiş yerlerindeki hatlar şeklinde sınıflandırılır. İki bölümün fonksiyonları ve özellikleri ile onlara karşılık gelen elemanları DHG yerlerindeki riski temsil ederler.

Birçok ülkede DHG' deki güvenlik düzeyiyle ilgili bir dizi soruna dayalı olarak, çeşitli çalışmalar yapılmıştır. DHG' de ki kazaya tek bir faktör sebep olabileceği gibi, pek çok diğer faktörün birleşimi de sebep olabilmektedir. DHG' deki kazalarda yer alan katkı sağlayıcı faktörlerin değerlendirilmesi ihtiyacı giderek fark edilmektedir. Caird [3] sadece tek bir faktöre bakmaktan ziyade, DHG'deki kazalara sebep olan çoklu faktörlere vurgu yapma gerekliliğine odaklanmayı tavsiye etmiştir. Temel iş güvenliği mühendisliği çalışmalarında olduğu üzere; dikkate alınması gereken en az üç temel katkı sağlayıcı faktör vardır. Bunlar mühendislik altyapısı, hemzemin gecidi çevreleyen ortam ve insan faktörleridir. Bu sorunlara işaret etmek için, diğer araştırmacılar DHG ile bağlantılı faktörleri yakınlık, yanlış hüküm ve dikkatin dağılması gibi nedenlerle incelerken, Caird DHG' deki açı ve görüş mesafesi durumlarını ele almıştır. Dahası, Caird'in [3] ve Harwood'un [4] çalışmaları, aynı zamanda DHG' lerin yapılandırılması ve tasarımıyla bağlantılı katkı sağlayıcı teknik faktörleri de tartışmaktadır. DHG' deki problemleri göz önünde bulundurmak icin, cesitli kaza tahmin denklemleri ve risk indeksleri geliştirilmiştir.

Banuchandar.J [7] Mikrokontrollü sensörler ile otomatik insansız hemzemin geçit sistemi tasarlamışlardır. Trenin gelişi esnasında hemzemin geçitlerde otomatik demiryolu kapılarının kontrolünün uygulanması kapıya yakın sensörler tarafından tespit edilmektedir. Bundan dolayı, insan tarafından kontrol edilen kapılara göre otomatik olanlar zamandan kazanç sağlamaktadır. Otomatik kontrollü bariverler kullanılarak insan tarafından kontrol edilen kapılarda meydana gelen hatalar engellenmiştir. Tren belirli bir yönde geldiğinde iletici IR trenin geldiğini algılamıştır ve uygun sinyal üretilmiştir, sonrasında aynı şekilde alıcı IR sinyali almıştır ve kesme sinyali üretmiştir. Kesme sinyali üretildiğinde step motor saat yönünde dönmüştür. Kesme sinyali sonlandığında step motoru saatin tersi yönde dönmüştür. S. Sharad [6] insansız kontrol edilen hemzemin geçitlerde meydana gelen ölümlü kazaları azaltmaya yönelik otomatik hemzemin gecit sistemi tasarlamışlardır. Prototip sistem, trenin gelişini erkenden algılayarak hemzemin geçitten geçecek olan insanları uyarmaya yönelik, birbiri ile bağlantılı farklı cihazlardan oluşmaktadır. Lazer sensörü, titreşim sensörü, manyetik sensör, basınç sensörü ve yakınlık sensörü kullanılan sistemde öncelikle trenin lazer sensörden geçmesi ise sistem aktif hale gelmekte ve diğer sensörlerle ile yapılan analizler sonucunda trenin gelip gelmediği anlaşılarak hemzemin geçitten geçecek olanların sesli ve görsel olarak uyarılması sağlanmıştır. S.Biswas vd. [5] Basınç algılama temelli otomatik demiryolu hemzemin geçit sistemi tasarımı yapmışlardır. Tren yolu üzerinde tren geliş yönüne, uygun bir güvenli mesafeye kızılötesi algılayıcılar yerleştirmişlerdir. Daha sonra hemzemin geçitin ön ve arka taraflarına basınç sensörleri koymuşlardır. Tren yaklaşırken o yöndeki kızıl ötesi alıcının algılama alanına girdiği zaman alıcı, sisteme trenin geldiğini bildiren bir sinyal gönderir ve hemzemin geçitteki bariyer kolları kapanmaya başlar. Bariyer kolları 45 derecelik acıya geldiği zaman sistem basınc sensörlerini denetleyerek hemzemin geçitten o esnada araç geçişi olup olmadığını kontrol eder. Eğer araç geçişi yoksa bariyer kolları tamamen kapanır, eğer araç gecisi varsa sistem bariyer kollarını 45 derecede tutar ve trene yavaşlaması veya durması için hemzemin geçitte bir araç olduğunu haber verir. Saccomanno [9] tarafından yapılan çalışma 1950 ile 1970 yılları arasında Amerika Birleşik Devletlerinde geliştirilen modelin iki temel perspektifini ortaya koymuştur. Bunlar mutlak model ve bağıl risk modeliydiler.

Mutlak modeller ABD Úlaştırma Bakanlığı (USDOT) tarafından geliştirilen şekilde belirli bir geçitte belli bir süre boyunca beklenen çarpışma sayısını gösterirler. Bu arada, tehlike indeksi diğerine kıyasla bir geçidin nispi riskini verir. Birçok nispi risk indeksi geliştirilmiştir; Mississippi Formülü (1970), New Hampshire Formülü (1971), Ohio Metodu (1959), Wisconsin Metodu (1974), Contra Costa İlçesi Metodu (1969), Oregon Metodu (1956), Kuzey Dakota Derecelendirme Sistemi (1965), Idaho Formülü (1964), Utah Formülü (1971) ve Detroit Şehri Formülü (1971).

Endüstri standardı olarak genellikle Amerikan DOT modeli tanınmıştır. Kullanılan analiz metotları aralığı Çoklu Doğrusal Regresyonlardan Poisson ve Negatif Binom Dağılımı gibi özel istatistiksel dağılımları içeren tekniklere kadar değişiklik göstermektedir [10]. Ancak, geçmiş veriler analiz amaçlarına yönelik olarak son derece önemlidir. Bazı ülkelerdeki veri eksikliği geleneksel yaklaşımların bir dezavantajıdır ve DHG probleminin çözümsüz bırakılmasına yol açar [11].

#### II. Önerilen Araştırma Tasarımı ve Analizi

Demiryolu Hemzemin Geçitlerindeki, bilhassa trafik akışını düzenleyen bariyerlere ve ışıklara sahip olmayan hemzemin geçitlerindeki güvenliği artırma ihtiyacı devam etmektedir. Sürücülerin farkındalığını artırmak, hemzemin geçitlerdeki hataları azaltmak ve uygun bir şekilde yanıt vermek için birtakım Akıllı Ulaşım Sistemi müdahaleleri önerilmiştir. Ancak, diğer teknolojilerde olduğu gibi, başarılı uygulama ve nihai etkinlik teknolojinin son kullanıcı tarafından kabulüne bağlıdır.

Değerlendirilen parametre çeşitli faktörlere göre kategorize edilecektir. Şekil 1'deki gibi mühendislik altyapısı, hemzemin geçidi çevreleyen ortam ve insan faktörleri gösterilmiştir.[8] Bu bölümde, DHG yerlerindeki risk düzeyinin değerlendirilmesindeki tasarım yöntembilimi gelişimi Şekil 2'de detaylı olarak gösterilmektedir. Tasarımın amacı gerçek zamanlı sistemler hakkında iyi bir arka plan sunmaktır. Bu modelleme sürecine dâhil üç aşama vardır. Birincisi, model oluşturma aşaması DHG işletiminin anlaşılmasını, cari uygulamayı ve analiz için mevcut araçları gerektirir.



Şekil. 1. Hemzemin Geçit Sistemi Faktörleri[8]



Şekil. 2. Tasarlanmış Demiryolu Hemzemin Geçit Sistemi

Bu araştırmanın örnek durum çalışması Türkiye'deki DHG' nin aktif tiplerini kapsayacaktır. Bundan dolayı, aktif tip DHG işletimlerinin genel kavramının anlaşılması gerekmektedir. DHG işletiminin anlaşılmasının temeli Türk Standardından alınır. Prototip sisteminin bütün araçları Şekil 3.'de resmedilen kategoriye göre çizilir ve ana hatlarıyla belirtilir. DHG' deki güvenlik çalışmasını ele alarak SPN ve onun uzantısını kullanan birkaç çalışma vardır.

Arastırma boşluğuna atıfla, parametre değerlendirmesi ve sınıflandırması bakımından bir iyileştirme yapılacaktır. Mühendislik altyapısı, hemzemin geçidi çevreleyen ortam ve insan faktörleri değerlendirilen faktörler olacaktır. Demiryolunun ve akıllı Şekil 4'de geçit sisteminin prototipi gösterilmektedir.

Demiryolunun titreşim şartlarını analiz etmek için sistem farklı çalışma hızlarıyla test edildi. Ancak, bu analizin amacı demiryolu geçiş sisteminin bariyerlerinin açılma ve kapanma sürelerini öngörmektir.



Şekil. 3. Demiryolu Hemzemin Geçit Sisteminin Şematik Gösterimi



Şekil. 4. Kurulan prototip deney düzeneğinin görünümü

Sistem, titreşim analizi için farklı çalışma hızları ile test edilmiştir. Her bir test için 4 adet aynı teknik özelliklere sahip ivme sensörleri kullanılmıştır. Bu sensörler, sistemin hemzemin gecite göre, ilk olarak sağ tarafına yerleştirilerek üç farklı hız (yavaş-orta-yüksek) için titreşim verileri alınmıştır. Daha sonra ivme sensörleri sistemin sol tarafına yerleştirilerek yine üç farklı hız için titreşim verileri alınmıştır. İvme sensörleri her iki test grubunda da tam karşılıklı olarak, hemzemin geçitin hemen yanına, viraja girme yerine, düz hat üzerine ve viraj çıkışına yerleştirilmiştir. Sağ sistemde, sol sisteme göre farklılık olarak, ikinci sensörün verleştirildiği yerdeki rayların birleştiği noktadaki aralık biraz daha fazladır. Bu yüzden titreşim pik nokta değerleri sol sisteme göre daha yüksek cıkmıştır. Sağ sistemde üçüncü sensörün bulunduğu konumun hemen yakınında ise bir makas hattı bulunmaktadır. Bu durum ise bütün hızlara göre titreşim pik değerlerinin, sol sisteme nazaran, daha yüksek olmasına neden olmuştur. Ayrıca bütün testlerde, hız arttıkça titreşim sıklığının artışına paralel olarak bütün titreşim sensörlerinden alınan pik nokta değerlerinde artış olduğu görülmektedir. Trenin bir tam tur süresi yavaş orta ve yüksek hızlar için sırasıyla 32.5, 18 ve 13 saniyedir. Buna bağlı olarak hemzemin geçit bariyerlerinin açılış ve kapanış süreleri değişmektedir.

18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, Trabzon, 5-7 Temmuz 2017



Şekil. 5. Sistemin sağ tarafında ki titreşim sensörlerinin konumları



Şekil. 6. Sistemin sağ tarafi için 0,35 m/sn hızda ki ivme değişimleri



Şekil. 7. Sistemin sağ tarafı için 0,65 m/sn hızda ki ivme değişimleri



Şekil. 8. Sistemin sağ tarafı için 0,95 m/sn hızda ki ivme değişimleri



Şekil. 9. Sistemin sol tarafında ki titreşim sensörlerinin konumları



Şekil. 10. Sistemin sol tarafı için 0,35 m/sn hızda ki ivme değişimleri



Şekil. 11. Sistemin sol tarafi için 0,65 m/sn hızda ki ivme değişimleri



Şekil. 12. Sistemin sol tarafi için 0,95 m/sn hızda ki ivme değişimleri

### III. Sonuçlar ve Tartışma

Şekil.5 ve Şekil.9 da görüldüğü gibi, hemzemin geçidin sağ ve sol taraflarında sensörler bulunmaktadır.

Sistemin sağ tarafında ki sensörlerden alınan titreşim verileri Şekil. 6., Şekil.7., Şekil. 8.'de görülmektedir. Titreşim bilgileri trenin yavaş, orta ve yüksek hızları için elde edilmiştir. Bu elde edilen titreşim değerleri incelendiğinde, tren her bir sensöre yaklaştıkça titreşim

genliği zamana bağlı olarak artmakta ve tren sensör üzerinden geçerken maksimum değere ulaşmaktadır. Ayrıca yavaş, orta ve yüksek hız değerleri için titreşimin genlikleri incelendiğinde; düşük hız değerinde orta ve yüksek hıza göre titreşimin genliği düşük (ortalama 2 m/s<sup>2</sup>), yüksek genlikli titreşimlerin meydana gelme süresi ise uzun olmaktadır. Tren hızı arttıkça titreşim genliği de artmakta olup, bu titreşimlerin oluşum süresi kısalmaktadır. Bu durum, trenin hızının tespit edilmesine yardımcı olmaktadır.

Şekil. 10., Şekil.11. ve Şekil. 12. 'de ise prototip sistemin sol tarafından alınan verilere dayalı titreşim grafikleri verilmektedir. Bu grafiklerde sistemin sol tarafından alınan titreşim verileri ile aynı eğilim görülmekte olup, trenin hızının belirlenmesinde yardımcı olmaktadır.

Tren hızının geçidin hemen yakınına konumlandırılacak sensörden alınacak titreşim verileri ile belirlenmesi mevcut sistemlere göre daha avantajlı bir durum ortaya koymaktadır. Türkiye'de, hemzemin geçit (DHG) kazaları halen devam etmekte olup özellikle de ölümcül vakalar meydana geldiğinde demiryolu endüstrisinde ve yolcular için büyük bir endişe teşkil etmektedir. Bir örnek olay çalışması olarak bu çalışmada özellikle Türkiye için DHG güvenlik sistemlerinin geliştirilmesinde bir deneysel prototip araştırma çerçevesi tanımlanmaktadır. Bir risk indeksinin gelistirilmesinde önerilen arastırma tasarımı özetlenmiştir. Değerlendirilen parametre model geliştirme aşamaları sırasında gerekçelendirilecektir. DHG güvenlik sistemleri karmaşık olduğundan, sistemlerin davranışlarını daha iyi anlamak için güvenilirlik teknikleri iş güvenliği mühendisliği çalışmalarındaki akıllı kontrol yaklaşımının kullanımı uygulanacaktır. Prototip modeldeki değerlendirilen mühendislik alt yapısı gibi bileşenler, hemzemin geçidi çevreleyen ortam ve insan faktörleri gibi unsurlar, daha fazla iyileştirmeler için, seçilen yer adına güçlü bir alternatifin seçilmesinde yardımcı olabilir.

Öte yandan, bu tür sistemler için gerçek zamanlı deneysel düzenekler kurmak kolay ve ucuz değildir.

Bu deneysel çalışmanın ana motivasyonu ve amacı demiryolu hemzemin geçitlerindeki kazalar ve ölümler için düşük riskli, düşük maliyetli çözümler tanımlamaktır.

Prensip olarak, demiryolu hemzemin geçitlerindeki çarpışmaları azaltmak için birtakım olası stratejiler vardır. Bu stratejiler şunları kapsar: Yol aracının sürücüsünün treni fark etme olasılığını artırmak için, trenin bariz bir şekilde göze çarpmasını geliştirmek, geçitte aktif kontrol sağlamak, bir sürücünün karar alma ihtiyacını ortadan kaldırmak, trenin yaklaştığına dair sürücüyü uyarmak için, tren ve yol aracı arasında bir çeşit doğrudan iletişim sağlamak, geçit ikaz işaretlerini, levhalarını ve diğer pasif uyarı şekillerini artırmak, yoldaki araç sürücülerinin eğitilmesi ve uygulama programları sağlanması amaçlanmaktadır. Görüş mesafesinin artırılması ya da trenlerin ve/veya yol araçlarının hızının azaltılması. Geçidin kapatılması.

Bu araştırmanın gelecekteki aşamasında son elemeye kalan sistemlerin değerlendirilmesi için geliştirilen davranışsal modellerle birlikte bir demiryolu trafik simülasyon yaklaşımı kullanılacaktır. Bu çalışmada geliştirilen araçlar, demiryolu yetkililerine ve araştırmacılarına hemzemin geçitlerdeki güvenliği artırmak için demiryolu hemzemin geçitleri koruma sistemlerini değerlendirme araçları sağlayacaktır.

# Teşekkür

Bize FCD-2014-5163 kodlu proje ile destek imkânı sunan Erciyes Üniversitesi'ne en derin şükranlarımızı sunmak isteriz. Ayrıca, bize Türkiye'de ki demiryolu sistemlerinin altyapı ve koşullarını sağlayan Türkiye'de ki demiryolu şirketlerine teşekkür ederiz.

#### Kaynakça

- P. Chartier, "Level Crossing Safety in Countries of the Asia-Pasific Region," 22 ASEAN Railway General Managers' Conference. Yangon, Myanmar, 2000.
- [2] V. Gitelman and A. S. Hakkert, "The Evaluation of Road Rail Crossing Safety with Limited Accident Statistics," Accident Analysis & Prevention, vol.29, pp.171-179, 1997.
- [3] J.K. Caird, J.I. Creaser, C.J. Edwards and R.E. Dewar, "A Human Factors Analysis of Highway-Railway Grade Crossing Accidents in Canada," Fourth Workshop on Highway-Railway Grade Crossing Research Montreal, Quebec, Transportation Development Centre, Publication Distribution Services, 2002.
- [4] D. W. Hardwood, W. D. Glaus and J. M. Mason, "Stopping Sight Distance Design for Large Trucks," Transportation Research Record, 1208, 1989
- [5] S.Biswas, R.H.Bhuiyan, S.Hque, R.Hasan, T.N. Khan, 2013, "Pressure Sensed Fast Response Anti-Collision System for Automated Railway Gate Control", American Journal of Engineering Research, (2) (11), 163-173
- [6] S. Sharad, Sivakumar, P. B., and Ananthanarayanan, V., "An Automated System to Mitigate Loss of Life at Unmanned Level Crossings", in Procedia Computer Science, 2016, vol. 92, pp. 404-409.
- [7] Banuchandar, J, Kaliraj, V, Balasubramanian, P, Deepa, S, Thamilarasi, N, "Automated Unmanned Railway Level Crossing System", in International Journal of Modern Engineering Research (IJMER) Volume.2, Issue.1, Jan-Feb 2012, pp.458-463.
- [8] I.S.Zaharah, "The development of railway level crossing safety assessment model; a research framework," 29th Conference of Australian Instuties of Transport Research (CAITR) Adelaide, pp. 1-11, 5th - 7th December 2007
  [9] F. Saccomanno, L. Fu, C. Ren and L. Miranda, "Identifying
- [9] F. Saccomanno, L. Fu, C. Ren and L. Miranda, "Identifying Highway-Rail Grade Crossing Black Sports in Canada," Phase 1 TP 14168E. Montreal Quebec, Transportation Development Centre, Transport Canada, 2003
- [10] J. Carson and F. Mannering, "The Effect of Ice Warning Signs on Ice-Accident Frequencies and Severities," Accident Analysis & Prevention, vol.33, pp, 99-109, 2001.
- [11] E.C.Wigglesworth, "Human Factors in Level Crossing Accidents" Accident Analysis & Prevention, vol.10, pp. 229-240, 1978.
- [12] T.C. Devlet Demiryolları "TCDD İstatistik Yıllığı 2011-2015", Araştırma Planlama ve Koordinasyon Dairesi Başkanlığı İstatistik Şubesi, Ankara.

# Pnömatik Devrelerde Optimum Tasarım ve Yapay Sinir Ağları ile Titreşim Analizi

Ş. Yıldırım<sup>\*</sup> Erciyes University Kayseri

Özet— Pnömatik sistemler, endüstri proseslerinde ve otomasyon uygulamalarında yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. Bu sistemler ekonomik, temiz, güvenli ve basit yapılı olmaları nedenleri ile sıkıştırılmış hava ile güç iletimini cazip hale getirmektedir. Dolayısıyla bu sistemlerdeki gürültü ve titreşim etkisi, hem insan sağlığı hem de sistemin performansının verimli ve uzun ömürlü olması açısından istenmeyen durumlardır. Bu deneysel çalışmada, iki tip pnömatik prototip sistemin, tasarlanan yapay sınir ağları ile titreşim analizi yapılmıştır. Sonuçlardan da, görüleceği gibi, yapay sınır ağları böyle sistemlere gerçek zamanlı uygulanabilecektir.

Anahtar kelimeler: pnömatik devreler, titreşim analizi, yapay sinir ağları.

**Abstract**— Pneumatic systems are widely used in industrial processes and automation applications. These systems are economical, clean, safe and simplestructured, making them attractive to compressed air for reasons of power transmission. Therefore, the noise and vibration effects in these systems are undesirable in terms of both human health and the system's performance being efficient and long-lasting. In this experimental study, vibration analysis of two types of pneumatic prototype system was carried out with designed neural networks. In conclusion, as will be seen, neural networks can be implemented in real time on such systems.

Keywords: pneumatic circuits, vibration analysis, neural networks.

#### I. Giriş

Basıncı kontrol edebilen, durumu değiştirilebilen hava ve gazlar ile çalışan sistemlere pnömatik sistemler denir. Pnömatik sistemler; temiz, güvenli ve basit yapılı olmaları nedenleri ile sıkıştırılmış hava ile güç iletimini cazip hale getirmektedir. Bu sistemler sayesinde otomasyon üretimi kesintisiz, hızlı ve kontrol edilebilir sistemler olarak kullanımı ilerleyen teknoloji içerisinde önem kazanmıştır. Otomasyon üretim teknolojisindeki yeri ve kullanım alanı göz önüne alındığında bu önem daha da iyi anlaşılmaktadır. A. Durmuşoğlu<sup>†</sup> Hakkari University Hakkari

Pnömatik sistemler üzerine yapılan çalışmalar, genellikle pnömatik tahrik elemanlarının ve yapay kas sistemlerinin hassas konum ve titreşim kontrolü üzerinde yoğunlaşmaktadır. Yapılan çalışmalarda kontrolör olarak bulanık mantık uygulamalarından PID kontrole, yapay sinir ağlarından genetik algoritma kontrol yaklaşımlarına kadar birçok farklı kontrol sistemleri kullanılmıştır. Diğer taraftan robot teknolojisinde de pnömatik sistemlerden yararlanılmaktadır. Robotlarda atalet kuvvetlerinin azaltılması için robotların daha hafif tasarlanması gerekir. Daha hafif eyleyicilerin oluşturulması için arayışlar, pnömatik yapay kas üzerindeki ilgiyi artırmıştır.

Shih ve Ma [1] yaptıkları çalışmada pnömatik silindirlerin pozisyon kontrolü için bulanık mantık teknolojisi ve PWM (Darbe genişlik modülasyonu) kontrol metodunu kullanmışlardır. Deneysel sonuçlar, pnömatik sistemlerin hem iyi performans hem de düşük maliyet avantajları olduğunu göstermiştir. Khayati ve arkadaşları [2] ise yüksek sürtünmeli pnömatik silindirlerin yer değiştirmesini kapalı çevrim kontrol sistemiyle kontrol etmeyi denemişlerdir. Bununla beraber pnömatik silindirler, çoğunlukla pozisyon tekrarlanabilirliğinin çok önemli olmadığı açık çevrimli kontrol uygulamalarında da kullanılırlar. Fok ve Ong [3] kapalı çevrim PD kontrol altındaki pnömatik silindir sisteminin tekrarlanabilirliğinin, robotik uygulamalarda kullanılmasını incelemişlerdir. Analizler sonucunda, lineerize sürekli zaman dinamiğinin işletme durumuna bağlı olduğu görülmüştür.

Pnömatik silindirler, tekrarlanabilirliği, düşük maliyeti ve üstün performansi yönünden endüstriyel uygulamalarda geniş bir kullanım alanına sahiptir. Birçok durumda, iyi bir kontrol performansı elde etmek için nonlineer kontrol teknikleri kullanılmaktadır. Simaoui ve arkadaşları[4] bu tekniklerden biri olan geri basamaklama yöntemini kullanarak elektro-pnömatik sistemlerin konum kontrolü üzerine calışmışlardır. Pnömatik sistemler, endüstri proseslerinde ve otomasyon uygulamalarında yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. Ancak bu sistemlerin anlık dinamik değişimlerinin analizinin yapılması gerekir. Akkaya ve arkadaşları [5] doğrusal bir pnömatik hareketlendirici sistemin dinamik özelliklerinin simülasyonunu gerçekleştirmiş ve bu sayede sistemin parametre değişimlerine karşın etkisini araştırmışlardır. Simülasyon çalışması MATLAB-Simulink bilgisayar

<sup>\*</sup> sahiny@erciyes.edu.tr

<sup>†</sup> asli@erciyes.edu.tr
programında oluşturulan model kullanılarak gerçekleştirilmiştir.

Qui ve arkadaşları [6] pnömatik silindirli bükülebilir kirişlerdeki titreşim kontrolü için GA yaklaşımını önermişlerdir. İlk olarak sistemin dinamik modeli, Hamilton prensibi kullanılarak çıkarılmıştır. Daha sonra GA, kontrol kazanç parametrelerini ayarlamak ve optimize etmek için kullanılmıştır.

Pnömatik izolasyon titreşim sistemleri (PVIS), titreşim izolasyonunda etkili performansından dolayı geniş çapta kullanılmaktadır. Moon ve Lee [7] PVIS sistemleri için doğru modelleme ve hassasiyet analizi yapmayı amaçlamışlardır. Daha önceki çalışmalarda diyaframın nonlineer karakterinden ve hava akışı kısıtlamasından dolayı PVIS sisteminin performansının önemli derecede etkilendiği görülmüştür. Pu ve arkadaşları [8] ise yaptıkları çalışmada PVIS sisteminin sönümleme karakteristiklerini ayarlayabilmek için çift hazneli pnömatik yay kullanmışlardır. Bu ayarlanabilir karakteristiklerin amacı PVIS sisteminin performansını geliştirmektir.

Korpenko ve Sepehri [9], Fisher-Rosemount 667 endüstriyel işlem valfınde arıza aramak ve belirlemek için YSA yaklaşımını denemişlerdir. Ağ, valf ile birlikte gelen yazılım paketinden direkt olarak elde edilen datalarla eğitilmiştir. Bu yazılım kullanılarak elde edilen deneysel veriler valf performansıyla birleştirilerek test işlemi yapılmıştır.

Bu çalışmada da, iki farklı pnömatik ayırıcılı test ve ayırma istasyonu için YSA (Yapay Sinir Ağları) kullanılarak titreşim analizi ve modelleme yapılmıştır. Farklı ağırlıktaki malzemeler için minumum ve maximum basınç seviyelerinde pnömatik silindirlerden titreşim değerleri alınıp, basınç farkının sistem üzerindeki titreşime etkileri irdelenmiştir.

# II. Pnömatik Ayırıcılı Test ve Ayırma İstasyonları

#### A. Sistemin Fiziksel Yapısı

PLC kontrollü pnömatik ayırıcılı test ve ayırma istasyonları, renk, yükseklik ve metal olup olmama gibi farklı özelliklere sahip deney numunelerinin otomatik olarak farklı haznelere ayrıştırmaktadır. İki ayırma istasyonu da PLC kontrolörler ile kontrol edilmekte olup, hareket ve ayırma işlemi pnömatik silindirler ve DC motorlar ile sağlanmaktadır. Numunelerin özelliklerin tespiti için ise mesafe sensörlerinden endüktif sensörlere kadar muhtelif sensörler kullanılmaktadır.

İlk test ve ayırma istasyonu ve sistemin bileşenleri şekil 1.' de görülmektedir. Bu istasyonda numune o parçanın ilerleyişi bir DC motor ile hareket ettirilen yürüyen bant ile sağlanmaktadır. Şekilden de görüldüğü üzere bantın ilk kısmı test ve ölçümlerin yapılması için çeşitli sensörlerden oluşmaktadır. Sensörlerin ardından

ise test işleminin sonuçlarına göre ayırma işlemini gerçekleştirmek üzere, pnömatik silindirler ve malzeme

kanalları yer almaktadır. Bu test ve ayırma istasyonunda numuneler beyaz, siyah ve metal olup olmadıklarına göre pnömatik ayırıcılar vasıtasıyla farklı haznelere ayrıştırılmaktadır.



Şekil. 1. Test ve ayırma istasyonu ve sistem bileşenleri(Düzenek 1)

Şekil 1. 'de görülen sistem bileşenleri;

- 1. Elektro-pnömatik selenoid valf grubu
- 2. ve 3. Optik sensör
- 4. Mesafe (yükseklik) sensörü
- 5. Endüktif sensör
- 6. Kontrast sensörü
- 7. Tek etkili pnömatik silindirler
- 8. Bant
- 9. Reflektörler
- Malzeme kanalları
- 11. Programlama kablosu
- 12. PLC
- 13. Operatör paneli

İkinci test ve ayırma istasyonu ve sistem bileşenleri ise şekil 2' de görülmektedir. Bu istasyonda numune parçanın ilerleyişi pnömatik silindirler ve bir DC motordan oluşan bir hareket sistemi ile sağlanmaktadır. Numune ilk başlangıç pozisyonuna yerleştirilmekte ve sensör ölçümlerinin yapılacağı iki pozisyona taşınmaktadır. Ölçümler sonucu son noktadan, yukarıdaki veya aşağıdaki malzeme kanalına, yine bir pnömatik silindir ile itilmektedir.



Şekil. 2. Test ve ayırma istasyonu sistem bileşenleri(Düzenek 2)

Şekil 2. 'de görülen sistem bileşenleri;

- 1. PLC (S7-300)
- 2. Pnömatik Silindirler
- 3. DC Motor
- 4. ElektroPnömatik Valf Grubu
- 5. Pnömatik Vakum Tutucu
- 6. Sensörler

Sistemin şematik yapısı, bir önceki istasyonun şematik yapısına oldukça benzemektedir. (Şekil. 1.) Buradaki farklılık, sistem iki iş istasyonundan oluşmaktadır. İlk istasyon hareket numunenin taşınması için, ikinci istasyon ölçümler ve ayrıştırma işlemi için kullanılmaktadır. Bu iki istasyon, iki farklı PLC ile kontrol edilmekte olup, istasyonlar birbirleriyle etkileşimli olarak çalışmaktadır. Bu test ve ayırma istasyonunda ise deney numunelerinin siyah, beyaz ve metal olup olmadıkları gibi özellikleri incelenmektedir. Ayrıca numunelerin bir yüzünde delik bulunmaktadır. Bu şekilde numunenin düz veya ters yerleştirilip yerleştirilmediğinin de kontrolü yapılmaktadır.

#### B. Sistemin Matematiksel Yapısı

İncelenen pnömatik sistemler, tek etkili silindir, çift etkili silindir ve elektro-pnömatik yön kontrol valfi olmak üzere üç ayrı eleman olarak ele alınmıştır. Elemanların dinamik özelliklerini ve standart orifis teorisini kullanarak her bir pnömatik elemanın matematik modeli verilmiştir. Model oluşturulurken aşağıdaki kabuller yapılmıştır;

- Hava ideal gazdır.
- Besleme basıncı (Ps) sabittir.
- Eksoz basıncı (PR) atmosfer basıncına (Pa) eşittir.
- Proses izantropiktir.

 Silindir bölmelerindeki sıcaklıklar sabit ve besleme tankı sıcaklığına eşittir.

• Valf pistonu ve hortum dinamikleri ihmal edilmiştir.

#### B.1 Silindir Modeli

Tek etkili pnömatik silindirlerde itme ve çekme kuvveti aşağıdaki gibi hesaplanabilir. İtme yönünde oluşan kuvvet, çekme yönünde oluşan kuvvete göre daha fazladır. Bunun sebebi; çekme yönünde basınçlı havanın uygulandığı alanın mil sebebiyle daha küçük olmasıdır.



Şekil. 3. Tek etkili pnömatik silindir [12]

Teorik kuvvet hesabı;

$$A_{1} = \pi . \frac{D^{2}}{4} \qquad F_{itme} = P.A_{1}$$
(1)  
$$A_{2} = \pi . \frac{D^{2} - d^{2}}{4} \qquad F_{cekme} = P.A_{2}$$
(2)

Şekil 4' de ise 4/2 yön kontrol valfi ile kontrol edilen bir çift etkili silindir verilmiştir. Burada  $x, \dot{x}, \ddot{x}$  sırasıyla konumu, hızı, ivmeyi [m, m/s, m/s<sup>2</sup>];  $P_{1,2}$  silindirin 1. ve 2. bölmelerindeki basınçları [P<sub>a</sub>];  $P_{S,R}$  besleme ve eksoz basıncını [P<sub>a</sub>];  $A_{1,2}$  silindirin 1. ve 2. tarafındaki piston alanını [m<sup>2</sup>];  $\dot{m}_{1,2}$  silindirin 1. ve 2. tarafındaki kütlesel hava debisini [kg/s];  $i_{ref}$  valf kumanda sistemini ve M piston ağırlığını [kg] temsil etmektedir.



Şekil. 4. Çift etkili pnömatik silindir [12]

Valfin konumu silindirin hangi tarafının besleme basıncına ya da atmosfer basıncına açılacağını belirler. Yükün ileri doğru (+) hareket etmesi için silindirin 1. bölmesi besleme tankına açılır. Eşzamanlı olarak silindirin 2. bölmesi atmosfere açılır. Bu durum silindirin bölmeleri arasında basınç farkı meydana getirir. Basınç farkı sürtünme ve dış kuvvetleri yenecek kadar arttığında piston, dolayısıyla yük hareket etmeye başlar. Silindir için hareket denklemi şu şekildedir [10];

$$F_{net} = P_1 \cdot A_1 - P_2 \cdot A_2 \tag{3}$$

$$M.\ddot{x} = F_{net} - F_s \tag{4}$$

$$M.\ddot{x} + F_s = P_1.A_1 - P_2.A_2 \tag{5}$$

$$F_{s} = f(\dot{x}, P_{1}, P_{2}, \ddot{x}, t)$$
(6)

Eşitlik (4)' de  $F_{net}$  sistemdeki basınç farkıyla oluşan net kuvvet,  $F_s$  ise sürtünme kuvvetidir.

Silindir elemanı için giriş değişkenleri valften gelen sıkıştırılmış kütlesel hava debileri, piston konumu ve hızıdır. Çıkış değişkenleri ise silindirin 1. ve 2. bölmelerindeki basınçlardır. Basınçlar ile debiler arasındaki ilişkiler aşağıda verilmiştir [28].

$$\dot{P}_{1} = \frac{k}{\frac{L}{2} + x + x_{d}} \left[ -P_{1} \cdot \dot{x} + \frac{RT}{A_{1}} \dot{m}_{1} \right]$$
(7)

$$\dot{P}_{2} = \frac{k}{\frac{L}{2} - x + x_{d}} \left[ P_{2} \cdot \dot{x} + \frac{RT}{A_{1}} \dot{m}_{2} \right]$$
(8)

#### B.2 Valf Modeli

Valf elemanı için giriş değişkeni bir önceki elemandan gelen basınçlandırılmış hava ve bir elektrik sinyali ile ayarlanan valf konumudur. Çıkış değişkenleri olarak valf konumuna bağlı olarak silindirin 1. bölmesi veya 2. bölmesine giren veya çıkan sıkıştırılmış kütlesel hava debileridir. Valf port alanı  $A_v$ , ve valf boşaltma katsayısı  $C_d$  gibi sistem sabitleri giriş sabiti olarak düşünülebilir. Valf giriş ve çıkış değişkenleri arasındaki ilişkiler aşağıdaki denklemlerde verilmiştir [10].

Silindir pistonunun ileriye doğru (+) hareketi durumunda;

$$\dot{m}_1 = C_d A_v \frac{P_s}{\sqrt{T}} \phi(P_s, P_1) \tag{9}$$

$$\dot{m}_2 = C_d A_v \frac{P_2}{\sqrt{T}} \phi(P_2, P_a)$$
 (10)

Burada;

$$\phi = \begin{cases} \frac{P_1}{P_s} \le P_{cr} & ise & C_1 \\ \\ \frac{P_1}{P_s} > P_{cr} & ise & C_2 \cdot \left(\frac{P_1}{P_s}\right)^{1/k} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{P_1}{P_s}\right)^{(k-1)/k}} \end{cases}$$

Silindir pistonunun geriye doğru (-) ilerlemesi durumunda;

$$\dot{m}_1 = C_d A_v \frac{P_1}{\sqrt{T}} \phi(P_1, P_a) \tag{12}$$

(11)

$$\dot{m}_2 = C_d A_v \frac{P_s}{\sqrt{T}} \phi(P_s, P_2) \tag{13}$$

Burada;

$$\phi = \begin{cases} \frac{P_a}{P_1} \le P_{cr} & ise & C_1 \\ \\ \frac{P_2}{P_s} > P_{cr} & ise & C_2 \cdot \left(\frac{P_1}{P_s}\right)^{1/k} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{P_1}{P_s}\right)^{(k-1)/k}} \end{cases}$$
(14)

$$C_{1} = \sqrt{\frac{k}{R} \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}}}; \quad C_{2} = \sqrt{\frac{2k}{R(k-1)}}; \quad P_{cr} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}}$$
(15)

Burada; k özgül ısı oranı, R gaz sabiti,  $P_{cr}$  kritik basınç ve  $C_{1,2}$  kütlesel akış parametresidir.

#### III. Yapay Sinir Ağları (YSA)

Pnömatik ayırıcılı test ve ayırma istasyonları deney düzeneklerinden Bruel- Kjaer taşınabilir ve çok kanallı pulse yardımıyla ivme ölçer sensörler kullanılarak veriler alınmış ve yapay sinir ağları kullanılarak modelleme ve analiz gerçekleştirilmiştir. Bu duruma ilişkin blok diyagramı şekil 6' da verilmiştir.



Şekil. 6. Deneysel sistemin blok diyagramı

YSA yapılarının en tipik şekli, hücre modeli ile oluşturulan katmanların ardışık biçimde bir araya getirilmesi ile kurulabilir. Kullanılan YSA modeli şekil 7 'de verilmiştir.



Şekil. 7. YSA' nın şematik gösterimi

Burada giriş sinyallerinin uygulandığı katmana giriş katmanı, çıkış sinyal cevabının alındığı katmana ise çıkış katmanı denir. Mevcut çalışmada giriş katmanında bir lineer hücre, gizli ve çıkış katmanlarında ise sırasıyla on ve üç nonlineer hücre kullanılmıştır. Ağın eğitilmesi için elde edilen verilen %70'i, test aşaması için ise %30'u kullanılmıştır. YSA' nın kararlı yapısı için test amacıyla kullanılan veriler ağın eğitimi aşamasında kullanılmamıştır.

## A. Geri Yayılım Algoritması

Uygulamalarda en yaygın ve en çok kullanılmış öğretme algoritmasıdır. Anlaşılması kolay ve matematiksel olarak kolayca ispatlanabilir olmasından dolayı en çok tercih edilen öğretme algoritmasıdır. Bu algoritma, hataları çıkıştan girişe, geriye doğru azaltmaya çalışmasından dolayı geri yayılım ismini almıştır [11].

Geri yayılım algoritması, eğim azalan ve MLP leri eğitmede en fazla kullanılan temel bir öğrenme algoritmasıdır. Bu algoritma ile *i* ve *j* kat işlem elemanları arasındaki ağırlıklardaki  $\Delta w_{ji}(t)$  değişikliği hesaplanır. Bu ifade,

$$\Delta w_{ji}(t) = \eta \delta_j x_i + \alpha \Delta w_{ji} (t-1)$$
(16)

olarak verilir. Eşitlik (16)' da  $\eta$  öğrenme katsayısı,  $\alpha$  momentum katsayısı ve  $\delta_j$  ara veya çıkış katmanındaki herhangi bir *j* nöronuna ait bir faktördür. Çıkış katı için bu faktör aşağıdaki şekilde verilir;

$$\delta_j = \frac{\partial f}{\partial net_j} \left( y_j^t - y_j \right) \tag{17}$$

Burada,

$$net_i = \sum x_i \, w_{ii} \tag{18}$$

ve  $y_j^t$  ise *j* işlemci elemanın hedef çıkışıdır. Ara katlardaki nöronlar için ise bu faktör;

$$\delta_j = \left(\frac{\partial f}{\partial net_j}\right) \sum w_{qi} \ \delta_q \tag{19}$$

olarak verilir.

# B. Hızlı Yayılım Algoritması (QuickProp-QP)

Hızlı yayılım algoritması, Fahlman tarafından geliştirilen ve Newton metoduna dayanan, MLP' lerin eğitilmesi için kullanılan sezgisel bir öğrenme algoritmasıdır. Genellikle hızlı yayılım algoritmasının performans testleri diğer tekniklerle karşılaştırıldığında oldukça iyidir. Bu algoritma, özellikle gürültü seviyesi az olan veriye sahip problemlerde iyi sonuç vermektedir.

Bu algoritmada ağırlık hızlandırma ve kırpılması ihmal edilerek k - 1 ' den k ' ya kadar ağırlıklardaki değişim,

$$\Delta w(t) = \varepsilon L(t) + \alpha Q(t) \tag{20}$$

formülü ile elde edilir. Burada  $\varepsilon$  öğrenme katsayısı ve  $\alpha$  ise momentum katsayısıdır. Buradan ağırlık fonksiyonunu güncelleştirmek için, delta ağırlık fonksiyonu ve ağırlık hızlandırma katsayısı işleme katılır.

$$w(t) = (1 - \delta)w(t - 1) + \Delta w(t)$$
(21)

Burada  $\delta$  hızlandırma katsayısıdır. Son olarak ağırlık çok küçük ise, 0 alınarak kırpılır. |w(t)| < K ise w(t) = 0 alınır. Burada, *K* ağırlık kırpılma faktörüdür [11].

# C. Delta- Bar- Delta Algoritması

Delta-Bar-Delta çok katmanlı perseptronlarda bağlantı ağırlıklarının yakınsama hızını artırmak için kullanılan sezgisel bir yaklaşımdır. Deneysel çalışmalar, ağırlık uzayının her boyutunun tüm hata yüzeyi açısından tamamen farklı olabileceğini göstermiştir. Hata yüzeyindeki değişimleri açıklamak için, özellikle ağın her bağlantısı kendi öğrenme katsayısına sahip olmalıdır. Bu düşünce tek ağırlık boyutu için uygun adım büyüklüğü, tüm ağırlık boyutları için uygun olmayabilir. [11].Standart geri yayılım algoritmasında eğim bileşeni aşağıdaki şekilde verilir,

$$\partial(k) = \frac{\partial E(k)}{\partial w(k)} \tag{22}$$

Burada E(k), k anındaki hata değerini, w(k) bağlantı ağırlığını ve  $\delta(k)$  ise ağırlık değişiminin eğim bileşenini göstermektedir. Standart geri yayılım algoritmasında bağlantı ağırlığı;

$$w(k+1) = w(k) + \alpha\delta(k) \tag{23}$$

olarak güncelleştirilir. Burada  $\alpha$  sabit bir öğrenme katsayısıdır. DBD öğrenme kuralında, her bağlantı için değişken öğrenme oranı  $\alpha(k)$  atanır ve bağlantı ağırlığının güncelleşmesi;

$$w(k+1) = w(k) + \alpha(k)\delta(k)$$
(24)

şeklinde yapılır.

# IV. Deneysel Çalışma ve Simülasyon Sonuçları

İki farklı test ve ayırma istasyonu için farklı basınçlarda titreşim değerleri ölçülürek yapay sinir ağlarında modelleme yapılmıştır. Test ve ayırma istasyonları için 3 farklı ağırlıktaki malzeme ile minimum ve maximum basınçlarda pnömatik silindirlerdeki titreşim değerleri ölçülerek analiz ve modelleme gerçekleştirmiştir. Modelleme yapılırken yapay sinir ağlarına ait 5 farklı algoritma denenmiş ve en iyi ve en kötü sonuçları veren algoritmalar grafiklerle sunulmuştur.

İlk pnömatik ayırıcılı test ve ayırma istasyonu için, siyah, beyaz ve metal (25 gr, 15 gr, 10 gr) malzemeleri ayırmada kullanılan üç adet tek etkili silindirlerden (1., 2. ve 3. ölçüm noktaları) 2 bar ve 6 bar çalışma basınçlarında titreşim değerleri alındı.



Şekil. 4. Pnömatik ayırıcılı test ve ayırma istasyonu ve ivme ölçme deney düzeneği (1).

İkinci pnömatik ayırıcılı test ve ayırma istasyonu için ise 3 farklı ağırlıktaki (50 gr, 100 gr, 240 gr) malzeme için, 2 bar ve 6 bar çalışma basınçları altında, iki adet çift etkili silindir (1. ve 2. ölçüm noktası) ve DC motor (3. ölçüm noktası) üzerinden titreşim değerleri alındı.



Şekil. 5. Pnömatik ayırıcılı test ve ayırma istasyonu ve ivme ölçme deney düzeneği (2).

Çalışma kapsamında test ve ayırma istasyonları deney düzeneklerindeki titreşim analizine yönelik beş YSA algoritması kullanılmıştır. Deneysel olarak elde edilen titreşim verileri istenilen değer olarak dikkate alınmıştır. Ağın eğitilmesi için ilk test ve ayırma istasyonunda 107 titreşim verisi, test edilmesi aşamasında ise 50 titreşim verisi kullanılmıştır. İkinci test ve ayırma istasyonu için ağın eğitilmesi sırasında 175 titreşim verisi, test aşaması için ise 90 titreşim verisi kullanılmıştır. YSA' nın modelleme doğruluğunun değerlendirilmesi için eğitim sırasında kullanılan veriler ile test aşamasında kullanılan veriler farklıdır.

Yapılan çalışmada titreşim analizine yönelik olarak geri yayılım algoritması, batch backprop algoritması, deltabar-delta algoritması, quickprop (hızlı yayılım) algoritması ve RPROP (esnek yayılım) algoritması kullanılmıştır. İlk test ve ayırma istasyonu için en iyi sonucu hızlı yayılım algoritması verirken, en kötü sonuçlar delta-bar-delta algoritmasında elde edilmiştir. İkinci test ve ayırma istasyonu için ise en iyi sonuç geri yayılım algoritmasında elde edilmiş olup en kötü sonuç yine deltabar-delta algoritmasında elde edilmiştir.

| Algoritma           | Oğrenme      | Momentum         | Iterasyon | H     | ücre Say | 151   | Hata  |
|---------------------|--------------|------------------|-----------|-------|----------|-------|-------|
| Im                  | Orani<br>(ŋ) | Katsayısı<br>(α) | Sayısı    | Giriş | Gizli    | Çıkış |       |
|                     | 1.4          |                  |           | ()    | (444)    | (460) |       |
| Geri Yayılım        | 0.01         | 0.4              | 1.000.000 | 1     | 10       | 3     | 0.163 |
| Delta-Bar-<br>Delta | 0.01         | 0.4              | 1.000.000 | 1     | 10       | 3     | 0.578 |
| Hızlı Yayılım       | 0.01         | 0.4              | 1.000.000 | 1     | 10       | 3     | 0.148 |

TABLO I. İleri beslemeli YSA'nın farklı öğrenme algoritmalarındaki karakteristiği

# A. Max. ve Min. basınçta, simülasyon sonuçları (Düzenek 1)

Max. ve min. basınçta, hızlı yayılım algoritması ve delta- bar- delta simülasyon sonuçları şekil 8,9, 10 ve 11' de verilmiştir.







Şekil. 8. Farklı ölçüm noktaları için max.basınçta deneysel ve YSA sonuçları(hızlı yayılım algoritması)

Yukarıdaki grafiklerde max. basınçta hızlı yayılım algoritmasındaki sonuçlar verilmiştir. Şekil. 8.'de görüldüğü gibi en yüksek titreşim 2. ölçüm noktasında meydana gelmiştir ve YSA büyük oranda istenilen cevabı vermiştir. 1. ve 3. ölçüm noktalarında ise daha küçük titreşim değerlerinde YSA istenilen değerleri takip edebilmiştir.







Şekil. 9. Farklı ölçüm noktaları için max.basınçta deneysel ve YSA sonuçları(Delta-bar-delta algoritması)

Delta-bar-delta algoritmasıyla YSA istenilen cevabı üç ölçüm noktasında da yakalayamamıştır. Bu algoritmada YSA' nın test aşamasındaki doğru yüzdesi %15' tir.







Şekil. 10. Farklı ölçüm noktaları için min.basınçta deneysel ve YSA sonuçları(hızlı yayılım algoritması)

Şekil. 10. 'da görüldüğü gibi en yüksek titreşim değeri 2. ölçüm noktasından alınmıştır. Hızlı yayılım algoritmasıyla YSA istenilen cevabı vermiştir. 1. ölçüm noktasında daha düşük titreşim değerlerine karşın ani

değişimlerin olduğu noktalarda YSA istenilen değerleri yakalayamamıştır. 3. ölçüm noktasında ise YSA istenilen cevabı takip etmiştir.







Şekil. 11. Farklı ölçüm noktaları için min.basınçta deneysel ve YSA sonuçları(Delta-bar-delta algoritması)

Delta-bar-delta algoritmasıyla YSA istenilen değerleri takip edememiştir. 1. ve 3. ölçüm noktalarındaki düşük titreşim değerlerine rağmen YSA istenilen cevabı yakalayamamıştır. Bu algoritmayla YSA' nın doğruluk yüzdesi %2 dolaylarında kalmıştır.

# B. Max. ve Min. basınçta, simülasyon sonuçları (Düzenek 2)

Max. ve min. basınçta, geri yayılım yayılım algoritması ve delta- bar- delta simülasyon sonuçları şekil 12,13, 14 ve 15' de verilmiştir.







Şekil. 12. Farklı ölçüm noktaları için max .basınçta deneysel ve YSA sonuçları(Geri yayılım algoritması)

Yukarıdaki grafiklerde max. basınçta geri yayılım algoritmasının sonuçları verilmiştir. 1. ölçüm noktasında da basınçtaki artışla beraber titreşim verilerinde değişim gözlenmiştir. YSA, bu ölçüm noktasında istenilen verileri büyük oranda takip etmiştir. 2. ve 3. ölçüm noktalarında ise çok büyük farklar gözlenmemiştir. YSA, bu algoritmayla %80 doğruluk oranını yakalamıştır.







Şekil. 13. Farklı ölçüm noktaları için max.basınçta deneysel ve YSA sonuçları(Delta-bar-delta algoritması)

Delta-bar-delta algoritmasıyla, YSA çıkış verileri istenilen titreşim etki değerlerini üç ölçüm noktasında da takip edememiştir.







Şekil. 14. Farklı ölçüm noktaları için min .basınçta deneysel ve YSA sonuçları(Geri yayılım algoritması)

Yukarıdaki grafiklerde min. basınçta, geri yayılım algoritması sonuçları verilmiştir. YSA, titreşim değişimlerinin ani olduğu noktalarda istenilen değerleri takip edememiştir. Bunun dışında YSA' nın doğruluk

yüzdesi bu algoritma ile %50 dolaylarındadır. Titreşim değerlerinin daha düşük olduğu 2. ölçüm noktasında nispeten daha iyi sonuçlar elde edilmiştir.







Şekil. 15. Farklı ölçüm noktaları için min.basınçta deneysel ve YSA sonuçları(Delta-bar-delta algoritması)

Şekil 15'de görüldüğü gibi en büyük titreşim değeri 1. ölçüm noktasında elde edilmiştir. YSA, delta-bar-delta algoritmasıyla istenilen sonucu verememiştir. YSA' nın çıkış verileri stabil bir görüntü sergilemiştir. YSA' nın doğruluk oranı yok denecek kadar azdır.

#### V. Değerlendirmeler

Bu çalışmada, iki farklı PLC kontrollü pnömatik ayırıcılı test ve ayırma istasyonları deney setlerinin farklı noktalarından alınan ivme ve gürültü etkileri ile YSA modelleme kullanılarak titresim analizivle gerçekleştirilmiştir. Sonuç olarak farklı çalışma basınçlarında pnömatik sistemlerde meydana gelen titreşim değişimleri irdelenmiş ve basıncın titreşime olan etkisi araştırılmıştır. Deneysel ve beş farklı algoritma kullanılarak gerçekleştirilen YSA simülasyonundan elde edilen sonuçlar değerlendirildiğinde, hızlı yayılım algoritması ve geri yayılım algoritması için elde edilen simülasyon sonuçlarının, büyük oranda deneysel sonuçlarla aynı davranışı göstermedeki kabiliyeti, bu algoritmaların sistemin titreşim parametrelerinin gerçek zamanlı tahmininde kullanılabileceğini ispatlamakta ve göstermektedir.

#### Teşekkür

UMTS'nin sürekliliğini sağlayan tüm sempozyum düzenleyicileri ve katılımcılarına teşekkür ederiz.

#### Kaynakça

- Shih, M., Ma, M., 1998. Position control of a pneumatic cylinder using fuzzy PWM control method. Mechatronics, 8: 241-253.
- [2] Khayati, K., Bigras, P., Dessaint, L., 2009. Lugre model-based friction compensation and positioning control for a pneumatic actuator using multi-objective output-feedback control via LMI optimization. Mechatronics, 19: 535-547.
- [3] Fok, S. C., Ong, E. K., 1999. Position control and repeatability of a pneumatic rodless cylinder system for continuous positioning. Robotics and computer Integrated Manufacturing, 15: 365-371.
- Smaoui, M., Brun, X., Thomasset, D., 2006. A study on tracking position control of an electropneumatics system using backstepping design. Control Engineering Practice, 14: 923-933.
   Akkaya, A. V., Sevilgen, S. H., Erdem, H. H., Cetin, B., 2005.
- [5] Akkaya, A. V., Sevilgen, S. H., Erdem, H. H., Çetin, B., 2005. Simulink kullanarak bir pnömatik sistemin simülasyonu. Doğuş Üniversitesi Dergisi, 6 (2): 155-162.
- [6] Qiu, Z., Shi, M., Wang, B., Xie, Z., 2012. Genetic algorithm based active vibration control for a moving flexible smart beam driven by a pneumatic rod cylinder. Journal of Sound and Vibration, 331: 2233-2256.
- [7] Moon, J., Lee, B., 2010. Modelling and sensitivity anaysis of a pneumatic vibration isolation system with two air chambers. Mechanism and Machine Theory, 45: 1828-1850.
- [8] Pu, H., Luo, X., Chen, X., 2011. Modelling and analysis of dualchamber pneumatic spring with adjustible damping for precision vibration isolation. Journal of Sound and Vibration, 330: 3578-3590.
- [9] Karpenko, M., Sepehri, N., 2002. Neural network classifiers applied to condition monitoring of a pneumatic process valve actuator. Engineering Applications of artificial Intelligence, 15: 273-283.
- [10] Sorli, M., Gastaldi, L., Codina, E., Heras, S., 1999. Dynamic analysis of pneumatic actuators. Simulation Practice and Theory, 7: 589-602.
- [11] Sağıroğlu, Ş., Beşdok, E., Erler, M., 2003. Mühendislikte Yapay Zeka Uygulamaları-1. Ufuk Yayıncılık, Kayseri, 426 s.
- [12] MEGEP, 2007. Temel Pnömatik. Milli Eğitim Bakanlığı, Ankara, 75 s.

# Radyal Basınçlı Hava Yataklarında Yatak Geometrisinin Hava Filmi Sürtünme Katsayısına Etkisi

A. Dal<sup>\*</sup> Gazi Üniversitesi Ankara

Özet-Bu çalışmada basınçlı hava yatakları ile desteklenmiş bir yatak-şaft sisteminde, yatak ve şaft yüzeyleri arasındaki ince hava filminin sürtünme karakteristiği teorik olarak araştırılmıştır. Bu kapsamda yatak ve şaft yüzeyleri arasındaki havanın hareketi Reynold's denklemi ile modellenmiş ve bu model sayısal olarak çözülüp yüzeyler arasındaki basınç dağılımları ve hava filmi kuvvetleri hesaplanmıştır. Elde edilen başınc dağılımları kullanılarak, yüzeyler arasındaki hava filminin sürtünme karakteristiğinin araştırılması için, kayma gerilmesi, Newton'un viskozite ilişkisi ile birlikte modellenmiştir. Bu model farklı geometrik özelliklere sahip yatak-şaft sistemleri için sayısal olarak çözülmüş, kuvvetleri ve sürtünme sürtünme katsayıları hesaplanmıştır. Yatak ve şaft yüzeyleri arasındaki radyal boşluk miktarının, yatak boy-çap oranının ve şaft hızının sürtünme katsayısına etkileri araştırılmıştır.

Anahtar kelimeler: sürtünme katsayısı, yağlayıcı hava filmi, basınçlı hava yatakları

Abstract—In this paper, friction characteristics of thin air lubrication film in the externally pressurized air bearing-shaft system are theoretically investigated. In order to obtain pressure distribution and air film forces, flow between bearing and shaft surfaces is modeled using Reynold's equation and this model solved numerically. Shear stresses on the air film between bearing and shaft surfaces are modeled using Newton viscosity relation using pressure distribution. This model is numerically solved, friction forces and friction coefficients are calculated for different types of air bearing-shaft system. Effects of radial clearance, bearing diameter and length ratio and rotational speed of the shaft on the coefficient of the friction are analyzed.

Keywords: coefficient of friction, air lubrication film, externally pressurized air bearing

#### I Giriş<sup>1</sup>

Basınçlı hava yataklarında, yatak ve rotor yüzeyleri arasında dolaşan hava, yüzeylerin birbirine temas etmesini önleyerek, radyal boşluk içerisinde yağlayıcı bir film oluşturur. Sıvı yağlayıcılarla kıyaslandığında, havanın viskozitesinin düşük olması sebebiyle, akışkan tabakaları arasındaki sürtünme kayıpları da oldukça düşüktür. Dolayısıyla, hem temassız çalışması hem de T. Karaçay<sup>†</sup> Gazi Üniversitesi Ankara

sürtünme kayıplarının oldukça düşük olması sayesinde, basınçlı hava yatakları, yüksek hızlarda çalışan, türbinlerin, jet motorlarının ve yüksek hızlı matkapların şaftlarının yataklanması için önerilebilir.

Basınçlı hava yataklı şaft sistemlerinde, yüzeyler arasındaki ince hava filmi, şaft yüzeyine uyguladığı kuvvet ile şaftı destekler. Dolayısıyla, yüzeyler arasındaki ince yağlayıcı hava filmi, yatak-saft sisteminin doğrudan belirlemektedir. dinamiğini Havanın sıkıstırılabilirlik özelliği ile birlikte, saft vüzevine etkiven bu kuvvet hem bir katılık hem de bir sönüm etkisi içermektedir [1]. Bunun yanı sıra, hava filmi tabakaları arasındaki sürtünme kuvveti de bu kuvvete dahil edilebilir. Yatak-şaft sistemindeki şaftı destekleyen bu kuvvet, hava filminin yüzeylere uyguladığı basınç kuvvetidir [2]. Dolayısıyla hava filminin basınç değişimi belirlenerek, film kuvvetleri de hesaplanabilir. Basınçlı hava yataklarında, hava filminin basınç değişimi, sistemin geometrik özellikleri ve çalışma koşullarını içeren ve Reynold's denklemi olarak adlandırılan, bir kısmi diferansivel denklem ile modellenmektedir [3]. Yatak ve şaft yüzeyleri arasındaki hava filminin karakteristiğini, yüzeyler arasındaki radyal boşluk miktarı, yatak boy-çap oranı, besleme sistemi geometrisi ve yatak üzerindeki yerleşimleri gibi yatak-şaft sisteminin geometrik özellikleri ve sistemin çalışma koşulları, yani Reynold's denkleminin parametreleri belirler [4]. Basınçlı hava yatakları ile desteklenmiş yatak-şaft sistemlerinde, yüzeyler arasındaki hava filmi karakteristiğini etkileyen her bir parametre, sistemin yük taşıma kapasitesi, yatak katılığı, sönüm ve sürtünme performans karakteristikleri gibi performans özelliklerini belirlemektedir [5-6]. Dolayısıyla, bu parametrelerin, basınçlı hava yataklı şaft sistemlerinin performanslarına etkilerinin incelenmesi ve optimum performans özelliklerinin belirlenmesi, literatürde önemli bir yere sahiptir. Cunningham ve Gunter [7], radyal boşluk miktarının, basınçlı hava yataklarının yük taşıma kapasitesine, yatak-şaft sisteminin kritik hızlarına ve stabilitesine etkilerini teorik olarak araştırmışlardır. Majumdar [8], yatak boy-çap oranının, radyal boşluk miktarının, besleme sistemi özellikleri (besleme deliği sayısı, besleme deliklerinin yatak üzerindeki yerleşimleri vb.) gibi basınçlı hava yataklarının geometrik parametrelerinin yatak yük taşıma kapasitesine olan etkisini incelediği teorik bir çalışma yapmıştır. Lo ve ark. [9] benzer şekilde, yatak geometrik parametrelerinin ve besleme basıncının yatak yük taşıma kapasitesine, yatak

<sup>\*</sup> abdurrahimdal@gazi.edu.tr

<sup>†</sup> karacay@gazi.edu.tr

katılığına ve sönüme olan etkilerini, yüksek hızlı bir matkap şaftının yataklanması için kullanılan bir basınçlı hava yatağı için incelemişlerdir. Chen ve ark. [10] yatak geometrik parametrelerinin ve yatak-şaft sisteminin çalışma parametrelerinin yatak katılığına etkilerini teorik ve deneysel olarak incelemişlerdir. Yaptıkları çalışma ile inceledikleri yüksek hızlı matkap şaftının yataklanması amacıyla kullanılan basınçlı hava yatağının optimum parametrelerini içeren tasarım tabloları oluşturmuşlardır. Xu ve Jiang [11] yatak-şaft sisteminin çalışma koşullarının (şaft dönüş hızı, besleme basıncı vb) yatakşaft sisteminin yük taşıma kapasitesine, katılığa ve sönüme etkilerini teorik ve deneysel incelemişlerdir.

Akışkan yağlamalı yataklarda, akışkanın hareketi ile birlikte, film tabakaları, kayma gerilmelerine maruz kalır [12]. Akışkanın viskozitesi ve hızına bağlı olarak değişen kayma gerilmesi, harekete karşı bir direnç, yani bir sürtünme kuvveti, şeklinde ifade edilebilir. Dolayısıyla, akışkan film tabakaları arasındaki kayma gerilmesi sonucu ortaya çıkan çevresel ve eksenel sürtünme kuvvetleri yatak-şaft sisteminin bir performans özelliği olarak tanımlanabilir [12]. Bazı araştırmacılar, akışkan yağlamalı yataklarda, yatak-şaft sistemi geometrisinin ve çalışma koşullarının sürtünme karakteristiklerini etkilerini incelemişlerdir. Nypan ve ark. [13] konik bir hidrostatik yatakta sürtünme katsayısının minimum olabilmesi için, yatağın optimum geometrik özelliklerini belirledikleri bir çalışma yapmışlardır. Frycz ve Miszczak [14] ferro-akışkan yağlamalı kayar hidrostatik yatak için sürtünme kuvvetlerini ve sürtünme katsayısını inceledikleri bir çalışma yapmışlarıdır Yaptıkları çalışmada sürtünme katsayının eksantrikliğin artması ile azaldığını göstermişlerdir. Sun ve Changlin [15] hidrodinamik yataklarda açısal eksen kaçıklığının yatakşaft sistemi performanslarına ve sürtünme katsayısına etkilerini teorik olarak incelemişlerdir. Xie ve ark. [16], teorik ve deneysel olarak su yağlamalı bir yatak için sürtünme karakteristiğini incelemişlerdir. Yaptıkları çalışmada, sürtünme katsayısının şaft hızıyla değişimini inceleyerek, su yağlayıcı için yük ve saft hızına bağlı olarak sürtünme katsayısını ifade eden, Stribeck eğrilerini elde etmişlerdir. Sıvı yağlamalı yataklardaki sürtünme karakteristiklerinin araştırılması çalışmalarının yanı sıra, Wang ve ark. [17] basınçlı hava yataklarında, yatak iç yüzey dalgalılığının, yük taşıma katsayısına, katılığa etkilerini teorik bir çalışma ile araştırmışlardır. Ayrıca yaptıkları bu çalışmada, yüzey dalgalılığının sürtünme katsayısına etkilerini de incelemişlerdir.

Literatürde, araştırmacılar, basınçlı hava yataklı şaft sisteminin radyal boşluk miktarının [7-10], yatak boy-çap oranının [8-10], besleme sistemi özelliklerinin (besleme deliği sayısının, besleme deliği geometrisinin, besleme deliklerinin yatak üzerindeki yerleşiminin) [8] ve yatakşaft sisteminin çalışma parametreleri olan besleme basıncının, şaft dönüş hızının [9-11], performans kriterleri olarak belirledikleri, yatak yük taşıma kapasitesine, yatak katılığına ve sönüme etkilerini detaylı olarak incelemişlerdir. Ancak bu çalışmalarda, sıvı yağlayıcılı yatak-şaft sistemlerinde olduğu gibi, yatakşaft sistemi parametrelerinin sürtünme katsayısına etkileri detaylı olarak araştırılmamıştır. Bu çalışmada, radyal basınçlı hava yatağı ile desteklenmiş yatak-şaft sisteminin geometrik özelliklerinin ve çalışma parametrelerinin, sürtünme kuvveti karakteristiğine etkileri araştırılmıştır. Bu kapsamda, yatak ve rotor yüzeyleri arasındaki hava filminin hareketi Reynold's denklemi ile modellenmiştir. Buna paralel olarak, hava filmi tabakalarındaki kayma gerilmesi, Newton'un viskozite iliskisi ile birlikte ifade edilerek sürtünme kuvvetleri elde edilmiştir. Elde edilen bu matematiksel modeller sayısal olarak çözülerek, yatak yük taşıma kapasiteleri ve sürtünme kuvvetleri hesaplanmıştır. Sayısal çözümler için Matlab ortamında geliştirilen bir algoritma ile benzetimler yapılmış ve radyal boşluk miktarının, yatak boy-çap oranının ve şaft hızının sürtünme katsayısına etkileri araştırılmıştır.

#### II. Teorik Tanımlamalar ve Matematiksel Modeller

Basınçlı hava yatakları ile desteklenmiş yatak-şaft sisteminin şematik görünümü, koordinat sistemi ve besleme deliklerinin yatak üzerindeki yerleşimleri Şekil 1'de verilmiştir. Bu çalışma kapsamında yatak yük taşıma kapasitesinin hesaplanması için, yüzeyler arasındaki hava filminin hareketi Reynold's denklemi ile ifade edilerek, sürtünme kuvvetlerinin hesaplanması için de, hava filmi tabakalarındaki kayma gerilmesi, Newton'un viskozite ilişkisi ile birlikte ifade edilerek modellenmiştir.

# A. Reynold's Denklemi

Akışkan yağlamalı yataklarda, yatak ve şaft yüzeyleri arasındaki ince yağlayıcı film, şaft yüzeyine uyguladığı basınç kuvveti ile şaftı destekler. Şaft yüzeyine uygulanan bu basınç kuvvetlerinin hesaplanması için, radyal boşlukta hareket eden akışkanın basınç değişimi matematiksel olarak ifade edilerek modellenebilir. Akışkan yağlamalı yataklarda, radyal boşlukta hareket eden akışkanın basınç değişimi, yatak geometrik parametreleri ile birlikte Reynold's denklemi ile ifade edilmektedir. En genel olarak bir akışkanın yatak sınırları içerisindeki basınç değişimini ifade eden Reynold's denklemi, sıkıştırılabilir bir akışkan olan hava için çeşitli kabuller ile birlikte düzenlenip, basınçlı hava yatakları için, yatak ve şaft yüzeyleri arasındaki havanın basınç değişimi modellenebilir. Radyal bir basınçlı hava yatağı için kütle debisi ifadesi ile birlikte Reynold's denklemi Eş.1'de verilmiştir.



Şekil 1. Basınçlı hava yataklı şaft sisteminin şematik görünümü ve koordinat sistemi

$$\frac{\partial}{R\partial\theta} \left[ \frac{h^{3}p}{\mu} \frac{\partial p}{R\partial\theta} \right] + \frac{\partial}{R\partial\xi} \left[ \frac{h^{3}p}{\mu} \frac{\partial p}{R\partial\xi} \right] + 12R^{0}T^{0}\dot{m}$$

$$= 12\frac{\partial}{\partial t}(ph) + 6U\frac{\partial}{R\partial\theta}(ph)$$
(1)

burada p basıncı,  $\xi$  ve  $\theta$  silindirik koordinat eksenlerini, U şaft yüzeyinin hızını, *m* besleme deliğinden radyal boşluğa iletilen havanın kütlesel debisini,  $\mu$  viskoziteyi,  $R^0$  gaz sabitini ve  $T^0$  mutlak sıcaklığı ifade etmektedir. Eş. 1'de yer alan h yatak ve şaft yüzeyi arasındaki boşluk dağılımı fonksiyonunu ifade etmekte olup Eş. 2'deki gibi verilebilir [18].

$$h(\theta, \zeta) = c(1 + e\cos(\theta - \theta_{a})) e = \sqrt{e_{x_{1}}^{2} + e_{y_{1}}^{2}}$$
(2)

burada *c* radyal boşluk miktarını, *e* şaftın yatak içerisindeki eksantrikliğini ve  $\theta_a$  hücum açısını ifade etmektedir (Bknz. Şekil 1). Reynold's denklemi içerisinde yer alan kütle debisi, besleme deliği geometrisine ve besleme basıncına bağlı olarak değişen bir fonksiyon olup, [18]'de detaylı olarak açıklanmıştır.

#### B. Newton Viskozite İlişkisi ve Kayma Gerilmesi Bağıntısı

Akışkan film tabakaları arasındaki sürtünme kuvveti, akışkan tabaka üzerindeki gerilmelerin modellenmesi ile elde edilebilir. Bir akışkan parçacığı üzerindeki kuvvetler ve kayma gerilmeleri Şekil 2'de gösterilmiştir. Bu akışkan parçacığı üzerinde, x ekseni yönündeki kuvvet dengesi için;

$$pdydz + \left(\tau + \frac{\partial \tau}{\partial y}dy\right)dxdz = \left(p + \frac{\partial p}{\partial x}dx\right)dydz + \tau dxdz \quad (3)$$

bağıntısı yazılabilir. Burada p basıncı, r kayma gerilmesini



Şekil 2. Bir akışkan parçacığı üzerindeki basınç kuvvetleri ve kesme gerilmeleri

ifade etmektedir. Bu ifadede *dxdydz* çarpımı birim hacmi ifade etmektedir. Dolayısıyla Eş.3'de verilen ifade;

$$\frac{\partial \tau}{\partial y} = \frac{\partial p}{\partial x} \tag{4}$$

şeklinde düzenlenebilir. Bir akışkan parçacığı üzerindeki kayma gerilmesi akışkanın viskozitesi ve hızına bağlı olarak Newton'un viskozite bağıntısı ile Eş.5'deki gibi verilebilir [12].

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y} \tag{5}$$

Eş.5'de verilen ifade Eş.4'deki bağıntı ile birlikte Eş.6'daki gibi ifade edilebilir [12].

$$\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{x}} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{y}} \left( \boldsymbol{\mu} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{y}} \right) \tag{6}$$

Eş. 6'da verilen ifadenin integrali alınarak, yatak yüzeyinde, y=0 için u=0 ve şaft yüzeyinde y=h için u=U şartları için Eş.7'deki gibi ifade edilebilir.

$$\tau = \pm \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x} \frac{\mathrm{h}}{2} + \mu \frac{\mathrm{U}}{\mathrm{h}} \tag{7}$$

burada pozitif işaret, akışkanın şaft yüzeyindeki kayma gerilmesini, negatif işaret ise yatak yüzeyi üzerindeki kayma gerilmesini ifade etmektedir

Benzer şekilde diğer koordinat ekseninde kayma gerilmesi de Eş. 8'de verildiği gibi yazılabilir.

$$\tau = \pm \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}z} \frac{\mathrm{h}}{2} + \mu \frac{\mathrm{U}}{\mathrm{h}} \tag{8}$$

Eş.7 ve Eş.8'de verilen kayma gerilmesi ifadeleri radyal bir yatak için Eş.9'daki gibi çevresel ve eksenel koordinatlarda yeniden düzenlenebilir.

$$\tau_{c} = \pm \frac{dp}{Rd\theta} \frac{h}{2} + \mu \frac{U}{h}$$

$$\tau_{a} = \pm \frac{dp}{Rd\xi} \frac{h}{2}$$
(9)

#### III. Matematiksel Modellerin Sayısal Çözümleri

A. Reynold's denkleminin sayısal çözümü ve film kuvvetlerinin hesaplanması

Basınçlı hava yataklarında, yatak ve şaft yüzeyleri arasındaki hava filmi, şaft yüzeyine uyguladığı basınç kuvveti ile şaftı destekler. Dolayısıyla hava filminin basınç dağılımı elde edilirse, şaft yüzeyine uygulanan basınç kuvvetleri de hesaplanabilir, yani hava filminin basınç değişimini ifade eden Reynold's denklemi çözülerek film kuvvetleri hesaplanabilir.

Reynold's denklemi doğrusal olmayan kısmi bir diferansiyel denklem olup, sayısal yöntemler kullanılarak çözülebilir. Bu çalışma kapsamında da Reynold's denklemi Diferansiyel Dönüşüm & Sonlu Farklar hibrid sayısal çözüm metodu kullanılarak çözülmüştür. Sayısal çözüm için Reynold's denklemi türevleri alınarak düzenlenmiş ve bir k tanım bölgesinde, diferansiyel dönüşüm teorisi kullanılarak, seriler ile ifade edilmiştir. Seriler ile ifade edilen Reynold's denklemi sonlu farklar metodu ile Şekil 3'de verilen (m+1)x(n+1) düğüm noktasından çözüm gridi olusan üzerinde ayrıklaştırılmıştır. Bu çözüm gridi, silindirik bir geometriye sahip basınçlı hava yatağının bir noktasından açıldığı düşünülerek dikdörtgen bir çözüm gridi şeklinde tanımlanmıştır. Reynold's denkleminin Diferansiyel Dönüşüm & Sonlu Farklar hibrid sayısal çözüm şeması [19]'de detaylı olarak açıklanmaktadır.

Reynold's denkleminin sayısal çözümünde kullanılan başlangıç ve sınır şartları, basınç dağılım fonksiyonu  $P(\theta, \xi)$  için aşağıda sıralanmıştır.

- Basınçlı hava yatağının her iki ucu atmosfere açıktır. Dolayısıyla basınç dağılım fonksiyonu ξ=0 ve ξ=L için atmosfer basıncına eşittir.
- Radyal boşluk içerisindeki basınç dağılımı, yatak boyu merkezine göre simetriktir.
- Basınçlı hava yatağının silindirik geometrisi sebebiyle, basınç dağımı periyodiktir. Dolayısıyla basınç dağılımı fonksiyonu, yatak boyunca,  $P(\xi, \theta) = P(\xi, \theta + 2\pi)$  şeklinde ifade edilebilir.
- Reynold's denkleminin sayısal çözümünde, çözüm gridi üzerindeki basınç değerleri, başlangıçta atmosfer basıncına eşittir.

Reynold's denkleminin yukarıda verilen başlangıç ve sınır şartlarında çözümü ile elde edilen basınç dağılımının,  $P(\xi,\theta)$ , yatak boyu ve yatak çevresi boyunca integrali alınarak film kuvvetleri Eş. 10'da verildiği gibi hesaplanabilir.

$$W_{x} = p_{a}R^{2} \int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{L/R} P(\xi,\theta) \cos\theta d\xi d\theta$$

$$W_{y} = p_{a}R^{2} \int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{L/R} P(\xi,\theta) \sin\theta d\xi d\theta$$
(10)

Toplam hava filmi kuvveti;

$$W = \sqrt{W_x^2 + W_y^2}$$
(11)

şeklinde ifade edilebilir.

# B. Sürtünme kuvveti ve Sürtünme Katsayının Hesaplanması

Hava filmi tabakaları arasındaki kayma gerilmesi Eş. 9'da ifade edilmişti. Reynold's denkleminin çözümü ile birlikte elde edilen basınç dağılım fonksiyonu kullanılarak, kayma gerilmesi dağılımı ve bu dağılımın yatak boyunca ve yatak çevresince integrali alınarak sürtünme kuvveti hesaplanabilir. Kayma gerilmesi ifadesi birinci mertebeden kısmi bir diferansiyel denklem olup sonlu farklar metodu ile ayrıklaştırılabilir. Bu çalışma kapsamında kayma gerilmesi ifadesi geri farklar metodu ile Eş. 12'deki gibi Şekil 3'de verilen çözüm gridi için ayrıklaştırılmıştır.

$$\begin{split} \tau_{c} = \pm & \left(\frac{p_{i,j+1} - p_{i,j}}{R\Delta\theta}\right) \frac{h_{i,j}}{2} + \mu \frac{U}{h_{i,j}} \\ \tau_{a} = \pm & \left(\frac{p_{i+1,j} - p_{i,j}}{R\Delta\theta}\right) \frac{h_{i,j}}{2} \end{split} \tag{12}$$



Birim alandaki kayma gerilmesi fonksiyonunun,  $\tau(\xi, \theta)$ , yatak boyu ve yatak çevresince integrali alınarak sürtünme kuvvetleri Eş. 13'de verildiği gibi hesaplanabilir.

$$F_{x} = R^{2} \int_{0}^{L} \int_{0}^{2\pi} \tau_{c}(\theta, \xi) d\theta d\xi$$

$$F_{z} = R^{2} \int_{0}^{L} \int_{0}^{2\pi} \tau_{a}(\theta, \xi) d\theta d\xi$$
(13)

Eş. 11'de verilen toplam hava filmi kuvveti ve Eş. 13'de verilen sürtünme kuvvetleri ile birlikte sürtünme katsayıları Eş. 14'deki gibi verilebilir [17].

$$\mu_{x} = \frac{F_{x}}{W} \operatorname{ve} \mu_{z} = \frac{F_{y}}{W}$$
(14)

#### IV. Bulgular ve Tartışma

Basınçlı hava yatağı ile desteklenmiş bir yatak-şaft sisteminde sürtünme katsayının, yatağın geometrik parametrelerine ve çalışma koşullarına bağlı değişimleri araştırılmıştır. Bu kapsamda yatak-şaft sisteminin boyutları ve havanın termodinamik özellikleri Tablo 1'de verilmiştir.

| -   | Sembol         | Değer                      |  |  |
|---|----------------|----------------------------|--|--|
| Yatak çapı  | D              | 25 mm                      |  |  |
| Yatak boyu  | L              | 25 ve 50 mm                |  |  |
| Yatak boy-çap oranı                                     | L/D            | 1 ve 2                     |  |  |
| Besleme deliği sayısı                                   |                | 4                          |  |  |
| Radyal boşluk   | c              | 50, 75, 100, 125 ve 150 μm |  |  |
| Besleme deliği çapı                                     | do             | 3 mm                       |  |  |
| Gaz sabiti  | $R^0$          | 287,6 J/Kg.K               |  |  |
| Mutlak sıcaklık   | T <sup>0</sup> | 298,13 K                   |  |  |
| Şaft hızı   | ω              | 10000 d/d                  |  |  |
| TABLO 1. Basınclı hava yataklı şaft sistemi özellikleri |                |                            |  |  |

Yatak-şaft sistemlerinde, sürtünme katsayısının hesaplanması için, ilk olarak Reynold's denklemi çözülmüş ve hava filmi kuvvetleri ve film tabakaları arasındaki kayma gerilmesi çözülerek sürtünme kuvvetleri elde edilmiştir. Matematiksel modellerin sayısal çözümleri, 65 adet eksenel ve 97 adet çevresel düğüm noktasından oluşan çözüm gridi üzerinde

gerçekleştirilmiştir. Reynold's denkleminin sayısal

çözümünde, optimum işlemci yükü ve çözümün yakınsaması göz önünde bulundurularak, zaman adımı 1x10<sup>-3</sup> s ve yakınsama kriteri 10<sup>-6</sup> belirlenmiştir.

A. Radyal Boşluk Miktarının Sürtünme Katsayısına Etkisi

Yatak ve rotor yüzeyleri arasındaki boşluk miktarı basınçlı hava yatakları ile desteklenmiş yatak-şaft sisteminin önemli parametrelerinden biridir. Boşluk miktarının sürtünme katsayısına etkisinin araştırılması amacıyla matematiksel modeller çözülerek, farklı radyal boşluğa sahip ve yatak boy çap oranı 2 olan basınçlı hava yatakları için hava film kuvvetleri, sürtünme kuvvetleri ve sürtünme katsayıları hesaplanmıştır. Şekil 4'de xekseni yönündeki sürtünme katsayının eksantriklikle değişimi ve Şekil 5'de z-ekseni yönündeki sürtünme katsayısının eksantriklikle değişimi farklı radyal boşluklar için verilmiştir. Yatak ve şaft yüzeyleri arasındaki radyal boşluğun artması ile birlikte x- ve zekseni yönündeki sürtünme katsayısı artmaktadır. Ancak eksantrikliğin artması ile birlikte radyal boşluğun sürtünme katsayısı üzerindeki etkisi azalmaktadır Basınçlı hava yataklarında, radyal boşluk miktarının artması ile birlikte, hava film kuvvetleri azalır [18]. Dolayısıyla, akışkan tabakalar üzerindeki kuvvetlerin azalması ile birlikte, sürtünme katsayısı da artmaktadır. Benzer şekilde, basınçlı hava yataklarında, eksantriklik ile beraber film kuvvetlerinin artması, sürtünme katsavısını azaltmaktadır. Bunun yanı sıra, eksenel yönde (z-ekseni boyunca), radyal boşluktaki hava basıncı, yatak kenarlarına doğru azalarak atmosfere çıkar. Bu durumda, z-ekseni boyunca basınç profilindeki basınç değerleri arasındaki farklar da daha büyüktür. Dolayısıyla akışkan parçacığı üzerindeki kayma gerilmesi de daha büyüktür. Bu nedenle, z-ekseni ve x-ekseni yönündeki sürtünme katsayıları kıyaslandığında, akışkan film tabakaları arasındaki sürtünme katsayısı z ekseni yönünde daha büyüktür.





18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, Trabzon, 5-7 Temmuz 2017



katsayısının eksantriklik ile değişimi

#### B. Yatak boy-çap oranının sürtünme katsayısına etkisi

Yatak boy-çap oranı (L/D) basınçlı hava yataklarının performansını etkileyen bir diğer parametredir. Yatak boy-çap oranının (L/D) sürtünme katsayısına etkisinin araştırılması amacıyla, farklı L/D oranına sahip, radyal boşluğu 75 µm olan basınçlı hava yatakları için hava film kuvvetleri, sürtünme kuvvetleri ve sürtünme katsayıları hesaplanmıştır. Şekil 6'da x-ekseni yönündeki sürtünme katsayının ve Şekil 7'de z-ekseni yönündeki sürtünme katsayısının eksantriklikle değişimi farklı L/D oranları için verilmiştir. Basınçlı hava yataklarında, yatak boy-çap oranının artması ile birlikte, hava film kuvvetleri de artmaktadır. Dolayısıyla, L/D oranındaki artış ile birlikte akışkan tabakalar üzerindeki kuvvetin artması, sürtünme katsayısını azaltmaktadır. Ancak sürtünme katsayısının radyal boşluk ile değişimi ile kıyaslandığında, L/D oranının x ekseni yönündeki sürtünme katsayısına etkisinin daha baskın olduğu görülmektedir. Bunun yanı sıra sürtünme katsayısının radyal boşluk miktarı ile değişiminde olduğu gibi, akışkan film tabakaları arasındaki sürtünme katsayısı z ekseni yönünde daha büyük olduğu görülmektedir.





#### C. Şaft Hızının Sürtünme Katsayısına etkisi

Şaftın dönüş hızının sürtünme katsayısına etkisinin araştırılması amacıyla, L/D oranları 1 ve 2 olan, 75 µm radyal boşluğa sahip basınçlı hava yataklarında hava film kuvvetleri, sürtünme kuvvetleri ve sürtünme katsayıları farklı şaft dönüş hızları için hesaplanmıştır (ε=0.2). Şekil 8'de x-ekseni yönündeki sürtünme katsayının şaft hızı ile değişimi farklı L/D oranları için verilmiştir. Şaft hızının artması ile birlikte x-ekseni yönündeki, kayma gerilmesi ve dolayısıyla sürtünme kuvveti artmaktadır. Diğer taraftan, basınçlı hava yataklarında, şaft hızının artması ile birlikte aerodinamik etkilerle birlikte basınçta küçük bir artış meydana gelmektedir. Ancak bu artış kayma gerilmesindeki artıştan çok daha küçüktür. Dolayısıyla, şaft hızının artması, sürtünme katsayısını arttırmaktadır. Bunun yanı sıra, L/D oranının artması ile birlikte bu artış karakteristiği, yük taşıma kapasitesinin artması sebebiyle, değişmektedir.



#### V. Sonuçlar

Bu çalışma ile basınçlı hava yatakları ile desteklenmiş bir yatak-saft sisteminde, sistemin geometrik özelliklerinin ve şaft hızının hava filmi tabakalarındaki sürtünme katsayısına etkisi araştırılmıştır. Elde edilen sonuçlara göre, radyal boşluğun azalması, yatak boy-çap (L/D) oranının ve eksantrikliğin artması hem eksenel yöndeki hem de çevresel yöndeki sürtünme katsayısını azaltmıştır. Yani film kuvvetinin artması, eksenel ve çevresel yöndeki sürtünme katsayısını azaltmaktadır. Bunun yanı sıra yatak boy-çap oranının, çevresel yöndeki sürtünme katsayısı üzerinde daha baskın olduğu görülmüştür. Eksenel ve çevresel yöndeki sürtünme katsayıları kıyaslandığında, radyal boşluktaki akışın eksenel yönde, yatak kenarlarının atmosfere açık olması sebebiyle, daha baskın olması, eksenel yöndeki sürtünme katsayısını arttırmıştır.

#### Kaynakça

- Powell N. and Powell J. Gas Lubricated Bearings, Butterworths Publishing, London, UK, 1964.
- [2] Powell J. Design of aerostatic bearings, Machinery's Books for Engineers, Machinery Publishing Co. Ltd. UK, 1970.
- [3] Slocum A. Precision machine design, Prentice Hall, USA, 1992.
   [4] Dal A. Basınçlı hava yatağı ile desteklenmiş yatak-rotor
- [4] Dal A. Basınçlı hava yatağı ile desteklenmiş yatak-rotor sisteminin dinamik karakteristiklerinin belirlenmesi, Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara, 2014.
- [5] Stouth K. J. The effect of manufacturing variations on the performance of externally pressurized gas-lubricated journal bearings, Proc. of the Ins. of Mech. Eng. Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, 199.(4):299-309, 1985.
- [6] Zhang W. M., Zhou J-B. and Meng G. Performance and stability analysis of gas-lubricated journal bearings in MEMS, Tribology International, (44):887-897, 2011.
- [7] Cunningham R., Gunter E. and Center J. R. Critical Speeds of a Rotor in Rigidly Mounted, Externally Pressurized Air-lubricated Bearings, NASA, Technical Report, NASA-TN-D-6350, E-6134, 1971.
- [8] Majumdar B. Analysis of externally pressurized gas bearings with journal rotation, Wear 24 (1):15-22, 1973.
  [9] Lo C, Wang C. and Lee Y. Performance Analysis Of High-Speed
- [9] Lo C, Wang C. and Lee Y. Performance Analysis Of High-Speed Spindle Aerostatic Bearings, Tribology International, 38:5–14, 2005.
- [10] Chen Y., Chiu C. and Cheng Y. Influences of operational conditions and geometric parameters on the stiffness of aerostatic journal bearings, Precision Engineering 34 (4):722-734, 2010.
- [11] Xu C and Jiang S. Dynamic Analysis of a Motorized Spindle With Externally Pressurized Air Bearings, ASME. J. Vib. Acoust., 137 (4):041001-1-04100-16, 2015.
- [12] Camaron A. Basic Lubrication Theory, Ellis Horwood Ltd. Co., 3rd Edition, 1981.
- [13] Nypan L. J., Hamrock B. J., Scibbe W. H. and Anderson J. W. Optimization of conical hydrostatic journal bearing for minimum friction coefficient, NASA, Technical Report, NASA-TN-D-6371, 1971.
- [14] Frycz M and Miszczak A. The friction force and friction coefficient in the journal sliding bearing ferrofluid lubricated with different concentrations of magnetic particles, Journal of KONES Powerstrain and Transport, 18 (4), 2013.
  [15] Sun J. and Changlin G. Hydrodynamic lubrication analysis of
- [15] Sun J. and Changlin G. Hydrodynamic lubrication analysis of journal bearing considering misalignment caused by shaft deformation, Tribology International, 37 (10):841-848, 2004.
- [16] Xie Z., Rao Z. S., Liu L. and Chen R. Theoretical and experimental research on the friction coefficient of water

lubricated bearing with consideration of wall slip effects, Mechanics & Industry, 17 (1):106, 2016.

- [17] X. Wang, Q. Xu, B. Wang, L. Zhang, H. Yang, Z. Peng, Effect of surface waviness on the static performance of aerostatic journal bearings, Tribology International, 103, November 2016, 394-405,
- [18] Dal A. and Karaçay T. Dynamics of Externally Pressurized Air Bearing With High Values of Clearance, ASME. Engineering Systems Design and Analysis, Volume 2: Dynamics, Vibration and Control; Energy; Fluids Engineering; Micro and Nano Manufacturing:V002T07A009-2, 2014.
- [19] Dal A. and Karaçay T. Effects of the Surface Roughness on the Dynamics of a Rotor Supported by Aerostatic Bearing, In Proceedings of the World Congress on Engineering, 2, 2016.

# Hareket Kısıtlı Sistemlerde Viskoz ve Coulomb Sürtünme Tanılaması

Ü. Yerlikaya<sup>\*</sup> Roketsan A.Ş. Ankara

Özet—Bu çalışmada hareket kısıtlamaların olduğu sistemlerde viskoz ve Coulomb sürtünmelerin tanılanması için geliştirilen basit ve ucuz bir yöntemden bahsedilmiş ve bu yöntem bir prototip üzerinde denenmiştir. Testler sistemdeki hareket kısıtlamalarına göre farklı hızlar için oluşturulan konum profilleriyle yapılmıştır. Elde edilen verilerle negatif ve pozitif hareket yönlerinde oluşan viskoz ve Coulomb sürtünme parametreleri bulunmaktadır. Geliştirilen yöntemle sistemdeki Coulomb sürtünmenin konuma bağlı olup olmadığı ve konuma bağlı Coulomb sürtünmenin konuma göre değişimi de bulunabilmektedir.

Anahtar kelimeler: Sürtünme, Sürtünme Tanılanması, Viskoz Sürtünme, Coulomb Sürtünme, Hareket Kısıtlamalı Sistemler, Elektromekanik Kontrol Tahrik Sistemi, Servomotor, MATLAB

**Abstract**—In this study, a simple and inexpensive method is developed in order to identify viscous and Coulomb frictions in systems with motion limitations. This method is used on a prototype. A series of tests are performed using position profiles with different speeds created according to motion limits in the systems. Using the data obtained from these tests, viscous and Coulomb friction characteristics are identified for both negative and positive motion directions. The method developed can also be used to determine whether the Coulomb friction is position dependent or not and the change of Coulomb friction with the position.

Keywords: Friction, Friction Identification, Viscous Friction, Coulomb Friction, Systems with Motion Limitations, Electromencahical Control Actuation System, Servomotor, MATLAB

#### I. Giriş

Sürtünme, birbirine göre hareketli iki yüzeyin temas ettiği sistemlerde ortaya çıkmaktadır. Sürtünme birçok parametre ve değişkenden etkilenen ve hala geçerli tek bir modeli olmayan bir olgudur [1-3]. Mekanik sistemlerde sürtünmeyi azaltmak için olabildiğince önlemler alınmasına rağmen sürtünme kaçınılmaz olmaktadır. Dinamik sistemlerde sürtünme, uygulanması gereken kuvvet/tork açısından bozucu etki rolünü oynamaktadır. Bu bozucu etki kontrolcülerle telafi edilebilmektedir. Ancak, bu telafinin etkin olabilmesi için sürtünmenin karakteristiğinin iyi bilinmesini T. Balkan<sup>†</sup> Orta Doğu Teknik Üniversitesi Ankara

gerektirmektedir. Mekanik sistemlerde oluşan sürtünmeleri Coulomb, Coulomb+viskoz, Coulomb+ viskoz+statik, Stribeck sürtünme ve Dahl sürtünme olarak sınıflandırabiliriz (Şekil 1).



Şekil 1: Sürtünme Modellerinin Grafikleri a) Coulomb Sürtünmesi b) Coulomb+Viskoz Sürtünmesi c) Coulomb+Viskoz+Kalkış Sürtünmesi d) Stribeck Sürtünmesi [1-2], [5-6]

Sistem kontrolünde sürtünme nedeniyle bir çok belirsizlik oluşmaktadır. Bu belirsizlikler sürtünmenin karakteristiğinin belirlenmesi ve bu karakteristiğin "sürtünme telafisi" yöntemiyle kullanılmasıyla giderilebilmektedir [1-6]. Sistemler genelde bir kaç alt sistem veya bileşenden oluştuğundan, sistemlerdeki sürtünmeler hem bileşen hem de bu bileşenlerin etkileşimlerinden kaynaklanmaktadır. Bu nedenle, sadece bileşenlerin sürtünmelerinin bilinmesi sistemdeki toplam sürtünme karakteristiğini oluşturmak için yeterli değildir. Dolayısıyla, bu bileşenlerin bir araya getirilmesinden sonra etkileşimlerinden dolayı meydana gelen sürtünmelerin de bilinmesi gerekmektedir.

Hareket kısıtlamaların olduğu sistemlerde viskoz sürtünme parametrelerinin belirlenmesi oldukça zordur. Bunun için özel bir test düzeneği ve hareket kısıtlamalarına uygun konum profillerinin oluşturulması gerekmektedir. Bu çalışma kapsamında, tüm sistemlere ve özellikle hareket kısıtlaması olan sistemlere uygulanabilecek bir yöntem geliştirilmiştir. Bu yöntem sayesinde sistemlerin sürtünmeleri ölçülebilmekte ve sürtünme telafisi için kullanılabilmektedir.

<sup>\*</sup> umit.yerlikaya@roketsan.com.tr

<sup>&</sup>lt;sup>†</sup> balkan@metu.edu.tr

#### II. Ölçüm ve Değerlendirme Yöntemi

İki konum arasında çalışan bir mekanizmadaki sürtünme değerlerinin ölçülmesi için kurulacak test düzeneği, mekanizmanın hareket kısıtlamaları arasındaki hareketin doğrusal ya da açısal olmasına göre değişiklik gösterebilmektedir. Bu çalışmada, sistemdeki bileşenlerin sürtünmelerini ayrı ayrı incelemek yerine. mekanizmanın değişik yerlerinde oluşan çeşitli sürtünmelerin istenilen bir eksene indirgenmesi yoluna gidilmiştir.

Şekil 2'deki gibi mekanik kısıtlamaların olduğu örnek bir sistem incelenmiştir. Sistemde mekanizmalardan dolayı oluşabilecek doğrusal olmayan davranışlar ve yerçekiminin bazı hafif parçalar (çatal) üzerindeki etkisi ihmal edilmiştir. Bu sistemde, vida döndürüldüğünde somun üst mekanik kısıtlamaya sürterek ilerlemektedir. Somunun doğrusal hareketi –p ve +p konumları arasında kısıtlanmıştır. Sistemde hem somun ve vida arasında hem de somun ve üst mekanik kısıt arasında sürtünme olduğu varsayılmıştır.



Bu sürtünme değerinin ölçümü için, sistemin girdi kısmına Şekil 3'teki gibi sürtünme test düzeneği motoru bağlanmıştır.



Sürtünme test düzeneği motoru ve sürücüsü akım, hız ve konum modlarında çalışabilmektedir. Mekanik kısıtlamaların olmadığı sistemlerde hıza bağlı sürtünme değerinin bulunması için hız modunda çalışmak daha kolay olmaktadır. Fakat mekanik kısıtlamaların olduğu bu tür sistemlerde STDM (Sürtünme Test Düzeneği Motoru) konum modunda çalıştırılmalı ve konum referans profili mekanik limitler göz önüne alınarak oluşturulmalıdır. Konum profili, sürtünme değerinin bulunmak istenildiği hız değerine göre Şekil 4'teki gibi oluşturulmalıdır.

Konum profilinde sabit hız bölgeleri bulunmaktadır. Sabit hız bölgelerinde ivmelenme sıfır olacağından, ataletsal yükler bulunmayacaktır. Ayrıca, sabit hız bölgesine hızlı geçilmesi için konum profilinin ivme değerleri yüksek tutulmalıdır.



Farklı hız gereksinimleriyle oluşturulan Şekil 4'teki zamana bağlı konum referans profilleri Şekil 5'te verildiği gibi istenilen hız değerinin hem pozitif hem de negatif değerini içermelidir.



STDM sürücüsüne farklı hız değerleri için oluşturulan Şekil 4'teki konum referansları gönderilir. Bunun sonucunda, sürücüden motor konum, hız ve akım değişim verileri elde edilir.

Sabit hız bölgelerindeki ölçülen motor akım verileri kullanılarak test sistemi dahil sistemdeki toplam sürtünme değerini bulunabilmektedir. Bu sürtünme değerinden test sisteminin bilinen sürtünme değeri çıkarılarak sadece sistemin sürtünme değeri bulunabilmektedir.

Sabit hız bölgesindeki izin verilen hız hata miktarı denklem (1)'deki gibi hesaplanmaktadır. %PC hız hata yüzdesi, veri toplama sisteminize, kontrolcünüze ve kullanılan filitreye bağlı olarak değişebilmektedir.

$$v_{th} = v_c \cdot \% PC \tag{1}$$

#### Pozitif sabit hız bölgesi için

Buna göre,  $v_c$  hızı için sistemde oluşan sürtünme değeri, elde edilen verilerin işlenmesi ile bulunmaktadır. STDM'nin gerçek zamanlı hız değeri  $v_r$ 'nin denklem (2)'de verilen aralıkta olduğu indekslere denk gelen akım değerleri kullanılarak pozitif akım bölgesindeki sürtünme değeri denklem (3)'teki gibi hesaplanmaktadır.

$$(v_c - v_{th}) < v_r(i) < (v_c + v_{th})$$
 (2)

$$F_{\nu_{c}}^{+} = k_{t-STDM} \frac{\sum_{1}^{j} C_{\nu_{c}}^{+}(j)}{j} - T_{Coulomb} - T_{\nu iskoz} \nu_{c}$$
(3)

#### Negatif sabit hız bölgesi için

STDM'nin gerçek zamanlı değeri hız  $v_r$ 'nin denklem (4)'te verilen aralıkta olduğu indekslere denk gelen akım değerleri kullanılarak pozitif akım bölgesindeki sürtünme değeri denklem (5)'teki gibi hesaplanmaktadır.

$$(-v_c - v_{th}) < v_r(i) < (-v_c + v_{th})$$
<sup>(4)</sup>

$$F_{v_c}^- = k_{t-STDM} \frac{\sum_1^k C_{v_c}^-(k)}{k} + T_{Coulomb} + T_{viskoz} v_c$$
<sup>(5)</sup>

 $v_c$  hızı için oluşturulan  $P_c(t)$  konum profiliyle yapılan testler sonucunda, sırasıyla STDM konum, hız, akım ve zaman dizileri  $[P_r(i), v_r(i), C(i)$  ve T(i)] elde edilmektedir. Bu veri dizilerinden asağıda verilen MATLAB [9] programında oluşturulan basit bir döngü yardımıyla pozitif ve negatif sabit hız bölgelerine ait, zaman, hız, akım dizileri ve sonuç olarak istenilen hıza ait pozitif ve negatif yönde olmak üzere iki farklı sürtünme değeri bulunabilmektedir. Bu işlemin farklı her hız için tekrarlanması gerekmektedir. Verilen hızlara ait elde edilen negatif ve pozitif sürtünme değerleri daha sonra tek bir grafikte çizilir.

$$j = 1; k = 1;$$
  
for  $i = 1: length(v_r)$   
if  $(v_c - v_{th}) < v_r(i) < (v_c + v_{th})$   
 $C_{v_c}^+(j) = C(i)$   
 $V_{v_c}^+(j) = v_r(i)$   
 $T_{v_c}^+(j) = T(i)$   
 $j = j + 1$   
end  
elseif  $(-v_c - v_{th}) < v_r(i) < (-v_c + v_{th})$   
 $C_{v_c}^-(k) = C(i)$   
 $V_{v_c}^-(k) = v_r(i)$   
 $T_{v_c}^-(k) = T(i)$   
 $k = k + 1$ 

end

f

$$F_{v_c}^+ = k_{t-STDM} \frac{\sum_{j=1}^{j} C_{v_c}^+(j)}{j} - T_{Coulomb} - T_{viskoz} v_c$$
$$F_{v_c}^- = k_{t-STDM} \frac{\sum_{j=1}^{k} C_{v_c}^-(k)}{k} + T_{Coulomb} + T_{viskoz} v_c$$

Ölçülen sürtünme değerleri viskoz ve Coulomb sürtünme değerlerinin her ikisini de içermektedir. Elde edilen sürtünmenin Şekil 1-b'deki gibi olması beklenmektedir. Eğrilerin eğimi pozitif ve negatif yöndeki viskoz sürtünme katsayısını vermektedir. Sürtünme eğrisinde hızın sıfır olduğu sürtünme değerleri de aynı şekilde sistemin pozitif ve negatif hareket yönlerindeki Coulomb sürtünme değerlerini vermektedir.

Ayrıca sistemdeki Coulomb sürtünme değerinin konuma bağlı olarak elde edilmek istenmesi durumunda, gerçek zamanlı konum dizisi  $P_r(i)$  kullanılmaktadır. Bu durumda viskoz etkilerden etkilenmemek açısından, sürtünme testleri çok düşük  $v_c$  hız değerleri için tekrarlanır. Elde edilen sürtünme dizisi C(i)'nin elde edilen gerçek zamanlı STDM konumu  $P_r(i)$ 'ye göre çizilmesiyle Coulomb sürtünmenin konuma göre değişimi elde edilebilmektedir.

#### III. Sürtünme Testlerinin Yapılacağı Örnek Sistem

Bir önceki bölümde anlatılan yöntemler üretilen bir elektromekanik kontrol tahrik sistemi (EKTS) üzerinde uygulanmıştır (Şekil 6).



Şekil 6: Elektromekanik KTS Prototipi [7-8]

Elektromekanik KTS'nin açık gösterimi Şekil 7'deki gibidir. EKTS motoru bilyalı vidayı döndürmekte; dönen bilyalı vidadan dolayı somun ileri/geri hareket etmektedir. Somun ile çatal elemanı arasında yarıklı bir bağlantı olduğundan ileri/geri hareket eden somun çatalın dönme ekseni etrafında hareket etmesine neden olmaktadır. Çatal ve kanat birbirine sabitlenmiş olduğundan istenilen açısal kanat hareketi elde edilmektedir.



Şekil 7: Elektromekanik KTS'nin Gösterimi [7-8]

Şekil 6 ve Şekil 7'de gösterilen sistemde sürtünmenin oluştuğu yerler aşağıdaki gibidir.

- EKTS motorunun kendisinde olan
- Somun ve vida arasında
- Somun ile somunun kendi etrafında dönmemesi için somunun ilerlediği kanal arasında
- Pim ve çatal arasında
- Küresel mafsalda
- Yataklama için sistemde kullanılan rulmanlarda

Oluşacak bu sürtünmelerin birbirlerinden bağımsız ölçülmesi çok zordur. Dolayısıyla sistem komple haline geldikten sonra ölçülmesi gerekmektedir. Ayrıca EKTS'de mekanik kısıtlamalar bulunduğundan, bahsedilen yöntem ile viskoz ve Coulomb sürtünmeler ölçülmektedir.

#### Sürtünme Test Düzeneği

Tüm EKTS'deki sürtünmelerin ölçülmesi için Şekil 8'deki gibi bir sürtünme test düzeneği kurulmuştur. Testler yapılırken kanard ağırlığının ve ataletinin etkisinin görülmemesi için sürtünme test düzeneğine kanardı olmayan EKTS takılmıştır.



Şekil 8: Sürtünme Test Düzeneği [7-8]

Test motoru sürücüsü akım, hız ve konum modlarında çalışabilmektedir. EKTS'de sistem güvenliği için mekanik limitler yerleştirilmiştir. Dolayısıyla, sürtünme test motoru, somunun mekanik limitlere çarpmaması için belirli konumlarda çalışabilmektedir. Bu yüzden sürtünme test motor sürücüsü konum modunda kullanılmıştır. Sürtünme test motorunun tork sabiti, sabit sürtünme tork değeri ve hıza bağlı sürtünme katsayısı Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1: Sürtünme Test Düzeneği Motor Parametre Değerleri

| $k_{t-STDM}$        | 0.520Nm/A                   |
|---------------------|-----------------------------|
| $T_{Coulomb}$       | 0.026Nm                     |
| T <sub>viskoz</sub> | $4 \times 10^{-6} Nm/(d/d)$ |

#### IV. Sürtünme Karakterizasyonu

Tüm elektromekanik kontrol tahrik sistemindeki mevcut Coulomb sürtünme torku ve viskoz sürtünme tork katsayısının bulunabilmesi için bir dizi testler yapılmıştır. İstenilen farklı hızlar için mekanizmadaki mekanik kısıtlamalar göz önünde bulundurularak konum profilleri oluşturulmuştur.

#### A. Viskoz Sürtünme

Viskoz sürtünme testlerinde, sürtünme motorunun belli bir hızlarda sürülmesiyle bu hızlardaki sürtünme torkları hesaplanmıştır. Bu test 11 farklı hız için (50, 100, 200, ..., 1000 d/d) tekrarlanmıştır. Testler sonucunda elde edilen ham verilerle çizilen bazı grafikler Şekil 9, Şekil 10 ve Şekil 11'de verilmiştir.

18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, Trabzon, 5-7 Temmuz 2017



Şekil 9: Sürtünme Test Düzeneği Motoru Hız ve Akım Değişim Grafiği ( $v_c = 50 \ d/d$ )



Şekil 10: Sürtünme Test Düzeneği Motoru Hız ve Akım Değişim Grafiği ( $v_c = 500 \ d/d$ )



Şekil 11: Sürtünme Test Düzeneği Motoru Hız ve Akım Değişim Grafîği ( $v_c = 1000 \ d/d$ )

Bu grafiklerde  $v_r(i)$  ve C(i) dizileri zaman dizisi, T(i)'ye göre çizilmiştir. Örnek olması açısından Şekil 9'da verilen 50 d/d hız için yapılan test verileri bahsedilen yönteme göre işlendikten sonra elde edilen pozitif ve negatif sabit hız bölgesine ait sürtünme değişim grafikleri Şekil 12 ve Şekil 13'teki gibidir.

Testlerde kullanılan kontrolcü ve filitreye göre %PC değeri % 5 seçilmiştir. Buna göre 50 d/d için yapılan test verilerinde pozitif sabit hız bölgesi [47.5, 52.5] d/d olmaktadır. Bu aralık negatif sabit hız bölgesi için [-52.5, -47.5] d/d'dir.



Şekil 12 ve Şekil 13'te sürtünme değerlerinde dalgalanmalar meydana geldiği görülmektedir. Columb sürtünmenin sabit ve konuma göre değişmediği bir sistemde sürtünme değerinin sabit hız bölgelerinde sabit olması beklenmektedir. Fakat Coulomb sürtünmenin konuma göre değiştiği durumda bu dalgalanmalar oluşmaktadır. Sistem sabit hız bölgesinde olsa bile, farklı konumlardan geçmektedir. Farklı hızlar için yapılan testler sonucunda elde edilen verilerin işlenmesi ile EKTS'nin sürtünme karakteristiği Şekil 14'teki gibi elde edilmiştir. Şekil 12 ve Şekil 13'teki dalgalanmalar Şekil 14'te bir bant şeklinde oluşmuştur. Bu bandın daralması veya genişlemesi, Coulomb sürtünmesinin konuma göre değişmesinden kaynaklanmaktadır.

18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, Trabzon, 5-7 Temmuz 2017



Testin yapıldığı bir hıza ait sürtünme değeri, sabit hız bölgelerindeki sürtünme değerlerinin ortalaması alınarak bulunmaktadır (denklem (3) ve (5)).



Şekil 15'te verilen sürtünme hız grafiğinin her iki bölgesine eğri uydurularak, sistemdeki viskoz sürtünme katsayısı ve Coulomb sürtünme değeri Tablo 2'deki gibi bulunmuştur.

| Tablo 2: EKTS | Sürtünme | Değerleri |
|---------------|----------|-----------|
|---------------|----------|-----------|

| Pozitif Hareket Yönündeki Viskoz Sürtünme<br>Katsayısı | $0.00235 \ \frac{Nm}{d/d}$ |
|--|----------------------------|
| Pozitif Hareket Yönündeki Coulomb<br>Sürtünme Torku    | 0.5174 Nm                  |
| Negatif Hareket Yönündeki Viskoz Sürtünme<br>Katsayısı | $0.00226 \ \frac{Nm}{d/d}$ |
| Negatif Hareket Yönündeki Coulomb<br>Sürtünme Torku    | -0.4885 Nm                 |

Yapılan sürtünme testleri sonucunda EKTS sürtünme değerleri Tablo 2'deki gibi elde edilmiştir. Her iki hareket yönündeki viskoz sürtünme katsayıları yaklaşık aynıdır. Coulomb sürtünmesinin hareket yönüne göre farklılık göstermesi de sürtünmenin konuma göre değişiyor olmasından kaynaklanmaktadır. Sürtünme testleri tüm EKTS komplesi üzerinde ve motor ekseninde yapıldığından sistemdeki tüm sürtünmeler motor eksenine indirgenmiş olmaktadır.

#### B. Coulomb Sürtünme

Mekanik parçaların yüzeyinde oluşabilecek pürüzlerden dolayı Coulomb sürtünme değeri her konumda aynı olmayabilmektedir. Dolayısıyla, bu sürtünme değerini konum ve yöne bağlı bulmak daha doğru sonuç vermektedir. Coulomb sürtünme torkunu bulurken viskoz ve ataletsel etkilerden etkilenmemek için STDM düşük ivme ve hız değerleriyle oluşturulan konum profilleriyle sürülmüştür. Ayrıca konum profil mekanik kısıtlamalar göz önünde bulundurularak oluşturulmuştur.



Mekanik kısıtlardan dolayı -1500 ve 1500 derece konumları arasında 25 d/d hız ile oluşturulan konum profili ile yapılan sürtünme testi sonucunda motor akım ve konum değişimi Şekil 16'daki gibi elde edilmiştir. Çok düşük hızlarda bile motor akımında dalgalanmalar meydana gelmektedir. Elde edilen verilerin işlenmesiyle Coulomb sürtünme torkunun motor açısal konumuna göre değişimi Şekil 17'deki gibi elde edilmiştir. Motor eksenine indirgenmiş Coulomb sürtünme torkunun, motor konumuna göre değişiminden, mekanizmadaki kinematik bağlantılar kullanılarak, torktan kuvvete, konumundan motorun açısal somunun doğrusal konumuna vs. geçiş yapılabilir.

Gerçek zamanlı sürtünme testleri oda sıcaklığında yapılmıştır. Sıcaklığın sürtünmeye etkisinin incelenmesi adına farklı ortam sıcaklıklarında aynı testlerin yapılması yararlı olacaktır.



Bildiri genelinde kullanılan sembollerin tanımları Tablo 3'te verilmiştir.

| Tabio 5. Termiterin Açıklamaları ve Kisaltma Tammarı |  |  |  |  |  |
|--|--|--|--|--|--|
| $v_c$  | Sürtünmenin ölçülmek istendiği hız değeri (±)  |  |  |  |  |
| $v_{th}$   | Sabit hız bölgesindeki izin verilen hız hata miktarı   |  |  |  |  |
| %PC  | Sabit hız bölgesindeki hız hata bandı yüzdesi  |  |  |  |  |
| $P_c(t)$   | v <sub>c</sub> hız değeri için pozitif ve negatif sabit hız<br>bölgelerinin kapsandığı zamana bağlı konum dizisi |  |  |  |  |
| i  | Tüm verilerin kapsandığı indeks  |  |  |  |  |
| j  | Pozitif sabit hız bölgesine ait verilerin indeksi  |  |  |  |  |
| k  | Negatif sabit hız bölgesine ait verilerin indeksi  |  |  |  |  |
| $P_r(i)$   | $P_c(t)$ konum referansı sonucunda STDM'nin gerçekleşen konum değişim dizisi                                     |  |  |  |  |
| $v_r(i)$   | P <sub>c</sub> (t) konum referansı sonucunda STDM'nin<br>gerçekleşen hız değişim dizisi                          |  |  |  |  |
| C(i)   | P <sub>c</sub> (t) konum referansı sonucunda STDM'nin gerçek<br>zamanlı akım değişim dizisi                      |  |  |  |  |
| T(i)   | $P_c(t)$ konum referansı sonucunda elde edilen zaman dizisi  |  |  |  |  |
| $V_{v_c}^+(j)$                                       | v <sub>c</sub> hız değeri için pozitif sabit hız bölgesindeki STDM gerçek zamanlı hız değişim dizisi             |  |  |  |  |
| $V_{v_c}^-(k)$                                       | $v_c$ hız değeri için negatif sabit hız bölgesindeki STDM<br>hız değişim dizisi                                  |  |  |  |  |
| $T^+_{v_c}(j)$                                       | Pozitif sabit hız bölgesinde $V_{v_c}^+(j)$ hızlarına ait zaman dizisi   |  |  |  |  |
| $T_{v_c}^{-}(k)$                                     | Negatif sabit hız bölgesinde $V_{\nu_c}^{-}(k)$ hızlarına ait zaman dizisi                                       |  |  |  |  |
| $C_{v_c}^+(j)$                                       | Pozitif sabit hız bölgesinde $V_{v_c}^+(j)$ hızlarına ait gerçek<br>zamanlı akım dizisi                          |  |  |  |  |
| $C^{v_c}(k)$   | Negatif sabit hız bölgesinde $V_{\nu_c}^{-}(k)$ hızlarına ait gerçek zamanlı akım dizisi                         |  |  |  |  |
| k <sub>t-STDM</sub>                                  | STDM Tork Sabiti   |  |  |  |  |
| T <sub>Coulomb</sub>                                 | STDM Sabit Sürtünme Torku  |  |  |  |  |
| $T_{viskoz}$   | STDM Hıza Bağlı Sürtünme Katsayısı   |  |  |  |  |

Tablo 3: Terimlerin Açıklamaları ve Kısaltma Tanımları

#### V. Sonuçlar

Mekanik kısıtlamaların olduğu sistemlerde özellikle viskoz ve Coulomb sürtünme ölçümlerinde kullanılabilecek bir yöntem geliştirilmiştir. Bu yötem ile örnek bir sistem üzerinde sürtünme testleri yapılmıştır. Testler sonucunda tüm sistemdeki viskoz ve Coulomb sürtünme değerleri bulunmuştur. Bu yöntemin örnek bir prototipte uygulanmasıyla Coulomb sürtünmesinin konuma bağlı olup olmadığı anlaşılmış ve Coulomb sürtünmesinin konuma göre değişimi elde edilmiştir. Sürtünmenin ölçüldüğü eksende parçalar üzerinde yer çekiminden dolayı oluşacak yükler konuma göre hesaplanıp, daha sonra konuma göre ölçülen sürtünme değerinden çıkartılarak daha doğru bir sonuç elde edilebilir. Bunun yapılabilmesi için ise yöntemin geliştirilmesi ve sabit hız bölgelerinde sadece sistemin hızana değil aynı zamanda konumuna da bakmak gerekecektir.

#### Teşekkür

Bu çalışmanın gerçekleşmesi için her türlü desteği veren Roketsan A.Ş'ye ve Orta Doğu Teknik Üniversitesi'ne teşekkür ederiz.

#### Kaynakça

- C. Iurian, F. Ikhouane, J. Rodellar, R. Grino, "Identicifation of a system with dry friction", Institut d'Organitzacio I Control de Sistemes Industrials, Universitat Politecnica de Catalunya, 2005
- [2] I.Virgala, M. Kelemen (2013), "Experimental Friction Identification of a DC Motor", International Journal of Mechanics and Applications.
- [3] I. Pazdera, "Friction Models in Servodrives", Doctoral Degree, Faculty of Electrical Engineering and Communication, Brno University of Tecnology, 2007
- [4] H. Olsson, K.J. Åström, C. Canudas de Wit, M. Gäfvert ve P. Lischinsky (1998), "Friction Models and Friction Compensation", European Journal of Control, 4, 176-195.
- [5] Sincar, E., (2013), "Friction Identification and Compensation in Stabilized Platforms" Yüksek Lisans Tezi, ODTÜ, Ankara, Türkiye
- [6] Sincar, E., Balkan, T., Platin, B. E., "Compensation of Friction Effects in Gyro Stabilized Motion Platforms" 2015 American Control Conference (ACC 2015), Chicago, USA, July 1-3, 2015
- [7] Yerlikaya, Ü., (2016), "Dynamic Modeling and Control of An Electromechanical Control Actuation System" Yüksek Lisans Tezi, ODTÜ, Ankara, Türkiye
- [8] Yerlikaya, Ü., Balkan, T., (2016), "Elektromekanik Kontrol Tahrik Sisteminin Matematiksel Modellenmesi ve Kontrolü" Türkiye Robotbilim Konferansı (ToRK), İstanbul, Türkiye
- [9] MATLAB, Erişim: 17 Şubat 2017, www.mathworks.com

# Şekil Kapalı Sürekli Değişken Çevrim Oranına Sahip Transmisyon Sistemlerinin Kıyaslanması ve Değerlendirilmesi

Coşkun KILIÇ\* Marmara Üniversitesi coskun57klc@gmail.com Ertuğrul TAÇGIN Marmara Üniversitesi ertugrul.tacgin@marmara.edu.tr Pouya Abdolhosseinvand FANİD Marmara Üniversitesi pouyafanid@yahoo.com

# Özet

Bu çalışmada şekil kapalı, sürekli değişken çevrim oranına sahip hareket iletim mekanizmaları değerlendirilmiştir. Her birisi tek çevrimli 3 adet temel kol mekanizmanın kombinasyonlarından oluşan hareket iletim sistemleri, toplamda 2 çevrimli kol mekanizmaları şeklinde tasarlanmışlardır. Tasarlanan mekanizmaları çevrim oranı aralıkları açısından ve bağlama açısı değerleri bakımından değerlendirilmiştir. Mevcut sürekli değişken çevrim oranına sahip şekil kapalı hareket iletim mekanizmalarına ilave olarak aynı özelliklerde alternatif mekanizmaların dikkate alınabilecekleri vurgulanmıştır.

# Anahtar kelimeler: Sürekli değişken aktarımlı iletim, mekanizmalar, şekil kapalılık.

#### Abstract

In this study, form closure motion transmission mechanisms with continuous variable cycle rate are created and evaluated. These motion transmission systems are designed as two-loop linkage mechanisms which consists of combination of three basic linkage mechanisms with a single cycle. These mechanisms have been evaluated using ratio ranges and transmission angle values in both loops. It has been emphasized that alternative mechanisms may also exist in addition to the already existing form closure variable transmission mechanisms.

# Keywords: Continuously variable transmissions, mechanisms, form closure.

# I. Giriş

Aktarım sistemlerinde kullanılan dişli mekanizmalarındaki çevrim oranlarının sabit olmasının getirdiği sakıncalardan dolayı sürekli değişken aktarım (SDA) sistemleri ortaya çıkmıştır[1]. SDA sistemi başlangıçta değişken çaplı kasnak sistemi ile ortaya çıkmış[2], silindir tabanlı aktarım sistemi [3], hidrostatik aktarım sistemi[4] olarak gelişmeye devam etmiştir. Vites kutusu hacmini azaltma gibi amaçlar ile konik dişli aktarım sistemi geliştirilmiş [5], sürtünmeyi minimuma indirmek için manyetik aktarım sistemleri ortaya çıkmıştır [6]. Aktarım sistemlerinin hepsi kuvvet kapalı olarak üretilmiş ve sürtünme kuvveti ile aktarım sağlanmıştır.

Bu çalışmada, alternatif bir tasarım olan, sürekli değişken aktarımlı şekil kapalı kol mekanizmalarının oluşturulması, çevrim oranı aralığı ve bağlama açılarının uygunluklarını değerlendirmek hedeflenmiştir.

# II. Sürekli Değişken Aktarım Sistemi Mekanizmalarında Kuvvet Kapalılık ve Şekil Kapalılık

Mekanizma uzuvlarındaki temasın tüm hareket boyunca devamının sağlanması ya kuvvet alanı etkisiyle veya geometrik şekiller kullanılarak sağlanmaktadır. Bu mafsal tiplerine sırasıyla kuvvet kapalı ve şekil kapalı mafsallar adı verilmektedir. Kuvvet kapalı sistemlerde hareket sürtünme kuvvetine dayalıdır. Parçalar arasında oluşturulan sürtünme kuvveti yardımıyla hareket iletimi sağlanır. Dolayısıyla, bu tür bağlantılarda sürtünme vazgeçilmez bir gerekliliktir.

Kinematik çiftlerin geometrik şekillerinden dolayı uzuvlar arasında devamlı temas sağlanıyor ise, bu tür bağlantılar şekil kapalı olarak adlandırılır. Şekil kapalı bağlantılarda bir kinematik eleman diğerini kavrar, dolayısıyla hareket boyunca temasın kopmasına izin vermez. Şekil kapalı sistemlerde sürtünme kuvveti eser seviyeye indirilir; dolayısıyla bu mekanizmaların hiçbir mafsalında sürtünme istenmez.

Günümüzde kullanılan SDA sistemleri tasarım kolaylığından dolayı genellikle kuvvet kapalı olarak tasarlandıklarından sürtünme kuvveti kullanırlar. SDA iletim sistemi kullanan birçok araç bulunmasına rağmen şekil kapalı SDA kullanan bir araca rastlanmamıştır [7]. Mesela, Nissan ve Honda araçlarının bazı modellerinde kullanılan kuvvet kapalı SDA mekanizmaları Şekil 1 de gösterilmiştir. Hâlbuki bu tür transmisyon sistemleri birçok sakınca barındırmaktadır; mesela, iletilecek güç arttıkça kayısın kayma riski de artmaktadır. Ayrıca, sekil 1'de kullanılan değişken çaplı SDA kasnakları, iletim kayışına yanal baskı kuvveti uyguladıkları için kayışta yıpranma ve kopma sorunları söz konusudur. Sürtünme etkisi altında kalan parçaların zamanla aşınması ve yapamaz hale gelmesi kuvvet kapalı islevini mekanizmalarda kaçınılmazdır.

\*Yazışmadan sorumlu yazar



Şekil 1. Honda firmasının kullandığı SDA mekanizması [8].

# III. Şekil Kapalı SDA Mekanizmaları

Bu çalışmada SDA şekil kapalı transmisyon sistemi olarak iki çevrimli kol mekanizmaları değerlendirilmiştir. Yapılan çalışmada kranktan gelen dönme kuvveti çubuk mekanizmalarıyla(şekil kapalı olarak) aksa aktarılmıştır. Seçilen iki çevrimli kol mekanizmaları, şekil 2a, 2b ve 2c gösterilen 3 adet tek çevrimli temel mekanizmaların kombinezonlarından oluşturulmuştur.



Şekil 2a. Dört Çubuk Mekanizması

Şekil 2a'daki kompleks vektör tanımları aşağıdaki gibi yapılabilir.

$$\overrightarrow{A_0B_0} = a_0 e^{ixa0} ; \overrightarrow{A_0A} = a_1 e^{ixa1} ;$$
  
$$\overrightarrow{AB_0} = \overrightarrow{A_0B_0} - \overrightarrow{A_0A} = a_0 e^{ixa0} - a_1 e^{ixa1}$$

Bu tanımlar cinsinden diğer parametreleri ifade etmek için ABB<sub>0</sub> üçgeninde kosinüs teoremi kullanılabilir.

$$Cos\beta = \frac{|AB_0|^2 + a_2^2 - a_3^2}{2xa_2x|AB_0|} ; \qquad a_2 = \beta + < \overrightarrow{AB_0}$$

 $a_3e^{ixa_3} = a_1e^{ixa_1} + a_2e^{ixa_2} - a_0e^{ixa_0}$ İfadesinde sağ taraf bilinenler cinsinden olduğu için buradan  $\alpha_3$  bulunur. Dolayısıyla, bağlama açısı (µ) elde edilmiş olur.  $\mu = \alpha_3 - \alpha_2$ 



Şekil 2b. Krank Biyel Mekanizması

Şekil 2b'deki parametreler verilenler cinsinden aşağıdaki gibi bulunabilir.

$$\beta = Sin^{-1} \left(\frac{e + a_1 x Sina_1}{a_2}\right)$$

$$a_0 = [e^2 + (a_1 x Cosa_1 + a_2 x Cos\beta)^2]^{1/2}$$

$$a_0 = Tan^{-1} \left(\frac{e}{a_1 x Cosa_1 + a_2 x Cos\beta}\right)$$

$$a_2 = 2\pi - \beta ; \qquad \mu = \frac{\pi}{2} - \beta$$
Im
$$A_0$$
Re
$$B_0$$
Re
$$B_0$$
Re

Şekil 2c. Ters Kol Kızak Mekanizması

Şekil 2c'deki parametreler verilenler cinsinden aşağıdaki gibi bulunabilir.

$$\beta = Sin^{-1}(\frac{e}{a_0})$$
$$\gamma = Tan\left(\frac{a_1 x Sin(\beta + a_1)}{a_0 - a_1 x Cos(\beta + a_1)}\right)$$



Şekil 2d. Düz Kol Kızak Mekanizması

Şekil 2d'deki parametreler verilenler cinsinden aşağıdaki gibi bulunabilir.

$$\beta = Sin^{-1}(\frac{e}{a_0})$$

$$a_2^2 = a_0^2 + a_1^2 - 2a_0a_1xCos(a_1 + \beta)$$

Bu ifadeden a1 çekilirse;

$$a_{1} = [a_{2}^{2} - a_{0}^{2} + a_{0}^{2}xCos^{2}(a_{1} + \beta)]^{\frac{1}{2}} + a_{0}Cos(a_{1} + \beta)$$
$$\gamma = Cos^{-1} \left(\frac{a_{1}^{2} - a_{0}^{2} - a_{2}^{2}}{a_{1}xa_{2}}\right)$$
$$a_{2} = a_{1} + \gamma + \pi$$
$$\mu = \frac{\pi}{2} - a_{1} - \beta - \gamma$$

Tek çevrimli bu temel mekanizmaların tüm ikili kombinezonları kullanılarak 12 adet SDA mekanizması oluşturulmuştur. Bu mekanizmalarda 3 adet mesnet mafsalından (şekil 3'te gösterilen) her iki çevrimin ortak destek mafsalı, kontrollü bir şekilde hareketli hale getirilerek SDA mekanizmasının giriş-çıkış çevrimli oranı değişken hale getirilmiştir. Bu tasarımda ortak destek mafsalının yörüngesi dairesel olma hali literatürde bilinen ve kullanılan bir SDA mekanizmasıdır [9].

Oluşturulan 12 adet SDA mekanizması arasından en uygun mekanizmanın seçiminde giriş-çıkış arasındaki değişken çevrim oranı aralığı ve her iki çevrimde hareket boyunca oluşan minimum bağlama açıları kriter olarak kullanılabilir.



Şekil 3. Her iki çevrimin ortak destek noktasının yeri değiştirilerek giriş-çıkış çevrim oranının değişken hale getirilmesi.

Şekil 3'deki mekanizmada her bir çevrim oranı aşağıdaki gibi elde edilmiştir.

$$\frac{\dot{a}_3}{\dot{a}_1} = \frac{a_1}{a_3} \frac{Sin(a_2 - a_1)}{Sin(a_2 - a_1)}$$
$$\frac{\dot{a}_5}{\dot{a}_3} = \frac{a_3}{a_5} \frac{Sin(a_4 - a_3)}{Sin(a_4 - a_5)}$$

Dolayısıyla, iki çevrimli bu mekanizmada B<sub>0</sub> destek bağlantısının yeri kontrollü olarak değiştirilerek  $\dot{a}_5/\dot{a}_1$ giriş çıkış çevrim oranı aşağıdaki gibi değişken hale getirilmiş olur.

$$\frac{\dot{a}_5}{\dot{a}_1} = \frac{a_1}{a_5} \frac{Sin(a_4 - a_3)}{Sin(a_4 - a_5)} \frac{Sin(a_2 - a_1)}{Sin(a_2 - a_1)}$$

Ayrıca şekil 2a,2b,2c ve 2d'de gösterilen tek çevrimli temel mekanizmalardan oluşturulan iki çevrimli değişken çevrim oranlı mekanizmaların çevrim oranı ifadeleri benzer şekilde elde edilebilir.

# IV. Şekil Kapalı SDA Sistemlerinin Değerlendirilmesi ve Karşılaştırılması

Bu çalışmada, en düşük çevrim miktarı ile en yüksek çevrim miktarını oranladığımızda ortaya çıkan değer değerlendirme kriteri olarak kabul edilmiştir. Oluşturulan 12 adet SDA mekanizması için, çıkış uzvu dönme açıları ve giriş-çıkış uzuvları arasındaki çevrim oranı aralıkları Tablo 1'de verilmiştir. Bu tabloda, krank-biyel mekanizmasındaki çıkış hareketi dönme olmadığı için, krank-biyel mekanizması içeren mekanizmalar hesaplamaya dâhil edilmemiştir.

| Mekanizmalar                        | Çizgi şekiller | Maksimum<br>, Minimum<br>çıkış açıları | Çevrim<br>oranı |
|-------------------------------------|----------------|--|-----------------|
| 4 çubuk-<br>4 çubuk                 |                | 244,8<br>1,22                          | 200,2<br>8      |
| 4 çubuk-<br>kol kızak               |                | 54,2<br>8,1                            | 6,69            |
| 4 çubuk-<br>ters kol kızak          |                | 66,8<br>2,4                            | 27,84           |
| 4 çubuk-<br>krank biyel             |                | -                                      | -               |
| Ters kol<br>kızak-<br>4 çubuk       |                | 29,4<br>1,8                            | 16,29           |
| Ters kol<br>kızak-ters kol<br>kızak |                | 322,8<br>15,6                          | 20,64           |
| Ters kol<br>kızak-kol<br>kızak      |                | 360<br>11,3                            | 31,87           |
| Ters kol<br>kızak-krank<br>biyel    |                | -                                      | -               |
| Kol kızak-<br>4 çubuk               |                | 180<br>33,8                            | 5,32            |
| Kol kızak-<br>ters kol kızak        |                | 33,69<br>5,4                           | 6,24            |
| Kol kızak-<br>kol kızak             |                | 90<br>11,1                             | 8,11            |
| Kol kızak-<br>krank biyel           |                | -                                      | -               |

Tablo 1. Çevrim Oranları

Çevrim oranının en büyük olmasını kriter olarak aldığımızda, 4 çubuk-4çubuk mekanizması en uygun seçim olarak öne çıkmaktadır. Ölçülendirme asamasında, giriş çubuğunun uzunluğu 1 mm olarak seçilmiş ve bir döngü oluşturulmak suretiyle diğer uzuvların ölçüleri bir algoritma kullanılarak hesaplanmıştır. Kullanılan algoritma, uzuv ölçüleri ve mesnet kaydırma miktarı değişken olarak tanımlanıp, maksimum çevrim oranını Şekil verecek şekilde tasarlanmıştır. 3'deki mekanizmanın uzuv boyutları olarak verilen Tablo-2 deki değerler bu algoritma sonucu elde edilmişlerdir. Ölçümlerde hesap kolaylığı adına 1.uzuv ölçüsü 1mm olarak alınmıştır. Bu değerlerle oluşturulmuş mekanizmalarda, bağlama açılarının birinci çevrim için 2-90 dereceler arasında ikinci çevrim için 0-90 dereceler arasında kaldığı gözlenmiştir. Giriş-çıkış çevrim oranı düşürülerek bağlama açılarının arttırılması mümkündür. Mesela, giriş-çıkış çevrim oranı 35'e düşürüldüğünde, birinci ve ikinci çevrimlerdeki bağlama açılarının sırasıyla 10°-60° ve 50°-90° aralıklarında kaldıkları belirlenmiştir.

| Uzuv                                       | Ölçüm (mm) |  |  |
|--|------------|--|--|
| al   | 1          |  |  |
| a2   | 2,2        |  |  |
| a3   | 2,4        |  |  |
| a4   | 3          |  |  |
| a5   | 2          |  |  |
| f  | 1,3        |  |  |
| g  | 1,5        |  |  |
| 2.mesnet x ekseni<br>uzaklaştırması        | 1,6        |  |  |
| 2.mesnet y ekseni                          | 1,8        |  |  |
| Tablo 2. 4 Cubuk Mekanizması Uzuv Ölcüleri |            |  |  |

Bağlama açılarının uygunluğu hesaplanırken, çevrim oranı, şu an piyasada kullanılan vites sistemlerine uygun olarak tasarlanmıştır.

## V. Prototip Olarak Üretilen Şekil Kapalı SDA Mekanizmaları

Tablo1'de üretilen SDA mekanizmalarından çevrim oranı en yüksek durumda görünen ilk sıradaki 4 çubuk-4 cubuk mekanizması ile ücüncü sıradaki 4 cubuk-ters kol kızak mekanizması prototip olarak seçilip üretilmişlerdir. Üretilen 4 çubuk-4 çubuk mekanizması Şekil 4'de görülmektedir. Prototip 4çubuk-4 çubuk mekanizmasının uzuv boyutları, maksimum çıkış açısının (72°) minimum çıkış açısına (9°) oranı olan, çevrim oranı 8 olacak şekilde ayarlanmıştır. Çevrim oranını değişken hale getiren ayarlanabilir sabit mesnedin yörüngesi, şekilde görüldüğü gibi, dairesel olarak tasarlanmıştır. Daire yayının iki ucunu birleştiren doğrusal bir yörünge de alternatif bir tasarım olarak değerlendirilmekte olup bu iki mekanizmanın performans karşılaştırması çalışmaları devam etmektedir. Hedeflenen minimum bağlama açılarını sağlayan 4 çubuk-4 çubuk SDA mekanizmalarının tespiti çalışmaları tamamlanmış durumdadır.



Şekil 4. 4 çubuk-4 çubuk mekanizması

Prototip olarak üretilen 4 çubuk-ters kol kızak şekil kapalı SDA mekanizması Şekil 5'de görülmektedir. Bu mekanizmadaki değişken çevrim oranı, her iki çevrimin ortak mafsalının yatay yörüngedeki hareketi ile (şekil 5'deki yatay yarık boyunca olan hareketi ile) sağlanmaktadır. Uzuv boyutlarının hedeflenen çevrim oranları ve bağlama açıları ile ilişkileri çalışmaları ve mekanizmaların performans değerlendirmeleri çalışmaları devam etmektedir.



Şekil 5. 4.çubuk-ters kol kızak mekanizması

#### VI. Sonuç

Günümüzde yaygın olarak kullanılan değişken çevrimli güç iletim sistemleri, birçok dezavantajlarına rağmen, sürtünme kuvvetine dayalı olarak çalışan kuvvet kapalı sistemlerdir. Diğer taraftan şekil kapalı sistemler sürtünmeye dayalı iletimin dezavantajlarını barındırmazlar. Literatürde şekil kapalı SDA sistemi olarak sadece 4 çubuk-4 çubuk mekanizmasının üretilip kullanıldığı görülmüştür. Hâlbuki birçok farklı şekil kapalı SDA mekanizmasının tasarlanıp üretilmesi mümkündür. Bu çalışmada 12 adet 2 çevrimli SDA mekanizması önerilmiştir. Önerilen bu mekanizmalar birçok farklı SDA potansiyeli barındırmakta olup bunların detaylı olarak değerlendirilmeleri gerekmektedir. Bunlardan 2 tanesi, 4 çubuk-4 çubuk ve 4 çubuk-ters kol kızak mekanizmaları prototip olarak üretilip değerlendirilmiştir. Bunlara ilave olarak, 3 çevrimli mekanizmalar da üretilerek çok daha fazla sayıda potansiyel SDA mekanizması tasarlamak mümkündür.

#### Kaynakça

- FAWICK T. L., Transmission with gears, 1,987,897, Jan.15,1935
- [2] Starkey John M. Manas Enrico N., Roller Variator for Actuating Continuously Variable Transmissions, U.S.7,980,972B1 Jul.19,2011
- [3] Mason Poul J. –Kanouse Mark A., Floating Cone CVT, U.S. 6,824,496B2, Nov.30,2004
- [4] Yoshida Yoshihiro –Kanno Yoshihisa, Hydrostatic CVT, US 2005/0198953, Sep.15,2005
- [5] Troester Thomas F., Continuously Variable Transmissions with Epicyclic Constant Mesh Gearing, 4,680,985, Jul.21,1987
- [6] West Martin, Electromagnetic CVT, U.S. 8,653,677 B2, Feb.18,2014
- [7] <u>https://en.wikipedia.org/wiki/List\_of\_automo</u> <u>biles\_with\_continuously\_variable\_transmissi</u> <u>ons</u>
- [8] <u>http://world.honda.com/automobile-</u> <u>technology/CVT/</u>
- [9] <u>http://www.zero-max.com/adjustable-speed-</u> <u>drives-c-21-l-en.html</u>

# Elektromekanik Kontrol Tahrik Sistemlerinde Coulomb Sürtünme Telafisi Yöntemiyle Bant Genişliğinin Arttırılması

Ü. Yerlikaya<sup>\*</sup> Roketsan A.Ş. Ankara T. Balkan<sup>†</sup> Orta Doğu Teknik Üniversitesi Ankara

Özet—Bu çalışmada, Coulomb sürtünme telafisi yöntemiyle bir elektromekanik kontrol tahrik sisteminin bant genişliğinin arttırılması hedeflenmiştir. Tahrik sistemi, bir firçasız doğru akım motoru, bilyalı vida ve kaldıraç mekanizmasından oluşmaktadır. Sistemin hem doğrusal hem de doğrusal olmayan matematiksel modeli elde edilmiştir. Doğrusal olmayan model, üretilen bir prototipe uygulanan gerçek zamanlı testlerle doğrulanmıştır. Prototipin sürtünme karakterizasyonu vapılarak, viskoz sürtünme tork katsavısı ve kanard açısal konumuna bağlı Coulomb sürtünme torku elde edilmiştir. Bulunan Coulomb sürtünme tork profili daha sonra sürtünme telafisi olarak gerçek zamanlı testlerde kullanılmıştır. Sonuc olarak Coulomb sürtünme telafisi vöntemiyle sistemin bant genişliğinin %12 arttırılabildiği görülmüştür.

Anahtar kelimeler: Kontrol Tahrik Sistemi, Elektromekanik Eyleyici, Kanard, Fırçasız Doğru Akım Motor Kontrolü, Sürtünme Telafisi, Bant Genişliği, Bant Genişlik Frekansı, PID

**Abstract**—In this study, a bandwith increase is aimed in a electromechanical control actuation system by using Coulomb friction compensation technique. The actuation system is composed of a brushless direct current motor, ball screw and lever mechanism. The nonlinear and linear mathematical models of this system are obtained. The nonlinear model of the system is verified by performing real-time tests on the manufactured prototype. By conducting friction characterization on the prototype, the viscous friction torque coefficient and Coulomb friction torque versus fin angular position are obtained. This Coulomb friction torque profile is used as friction compensation in the real-time tests. As a result, it is seen that bandwidth of the system can be increased 12% by using Coulomb friction compensation technique.

Keywords: Control Actuation System, Electromechanical Actuator, Fin, Control of the Brushless Direct Current Motor, Friction Compensation, Bandwidth, Bandwidth Frequency, PID

# I. Giriş

Kontrol tahrik sistemi (KTS) güdümlü füzelerde kullanılan en önemli alt sistemlerden biridir. KTS'nin kullanılma amacı, füzenin hedefe yönlendirilmesi için gereken areodinamik kuvvet ve torkları üretmek üzere kontrol yüzeylerini istenilen konumlara getirmektir [1-3]. Havacılık ve savunma sistemlerinde elektromekanik, elektrohidrolik ve elektrohidrostatik eyleyicili KTS'ler kullanılmaktadır. Servomotor teknolojisinin gelişmesi ile beraber elektromekanik eyleyiciler sıklıkla kullanılmaya başlanmıştır. [1-6] numaralı referanslardaki benzer çalışmalarda; sistemde kanard konumuna göre değişen aktarma oranı, modelleme yapılırken sabit alınmıştır. Bu calısmada ise aktarma oranı kanard konumuna göre değişen bir şekilde kinematik ilişkiler tanımlanmış [7-8] ve denetleyici parametreleri bu doğrusal olmayan model kullanılarak MATLAB en iyileme araçları yardımıyla elde edilmiştir [9]. Bu çalışma kapsamında, Şekil 1'deki sisteme benzer, firçasız doğru akım motoru, bilyalı vida ve kaldıraç mekanizmasından oluşan bir elektromekanik KTS'nin matematiksel modellenmesi, gerçek zamanlı kontrolü ve Coulomb sürtünme telafisinin bant genişlik frekansına etkisi ele alınmıştır. Sistemin doğrusal ve doğrusal olmayan matematiksel modeli elde edilmiş ve bu modellerin doğrulanması amacıyla sistemin prototipi üretilmiştir. Üretilen prototip üzerinde gerçekleştirilen gerçek zamanlı testler sonucunda doğrusal olmayan model ile gerçek zamanlı test sonuçları karşılaştırılmıştır. Bu tür sistemlerin frekans yanıtları da oldukça önemlidir. Bu nedenle, denetlevici tasarımından sonra sistemin frekans yanıtında bazı iyileştirmeler yapılmıştır. Üretilen prototipin sürtünme tork profili bulunmuş ve bu profil kullanılarak sürtünme telafisi yöntemi denenmiştir. Yapılan gerçek zamanlı testler ile Coulomb sürtünme telafisi yönteminin, sistemin bant genişliğini arttırma düzeyi bulunmuştur.



<sup>\*</sup> umit.yerlikaya@roketsan.com.tr

<sup>†</sup> balkan@metu.edu.tr

#### II. Matematiksel Model

Elektromekanik KTS'nin doğrusal olmayan modeli sistemdeki mekanik ve elektriksel bölümlerin modellenmesiyle elde edilmiştir. Mekanik bölüm, motor rotoru, bilyalı vida mili, somun, çatal, kanard mili ve kanarddan oluşmaktadır. Elektriksel bölüm ise firçasız doğru akım motoru, motor sürücüsü ve denetleyiciden oluşmaktadır. Modelde kullanılan kısaltmalar ve terimlerin tanımları Tablo 1'de verilmiştir.

| 14               | bio 1. Terimierin Açıkla                                    | maran ve                | Kisaluna Taninian  |  |
|------------------|---|-------------------------|--|--|
| R                | Motor Direnci (Ohm)   | Ι                       | Motor Akımı (A)  |  |
| L                | Motor İndüktansı (H)  | d                       | Moment Kolu (m)  |  |
| V                | Motor Voltajı (V)   | λ                       | Bilyalı Vida Adımı (m/devir)                                     |  |
| $k_v$            | Akım Kazancı (A/V)  | v <sub>m</sub>          | Motor Eksenindeki<br>Sönümleme Katsayısı<br>(Nms/rad)            |  |
| $k_t$            | Motor Tork Sabiti<br>(Nm/A)                                 | $v_{ka}$                | Kanard Eksenindeki<br>Sönümleme Katsayısı<br>(Nms/rad)           |  |
| $k_b$            | Ters EMF Katsayısı<br>(Vs/rad)                              | $C_m$                   | Motor Eksenindeki Coulomb<br>Sürtünmesi (N)                      |  |
| Jma              | Motor ve Bilyalı Vida<br>Atalet Momenti (kgm <sup>2</sup> ) | $C_{ka}$                | Kanard Eksenindeki<br>Coulomb Sürtünmesi                         |  |
| $K_p$            | Motor Sürücüsü Akım<br>Oransal Kont.<br>Kat.(V/A)           | J <sub>ka</sub>         | Kanard, Kan. Mili ve Çatal<br>Atalet Momenti (kgm <sup>2</sup> ) |  |
| K <sub>I</sub>   | Motor Sürücüsü Akım<br>İntegral Kont. Kat.<br>(V/A.s)       | $\theta_{ci}$           | Çatalın İlk Montaj Açısal<br>Konumu (rad)                        |  |
| $x_s$            | Somunun Doğrusal<br>Konumu (m)                              | T <sub>motor</sub>      | Motorun Ürettiği Tork (Nm)                                       |  |
| $x_{si}$         | Somunun İlk Doğrusal<br>Konumu (m)                          | $T_{y \bar{u} k}$       | Kanard Eksen. Aerodinamik<br>Yükler (Nm)                         |  |
| $\theta_{motor}$ | Motorun Açısal<br>Konumu (rad)                              | $T_{a \check{g} urluk}$ | Yerçekiminin ve Füze<br>İtkisinin Kanard Ekseninde               |  |
| $\theta_{ka}$    | Kanardın Açısal<br>Konumu (rad)                             | T <sub>itki</sub>       | Çatal Üzerinde Yarattığı<br>Yük (Nm)                             |  |
| F                | Somunun Çatala İlettiği<br>Kuvvet (N)                       | F <sub>ağırlık</sub>    | Yerçekiminin ve Füze   |  |
| $T_1$            | Vidanın Somuna İlettiği<br>Tork (Nm)                        | F <sub>itki</sub>       | Yarattığı Kuvvet (N)   |  |
| KTS              | Kontrol Tahrik Sistemi                                      | CST                     | Coulomb Sürtünme Telafisi  |  |
| EKTS             | Elektromekanik<br>Kontrol Tahrik Sistemi                    | STD                     | Sürtünme Test Düzeneği   |  |
| STDM             | Sürtünme Test<br>Düzeneği Motoru                            |                         |  |  |

Tablo 1: Terimlerin Açıklamaları ve Kısaltma Tanımları

Elektromekanik KTS Şekil 2'deki gibi modellenmiştir. Çatal kanarda asimetrik bir şekilde bağlanmış olması sisteme doğrusal olmayan davranışlar katmaktadır.



Şekil 2: Elektromekanik KTS [7-8]

Sistemin kinematik ve hareket denklemlerinden elde edilen tüm sistem doğrusal olmayan hareket denklemi aşağıdaki gibi bulunmuştur.

$$\begin{split} \lambda \big( J_{ka}\ddot{\theta}_{ka} + v_{ka}\dot{\theta}_{ka} \big) + d \big[ (J_{motor} + m_s \lambda^2) \ddot{\theta}_{motor} + v_m \dot{\theta}_{motor} \big] \\ &+ \lambda \, C_{ka} \, sgn(\theta_{ka}) + d \, C_m \, sgn(\theta_{motor}) \\ &+ \lambda \, [T_{y\ddot{u}k} + T_{itki} + T_{a\ddot{g}rlik} \\ &+ d \big( F_{itki} + F_{a\ddot{g}rlik} \big) \big] = d \, T_{motor} \end{split}$$
(1)

Kullanılan kaldıraç mekanizmasından dolayı sistemin hareketi doğrusal değildir. Ayrıca çatal bileşeninin ilk montaj açısından dolayı sistem kanardın sıfır konumuna göre asimetriktir. Kanard açısı,  $\theta_{ka}$  için küçük açı varsayımı yapılmıştır. Çatalın ilk montaj açısı olan,  $\theta_{ci}$ değeri ise sıfır kabul edilerek sistemin kanardın sıfır konumuna göre simetrik olduğu varsayılmıştır. Böylece, denklem (1)'deki ifade,  $\theta_{motor} = (d/\lambda) \theta_{ka}$  eşitliği kullanılarak aşağıdaki gibi doğrusallaştırılabilir.

$$\begin{split} [J_{ka} + (d/\lambda)^2 J_{motor} + m_s d^2] \ddot{\theta}_{ka} + (v_{ka} + (d/\lambda)^2 v_m) \dot{\theta}_{ka} \\ &+ (C_{ka} + (d/\lambda)C_m) sgn(\dot{\theta}_{ka}) \\ &+ [T_{y\ddot{u}k} + T_{itki} + T_{a\dot{g}irlik} \\ &+ d \left(F_{itki} + F_{a\dot{g}irlik}\right)] = (d/\lambda) T_{motor} \end{split}$$

$$\end{split}$$

$$(2)$$

Denklem (2)'deki katsayılar aşağıdaki gibi tanımlanırsa;

$$C_{1} = J_{ka} + (d/\lambda)^{2} J_{motor} + m_{s} d^{2}$$

$$C_{1} = n_{s} + (d/\lambda)^{2} n_{s} d^{2}$$
(3)

$$c_2 = v_{ka} + (a_1 \pi) v_m \tag{4}$$

$$F_c = [C_{ka} + (d/\lambda) C_m] sgn(\hat{\theta}_{ka})$$
(5)

$$D^* = \left[ T_{y\bar{u}k} + T_{itki} + T_{a\bar{g}irlik} + d\left(F_{itki} + F_{a\bar{g}irlik}\right) \right]$$
(6)

Hareket denklemi aşağıdaki gibi bilinen formda yazılabilir.

$$C_1 \ddot{\theta}_{ka} + C_2 \dot{\theta}_{ka} + Fc + D^* = (d/\lambda)T_{motor}$$
(7)

Denklem (7)'deki  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $F_c$  ve  $D^*$  terimleri sırasıyla, kanard eksenine indirgenmiş eşdeğer atalet momentini, sönümleme katsayısını, Coulomb sürtünme torkunu ve bozucu yükleri ifade etmektedir. Bozucu yükler,  $D^*$  statik denklemler kullanılarak bulunmuştur [4-5].

Servomotor sürücülerinde kullanılan akım döngüsünün sistemin çalışma frekansına göre çok hızlı olması ve motor fazları arasındaki direnç ve indüktans değerlerinin birbirlerine çok yakın olması nedeniyle, fırçasız doğru akım motoru ve servomotor sürücü ikilisi, fırçalı motor gibi modellenmiştir. Fırçalı motorlar için uygulanan denklemler aşağıdaki gibidir.

$$V = R I + L \frac{dI}{dt} + k_b \dot{\theta}_{motor}$$
(8)

$$T_{motor} = k_t I \tag{9}$$

Elektromekanik KTS'nin mekanik ve elektriksel bölümlerinin birleşimiyle, doğrusal olmayan blok şeması

Şekil 3'teki gibi oluşturulmuştur. Bu blok şemada akım, hız ve konum döngüleri henüz yer almamaktadır.



Şekil 3: KTS'nin Doğrusal Olmayan Blok Şeması [7-8]

KTS'deki mekanik parçalar rijit olarak modellendiğinden Şekil 3'teki geri dönüş yollarında atalet momenti ve kütle bulunmaktadır.

Motor sürücülerinde, akım, hız ve konum olmak üzere üç çalışma modu bulunmaktadır. Bu çalışma kapsamında motor sürücüsü akım modunda kullanılmış, hız ve konum döngüleri gerçek zamanlı denetleyicide oluşturulmuştur.

Sistemin doğrusal blok şeması Şekil 4'te verilmiştir. Doğrusal blok şemasında yer alan transfer fonksiyonları ve detayları [7-8] numaralı referanslarda yer almaktadır.



Şekil 4: KTS'nin Doğrusal Blok Şeması [7-8]

# III. Matematiksel Modelin Doğrulanması

Elde edilen doğrusal olmayan matematiksel modelin doğrulanmasında kullanılan ve doğrusal model aracılığıyla tasarlanan denetleyicilerin denendiği bir prototip üretilmiştir (Şekil 5).



Şekil 5: Elektromekanik KTS Prototipi [7-8] Bu prototipin parametre değerleri Tablo 2'deki gibidir.

Tablo 2: EKTS parametreleri

|                |                   | 1             |                        |
|----------------|-------------------|---------------|------------------------|
| R              | 0.07 Ohm          | Ι             | [-80, 80]A             |
| L              | 0.2 mH            | d             | 0.06 m                 |
| V              | 39 V              | λ             | 7.96 E                 |
|                |                   |               | - 4 m/rad              |
| $k_v$          | 8.2 A/V           | $v_m$         | 0.0023Nms/rad          |
| $k_t$          | 0.12 Nm/A         | $v_{ka}$      | 0.0001 Nms/rad         |
| $k_b$          | 0.11 Vs/rad       | $C_m$         | 0.65 Nm                |
| $J_{ma}$       | $2.4E - 4  kgm^2$ | $C_{ka}$      | 0.1 Nm                 |
| $K_p$          | 5.05 V/A          | $J_{ka}$      | 0.323 kgm <sup>2</sup> |
| K <sub>I</sub> | 0.15 V/A.s        | $\theta_{ci}$ | -0.151 rad             |

Başarım gereksinimlerine göre hız denetleyicisi olarak P, konum denetleyicisi olarak ise PI kullanılmasının yeterli olduğu sonucuna varılmıştır [7-8]. Denetleyici tasarımı tamamlandıktan sonra, hız ve konum denetleyici katsayıları "MATLAB Response Optimization Tool" [9] yardımıyla doğrusal olmayan model kullanılarak bulunmuştur.

# Gerçek Zamanlı Testler

Elde edilen doğrusal olmayan matematiksel modelin doğrulanması için, Şekil 5'teki prototip üzerinde bir dizi gerçek zamanlı testler yapılmıştır. Yapılan gerçek zamanlı testlerde sürtünme telafisi yöntemi kullanılmamıştır.

#### A. Basamak Testi

Basamak testi sonucu, gerçek zamanlı kanard açısı ve benzetim sonucu elde edilen kanard açılarının değişimleri ve bu iki açı arasındaki fark Şekil 6'da verilmiştir. Görüldüğü üzere model ve testler arasındaki fark oldukça azdır.



Sistemin bant genişliğini görmek için frekans testleri yapılmıştır. Benzetim ve gerçek zamanlı test sonuçları Şekil 7'deki gibidir. Sistemin -3dB genlikteki frekansı sistemin bant genişliğini ~12Hz olarak vermektedir. Gerçek zamanlı sistem ve benzetim modeli farklı frekanslarda da çok yakın davranışlar göstermektedirler.



Şekil 7: Frekans Testi (Bant Genişlik Testi) [7-8]

Yapılan gerçek zamanlı testler sonucunda doğrusal olmayan elektromekanik KTS'nin benzetim modelinden ve prototipinden alınan performans değerleri Tablo 3'teki gibidir. Sonuçlar doğrusal olmayan benzetim modelini doğrulamaktadır.

Tablo 3: Model ve Gerçekleşen Performans Değerleri [7-8]

| Başarım İsterleri |                                    | İstenilen                | Model    | Gerçekleşen |
|-------------------|------------------------------------|--------------------------|----------|-------------|
| $t_r$             | Yükselme Zamanı (s)<br>[%90]       | $\leq 0.1 s$             | 0.084 s  | 0.083 s     |
| ts                | Oturma/Yerleşme<br>Zamanı (s) [%1] | $\leq 0.5 \ s$           | 0.117 s  | 0.119 s     |
| %OS               | Aşma                               | ≤%2                      | %0.125   | %0.1        |
| BG                | Bant Genişliği<br>@ -3 dB          | $\geq 10 \; \mathrm{Hz}$ | 11.94 Hz | 11.83 Hz    |
| ess               | Kalıcı Rejim Hatası                | ± 0.1°                   | 0°       | ~ 0.03°     |

#### IV. Sürtünme Karakterizasyonu

Tüm elektromekanik kontrol tahrik sistemindeki mevcut Coulomb sürtünme torku ile viskoz sürtünme tork katsayısının bulunabilmesi ve değerlerinin sürtünme telafisinde kullanılabilmesi için bir dizi testler yapılmıştır. Bu değerleri sürtünme telafisi yönteminde kullanarak sistemin bant genişlik frekansının arttırılması hedeflenmektedir. Bu kapsamda, sürtünme testleri 2 farklı ortam sıcaklığı (-6°C ve 24°C) için tekrarlanmış ve sıcaklığın sürtünmeye olan etkisi de incelenmiştir.

# <u>Sürtünme Test Düzeneği</u>

Tüm EKTS'deki sürtünmelerin ölçülmesi için Şekil 8'deki gibi bir sürtünme test düzeneği kurulmuştur. Testler yapılırken kanard ağırlığının ve ataletinin etkisinin görülmemesi için sürtünme test düzeneğine kanardı olmayan EKTS takılmıştır.

Test motoru sürücüsü akım, hız ve konum modlarında çalışabilmektedir. EKTS'de sistem güvenliği için mekanik limitler bulunmaktadır. Dolayısıyla sürtünme test motoru, somunun mekanik limitlere çarpmaması için belirli konumlarda çalışabilmektedir. Bu yüzden sürtünme test motor sürücüsü konum modunda kullanılmıştır.



Şekil 8: Sürtünme Test Düzeneği [7-8]

Motorun sabit hızla döndüğü, yani ataletsel yüklerin olmadığı bölgelerde motorun çektiği akım tüm EKTS'deki ve sürtünme test motorundaki sürtünme değerlerini vermektedir. Sürtünme test motorunun tork sabiti, sabit sürtünme tork değeri ve hıza bağlı sürtünme katsayısı Tablo 4'te verilmiştir.

|                   | _                                  |                 |
|-------------------|------------------------------------|-----------------|
| $k_{t-STDM}$      | STDM Tork Sabiti                   | 0.520 Nm/A      |
| T <sub>STDM</sub> | STDM Sabit Sürtünme Torku          | 0.026 Nm/A      |
| $v_{STDM}$        | STDM Hıza Bağlı Sürtünme Katsayısı | 4E - 6 Nm/(d/d) |

A. Viskoz Sürtünme

Viskoz sürtünme testlerinde, sürtünme motorunun belli hızlarda sürülmesiyle bu hızlardaki sürtünme torkları hesaplanmıştır. Bu test 2 farklı ortam sıcaklığında (-6°C ve 24°C) ve 22 farklı hız için (50, 100, 200, ..., 2000 d/d) tekrarlanmıştır.

Ayrıca, testler her hız değeri için iki farklı yönde yapılmıştır. Örnek bir hız değeri için elde edilen grafik Şekil 9'da verilmiştir. Bu grafik her bir hız değeri için ayrıca elde edilmiştir.



Şekil 9: Sürtünme Test Düzeneği Motoru Hız ve Akım Değişim Grafiği

Farklı hızlarda motorun sabit hızla döndüğü bölgelerde sürtünme test düzeneği motorunun (STDM) çektiği akım sistemdeki sürtünme değerlerinin bulunmasında kullanılmıştır. Dalgalanmanın olduğu bölgelerde ortalama bir değer alınmıştır.

$$EKTS S "urt"unme Torku = I_{STDM} k_{t-STDM} - T_{STDM} sgn(\theta_{STDM}) - \theta_{STDM} v_{STDM}$$
(10)

STD motor akım ve hız grafiklerinde sabit hız bölgelerindeki motor akım değerleri 2 farklı ortam sıcaklığında (-6°C ve 24°C) ve tüm hızlar için elde edilmiştir. Bu akım değerleri denklem (10)'daki gibi kullanılarak EKTS sürtünme torku hesaplanmıştır. Hesaplanan sürtünme torkunun farklı sıcaklık ve motor hızlarına göre değişimi Şekil 10'da verilmiştir. Beklendiği üzere sıcaklık düşüşü sürtünme torkunda artışa neden olmuştur.



Şekil 10: EKTS'nin Sürtünme Torkunun Değişimi

Sürtünme torkunun hıza göre değişim grafiğinin eğimi sistemdeki viskoz sürtünme katsayısını vermektedir. Gerçek zamanlı performans testlerinin oda sıcaklığında yapılacak olmasından dolayı, oda sıcaklığında elde edilmiş olan grafik aşağıdaki gibi kullanılmıştır.



Her iki yöndeki viskoz sürtünme değerleri çok yakın olması nedeniyle ortalaması alınıp her yerde aynı değerin kullanılabiliceğine karar verilmiştir.

$$V_m = \frac{V_{m^+} + V_{m^-}}{2}$$

EKTS'nin 24°C ortam sıcaklığında bulunan sürtünme parametre değerleri Tablo 5'te verilmiştir. Sürtünme testleri tüm EKTS komplesi üzerinde ve motor ekseninde yapıldığından bu tablodaki değerler motor eksenine indirgenmiş kontrol kanardı torklarını da içermektedir. Ayrıca motor eksenindeki Coulomb sürtünme torku,  $C_m$ değerinin sabit olmadığı görülmektedir. Bu değer kanardın açısı ve dönüş yönüne göre değişmektedir. Dolayısıyla  $C_m$  için sabit bir değer bulunması yerine Coulomb sürtünme testi yapılarak, kanard açısına göre değişen bir profil elde edilmesi daha doğru olacaktır. Bu profil daha sonra sürtünme telafisi için kullanılmıştır.

Tablo 5: EKTS +24°C Ortam Sıcaklığındaki Sürtünme Değerleri

|             | 0                          |         | 0        |
|-------------|----------------------------|---------|----------|
| Sembol      | Motor Eksenindeki Sürtünme | Değer   | Birim    |
| $V_{m^+}$   | Viskoz Katsayısı (+ yön)   | 0.00232 | Nm.rad/s |
| $V_{m^{-}}$ | Viskoz Katsayısı (- yön)   | 0.00218 | Nm.rad/s |
| $V_m$       | Viskoz Katsayısı(ortalama) | 0.00225 | Nm.rad/s |
| $C_{m^+}$   | Coulomb Torku (+ yön)      | 0.59    | Nm       |
| $C_{m^{-}}$ | Coulomb Torku (- yön)      | -0.54   | Nm       |

B. Coulomb Sürtünmesi

Mekanik parçaların yüzeyinde oluşabilecek pürüzlerden dolayı Coulomb sürtünme değeri her konumda aynı olmayabilmektedir. Dolayısıyla bu sürtünme değerini konum ve yöne bağlı bulmak daha doğru ve uygulanabilir bir yöntemdir. Coulomb sürtünme testi iki farklı ortam sıcaklığı için birkaç kez tekrarlanmıştır.

Coulomb sürtünme torkunu bulurken viskoz ve ataletsel etkilerden etkilenmemek için STDM düşük ivme ve hız değerleriyle oluşturulan konum profilleriyle sürülmüştür. kontrol kanardı  $\pm 20^{\circ}$  aralığında çalışacağından, STDM motoru bu aralık içinde çalıştırılmıştır.

Farklı ortam sıcaklıkları için yapılan testler sonucu elde edilen sürtünme test düzeneği motorunun hız, konum ve çektiği akım değişimi Şekil 12'de gösterilmektedir. Motor konumundan kinematik bağlantılar kullanılarak kanard konumuna, motor akımından Coulomb sürtünme torkuna ise denklem (10) kullanılarak geçiş yapılmıştır.

18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, Trabzon, 5-7 Temmuz 2017



Şekil 12: STDM Akım, Hız, Konum Değişimi (-6°C, 24°C @25 d/d)

Coulomb sürtünme torkunun farklı ortam sıcaklıklarında kanard konumuna göre değişimi Şekil 13'teki gibidir.



Şekil 13: Coulomb Sürtünme Torkunun Değişimi

Gerçek zamanlı başarım testlerinin oda sıcaklığında yapılacak olmasından dolayı, oda sıcaklığında elde edilmiş olan grafik aşağıdaki gibi incelenmiştir. Her iki hareket yönü için (Saat yönü, saat yönünün tersi) sürtünme tork değişimine eğri uydurulmuştur.

# <u>Pozitif Yön:</u>

Hareket yönü pozitif olan bölgeye 6. dereceden çok terimli bir eğri uydurulmuştur.

$$C_{m^{+}} = p_{1} \theta_{ka}^{6} + p_{2} \theta_{ka}^{5} + p_{3} \theta_{ka}^{4} + p_{4} \theta_{ka}^{3} + p_{5} \theta_{ka}^{2} + p_{6} \theta_{ka} + p_{7}$$
(11)

# <u>Negatif Yön:</u>

Hareket yönü negatif olan bölgeye 6. dereceden çok terimli bir eğri uydurulmuştur.

$$C_{m^{-}} = q_1 \theta_{ka}^{\ 6} + q_2 \theta_{ka}^{\ 5} + q_3 \theta_{ka}^{\ 4} + q_4 \theta_{ka}^{\ 3} + q_5 \theta_{ka}^{\ 2} + q_6 \theta_{ka} + q_7$$
(12)

Kontrol kanard açısı,  $\theta_{ka}$  denklem (11) ve (12)'de derece cinsinden girilmelidir.

Tablo 6: Çok Terimli Eğri Katsayıları

| $p_1$ | $-2.7133 \cdot 10^{-9}$ | <i>q</i> <sub>1</sub> | $3.2518 \cdot 10^{-11}$   |
|-------|-------------------------|-----------------------|---------------------------|
| $p_2$ | $-1.3659 \cdot 10^{-7}$ | $q_2$                 | 8.3301 · 10 <sup>-8</sup> |
| $p_3$ | $3.7117 \cdot 10^{-6}$  | <b>q</b> <sub>3</sub> | $1.0578 \cdot 10^{-6}$    |
| $p_4$ | 0.00012199              | <b>q</b> <sub>4</sub> | $-7.2275 \cdot 10^{-5}$   |
| $p_5$ | -0.0014127              | <b>q</b> <sub>5</sub> | -0.00035847               |
| $p_6$ | -0.026865               | <b>q</b> <sub>6</sub> | 0.016533                  |
| $p_7$ | 0.66315                 | <b>q</b> <sub>7</sub> | -0.51350                  |

Denklem (11) ve (12)'deki çok terimli katsayıları Tablo 6'da verilmiştir. Bu katsayılar kullanılarak uydurulan eğri Şekil 14'teki gibidir.



Şekil 14: Coulomb Sürtünme Torkuna Eğri Uydurma

# V. Coulomb Sürtünme Telafisi

Coulomb sürtünme telafisi yapılmadan gerçekleştirilen gerçek zamanlı test sonuçlarından (Tablo 3) görüldüğü üzere sistemin bant genişliği ~12 Hz civarındadır. Bu çalışma kapsamında Coulomb sürtünme telafisi yöntemiyle bant genişliğinin arttırabileceği gösterilmiştir. Gerçek zamanlı test modeli Matlab/Simulink/ xPC Target ortamında Şekil 15'teki gibi oluşturulmuştur.



Şekil 15: Gerçek Zamanlı Kontrol Yazılımı (xPC Target)

Coulomb sürtünme telafisinin yapıldığı "Sürtünme Modeli" bloğunun içeriği Şekil 16'daki gibidir. Sürtünme değeri kanardın hem konumuna hem de hareket yönüne göre daha önce elde edilen çok terimli eğrilerin kullanılmasıyla bulunmaktadır.



Şekil 16: Sürtünme Model Bloğu

Uydurulan çokterimliler Matlab fonksiyonuna Şekil 17'deki gibi yerleştirilmiştir. (Sürtünme Karakteristiği)



Şekil 17: Matlab Fonksiyonunun İçeriği

Gerçek zamanlı performans testleri Coulomb Sürtünme Telafisi (CST) olduğu ve olmadığı durum için tekrarlanmıştır. Yapılan bu testlerde CST'nin etkisinin görülmesi için aynı denetimciler kullanılmıştır. Testler sonucunda elde edilen frekans yanıtları Şekil 18'deki verilmiştir. Bu şekilden, CST yöntemi ile sistemin bant genişliği %12 artış göstererek 12 Hz mertebelerinden 13,5 Hz mertebelerine çıktığı, faz açısının ise 59°'den 70°'e yükseldiği görülmektedir.

Fakat CST'nin uygulanmadığı durumdaki bant genişliği frekansında (12 Hz) faz açıları her iki durum için de yaklaşık aynıdır. Dolayısıyla, CST uygulanarak hem bant genişliği arttırılmış, hem de bir önceki bant genişliği frekansına denk gelen faz açıları yaklaşık aynı kalmıştır.



Durumlardaki Sistemin Frekans Yanıtları

# VI. Sonuçlar

Dinamik sistemlerde bant genişlik frekansı, verilen bir referans komutunun istenilen yükselme ve oturma zamanları içerisinde takip edilebilmesi açısından önemlidir. Agresif kontrolcü kazançları kullanmak dinamik bir sistemin bant genişliğini arttırabildiği gibi, istenmeyen aşmalara ve hatta bazen kararsızlığa da sebep olmaktadır. Bu sebeple kontrolcü kazançlarıyla oynamadan, sürtünme telafisi yöntemiyle de bant genişliğinin arttırabildiği görülmüştür.

Üretilen prototip üzerinde yapılan gerçek zamanlı testlerle elde edilen elektromekanik kontrol tahrik sisteminin doğrusal olmayan matematiksel modeli doğrulanmıştır. Model ve test sonuçları oldukça tutarlıdır. Elektromekanik kontrol tahrik sistemlerinde Coulomb sürtünme telafisi yöntemiyle sistem bant genişlik frekansı arttırılmıştır. Bu çalışma kapsamında, örnek prototip üzerinde yapılan gerçek zamanlı testler sonucunda bu değer %12 seviyelerinde gerçekleşmiştir. Bu artış sistemin bir önceki bant genişlik frekansından %12 daha yüksek frekanslardaki komutlara cevap verebileceğini ve gerçekleşmedeki kayıp miktarının ise -3dB'den daha az olacağını göstermektedir. Sonuç olarak, Coulomb sürtünme torkunun motorun çalıştığı ortalama torka oranı arttıkça, sürtünme telafisi yöntemiyle bant genişlik frekansındaki artış miktarı da aynı şekilde artacaktır.

#### Teşekkür

Bu çalışmanın gerçekleşmesi için her türlü desteği veren Roketsan A.Ş.'ye ve Orta Doğu Teknik Üniversitesi'ne teşekkür ederiz.

#### Kaynakça

- [1] Ristanović, M.R, Ćojbašić, Ž., Lazić, D.V., (2012) "Intelligent Control of DC Motor Driven Electromechanical Fin Actuator", J. Control Engineering Practice, Vol. 20, pp. 610-617. [2] Ristanović, M.R., Lazić, D.V., & Indjin, I. (2006). "Experimental
- Validation of Increased Performances of an Electromechanical Aerofin Control System with a PWM Controlled DC Motor" FME Transactions, Faculty of Mechanical Engineering Belgrade, 34(1), 15-20.
- [3] Habibi S., Roach J., and Luecke G., (2008) "Inner-loop Control for Electro-Mechanical (EMA) Flight Surface Actuation Systems", ASME J. of Dyn. Syst., Meas.Control N5, V130, pp. 51002-1 -51002-13
- [4] Özkan, B., (2014), "Control of an Electromechanical Control Actuation System Using a Fractional Order Proportional, Integral, and Derivative-Type Controller," Proceedings of the 19th IFAC World Congress IFAC, Cape Town, South Africa pp. 4493-4498
- [5] Özkan, B., (2005), "Dynamic Modeling, Guidance, and Control of Homing Missiles", PhD Thesis, METU, Ankara, Turkey.
  [6] Shaimaa, A. M., & Zeina, A. R., (2011) "The Linear and Nonlinear Electro-Mechanical Fin Actuator," Al- Khwarizmi Journal, 7(4), 88-000 96.
- [7] Yerlikaya, Ü., (2016), "Dynamic Modeling and Control of An Electromechanical Control Actuation System" Yüksek Lisans Tezi,
- ODTÜ, Ankara, Türkiye [8] Yerlikaya, Ü., Balkan, T., (2016), "Elektromekanik Kontrol Tahrik Sisteminin Matematiksel Modellenmesi ve Kontrolü" Türkiye Robotbilim Konferansı (ToRK), İstanbul, Türkiye
- [9] Matlab, Response Optimization Tool,
- http://www.mathworks.com/help/sldo/parameter-estimation.html
# Lineer Yaylar Vasıtasıyla Düşük Tork Seviyelerini Hassas Uygulayabilen Elektrik Motoru Yükleme Mekanizması Tasarımı ve Deneysel Doğrulanması

O. Düzgören\* M.M. Pekkaptan<sup>†</sup> Roketsan A.Ş. Roketsan A.Ş Ankara Ankara

Özet-Elektrik motorları günümüzde en çok kullanılan eyleyici sınıfını oluşturmaktadır ve uygulanma alanları gün geçtikçe artmaktadır. Hemen hemen her makine veya mekanik aksamda kullanılan elektrik motorlarının doğru bir şekilde seçilebilmesi, ihtiyaca yeterli cevabı vermesi adına büyük önem taşımaktadır. Bu sebeple beklenilen performans değerleri analiz ve hesaplamalar yardımıyla doğrulanan elektrik motorunun, deneysel olarak da test edilmesi gerekebilmektedir. Amacı motorun belli dönüş açılarında belirlenen bir karşı tork değeri uygulayarak motor performansını gözlemlemek olan bu testler için genellikle ayrı bir yükleme motoru kullanılmaktadır. Fakat bu şekilde tasarlanan sistemlerin üretim süreleri ve maliyetleri oldukça fazladır. Bu çalışmada üretim süresini, sistem maliyetini ve karmaşıklığını aza indiren, lineer yaylar vardımıvla vükleme yapabilen basit bir kam , mekanizmasının tasarımı ve denevsel olarak doğrulanması anlatılmıştır. Çalışmanın sonucunda, özellikle minyatür elektrik motorlarının performans testlerinde ihtiyaç duyulan düşük tork seviyelerini, motorun her iki dönüş yönünde de simetrik ve hassas olarak uygulanabilen bir mekanizma elde edilmiştir.

#### Anahtar kelimeler: Yükleme Düzeneği, Lineer Yay, Kam Mekanizması, Elektrik Motoru, Yükleme Testi, İki Yönlü Yükleme

Abstract— Electric motors are the most commonly used actuators in mechanical and mechatronic systems and their fields of application increases day by day. Selection of the electric motors is critical since their responses to required inputs depend on this selection. Because of the fact that selection of the electric motor directly affects system functions, motor performance also requires experimental verification other than analytical calculations. Usually another actuator is used to load the tested electric motor, but these active test systems require high costs and long lead time. In this work, design and verification of a less complex, low cost and easily obtainable loading system is designed and verified experimentally. This loading mechanism is basically a cam mechanism using linear springs to give the required loads. By the end of this work, a loading mechanism is obtained to give required moments in required angles delicately and symmetrically in both rotation sides, especially applicable for miniature electrical motors and mechanisms.

M. Yılmaz<sup>§</sup>

Roketsan A.Ş.

Ankara

Keywords: Loading Mechanism, Lineer Springs, Cam Mechanism, Electric Motor, Loading Test, Bidirectional Loading

#### I Giriş<sup>1</sup>

Mekatronik sistemlerin vazgeçilmez eyleyicilerinden olan elektrik motorları tasarımı yapılan mekanizmanın istenilen performans değerlerine ulaşması anlamında birincil derecede belirleyici faktördür. Özellikle havacılık sektöründe bu performans ölçütü mekanizmanın, dolayısıyla da elektrik motorunun belirli yükler altında çalışırken istenilen dinamiklikte cevap verebilmesidir. Yük altında çalışacak olan mekanizmanın talep edilen dinamiklikte çalışabilmesi adına mekanizma bütününün matematiksel modeli üzerinden bazı dinamik analizler yapılır ve çıktıları uygun elektrik motorunun seçilmesi adına kullanılır. Tamamlanan analizleri fiziksel olarak da doğrulama ihtiyacı bulunduğundan tasarımı yapılan mekanizmanın bazı testlere tabi tutulması gerekmektedir. Bu testler kapsamında karşı bir yük altında çalıştırılan mekatronik sistemin çıktıları analizlerle karşılaştırılarak sistem doğrulanmış olur.

Test yöntemi olarak ikinci bir elektrik motorunu karşı bir yük yaratmak için kullanmak karşımıza yaygın olarak çıkmaktadır. Böyle bir yükleme mekanizması şu alt ana birimlerden oluşmaktadır (Bkz. Şekil 1):

- Teste Tabi Tutulan Mekanizma/Elektrik Motoru: Performans çıktısı elde edilmek istenen prototip/test numunesidir.
- Açısal Pozisyon Sensörü: Test numunesinin ihtiyaç duyulan dönü hareket miktarını ölçüp doğrulamak için kullanılan sensördür.
- Tork Ölçüm Sensörü: Teste tabi tutulan mekanizmaya uygulanmak istenen torku ölçüp yükleme motoruna geri besleme sağlayan sensördür.
- Yükleme için Kullanılan Elektrik Motoru: Test numunesine uygulanmak istenen torku kontrollü olarak veren eyleyicidir.

<sup>\*</sup> onur.duzgoren@roketsan.com.tr

<sup>†</sup> metin.pekkaptan@roketsan.com.tr

<sup>§</sup> murat.yilmaz@roketsan.com.tr

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Bu şabİon IFToMM bildiri kitapları için taslak metni uyarınca düzenlenmiştir



Fakat bu yöntemin bazı dezavantajları bulunmaktadır. Bunlar:

- Yüksek maliyet
- Sistem karmaşıklığı (yükleme motoru da ayrıca kontrol edilebilmeli ve ilgili verileri toplanabilmelidir.)
- Uzun üretim süreleri gerektirmesi olarak sıralanabilir.

Bu sebeple aktif olarak kontrol edilen bir yükleme motoru yerine pasif yükleme sağlayan yayların kullanımı çok daha basit, düşük maliyetli ve kısa üretim sürelerinde tamamlanabilecek tasarımlardır. Bu çalışmada üzerinde testlerin yapıldığı mekanizmada performans çıktısının ölçülmesi gereken son mekanizma elemanı sabit bir eksen etrafında açısal hareket yapmaktadır. Dolayısıyla bu mekanik parça üzerinde, dönme eksenine göre bir tork uygulanması gerekmektedir. Bu ihtiyaca cevap verebilecek en basit çözüm burulma yayı kullanmaktır. İstenilen dönme açısında talep edilen torku verebilecek bir burulma yayı kullanımı testi tamamlamak adına uygun olacaktır fakat bu yöntemin de birtakım dezavantajları bulunmaktadır. Bunlar temel olarak şöyle sıralanabilir:

- Özellikle düşük tork değerlerinde tek bir burulma yayı her iki dönme yönünde de simetrik tork değerleri verememektedir.
- Üretimi yapılacak burulma yaylarının belirli açılarda tork değerlerini ölçüp doğrulamak için özel ekipman ihtiyacı bulunmaktadır.
- Yeterli doğrulukta yükleme yapabilmek için önem arz eden yay ölçülerine ait toleransları hassas olarak elde etmek lineer yaylara göre nispeten güçtür.

Bu sebeplerden dolayı burulma yerine lineer yay kullanımıyla yükleme yapılması düşük tork seviyelerini simetrik olarak elde etmeyi sağlayacaktır. Ayrıca lineer yayların belirli sıkıştırılmış boylarında uyguladığı kuvvetler yay üreticileri tarafından kolaylıkla ölçülebilmekte ve bu sayede tasarlanan yaylar yükleme mekanizmasına monte edilmeden önce doğrulanabilmektedir.

Literatürde ve endüstride motor hız-tork eğrilerini elde etmek ve verimliliklerini test edebilmek adına sıkça kullanılan mekanizmalardan biri Prony fren düzeneğidir. Oldukça basit bir yapısı olan bu mekanizmada tork bilgisi elde edilmek istenen şaft nispeten daha geniş çaplı bir kasnağa bağlanır ve bu kasnak etrafında sürtünme oluşturan kayış yer alır. Kayışın her iki ucunda bulunan bir miktar gerilmiş lineer yaylar kayış/kasnak yüzeyinde önyükleme ve dolayısıyla da sürtünme oluşturur. Belirli hızlarda döndürülen motor şaftının yarattığı sürtünme değişimiyle birlikte başlangıçta eşit deplasmanlarda bulunan lineer yaylar farklı kuvvetler uygulamaya başlar ve bu kuvvet farkının bilinmesi (lineer yaylar dinamometre görevi görmektedir) sayesinde şaft üzerinde oluşan tork kolayca hesaplanabilir.



Bu çalışmada benzer şekilde lineer yaylardan elde edilen kuvvetleri uygun torklara çevirmeyi sağlayacak bir kam mekanizması tasarlanmış olup mekanizmaya ait kinematik analizler, yay kuvvet ve ömür analizleri tamamlanmıştır. Ayrıca tasarıma ait geliştirilen prototip ile yapılan test sonuçları ile analizler doğrulanmıştır. Prony freninden farklı olarak tasarlanan sistem gereksinimler doğrultusunda ihtiyaç duyulan hassas ölçüm ekipmanlarına sahiptir. Buna göre sistem üzerinde herhangi bir şekilde sürtünme oluşturulmadan, kam mekanizması üzerinden tork elde edilmekte ve oluşan torkun ölçümü ilgili sensör vasıtasıvla gerçekleştirilmektedir. Başka bir ifadeyle lineer yaylar sadece kuvvet oluşumu sağlayan elemanlar olarak sistemde yer almaktadır.



#### II. Mekanizma Tasarımı ve Analizi

Kam mekanizması, motorun dönüşü ile gerçekleşen açı değişimini lineer yayların baskılanmasına çevirecek şekilde tasarlanmıştır. Lineer yayların baskılanması ile motorun dönüşüne ters yönde bir dönme momenti oluşur. Bu mekanizmanın tasarlanması; mekanizmanın kavramsal tasarımı, mekanik parçaların tasarımı ve modellerin oluşturulması, bu parçaların üretilmesi ve

montajı adımları ile gerçekleşmiştir. Tasarımı yapılan mekanizmanın şematik gösterimi şöyledir:



Şekil 4: Mekanizma Şematik Gösterimi

- 1. Gövde Parçası
- 2. Torklama Parçası
- 3. Kam Baskı Rulmanı
- 4. Mil
- 5. Baskı Yayı
- 6. Lineer Rulman

Gövde parçası adı ile şekil 3'de gösterilen parça, hareketli olan torklama parçası ve lineer rulmanlar gibi hareketli parçaları sabitleme görevi görecektir. Bu parça, test düzeneğinin fikstürüne bağlanacaktır. Ayrıca gövde parçası ile torklama parçası arasında döner mafsal olarak yine bir rulman kullanılabilir. Torklama parçası gövde parçasına yataklanacaktır ve motor miline bir kaplin ile bağlanıp motorla beraber dönecektir, aynı zamanda lineer yayların sıkışması ile oluşan kuvvetin moment kolunu oluşturacaktır. Rulmanlar, motorun dönmesi ile torklama parçasıyla beraber dönecektir ve mile baskı yüzeylerini oluşturacaklardır. Temas yüzeylerinde Kam Baskı Rulmanı kullanılmasının sebebi, torklama parçasının motor ile beraber dönmesi ile birlikte gerçekleşen moment kolu değisimi sonucunda mil yüzeyi ile arada oluşabilecek sıyrılma sebepli sürtünmenin önüne geçmektir. Mil parçası lineer rulman içinde kayarak yaylara baskı yüzeyi oluşturacak ve yay kuvvetlerini ileteceklerdir.

Mekanizmanın kinematik analizi yapılırken sistemin değişkenleri ve sabit değerleri tanımlanmalıdır. "S1" ve "S2" değişkenleri yayların boyunu, " $\Delta$ S" değişkeni rulmanın dönme noktasının denge hizasına olan uzaklığı, " $\theta$ " değişkeni torklama parçasının denge hizasına göre dönü miktarını ifade etmektedir. "SF" sabiti yayların serbest boyunu, "t+r" mil parçasının yaka kısmı ile rulmanın yarıçapının toplam boyutunu, "S4" sabiti mekanizmanın dengede olduğu durumdaki yay boyu ve "t + r" sabitinin toplam değerini, "L" torklama parçasının rulman dönme eksenleri arasında kalan mesafesini ifade eden sabitlerdir.

Aşağıdaki şekilde bu değişkenlerin ve değişken olmayan sabitlerin detayları görülebilir:



Mekanizma " $\theta$ " açısı kadar döndüğünde, yayların boyutları dönme miktarına bağlı olarak " $\Delta$ S" kadar değişmektedir ve buna bağlı olarak baskı kuvveti oluşmaktadır. Aynı şekilde mekanizma döndüğünde yayların moment kolları da açıya bağlı olarak değişmektedir. " $\Delta$ S" geometrik inceleme sonucu açı değişimine bağlı olarak şu şekilde tanımlanabilir:

$$\sin(\theta) = \frac{\Delta S}{L_{2}} \quad ; \ \Delta S = \frac{L * \sin(\theta)}{2} \tag{1}$$

Yayların baskı uyguladıkları millerin lineer rulmanlar üzerinde doğrusal olarak hareket edip, kuvveti dikey olarak rulman temas noktalarından rulmanlara ilettikleri ve sürtünme kaybının ihmal edilebilir olduğu tahmin edilmektedir, bu da onları çift kuvvet elemanları yapar, yani sadece kuvveti rulmana iletirler. Rulmanların dikey doğrultuda gelen bu kuvveti direkt olarak torklama parçasına ilettiği bilinirse, torklama parçasının serbest cisim görüntüsü yardımı ile dönme miktarı ve moment değişimi arasındaki ilişki bulunabilir:



 $\sum Mo = 0 = Tmotor - F1 * \cos(\theta) * \frac{L}{2} + F2 * \cos(\theta) * \frac{L}{2}$  $F1 = (SF - S1) * keq \quad ; \quad F2 = (SF - S2) * keq$ 

Ayrıca, S4 mesafesi bir sabit olduğu için, bu mesafeyi kullanarak S1 ve S2 ile  $\Delta$ S arasındaki ilişkiyi bulabiliriz:

$$S1 = S4 - t - r - \Delta S$$
;  $S2 = S4 - t - r + \Delta S$  (2)

Bu denklemler kullanılarak, gerekli sadeleştirmeler yapıldığında ve denklemler düzenlendiğinde, şu ilişkiye ulaşılır:

$$keq * \frac{L^2}{4} * \sin(2\theta) = Tm \tag{3}$$

Burada *"Tm"*, motor torkunu dengelemek için mekanizma tarafından oluşturulan moment değeridir.

Mekanizma dengedeyken, yani " $\theta$ " değeri sıfir olduğunda torklama parçasının serbest cisim görüntüsü çizilerek yayların sıkışma miktarı ile dönme açısı arasındaki ilişkinin " $\theta = 0$ " anındaki durumu incelenebilir:



Bu durumda "O" noktasına, yani torklama parçasının dönme eksenine göre moment denklemi yazılırsa, dönme momentinin sıfır değeri elde edilir:

$$\sum MO = F2 * \frac{L}{2} - F1 * \frac{L}{2}$$
  
F1 = (SF - S1)keq; F2 = (SF - S2)keq

S1 = S2; F1 = F2;  $\sum MO = 0$ 

Mekanizmada, yay boyunun en büyük ve en küçük olduğu değerler, " $\theta$ " açısının çalışma aralığındaki en büyük değerinde ve en küçük değerinde gerçekleşir. Yaylar devamlı baskı altında kaldığı durumda, yaylar devamlı torklama parçasıyla temas halinde kalır ve moment devamlı bir şekilde harekete ters olarak iletilir. Yayın devamlı baskı altında kalması için, yayın en büyük değerinin serbest yay boyundan küçük olması gerekmektedir. Yayın en büyük ve en küçük boyu, denklem 2'den faydalanarak bulunabilir:

$$Smaks, min = S4 - t - r \pm Lsin(\theta maks)/2$$
 (4)

Bu durumda, "S4", "L", "t" ve "r" değerleri belirlendikten sonra mekanizmaya uygun bir yay seçilebilir. Ayrıca, yay blok boyunun "Smin" değerinden küçük olması gerektiği de düşünülerek yay belirlenmelidir, aksi takdirde mekanizma istenilen çalışma aralığına ulaşamaz, " $\theta$ maks" değerinden daha önce blok yay boyuna ulaşıldığı için tıkanır.

Kinematik analizi yapıldıktan sonra, üç boyutlu modelleme yapılarak gerekli parçalar oluşturulmuştur:



Torklama parçası şekilde görülen eksen üzerinde dönmektedir. Mil parçası, şekilde gösterildiği gibi yayların oturduğu güç iletici parça ile birbirine yapıştırıcı ile bağlanmıştır, milin kendisi ise şekilde görülmeyen, gövde parçasının içine yerleştirilmiş lineer rulman üzerinde doğrusal olarak hareket etmektedir. Torklama parçasının çıkış miline ise kaplin bağlanarak motor, enkoder ve tork sensörü ile bağlantı sağlanacaktır.

Üç boyutlu modellemesi tamamlanan mekanizma üretilmiştir ve aşağıdaki görselde detayları görülebilir:



Şekil 10: Düzenek Görseli

Yükleme düzeneğinin verdiği moment, denklem 3'te görüleceği üzere, dönme açısının iki katı ile sinüzoidal olarak ilişkilidir. Küçük dönme açılarında sinüs lineere yakın davrandığı için, yükleme düzeneği de küçük açılarla dönme miktarıyla doğrusal ilişkiye yakın bir yükleme momenti verecektir. Ayrıca, iki yönde de olan dönüşlerde eşit miktarda dönü vermektedir, bu burma yaylı yükleme düzeneklerinde elde edilmesi zor olan bir özelliktir. Yükleme düzeneği, motor çok dönerken mekanizma çıkış uzvunun az döndüğü (aktarma oranı yüksek) ya da motorun yavaş ve az döndüğü, hassas uygulama alanları olan ve dönü miktarı arttıkça yüklenecek moment değerinin artması istenen mekanizmalar için motor ve mekanizma performans testlerinde kullanılabilir. Yay değerleri değiştirilerek ya da mekanizma tasarımında boyutsal değişiklikler yapılarak istenilen açılarda istenilen değerler veren mekanizmalar elde edilebilir.

#### III. Yay Değerlerinin Belirlenmesi

Yay değerlerinin belirlenmesi, farklı boyutları ve moment isteri olan mekanizmalar için farklı sonuçlar doğuracak olsa da, sistematik adımlar doğrultusunda belli hususlara dikkat edilerek hesaplandığında hata ihtimalinin ve zaman kaybının önüne geçilebilir. Yükleme mekanizması için yay değerlerini belirlerken dikkat edilecek hususlar için şöyle sıralanabilir:

- Yay serbest boyu, yayın devamlı baskı altında kalarak doğrusal bir kuvvet vermesi için, yayın çalışılan açı aralığındaki en yüksek boy değerinden büyük olmalı (bkz denklem 4)
- Yay iç çapı içinden geçecek milden büyük, dış çapı oturacağı yuvadan küçük olmalı
- Yay blok boyu, çalışılan açı aralığındaki en küçük boy değerinden küçük olmalı (bkz denklem 4)
- Yayın tasarımı, uzun ömürlü bir test düzeneği elde etmek için, kuvvetin en büyük ve en küçük olduğu durumlardaki değerler kullanılarak yapılan analiz sonucunda güvenle çalışmaya yönelik olarak yapılmalı ve metal yorulması dikkate alınmalı

Bu hususlar doğrultusunda, aşağıdaki gibi bir yay tasarımı aşaması izlenebilir:

- 1. Mekanizma yapılandırmasının ve boyut değerlerinin belirlenmesi
- 2. Yay malzemesinin belirlenmesi
- Yay malzemesine ait ısıl işlemin ve yüzey işlem durumunun belirlenmesi (menevişleme, parçacık ile dövme, vb.)
- 4. Yay taşlanma durumunun ve bitiş sarımlarının kapalılık durumlarının belirlenmesi
- 5. Yay çapına ait boyut sınırlarının belirlenmesi
- İstenen çalışma aralığındaki moment değerini kullanarak yay sabitinin ve maksimum/minimum kuvvet değerlerinin belirlenmesi
- 7. Yay boyut sınırları dâhilinde bir yay çapının seçilmesi

- Yay serbest boyunun seçilmesi ve yapılan statik ve dinamik yükleme hesabına uygun tel çapının güvenlik katsayısını da değerlendirerek belirlenmesi
- Güvenlik katsayısını artırmak için gerekirse menevişleme ve parçacık ile dövme durumlarının tekrar değerlendirilmesi ya da tel/yay çapının değiştirilmesi
- Eğer yay değerleri blok yay boyu ve serbest boy dâhilinde çıkmıyorsa mekanizmanın "L" değerinin ya da yay çapına etki eden değerlerinin değiştirilip işlemin tekrar edilmesi
- 11. Yayın kritik frekansının sistemin çalışma frekansına olan uygunluğunun kontrol edilmesi

Bu sistematik yaklaşım ile sistem gereksinimi 10°'de 1N.m moment vermek olan bir yükleme mekanizması için yay tasarımı şu şekilde yapılmıştır:

- Mekanizmanın iki adet birbirine paralel yayın aynı yüzeye baskı yaptığı bir mekanizma olarak seçilmiştir ve L değeri belirlenmiştir.
- Yay malzemesi ASTM A228 müzik teli ya da ASTM A313 standardına uygun AISI 302 paslanmaz yay çeliği olarak belirlenebilir, günümüzde çoğunlukla bu iki malzemeden yay üretilir. Uygun olan malzeme seçilmiştir.
- Yaya menevişleme ve ayrıca dinamik dayanımı artırmak için yay üzerine parçacık püskürtme ile dövme uygulanması uygun görülmüştür.
- 4. Yayın bitiş sarımlarına taşlama yapılacaktır.
- 5. Yay içinden geçecek olan milin çapı ve yayın oturduğu yuvanın çapı ise belirlenmiştir.
- Kinematik analiz sonucu, yükleme mekanizmasının vereceği dönme momenti değerinin yay sabiti ile ilişkisi mekanizma tasarımı başlığında şu şekilde gösterilmiştir:

$$\frac{keq * L^2 * \sin 2\theta}{4} = Tm \tag{3}$$

Bu denklemi kullanarak, 10° dönüde 1 N.m moment yaratacak yükleme düzeneğinin, L değeri denklemde yerine yerleştirilerek yay sabiti değeri elde edilir. Bu yay sabiti eşlenik değer olduğundan, birbirine paralel bağlanan yayların sabitleri bu değerin yarısı kadar olacaktır.

- 7. Yay ortalama çapı seçilmiştir.
- Yapılan kinematik analiz sonucu, yayın en küçük ve en büyük olduğu boy değerleri mekanizma tasarımı ve analizi başlığında denklem 4 ile elde edilmiştir. Bu denklem düzenlenerek şu ilişki elde edilir:

$$L_{maks,min} = L_{serbest} - S_{ilk} \pm \frac{L}{2}\sin\theta \qquad (6)$$

Yay serbest boyu seçildikten sonra, mekanizmanın dengede olduğu ( $\theta = 0$ ) duruma yay boyunun istenilen boyutta olacak şekilde tasarlanmasına karar verilmiştir. Bu durumda ilk sıkışma değeri ( $S_{ilk}$ ) denklem 6 aracılığıyla elde edilir. Çalışma aralığı düşünülerek istenilen  $\theta$ maks, min değerleri

belirlenir ve bu değerlerdeki minimum ve maksimum yay boyları bulunur.

Yaylara binen maksimum ve minimum kuvvet de;

 $F_{maks,min} = (L_{serb.} - L_{maks,min}) * k$  (7) Denklemi ile elde edilir. Parçacık püskürtme ile dövülmüş yaylar için dayanma gücü değerleri  $S_{sa} = 398 MPa; S_{sm} = 534 MPa$ 

olaracaktır[1]. Burulma kopma dayanımı ilişkisi şu denklemlerle ifade edilir[2,3]:

$$S_{su} = 0.67 \ S_{ut}; \quad S_{ut} = \frac{A}{d^m}$$

Tel çapı seçildikten sonra,  $S_{su}$  elde edilir. Ayrıca, değişen ve ortalama kuvvet değerleri şu şekilde elde edilir[4]:

$$F_a = (F_{maks} - F_{min})/2$$
  
$$F_m = (F_{maks} + F_{min})/2$$

Değişen ve ortalama kesme gerilimleri ise bu denklemlerle tanımlanmıştır[4]:

$$\tau_a = K_B \frac{8F_a D}{\pi d^3}; \quad \tau_m = K_B \frac{8F_m D}{\pi d^3}$$
$$K_B = \frac{4C+2}{4C-3}; \quad C = \frac{D}{d}$$

Belirlenen ve hesaplanan değerler yerine konulduğunda  $\tau_a$  ve  $\tau_m$  değerleri elde edilir. Zimmerli'nin ifade ettiği S<sub>sa</sub> değerini kullanarak,

Sines burulma kopma kriterine[5] göre bir hesap yaptığımızda, güvenlik katsayısı elde edilir:  $n_f = S_{sa}/\tau_a$ 

Güvenlik katsayısı ihtiyaç doğrultusunda tasarlanan sistem için 1.46 olarak sonuçlanmıştır.

Daha güvenilir bir sonuç elde etmek ve güvenlik katsayısından emin olmak için, Zimmerli değerlerini kullanarak Gerber kriterine göre yayın burulma güvenlik katsayısını hesaplamak istediğimizde güvenlik katsayısı 1.42 olarak elde edilmiştir[6]. Yine Goodman kopma kriterine göre işlem yapıldığında güvenlik katsayısı tekrar 1.41 olarak elde edilir[7]. Bu yüzden güvenlik katsayısının 1.41 olduğuna karar verilmiştir. Güvenlik katsayısı yarıçap değerinin yeterli olduğunu göstermektedir.

- Güvenlik katsayısının yeterli olduğu düşünülmektedir ve parçacık püskürtme ile dövme ve menevişleme işlemlerinin zaten bulunduğuna dikkat çekilerek bu adım tamamlanır.
- 10. Serbest boyu, yay sabiti, yay ortalama çapı ve tel çapı belirli olan yay için işlem yapıldığında, yayın yaklaşık kaç aktif sarımlı olması gerektiği fark edilir. Uçları taşlanmış bu yayın bu durumda blok yay boyu bizim çalışma aralığımızdaki minimum yay değerinden küçüktür, bu da seçimin uygun olduğunu gösterir.
- 11. Baskı yayları, sık aç kapa yapılan durumlarda kullanıldığında, tasarımcının yayın doğal frekansı ile yayın sıkıştırılma frekansının birbirine yakın olmadığını kontrol etmelidir, aksi takdirde rezonans olur ve yayın kırılması ya da mekanizmanın

duraksamalı çalışması gerçekleşir[8]. Yayın iki ucunun da baskı altında olduğu durumlardaki kritik frekansı şu denklem ile gösterilebilir[9]:

$$f = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{k * g}{W}}$$

Bu denklemde k yay sabitini, g ise yerçekimi katsayısını ifade eder. W, yayın aktif kısmının ağırlığıdır ve yine şu denklem ile bulunabilir[9]:

 $W = \pi^2 * d^2 * D * Na * \gamma$ 

Rakamlar yerine yerleştirildiğinde, kritik frekansın kaç hertz olduğu görülür. Bu sonuca baktığımızda, yükleme düzeneğine bağlı olan sisteme verilecek komutların bu değerin 10-20 katı daha azı olması uygun olacaktır, aksi takdirde rezonans ile düzenek ya da yay zarar görebilir.

#### IV. Test Verilerinin Değerlendirilmesi

Tüm analiz ve hesaplamaları tamamlanan yükleme mekanizması deneysel olarak da doğrulanmış ve analizlerden elde edilen çıktılarla test çıktıları karşılaştırılmıştır. Buna göre teorik olarak hesaplanan açısal pozisyona bağlı tork değerleriyle tork ölçüm sensörünün çıktısı olan test değerlerinin tutarlılığı değerlendirilmiştir. Bu testler yapılırken test motoruna basamak ve rampa komutları verilerek yükleme mekanizmasının her iki tip komut karşısındaki tepkisi gözlemlenmiştir. Testlerin gerçekleştirildiği düzenekte eyleyici (DC motor) ile yüklemeyi gerçekleştiren kam mekanizması arasında oldukça yüksek bir aktarma oranı (~122) bulunduğu için mekanizma ve diğer mekanik arayüzlere ait atalet değerlerinin eyleyici üzerindeki etkisi oldukça düşüktür. Dolayısıyla mekanizma elemanlarının eyleyici dinamiğine olan etkisi ihmal edilmiştir. Ayrıca mekanik tasarım aşamasında mekanizma elemanlarının dönü ekseninden mümkün olabildiğince sapmaması göz önünde bulundurularak atalet değerlerin düşük kalması sağlanmıştır.

Test edilecek mekatronik sistem ve elektrik motoruna ilk olarak 1 N.m (10° dönme komutu) yükleme torku elde edecek şekilde basamak komutu verilmiştir. Verilen bu komut neticesinde yükleme mekanizmasının tork çıktısı tork sensörü vasıtasıyla ölçülerek aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir. Bu komut altında hedeflenen maksimum ortalama tork hata değeri %5 tir.

18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, Trabzon, 5-7 Temmuz 2017



Şekil 11: Basamak Komutlu Yükleme Testine ait Tork Cevabı-Test 1



Şekil 12: Basamak Komutlu Yükleme Testine ait Tork Cevabı-Test 2



Şekil 13: Basamak Komutlu Yükleme Testine ait Tork Cevabı-Test 3



Şekil 14: Basamak Komutlu Yükleme Testine ait Tork Cevabı-Test 4



Şekil 15: Basamak Komutlu Yükleme Testine ait Tork Hatası-Test 1



Şekil 16: Basamak Komutlu Yükleme Testine ait Tork Hatası-Test 2



Şekil 17: Basamak Komutlu Yükleme Testine ait Tork Hatası-Test 3



Şekil 18: Basamak Komutlu Yükleme Testine ait Tork Hatası-Test 4

Yapılan test sonuçlarına göre tork hata seviyeleri şu şekildedir:

| Test No                          |         | Test-1 |         |         | Test-2 |         |         | Test-3 |         |         | Test-4 |        |
|----------------------------------|---------|--------|---------|---------|--------|---------|---------|--------|---------|---------|--------|--------|
| Zaman                            | 2.4 sn  | 4-6 sn | 6-8 sn  | 24 sn   | 4-6 sn | 6-8 sn  | 2 4 sn  | 4-6 sn | 6-8 sn  | 2.4 sn  | 4-6 sn | us 8-9 |
| Ortalama Hata<br>(Nm)            | -0.0355 | 0.0352 | -0.0392 | -0.0377 | 0.036  | -0.0388 | -0.0563 | 0.0345 | -0.0568 | -0.0496 | 0.0447 | -0.051 |
| Ortalama Hata<br>(%)             | 3.55    | 3.52   | 3.92    | 3.77    | 3.6    | 3.88    | 5.63    | 3.45   | 5.68    | 4.96    | 4.47   | 5.1    |
| Test Başına Ort.<br>Hata (%)     |         | 3.66   |         |         | 3.75   |         |         | 4.92   |         |         | 4.84   |        |
| Tüm Testlerin<br>Ort. Hatası (%) |         |        |         |         |        | 4.      | 29      |        |         |         |        |        |

Tablo 1: Basamak Komutlu Yükleme Testi Tork Hata Değerleri

1 N.m lik tork seviyesinde tamamlanan toplam dört testte 12 adet simetrik basamak komutu uygulanmış ve yükleme mekanizmasının tekrarlanabilirliği ayrı test numuneleri üzerinde doğrulanmıştır. Buna göre dört testte yaklaşık ortalama %4.29 hata ile 1 N.m lik yükleme torku elde edilmiştir.

İkinci test adımı olarak test edilecek mekatronik sistem ve elektrik motoruna 0.5 N.m (5° dönme komutu) lik yükleme torkuna ulaşacak şekilde rampa komutu verilmiştir. Verilen bu komut neticesinde yükleme mekanizmasının tork çıktısı tork sensörü vasıtasıyla ölçülerek aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir. Bu komut altında hedeflenen maksimum ortalama tork hata değeri%5 tir.



Şekil 19: Rampa Komutlu Yükleme Testine ait Tork Cevabı-Test 1



Şekil 20: Rampa Komutlu Yükleme Testine ait Tork Cevabı-Test 2



Şekil 21: Rampa Komutlu Yükleme Testine ait Tork Cevabı-Test 3

18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, Trabzon, 5-7 Temmuz 2017



Şekil 22: Rampa Komutlu Yükleme Testine ait Tork Cevabı-Test 4



Şekil 23: Rampa Komutlu Yükleme Testine ait Tork Hatası-Test 1



Şekil 24: Rampa Komutlu Yükleme Testine ait Tork Cevabı-Test 2



Şekil 25: Rampa Komutlu Yükleme Testine ait Tork Cevabı-Test 3



Şekil 26: Rampa Komutlu Yükleme Testine ait Tork Cevabi-Test 4 Yapılan test sonuçlarına göre tork hata seviyeleri şu

| şekildedir:                      |        |         |          |         |          |         |         |         |
|----------------------------------|--------|---------|----------|---------|----------|---------|---------|---------|
| Test No                          | Test-5 |         | Test-6   |         | Test-7   |         | Test-8  |         |
| Zaman                            | I-2 sn | 2 4 sn  | I-2 sn   | 24 sn   | I-2 sn   | 24 sn   | I-2 sn  | 24 sn   |
| Ortalama Hata<br>(Nm)            | 0.0041 | -0.0012 | 0.000685 | -0.0102 | 0.000602 | -0.0127 | -0.0037 | -0.0136 |
| Ortalama Hata<br>(%)             | -      | 0.24    | -        | 2.04    | -        | 2.54    | -       | 2.72    |
| Tüm Testlerin<br>Ort. Hatası (%) |        |         |          | 1       | 89       |         |         |         |

Tablo 2: Rampa Komutlu Yükleme Testi Tork Hata Değerleri

0.5 N.m lik tork seviyesinde tamamlanan toplam dört testte 8 adet simetrik rampa komutu uygulanmış ve yükleme mekanizmasının tekrarlanabilirliği ayrı test numuneleri üzerinde doğrulanmıştır. Buna göre dört testte yaklaşık ortalama %1.89 hata ile 0.5 N.m lik yükleme torku elde edilmiştir.

Tüm testler için ortaya çıkan ortalama hata seviyeleri hedeflenen maksimum değerlerin altındadır ve bu sebepten mevcut uygulama için yeterli düzeydedir. Fakat ikinci bir elektrik motoru ile yapılan yüklemelerde bu hataların da altına inilebilmektedir. Dolayısıyla ihtiyaç

doğrultusunda daha düşük hataların elde edilmesi gerekebilir. Bu durumda mevcut sistemde iyileşmeler yapılmalıdır. Görüldüğü üzere daha dinamik bir komut olan basamak komutunda oluşan hata daha yüksektir. Bu hatanın oluşmasında mekanizmanın kaplin bağlantılarındaki olası ufak esnemeler/sıyırmalar ve yay sabitlemesindeki boşluklar etkindir. Daha rijit bir kaplin bağlantısı dinamik bir komut altında sıyırma ve esneme yapmadan cevap verebilecektir. Yay sabitlemelerindeki düzenlemeler ile birlikte de baskı deplasmanı yapan yay bükülme ve titreşim yapmadan gerekli kuvveti daha az yanılma ile uygulayabilecektir.

#### V. Sonuçlar

Tamamlanan bu çalışmayla birlikte lineer yay kullanımıyla mekatronik sistemlerin ve elektrik motorlarının yüksek bir doğrulukla yükleme testine tabi tutulabileceği gösterilmiştir. Düzenek düşük açı değerlerinde lineere yakın ve hassas yükleme torku vermektedir (*bkz denklem 3*) ve bu durum düzeneği düşük açıda çalışan hassas mekanizma ve motorların performans testinde kullanıma uygun kılar. Mekanik tasarımında yapılabilecek olası iyileştirmeler ve yayların daha iyi bir doğrulukla üretilmesiyle birlikte daha isabetli tork değerlerine ulaşılabileceği değerlendirilmektedir. Bu doğrultuda, ihtiyaç olması dâhilinde, gelecekte daha düşük tork değerlerini daha düşük hata paylarıyla elde etmeye yönelik çalışmaların yapılması öngörülmektedir.

#### Teşekkür

Yazarlar bu çalışmanın yapılmasında katkıda bulunan Roketsan AŞ'ye finansal destekleri için teşekkür etmektedir.

#### Kaynakça

- F. P. Zimmerli, "Human Failures in Spring Applications," The Mainspring, no. 17, Associated Spring Corporation, Bristol, Conn., Ağustos–Eylül 1957.
- [2] Barnes Group ve Courtesy of Associated Spring, (1987). Design Handbook: Engineering Guide to Spring Design (s.19).
- [3] James O. Smith, "The Effect of Range of Stress on the Fatigue Strength of Metals," Univ of Ill. Eng. Exp. Sta. Bull. 334, 1942.
- [4] Budynas R. G, Nisbett J. K. ve Shigley, J. E. Shigley's Mechanical Engineering Design, 8. Baski (s.519), 2008.
- [5] Oscar J. Horger (ed), Metals Engineering: Design Handbook, McGraw-Hill, New York, 1953, s.84.
- [6] Budynas R. G, Nisbett J. K. ve Shigley, J. E. Shigley's Mechanical Engineering Design, 8. Baski (s.297), 2008
- [7] Goodman J. Mechanics Applied to Engineering, Longman, Green % Company, Londra 1899.
- [8] Wolford J.C. ve Smith G. M. Surge of Helical Springs, Mech. Eng. News vol.13,no. 1 (s. 4-9), Subat 1976.
- [9] Budynas R. G, Nisbett J. K. ve Shigley, J. E. Shigley's Mechanical Engineering Design, 8. Baskı (s.517), 2008s

# Lastik Kılıflı Bobin Mandreli İçin Kompakt Sac Metal Kavrama Yöntemi

Semih Çakıl<sup>\*</sup> Borusan Teknoloji Geliştirme ve ARGE A.Ş. İstanbul Cem Doğan<sup>†</sup> Borçelik Çelik Sanayii Ticaret A.Ş. Bursa

Özet— Ana endüstrilerdeki üretimin çoğunluğu soğuk haddelenmiş sac metale dayanmaktadır. Soğuk haddelenmiş sac metalin verimli bir şekilde taşınması, ve işlemesi için rulo form tercih edilmektedir. İşlenmiş metal levhaların sarılması için ağızlatma aparatları kullanılmaktadır. Bu çalışmada, mevcut ağızlatma yöntemlerini bir adım öteye taşıyacak yeni bir kayışsız ağızlatma yöntemi sunulmuştur. Yeni kavrama gereksinimlerine mekanizması, endüstri göre tasarlanmıştır. Mekanizma, yerleşim alanı sınırlamaları nedeniyle bobin arabası üzerine monte edilmiştir. 0-2 mm arasındaki saclar saat yönünde ve saat yönünün tersine sarılabilir. Malzeme ve bileşen seçimi için hesaplamalı analiz yöntemleri kullanılmıştır. Prototip ağızlatma aparatı hazırlanmış ve üretim denemelerinin sonuçları, hatalar ve toplam calışma süresi gözönüne alınarak mevcut ağızlatma yöntemleriyle karşılaştırılmıştır.

Anahtar kelimeler: bobin, sarım, ağızlatma, kayışlı sarıcı

Abstract— A majority of production in prominent industries is based on cold-rolled sheets and coil form is preferred for efficient handling, transport and further processing of cold-rolled sheet metal. Recoilers are used for coiling the processed metal sheets. In this paper we introduce a new wrapper type beltless recoiling method, which brings recoiling one step ahead than the existing methods. New recoiling mechanism is designed according to industry requirements. Mechanism is mounted on a coil car due to floor-space limitations. Sheet metals between 0-2 mm can be coiled both in clockwise counterclockwise and directions Computational analysis methods are employed for material and component selection. A prototype is assembled and the results of the production trials are compared to existing recoiling methods with respect to defects and total operation time.

Keywords: coil, winding, recoiling, belt wrapper

#### I. Giriş

Teknolojinin güncel durumu ve sac metal işlemenin otomasyonu konusundaki gelişmeler, büyük ölçekli stok kullanımını gerektirmektedir. Otomotiv, inşaat, enerji, ev aletleri ve ilgili endüstrilerdeki üretimin çoğunluğu, soğuk haddelenmiş sac metal stoklarına dayanmakta ve bunların kullanımı da üretim sürecinin verimliliğini önemli ölçüde arttırmaktadır. Soğuk haddelenmiş sac metal stoğunun genişliği ve malzeme kalınlığı nihai üründen bağımsız olarak değişebilir [1]. Farklı ölçülerde soğuk haddelenmiş sac metalin verimli elleçlenmesi, taşınması ve işlenmesi için rulo form tercih edilmektedir. Bu form depolama alanı bakımından avantaj sağlamakta ve ayrıca metal sacların harici hasar faktörlerinden korunmasını sağlamaktadır. Sac metal üreticileri, fiyat, işletme maliyeti, bobin ağırlığı, malzeme türü ve kalınlığı, besleme uzunluğu ve hız gereksinimleri, malzeme kaplaması, yerleşim alanı kullanılabilirliği ve kontrol edilebilirlik dahil olmak üzere, uygulama gereksinimlerine bağlı olarak bobin besleme yöntemi ve ekipmanını seçerler.[2]

Temel olarak, mevcuttaki tüm soğuk haddelenmiş sac metal bobin işleme ekipmanları, giriş ve çıkış adımları açısından benzerdir [3]. Bobin, bobin işleme hattına beslendikten sonra kırpma, dilme, kaplama, asitleme gibi birçok adımdan geçmektedir. Bobin işleme hattındaki son adım olan sarım, üretim hattından gelen metal banda bobin formun verilmesi amacıyla gerçekleştirilir [4]. Bu işlem levhanın mandrel olarak adlandırılan döner bir silindire sürekli sarılmasıyla gerçekleştirilir. İstenen dönüş sayısına ulaşıldığında mandrel döndürme işlemi durur. Rulo sacın çekirdeği olarak işlev gören mandrel sargı sırasında genişler ve bobinin merkezini sıkı tutar. Bobin iç çapına bağlı olarak genellikle 508 mm mandrel veya 610 mm'lik lastik kılıflı olmak üzere iki tür mandrel kullanılır.

Sarım işlemi, metal şeridin ucunun mandrele ağızlatılmasını ve bandın ilk sargılarının, mandrel ile şerit arasındaki gerekli sürtünme direnci elde edilene kadar mandrel etrafina sarılmasını gerektirir. Genellikle temas tabakaları arasında sürtünme kuvveti vermek için iki veya üç dönüş yapar [3]. Sarım mekanizmaları, ağızlatmada metal şeridin ucu ve mandrel arasındaki bağlantının tipine göre sınıflandırılır. Temelde tutucu bar tipi ve sarıcı tipi olmak üzere iki bobin ağızlatma mekanizması tipi vardır.

Tutucu bar tipi ağızlatma sistemlerinde metal şerit şeridin ucu mandrel üzerindeki hidrolik veya mekanik olarak etkinleştirilen bir yuvaya sıkıştırarak sarılır [5]. Metal şeridin uç bölgesi sıkıştırma esnasında kırılır ve bu kırık yüzey, sonraki dönüşlerde şerit kalitesini etkiler. Bobin başlangıç sarımlarında oluşan kırıklar veya çizikler bu işlemin ana dezavantajı ve üreticiler ile müşterilerin ortak şikayetidir.

<sup>\*</sup>scakil@borusan.com

<sup>&</sup>lt;sup>†</sup>cdogan@borcelik.com

Sarıcı tipi ağızlatma sistemlerinde genellikle metal şeridin etrafina gerilmiş silindir destekli kayış kullanır. Sac metali mandrel üzerine sarmak için gereken sıkıştırma kuvveti kayış tarafından uygulanır [6]. Kayış tipi sistemlerde şerit ucunda bükülme olmaz, dolayısıyla kusurlar veya çizikler en aza indirilir. Bununla birlikte, bu mekanizmalar tasarım ve işletme açısından karmaşık ve maliyetlidir.

Burada, esas itibarıyla kemersiz bir sarıcı tipi ağızlatma mekanizması olan yeni bir ağızlatma metodunu, Jaws Wrapper'ı tanıtmaktayız. Silindirik Cşekilli gövde, metal şeridi kauçuk kılıflı mandrel etrafında yönlendirir. Bu yöntem kauçuk kılıflı mandrel üzerine sarıma yardımcı olmayı amaçlamış olsa da, mandrel üzerinde lastik kılıflı veya kılıfsız tüm metal şerit ağızlatma uygulamalarına kolayca adapte edilebilir. Buna ek olarak, sistemin ekonomikliği, uygulama kolaylığı ve çalışma sırasında metal şerit kusurlarını azaltması sistemin mevcut sistemlerden bir adım önde olmasını sağlamaktadır.

#### II. Yöntem

#### A. Jaws Wrapper mekanizması ve bileşenleri

Jaws Wrapper, sac metal bobin sarımı için bir ağızlatma aparatıdır. Sistem bir bobin arabasına monte edilir ve ağızlatma operasyonu için bobinli araba üzerinde raylı platformda hareket eder. Kaldırma kolu ve silindirik C-şekilli yuva yekpare bir gövde oluşturur; bu yapı, bobin arabası iskeletine menteşelenir. ağızlatma mekanizması iki hidrolik silindir ile aşağı yukarı yönlerde hareket ettirilir. Bobin arabasının bobini vinç yükleme alanına taşıması için mekanizmanın kaldırılması gerekmektedir.

Gövde, çeneler ve dört silindir metal şeridi mandrel etrafında yönlendirmek için kullanılır. Çeneler metal şeridin giriş ve çıkış kılavuzları olarak kullanılır. Bu çeneler pnömatik silindirlerle harekete geçirilirler. Çenelerden biri sargı yönüne göre kapalı kalır. Alt çene Şekil 3'de gösterildiği gibi saat yönünde sarma için kapatılırken, üst çene saat yönünün tersine sarılması için kapalı kalır. Ceneler ve mandrel arasındaki acıklık 0-2 mm arası sacları ağızlatmaya imkan verir. Pnömatik silindirlerle harekete geçirilen baskı merdaneleri, şeridi mandrelin yüzeyiyle temas ettirmek için gerekli basma kuvvetini sağlar. Baskı merdane pistonları, 2 mm sac ruloya 1500 kg uygulayacak şekilde seçilmiştir. Metal şerit baskı merdalerinin altından geçerken, gövde iç yüzeyi tarafından yönlendirilir. Şeridin ucu, gövdenin iç yüzeyinde sürtünerek çıkışa ulaşır ve ilk sarımı oluşturur. Kilitleme mekanizmaları ise sarmalayıcının Şekil 2'de gösterilen üretim ve saklama pozisyonlarında sabitlenmesini sağlar.

#### B. Malzeme ve bileşen seçimi

Tasarım ve malzeme seçimini tamamlamak için hesaplamalı analiz yöntemleri kullanıldı. Jaws

Wrapper'ın aşağı yukarı hareketi sırasında sistem bileşenleri üzerine binen kuvvetleri elde etmek için bir kinematik analiz modeli oluşturuldu. Kaldırma hareketinin tamamlanması için öngörülen toplam süre 5 saniye olarak belirlendi. Ağızlatma mekanizmasının kinematik analiz sonuçları Şekil 4'te gösterilmektedir. Kinematik analiz sonucunda elde edilen kuvvet değerleri Şekil 5'te gösterilen basit analitik yaklaşım ile doğrulanmıştır.



Şekil 1. Jaws Wrapper alt bileşenleri



Şekil 2. Jaws Wrapper üretim pozisyonu (sol), saklama pozisyonu (sağ)



Şekil 3. Jaws Wrapper saat yönünde sarım için alt çene kapalı görünüm

Şekil 4B ve 4C'de gösterilen kuvvetlerin azami değerleri, Şekil 6'te gösterilen lineer statik yapısal analiz için girdi olarak kullanıldı. Şekil 7'de gösterildiği gibi silindir ekleminin kaynak bölgesi üzerinde 236MPa'lık maksimum Von-Mises gerilme değeri oluştuğu görüldü.

Ayrıca, ağızlatma sırasındaki çalışma koşullarını temsil etmek için varsayımsal kuvvetler (Şekil 8) Last\_Run Time= 0.1000 Frame=03 mandrel yuvası parçasına uygulandı. Şekil 9'de gösterildiği gibi rulo silindir bağlantısının boynu üzerinde 195MPa'lık Max Von-Mises gerilme değeri oluştuğu gözlendi. Bu iki analiz sonucunda elde edilen sonuçlara göre ST52 çeliği mandrel yuvası ve kaldırma kolları için uygun malzeme olarak seçildi.



Şekil 4. A) Kinematik analiz modeli B) Silindir mafsalındaki reaksiyon kuvveti y bileşeni C) Silindir mafsalındaki reaksiyon kuvveti x bileşeni



Şekil 5. Piston kuvvetinin basit analitik yöntem ile hesaplanması



Şekil 6. Mekanizmanın aşağı yukarı hareketi sırasında uygulanan kaldırma kuvveti ve yönleri



Şekil 7. Mekanizmanın hareketi sırasında uygulanan yükler altında Von Mises Stres dağılımı



Şekil 8. Ağızlatma koşullarını temsil etmek için uygulanan kuvvetler



Şekil 9. Ağızlatma yükleri altında Von Mises Stres dağılımı III. Sonuçlar

Ağızlatma mekanizmasının ilk prototipi üretildi ve bobin işleme hattında deneme üretimleri gerçekleştirildi. Örnek bobinler incelenerek oluşturulan kalite kontrol sonuçları Tablo.1'de listelenmiştir. Kalınlık, genişlik ve malzeme bilgileri verilen metal sac bobinler Jaws Wrapper, kayışlı sarıcı ve tutucu bar olmak üzere üç farklı ağızlatma yöntemi kullanılarak sarıldı. Sarılan her bir bobin için yöntemlere göre kırık metrajları belirtildiği gibidir. Tutucu bar yöntemi ile elde edilen sonuçlar polyamid kabuklu (CSL1) ve çelik kabuklu (CSL2) mandrelin kullanıldığı iki farklı üretim hattından elde edildi. Jaws Wrapper'ın sarım esnasında bobin üzerindeki kırılma oranının kayışlı ağızlatma aparatı ile aynı olduğu görülmektedir. Ağızlatma operasyonunda hurda oranını asıl etkileyen faktör, bobinin merkezinde yer alan mandrel üzerindeki kılıf ya da kabuk yapının malzemesidir. Jaws Wrapper ve kayışlı sarıcı yöntemlerinin her ikisinde de lastik kılıflı mandrel kullanılmaktadır ve dolayısıyla her iki yöntem için benzer kırık miktarı beklenmektedir. Test sonuçlarında da Jaws Wrapper ve kayışlı sarıcı yöntemlerinin aynı kırık metrajlarına ulaştığı ve tutucu bar yöntemler, her iki mandrel tipine göre, gözle görülür iyileşme sağladığı Tablo 1'de görülmektedir.

Tablo 2'de üç farklı ağızlatma yöntemi için operasyon süreleri listelenmiştir. Jaws Wrapper ve kayışlı sarıcı yöntemleri için sadece lastik kılıf takma ve çıkarma süreleri, tutucu bar için ise sadece kabuk takma ve çıkarma süreleri mevcuttur. Jaws Wrapper yöntemi için toplam süre kayışlı sarıcı yönteminin üzerinde olmakla beraber, tutucu bar yöntemi ağızlatma sürelerinin altında kalmıştır.

Sonuç olarak, Jaws Wrapper yöntemi, ağızlatma süresi ve hurda oranları birlikte değerlendirildiğinde kayışlı sarıcı yöntemi ile benzer verimlilik göstermektedir. Her iki yöntem, tutucu bar yöntemine göre daha az hurda oluşturmaktadır. Jaws Wrapper mekanizmasının kayışlı sarıcı mekanizmasına göre çok daha basit bir çalışma prensibine sahip olması, daha az sayıda hareketli parça içermesi, üretimde standart yapı çeliklerini kullanması sistem üretim ve bakım maliyetlerini düşük seviyede tutmaktadır. Ayrıca bobin arabasının üzerine entegre edilebilmesi hem üretim hattı yerleşimini etkilememekte hem de kullanıma alma maliyetini düşürmektedir. Böylece Jaws Wrapper mekanizması kompakt yapısı, düşük maliyeti ve yüksek verimliliği ile öne çıkmaktadır.

|          | Kalınlık | Genişlik |          | Jaws H<br>Wrapper Kırık Jaws Wrapper Kırık |  | Kayışlı Sarıcı<br>Kırık | CSL1 Tutucu<br>bar Kırık | CSL2 Tutucu<br>Bar Kırık |
|----------|----------|----------|----------|--|--|-------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Bobin No | (mm)     | (mm)     | Malzeme  | Metrajı (m)                                | Açıklama   | Metrajı (m)             | Metrajı (m)              | Metrajı (m)              |
| 686646A  | 1,6      | 1280     | FEE _420 | 3,8  | Son 2 sarımda net görünür kırık tespit edildi    | 3,8                     | 72                       | 94                       |
| 6920893A | 1,5      | 1245     | H260_LAD | 1,9  | Son 1 sarımda net görünür kırık<br>tespit edildi | 1,9                     | 54                       | 72                       |
| 688643B  | 0,7      | 1420     | FEE_340  | 1,9  | Son 1 sarımda net görünür kırık<br>tespit edildi | 1,9                     | 38                       | 70                       |
| 673191B  | 0,65     | 1380     | DX54D+Z  | 1,9  | Son 1 sarımda net görünür kırık<br>tespit edildi | 1,9                     | 28                       | 38                       |
| 678854A  | 0,8      | 1100     | DX52D+Z  | 1,9  | Son 1 sarımda net görünür kırık<br>tespit edildi | 1,9                     | 28                       | 38                       |
| 688783   | 0,65     | 1490     | DC05     | 5,7  | Son 3 sarımda net görünür kırık tespit edildi    | 5,7                     | 54                       | 72                       |
| 683517   | 0,7      | 1200     | DC01     | 3,8  | Son 2 sarımda net görünür kırık tespit edildi    | 3,8                     | 57                       | 76                       |
| 682996   | 0,73     | 911      | BOR_220  | 5,7  | Son 3 sarımda net görünür kırık tespit edildi    | 5,7                     | 76                       | 96                       |
| 682988   | 0,73     | 911      | BOR_221  | 3,8  | Son 2 sarımda net görünür kırık tespit edildi    | 3,8                     | 28                       | 38                       |
| 683809A  | 0,7      | 910      | XW_280D  | 5,7  | Son 3 sarımda net görünür kırık tespit edildi    | 5,7                     | 76                       | 96                       |

Tablo 1. Numune bobinler ve seri üretim bobinleri kalite kontrol sonuçları

|                    | Lastik Kılıf Takma<br>&<br>Çıkarma (sn) | Kabuk Takma<br>Çıkarma (sn) | Bobin Başı Mandrele<br>Bağlama (sn) | Toplam Süre (sn) |
|--------------------|---|-----------------------------|-------------------------------------|------------------|
| CSL2 Jaws Wrapper  | 300                                     | -                           | 320                                 | 620              |
| INS Kayışlı Sarıcı | 250                                     | -                           | 240                                 | 490              |
| TLL Kayışlı Sarıcı | 300                                     | -                           | 200                                 | 500              |
| CSL1 Tutucu Bar    | -                                       | 900                         | 75                                  | 975              |
| CSL2 Tutucu Bar    | -                                       | 780                         | 330                                 | 1110             |

Tablo 2. Jaws Wrapper, kayışlı sarıcı ve tutucu bar yöntemleri ile ağızlatma süreleri

#### Kaynakça

- STAŃCZYK, M.; FIGLUS, T. A method for the selection of certain force and energy parameters of automatic sheet metal coiling machines. Metalurgija, 2016, 55.1: 79-82.
- [2] Jim Ward. 2012. THE BASICS OF COIL PROCESSING, PART 1: [2] Jim Ward. 2012. THE BASICS OF COIL PROCESSING, PART 1: UNWINDING THE COIL. [ONLINE] Available at:http://www.metalformingmagazine.com/magazine/article.asp?aid =6882. [Accessed 30 December 2016].
  [3] PARK, Yonghui; PARK, Hyunchul. Development of Computational Models for Coiling Process with the Belt Wrapper. Metallurgical and Materials Transactions B, 2016, 47.5: 2699-2704.
  [4] Strip Metal Coil Processing. 2013. Coil Handling Equipment Overview Part 2. [ONLINE] Available at: http://www.stripmetalcoilprocessing.com/coil\_handling\_equipment\_ pt2.html. [Accessed 30 December 2016].
  [5] RIPPIN, John W. Strip recoiling apparatus. U.S. Patent No 4,421,283, 1983

- 4.421,283,1983
   [6] Belt wrapper for strip material. U.S. Patent No 2,262,160, 1941.

## Bir Dekantör Santrifüj İçin Helezon Tasarımı Ve Dinamik Analizi

Ahmet Alper Akış<sup>\*</sup> HAUS Makine Sanayi A.Ş. İzmir Ecem Demir<sup>†</sup> Manisa Celal Bayar Üniversitesi Manisa B. Burak Özhan<sup>1</sup> Manisa Celal Bayar Üniversitesi Manisa

Özet—Birçok uygulama alanı olan dekantör santrifüjün modellemesi yapılıp, hesaplamalı dinamik ve gerilme analizleri ortaya konulmuştur. Yüksek dönme hızı sebebiyle oluşacak balanssızlık ve büyük titreşim genlikleri problemlerini bertaraf etmek için helezon geometrisi optimize edilmiştir. Asimetrik helezon yapısının ağırlık merkezini optimum bir şekilde önceden ayarlayabilmek için mevcut tasarımın yanında üç farklı tasarım yapılmıştır. Bu tasarımların dinamik ve gerilme analizi sonuçları dikkate alınarak uygun geometri saptanmıştır.

Anahtar kelimeler: Dekantör santrifüj, modelleme, dinamik analiz, gerilme analizi, doğal frekans

**Abstract**—A decanter centrifuge which has many applications is modeled. Dynamical and stress analyses of the decanter centrifuge are obtained. The geometry of scroll screw is optimized to eliminate problems due to high vibration amplitudes and unbalance. In addition to the current one, the center of gravity of the asymmetric scroll conveyor is optimized by comparing three new designs. Appropriate design is chosen by considering the results of dynamic and stress analyses.

Keywords: Decanter centrifuge, modelling, dynamical analysis, stress analysis, natural frequency

#### I. Giriş

Bir santrifüj türü olan dekantör santrifüj yüksek hızda dönen tambur ve tamburla aynı eksende farklı veya aynı hızda dönen helezon olmak üzere iki ana rotor eleman ve hız farkını ayarlayan tahrik grubu ile dönen elemanları taşıyan gövdeden meydana gelmektedir. Merkezcil kuvvet kullanılarak katı ve sıvı karışımlarını üç faza kadar helezon yardımıyla ayıran bir santrifuj türü olan dekantör; sıvı-sıvı ve katı-sıvı karışımların avristirilmasında, katı-sıvı karısımların susuzlastırılması ve konsantre edilmesinde kullanılmaktadır. Atık su ve içme suyu arıtma tesislerinde, petrol alanlarında, sondaj endüstrisinde, içecek endüstrisinde, hayvansal ve bitkisel yağların işlenmesi ve elde edilmesinde, nişasta endüstrisinde, kimva ve eczacılık endüstrisinde santrifüi dekantörlerinden yararlanılmaktadır.

Dekantörde en önemli noktalardan biri; tambur ile helezon devirleri arasındaki fark, yani diferansiyel hızdır.

Bu hızın seviyesi, ayrısan katıdaki nem oranına ve ayrışan sıvının içerdiği partikül oranına etki eder. Bu sebeple, santrifüj hızı, farklı tahrik sistemleriyle ayarlanarak istenen ürün özellikleri elde edilebilmektedir. Tan ve diğ. [1], sayısal olarak, dönüş hızı farkı dual titreșimlerini rotor sistemlerinin etkileşimli ANSYS® programı incelemişlerdir. Çalışmada kullanılarak modal analizle mod yapıları elde edilmiştir. Sayısal sonuçlar deneysel sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Balanssız durum için ANSYS® ile ön gerilmeli analiz yapılıp tambur ve helezonun mod yapıları incelenmiştir. Boşaltma santrifüjlerinde, rulman yatak boşluğu, konveyör dengesizliği ve düşük yatak yükleri kombinasyonunun sebep olduğu düzensiz titreşimlerle ilgili bir çalışma Donoue [2] tarafından yapılmıştır. İncelenen dekantör santrifujler endüstride yaygın olan döner ekipmanlardan (pompalar, fanlar, diğer kompresörler, elektrikli motorlar) farklıdır, çünkü bunlar bir çift rotorlu olup, bir rotor diğer rotorun içindedir. Her iki rotordaki dengesizlik, çalışma hızı bir titreşim moduna yakın olduğunda, yani kritik hızda, tüm makinenin şiddetli titreşimlerine sebep olabilir. Ayrıca harici rotor sebebiyle bir merkezkaç kuvveti oluşturur.

Özellikle rotor yapılı makinelerin dinamik modellemesi, kritik hızları tahmin edebilmek, tasarım sürecinde ve titreşim sorunlarının giderilmesinde önemlidir. Makinaların şase sistemleri ve rotor elemanlarının doğal frekanslarının bilinmesi, rezonans bölgesinin değerlendirilmesinde önemlidir.

Bell [3], *GTech-Bellmor 1456* kodlu dekantör modelini ele alarak gerekli malzeme ve tasarım iyileştirmeleri üzerine çalışmıştır. Dekantör santrifüjde iyileştirmeler yapmak için, tambur ve helezon kütlesini azaltmak, aşınmaya karşı direnci artırmak, tambur ve helezon yüzeylerinin sürtünme katsayısını azaltmak, helezon geometrisini optimize etmek ve diferansiyel hızı kontrol etmek üzerine çalışmalar yapmıştır. Bell ve diğ. [4] dekantör santrifüjde ayrıştırılmış katının iletim gücünü ortaya koyan bir matematik model geliştirmişlerdir. Matematiksel olarak elde edilen sonuçları deneysel sonuçlar ile karşılaştırılmışlardır.

Lou ve diğ. [5] dekantörün gürültü ve titreşimleri üzerine deneysel çalışmalar yapmışlardır.

<sup>\*</sup> alper.akis@haus.com.tr \* ecemdemmiir@gmail.com

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> burak.ozhan@cbu.edu.tr



Şekil 1. Dekantör Santrifuj [3,4]

Diferansiyel hızların küçük farklarının çeşitli değerleri için oluşan ses düzeyleri test edilmiştir. Sesin, mekanik, hava, sıvı, ya da bunların etkileşimi kaynaklı olabileceği ortaya konulmuştur. Belirlenmiş frekans aralıkları için yüksek frekanslı sesin makinanın düşey titreşimleri, koruma saçının titreşimi ve akışkan yapı etkileşimi sebebiyle oluştuğu ortaya konulmuştur. Belli frekans aralığı için, düşük frekanslı sesin ise motor, tambur ve helezon sebebiyle oluştuğu gösterilmiştir.

Dekantör santrifüj için işletme süreçlerinin türüne göre tambur grubunun açısal hızı değişmektedir. İlgili sürece en uygun ürünü alabilmek için açısal hız değeri ayarlanır. Bu çalışmada, santrifüjün modellemesi yapılıp devamında hesaplamalı dinamik ve gerilme analizleri ortaya konulmuştur. Tasarımda iyileştirmeler yapılması amaçlanmıştır. Öncelikle mevcut tasarım ortaya konulmuş, ardından tasarımda iyileştirme adına üç farklı yaklaşım ortaya konulmuştur. Tasarımlarda meydana gelen doğal frekanslar ve gerilmeler gösterilmiştir. Değerler dikkate alınarak uygun optimum geometrinin ne olacağı tartışılmıştır.

#### II. Dekantör Santrifuj

Bir Dekantör Santrifüj 'ün genel yapısı Şekil 1' de gösterilmektedir.

Dekantör santrifüj en genel anlamda tambur ve helezondan meydana gelmiştir. Helezon ise mil ve yaprak elemanların birleşimidir. Tambur, rulmanlarla desteklenir ayrıca helezon ile tambur arasında da rulmanlar kullanılır.

#### III. Tasarım

Dekantör Santrifüj 'ün tasarımında ilk olarak mil ve yaprak ele alınmıştır. Mil katı modeli Şekil. 2 'de verilmiştir.

Mil ile kaynaklanarak birleştirilecek yaprak için de ayrı bir yaprak katı modeli tasarlanmıştır. Ardından mil ile yaprak birleştirilmiştir (Şekil 3). Bu yapı helezon olarak tanımlanır.



Şekil 2. Mil Katı Modeli

Tasarım yapılırken ağırlık merkezi ile dönme ekseni arasındaki uzaklığa dikkat edilmelidir. Merkezden kaçıklık (eksantriklik) sistem için istenmeyen ek kuvvetlere ve yüklere sebep olacaktır. Bundan dolayı tasarımlarla bu duruma müsaade etmeyecek optimum geometriye ulaşılmaya çalışılmıştır. Bu amaçla, helezon tasarlanırken, ağırlık merkezinin yeri değiştirilmiştir (Şekil 4). Ağırlık merkezi koordinat değerleri (273.8677,-0.207,0.1983) mm'dir.



Şekil 3. Helezon Katı Modeli



Şekil 4. Ağırlık Merkezi Optimize Edilmiş Helezon

Bu çalışmada halihazırda kullanılmakta olan tasarım ve bundan hareketle üç yeni tasarım önerilip analiz edilmiştir. Şekil 5'te mevcut tasarım gösterilmiştir.

Şekil 6, Tasarım 1 olarak adlandırılmıştır. Bu tasarım, dolu mil şeklinde düşünülmüştür. Şekil 7, Tasarım 2 olarak adlandırılmıştır. Bu tasarımda ise dekantörde boru uzatılmış ve besleme odası kısaltılmıştır. Şekil 8'de

gösterilen tasarımda ise boru kalınlığı artırılmış ve konik boşaltma yapılmıştır. Tasarım 3 olarak adlandırılmıştır.

Tasarım yapılırken üretim süreci ve maliyeti göz önüne alınmıştır. Tasarımlar, üretilebilirlik dikkate alınarak, üretim sürecindeki kaynak ve balans alma işlemleri açısından yapılmıştır. Tasarımlar, dinamik ve dengeleme gözönüne alınarak ANSYS® statik SpaceClaim kullanılarak yapılmıştır (Şekil 4). Üretimde kaynak işlemi sırasındaki boru kesit çarpılmalarını önleme açısından dolu mil tasarımı tercih edilebilir. Tasarım 1'de (Şekil 6), dolu mil durumu göz önüne alınmıştır.

Tasarım 2'de (Şekil 7), Şekil 1'de tanımlanmış besleme haznesi boyu kısaltılmış ve ince cidarlı gövde borusu uzatılmıştır.

Tasarım 3 'te (Şekil 8) ise mevcut tasarımda görülen konik boru yapısının boyu ve kalınlığı azaltılmıştır. Gövde boru cidarı artırılmıştır.

Dolu mil hariç tüm tasarımlarda mil birleştirilmesi kaynak ile yapılmıştır. Sonuçlar bölümünde birleşim bölgesindeki analiz sonuçları da verilmiştir.

Helezon tasarlanırken, ağırlık merkezinin yeri değiştirilmiş ve milin iç yapısına göre optimum tasarıma ulaşılmaya çalışılmıştır.







Şekil. 7. Tasarım 2



#### Şekil. 8. Tasarım 3

#### IV. Analiz

ANSYS® paket programı ile gerilme ve titreşim (doğal frekans) analizleri yapılmıştır. ANSYS<sup>®</sup> programının Static Structural ve Modal Analysis modülleri kullanılmıştır. Gerilme analizi için helezonun miline 3000 dev/dk açısal hız verilmiştir ve rulman yataklarından dönüş ekseninde serbest bırakılacak şekilde destek tanımlanmıştır. Titreşim analizinde de rulman yataklarından sadece dönüş ekseninde serbestlik tanımlanmıştır.



Şekil. 9. Mevcut Tasarımın Gerilme Analizi Sonuçları

18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, Trabzon, 5-7 Temmuz 2017



Şekil. 10. Tasarım 1 Gerilme Analizi Sonuçları



Şekil. 11. Tasarım 2 Gerilme Analizi Sonuçları



Şekil. 12. Tasarım 3 Gerilme Analizi Sonuçları

#### V. Sonuçlar ve Değerlendirme

Dekantör Santrifüj dışarıdan etkiyen bir tahrik kuvvetine maruzdur. İşletme şartlarında oluşabilecek rezonans durumlarını bertaraf etmek için santrifüje ait doğal frekansın bilinmesi gerekir. Ayrıca yapıda oluşacak gerilmelerin bilinmesi de optimum tasarıma ulaşmak açısından oldukça önemlidir. Ortaya konulan her bir tasarım için doğal frekans ve gerilme sonuçları elde edilmiş ve karşılaştırılmıştır.

Santrifüj devir sayısı, sisteme giren ve ayrıştırılması istenen ürünün hacmi ile orantılı olarak değişmektedir. Bu çalışmada, uygulamadan elde edilen veriler ışığında 3000 dev/dk dönme hızı değeri için eşdeğer gerilmeler; mevcut tasarımda 177.3 MPa, Tasarım 1'de 138.78 MPa, Tasarım 2'de 182.89 MPa, Tasarım 3'de 173.06 MPa olarak elde edilmiştir (Şekil 9-12). Uygulamada istenilen/beklenen en büyük hız değeri 3000 dev./dk 'dır. Tablo 1-4'te bu hıza kadar seçilen farklı değerler için gerilmelerin değişimleri verilmiştir. Gerilme değerleri, kullanılan malzeme 1.4462 paslanmaz çeliğin akma mukavemet değerinin (460MPa) altında yer almaktadır. Helezon yüksek açısal hıza sahip olduğundan, tasarım yapılırken titreşim genlikleri ve hızları göz önüne alınmalıdır. Zorlama frekans değeri, doğal frekans değerine yakın olduğunda titreşim genliklerinde büyük artışlar meydana gelir (rezonans durumu). Bu sebeple doğal frekansın zorlama frekansıyla kıyaslanması gerekir.

Titreşim analizinde elde edilen 1, 2 ve 3.mod doğal frekans değerleri Tablo 5'te gösterilmiştir. Buna göre 1.mod değeri göz önüne alınırsa, mevcut tasarımın kritik hızı 4446 dev/dk , Tasarım 1'in hız değeri 3535 dev/dk, Tasarım 2'nin hız değeri 4511 dev/dk ve Tasarım 3'ün hız değeri ise 4825 dev/dk bulunmuştur. Bu değerler ışığında dönme devri olan 3000 dev/dk'ya en uzak değere sahip olması sebebiyle (düşük genlikli ve rezonans bölgesinden en uzak değer) Tasarım 3'ün seçilmesi uygun bulunmuştur.

Elde edilen tasarım gerilme sonuçlarının hepsi güvenli bölgede olduğundan gerilme ve dinamik analizler uyarınca Tasarım 3 en uygun seçenek olarak değerlendirilmiştir.

|         | DEVİR<br>(dev/dk) | TOPLAM<br>DEFORMASYON (mm) | KAYNAK<br>BİRLEŞİMİNDEKİ<br>GERİLME (MPa) | TOPLAM<br>GERİLME<br>(MPa) | MİL TOPLAM<br>DEFORMASYONU<br>(mm) | MİL<br>TOPLAM<br>GERİLMESİ<br>(MPa) |
|---------|-------------------|----------------------------|---|----------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|
|         | 900               | 0,026                      | 6,06                                      | 22,4                       | 0,016                              | 13,968                              |
| MEVCUT  | 1600              | 0,069                      | 16,5                                      | 71,3                       | 0,031                              | 40,388                              |
| TASARIM | 2200              | 0,131                      | 30,42                                     | 134,99                     | 0,056                              | 74,81                               |
|         | 3000              | 0,245                      | 55,7                                      | 177,3                      | 0,101                              | 119,34                              |

Tablo 1. Mevcut Tasarıma Ait Analiz Sonuçları

|            | DEVİR<br>(dev/dk) | TOPLAM<br>DEFORMASYON (mm) | KAYNAK<br>BİRLEŞİMİNDEKİ<br>GERİLME (MPa) | TOPLAM<br>GERİLME<br>(MPa) | MİL TOPLAM<br>DEFORMASYONU<br>(mm) | MİL<br>TOPLAM<br>GERİLMESİ<br>(MPa) |
|------------|-------------------|----------------------------|---|----------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|
|            | 900               | 0,045                      | -   | 25,54                      | 0,031                              | 6,98                                |
| TASARIM 1: | 1600              | 0,071                      | -   | 66,71                      | 0,027                              | 16,33                               |
|            | 2200              | 0,122                      | -   | 122,01                     | 0,045                              | 30,17                               |
|            | 3000              | 0,234                      | -   | 138,78                     | 0,078                              | 50,29                               |

Tablo 2. Tasarım 1 Analiz Sonuçları

|            | DEVİR<br>(dev/dk) | TOPLAM<br>DEFORMASYON (mm) | KAYNAK<br>BIRLEŞİMİNDEKİ<br>GERİLME (MPa) | TOPLAM<br>GERİLME<br>(MPa) | MİL TOPLAM<br>DEFORMASYONU<br>(mm) | MİL<br>TOPLAM<br>GERİLMESİ<br>(MPa) |
|------------|-------------------|----------------------------|---|----------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|
|            | 900               | 0,029                      | 9,27                                      | 26,43                      | 0,017                              | 14,09                               |
| TASARIM 2: | 1600              | 0,082                      | 27,48                                     | 83,43                      | 0,039                              | 43,41                               |
|            | 2200              | 0,153                      | 51,28                                     | 157,71                     | 0,068                              | 81,62                               |
|            | 3000              | 0,283                      | 94,72                                     | 182,89                     | 0,122                              | 105,53                              |

Tablo 3. Tasarım 2 Analiz Sonuçları

|            | DEVİR<br>(dev/dk) | TOPLAM<br>DEFORMASYON (mm) | KAYNAK<br>BİRLEŞİMİNDEKİ<br>GERİLME (MPa) | TOPLAM<br>GERİLME<br>(MPa) | MİL TOPLAM<br>DEFORMASYONU<br>(mm) | MİL<br>TOPLAM<br>GERİLMESİ<br>(MPa) |
|------------|-------------------|----------------------------|---|----------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|
|            | 900               | 0,028                      | 6,31                                      | 22,08                      | 0,016                              | 13,95                               |
| TASARIM 3: | 1600              | 0,074                      | 17,04                                     | 70,01                      | 0,033                              | 40,32                               |
|            | 2200              | 0,137                      | 31,2                                      | 132,69                     | 0,055                              | 74,68                               |
|            | 3000              | 0,255                      | 57,22                                     | 173,06                     | 0,096                              | 139,03                              |

Tablo 4. Tasarım 3 Analiz Sonuçları

|       | MEVCUT TASARIM (dev/dk) | TASARIM 1 (dev/dk) | TASARIM 2 (dev/dk) | TASARIM 3 (dev/dk) |
|-------|-------------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| 1.MOD | 4446                    | 3535               | 4511               | 4825               |
| 2.MOD | 9783                    | 7070               | 9925               | 11080              |
| 3.MOD | 21730                   | 13340              | 22249              | 25377              |

Tablo 5. Tasarımların Doğal Frekans Mod Değerleri

#### Teşekkür

UMTS'nin sürekliliğini sağlayan tüm sempozyum düzenleyicileri ve katılımcılarına teşekkür ederiz.

#### Kaynakça

- [1] Wei Tan, Huai-Min Li, Hao Wu, Zhen-Wei Li, Hui-Yang Lou, Wei Tan, Huai-Min Li, Hao Wu, Zhen-Wei Li, Hui-Yang Lou, Numerical Study On The Coupled Vibration Characteristics Of Dual-Rotors System With Little Rotation. Journal Of Vibroengineering, Volume 17, Issue 4. Issn 1392-8716, 2015.
   Brian Donohue, The Transient Behaviour Of The Co-Axial Non-Synchronous Rotating Assembly Of A Decanting Centrifuge, University Of Canterbury New Zealand, 2013.
   George R. A. Bell, Analysis And Development Of A Decanter Centrifuge: Power Consumption Analysis, Development Of A Composite Bowl And Feed Accelerator Analysis 2013
- Composite Bowl, And Feed Accelerator Analysis, 2013.

[4] George R.A. Bell, Digby D. Symons, John R. Pearsea, Mathematical

Model For Solids Transport Power In A Decanter Centrifuge, 2013.
[5] Lei Lou, Wan-Rong Wu, Yun Yang, Xiang-Jing Liang, Research On Identification Of The Noise And Vibration Of A Decanter Centrifuge, 2014.

## Yaşlı ve/veya Hastalar için Akıllı Robot Yürüteç Kavramsal Tasarımı

Nurdan Bilgin Gazi Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi Makine Mühendisliği Bölümü, Ankara <u>nurdanb@gazi.edu.tr</u>

Özet—Gelişmiş ülkelerde artan yaşlı nüfus ile birlikte, bağımsız ve dengeli yürüyüş işlevinin geri kazanılması amacıyla, yardımcı yürüme araçlarının geliştirilmesi için araştırma geliştirme faaliyetleri ivme kazanmıştır. Bu çalışmada, gerektiğinde paylaşımcı kontrolcü ile kullanıcının süreceği, gerektiğinde kullanıcının önü sıra, kullanıcının yürüme hızında ve kullanıcının rahatlıkla tutunabileceği yakınlıkta bağımsız hareket edecek akıllı robot yürütecin kavramsal tasarımı ve kontrolü tanıtılmaktadır. Çalışma, henüz kavramsal tasarım düzeyinde olmakla beraber, önerilen projenin farklılıkları, getireceği yenilikler, literatürde var olan eksiklikleri giderme konusundaki önerileri ile alana getireceği özgün çözümlerin tartışılmaya açılması yararlı bulunmaktadır. Bu savede, gelecek öneri ve katkılarla daha ivi bir cözüm üretebilmek mümkün olacaktır.

#### Anahtar kelimeler: Akıllı Robot Yürüteç; Otonom Kontrol; Kullanıcı-Robot Etkileşimi; Giriş Denetçisi; Uyarlamalı Paylaşımlı Kontrol.

Abstract— In developed countries, research and development activities for assistive walking devices have gained acceleration due to increasing elderly population. These researches aim to improve and recover independent and stable walking for elderly people. In this work, conceptual design and control of smart walker is introduced. This smart walker is a robotic device that has two different control modes. The first control mode is based on user-robot interaction and it is called as adaptive shared control with admittance controller. The second mode is an autonomous control mode. In this mode of control, the robot is supposed to move in front of the users and trace their intent and motion (standing or walking). In this study, we want to take advantages of discussions that will improve the proposed solutions. We introduce the innovations that the design will cover and original solutions that they will bring to the field. Suggestions and contributions from readers and discussions of the literature in terms of deficiencies of previous studies may cause to produce a better solution for the future studies.

Keywords: Smart Walker Robot; Autonomous Control; User-Robot Interaction; Admittance Controller; Adaptive Shared Control.

#### I. Giriş

Yaşla beraber gelişen hastalıklar, hareket edebilirliği azaltarak / yok ederek, yaşlıların yaşam kalitesini düşürmektedir. Çözüm olarak, yürümeye yardımcı araç (baston, yürüteç vs) kullanımak zorunluluk haline gelmektedir[1]. Ancak, yardımcı yürüme araçlarının, olumlu etkilerine karşın cihaz kullanımına bağlı düşmeler gibi olumsuz etkileri de vardır [2]. Geleneksel yardımcı yürüme cihazlarının getirdiği bu olumsuz etkilerin giderilmesi için, konuya ilişkin geliştirme çalışmalarının sürmesi gerektiği tavsiye edilmektedir [1, 2].

Geleneksel yürüteçlerin sözü edilen olumsuz etkilerinin giderilmesi için, robotik teknolojilerden yararlanılması hedefiyle çalışmalar başlamıştır [3, 4]. Ancak, çalışmalar umut verici olmakla beraber, farklı gereksinimler, farklı hastalıklar, farklı fiziksel özellikler, farklı bilişsel yetenekler ve sayamadığımız bir dizi farklı sınırlılık nedeniyle, bu alanda daha yoğun çabaya gereksinim vardır. Problem henüz çözülememiştir.

Alandaki ilk çalışmalar [5, 6], Giriş Denetçisi ("Admittance Controller") ve Paylaşımlı Kontrol ("Shared Control") kullanarak önemli bir kapı aralamıştır. Ancak, sadece iç ve işaretlenmiş mekânda ve belirli bir yörüngede hareket edebilmesi gibi eksiklikler içermektedir.

[7], kullanıcının yönelim ve hız bilgisini algılamak üzere, daha kullanışlı bir kullanıcı-mekanik sistem ara yüzü geliştirme hedefiyle yola çıkmış ve bunun için bulanık mantık temelli bir kontrol stratejisi önermiştir. Ek olarak, düşmeleri algılamak ve önlemek üzere bir güvenlik stratejisi önermektedir. Güvenlik stratejisi kavramının, ilk defa bu calısma ile ortaya konması önemli bir katkıdır. Ancak, güvenlik stratejisi, sadece üst bedenin hareketi üzerine kurulmuş olduğu için düşmeyi engellemekten uzaktır. [7]'de fark edilen diğer bir eksiklik ise, kullanıcının niyetiyle, yürütecin gerçekleştirdiği hareketin eşzamanlılığını ve aralarındaki mesafenin kontrolünü herhangi sağlayacak geribildirim bir aracı kullanılmamasıdır.

Sözü edilen eksikliği gidermek üzere, [8] ve [9]'da yeni bir kullanıcı-yürüteç etkileşim ve işbirliği stratejisi önerilmektedir. Strateji, farklı algılayıcılardan toplanan sinyallerin belirli bir kontrol algoritmasına dayalı olarak birleştirilmesine dayanmaktadır. Bu sayede, kullanıcı ile yürütecin sabit bir mesafede tutulması, kullanıcı ile aynı yönelim açısının tutturulması ve yürütecin kullanıcının

yürüme hızında ilerlemesinin sağlanması hedeflenmiştir. Ancak, özellikle temel güvenlik kontrolleri açısından eksiktir. Acil durumda, eğimli ve düzgün olmayan zeminlerde vs. sistemin kontrolüne ilişkin güvenlik stratejileri çalışılmamıştır.

Akıllı robot yürüteçlerin ana amacı, kullanıcının düşmeden güvenli şekilde hareket edebilmesidir. Ancak, kullanıcının günlük aktivitesi sırasında, genel sağlık durumuna ilişkin parametrelerin izlenmesi amacıyla da kullanılmaktadır. Konuya ilişkin geniş bir gözden geçirme [10]'da sunulmaktadır. Örneğin, [11] uygun algılayıcı seçimiyle, günlük yürüyüş sırasında, "ateş", "kan basıncı", "nabız", "vücut su oranı" ve "yürüme" parametrelerinin belirlenebileceğini iddia etmektedir. Ancak, birçok parametrenin eşzamanlı ve sürekli izlenmesinin yararlılığı tartışmalıdır. Yaygın eğilim, yürüteçler ile yürüme parametrelerinin izlenmesi şeklindedir. Bu eğilime etken iki neden vardır. Birincisi, [12, 13]'de ifade edildiği gibi, yürüme analizinin laboratuvar dışına çıkarılması, mekândan bağımsızlaştırılması, araştırmacıların arzu ettiği bir durumdur. İkinci neden ise yürüme analizinin, hastanın hareket yeterliliği, dengesi, düşme riski konularında anlamlı bilgiler üretmesidir [13-16]. Düşme dinamiğinin ortaya çıkmadan, robot teknolojisi ile önlenmesine ilişkin örnek çalışmalar mevcuttur. [17]'de düşme başladıktan sonra dengeyi yeniden kurmak yerine, düşmenin hiç başlamamasını hedefleyen oldukça yeni bir fikir sunulmaktadır.

Bu çalışma kapsamında, yukarıda kısaca tartışılan çalışmaların bilgi ve deneyiminden yararlanarak ve eksikliklerini en aza indirgeyecek akıllı bir robot yürütecin kavramsal tasarımına ulaşılmıştır. Çalışmanın sunumu, tasarlanan robotun özellik ve işlevlerinin tartışılacağı "Tasarımın Özellik ve İşlevleri" adlı bölümle devam edecektir. Ardından, "Yenilikler ve Katkılar" bölümünde, tasarımın rakiplerinin verili eksikliklerini giderme konusundaki önerileri ortaya konacaktır. Bildiri, "Tartışma ve Gelecek Çalışmalar" bölümüyle sona erecektir.

#### II. Tasarımın Özellik ve İşlevleri

Akıllı Robot Yürütecin kavramsal tasarımına, projenin kapsamı nedeniyle Makine Mühendisliği, Elektronik Mühendisliği, Bilgisayar Mühendisliği ve Fiziksel Tıp ve Rehabilitasyon disiplinlerin görüşleri alınarak ulaşılabilmiştir. Buna rağmen hem kavramsal tasarım hem de ileri tasarım ve üretim aşamaları sırasında çok sayıda sınama ve yeniden tasarımın gerekeceği öngörülmektedir. Bu nedenle meslektaş ve akranlardan gelecek katkılar çalışmanın devamı için kıymetli olacaktır. Ortaya çıkabilecek olası sorunların, farklı çevre ve farklı yürüme paternleri nedeniyle, daha çok yürüme izleme ("Gait Monitoring"), veri birleştirme ("Data Fusion") ve karar birleştirme ("Decision Fusion") konularında olacağı öngörülmektedir. Bu nedenle kontrol algoritmasının aşağıdaki tasarım kriterlerini sağlaması hedeflenmektedir. • Kontrol algoritması, öğrenme yeteneği sayesinde değişen ortama çabuk uyum sağlama yeteneğini taşıyacak şekilde uyarlamalı olmalıdır.

• Uyarlama ve karar verme algoritması, insan-robot etkileşim sisteminin bir önceki durumunun ve içinde bulunduğu durumun girişlerini kullanarak parametrelerini ayarlayabilmeli ve gerekli olacak tork kestirimini yapabilmelidir.

Kavramsal tasarımı tanıtılan, akıllı robot yürüteç iki farklı kontrol moduna sahip olacaktır. Birinci kontrol modu, giriş denetçili, kullanıcı-robot etkileşimine dayalı uyarlamalı paylaşımlı kontrol modudur. Bu mod, farklı kullanıcı profillerinin, farklı dış zemin koşullarında, yorulmaksızın konforlu ve güvenli sürüş sağlamasını temin etmeyi hedeflemektedir. İkinci kontrol modu ise otonom kontrol modudur. Robot yürüteç bu modda, kullanıcıya refakat etmek ve hareketini (yürüyüş veya duruş) izlemek üzere, kullanıcının önü sıra yürümekle görevlendirilmiştir. Kullanıcı, yorulma durumu, zeminin durumu veya yolun eğimi gibi değişkenlere bağlı olarak iki mod arasında tercih yapma özgürlüğüne sahip olacaktır.

#### A. Temel Tasarım Özellikleri:

Kavramsal tasarım üç temel bölüm üzerinde şekillenmiştir. Bu üç bölüm sırasıyla ifade edilirse, birincisi mekanik tasarım, ikincisi algılayıcı ve eyletici elektronik donanımların belirlenmesi, üçüncüsü ise çok sayılı algılayıcı ile veri işleme ve karar birleştirme algoritma mimarisinin oluşturulması şeklinde sayılabilir.

#### A1.Mekanik Tasarım

Burada temel tasarım kriteri prototipin olağan yüklenmelerde devrilmemesidir. Bu temel kriter, mühendislik tasarım programları kullanılarak ve ağırlığı doğru dağılmış, sağlam, olabildiğince hafif, basit bir iskelet ve teker sisteminden oluşma gibi ek tasarım kriterleri dikkate alınarak sağlanabilecektir. Akıllı robot yürütecin mekanik tasarımında ek iki kriter; güvenliği sağlayacak kadar sağlam olma ve taşınmasının kolay olması açısından aşırı hantal olmama kriterleri çözümleri açısından çelişen kriterlerdir, ortak çözüm tasarımda optimizasyon yaklaşımını zorunlu kılmaktadır. Teker seçiminin, manevra kabiliyetini artıracak şekilde, teker biçim ve büyüklüklerinin ise kent içi çevre koşullarına uyumlu olacak şekilde seçilmesi planlanmaktadır. Örneğin, tasarlanan robot yürütecin, arnavut kaldırımlı bir yolda veya park içi yürüme parkurunda oluşabilecek küçük çukurları aşabilme yeteneğinde olması istenmektedir

Neredeyse verili tüm yürüteçlerin mekanik yapısının ve teker sistemi seçiminin gözden geçirildiği [18] bu konuda önemli bir yol göstericidir. Bu çalışmayla temel seçim kriterleri ve verimli, uygulanabilir tasarımlar için sınırlar belirlenmiştir. Manevra yeteneği açısından sürücü tekerler bağımsız iki motorla sürülecektir. Sürücü

tekerlerin ön veya arkada olması detaylı tasarım çalışmasının ardından ortaya çıkacaktır. Hedeflenen sistemin kabaca kinematik modeli Şekil 1'de görülebilir. Model, [19]'dan alınarak yeniden daha anlaşılır şekilde çizilmiştir.



Şekil. 1. Akıllı Robot Yürütecin Kinematik Modeli

Aynı kaynakta kinematik ilişkiler şu şekilde tariflenmektedir.

$$\dot{x} = \frac{(v_1 + v_2)}{2} \cos \theta = V \cos \theta;$$
  
$$\dot{y} = \frac{(v_1 + v_2)}{2} \sin \theta = V \sin \theta;$$
  
$$\dot{\theta} = \frac{(v_1 - v_2)}{2C} = \omega$$

#### A2.Algılayıcı ve Eyletici Elektronik Donanımların Belirlenmesi

Başta motor ve bataryalar olmak üzere, gerekli tüm elektronik donanımın belirlenmesi kavramsal tasarım aşamasının önemli bir adımıdır. Akıllı robot yürüteç içerisindeki donanımlar, işlevleri daha aşağıda anlatılmak üzere, şu şekilde belirlenmiştir. Bunlar, lazer mesafe bulucu, dönel kodlayıcılar, kuvvet/tork algılayıcı, engel algılayıcı, ataletsel ölçüm birimi şeklinde sıralanabilir. Ayrıca kullanıcının akıllı cep telefonu da, akıllı robot yürütecin donanımlarından biri olarak düşünülmektedir. Böylelikle, Şekil 2.'de görülen altı farklı algılayıcıdan gelen veri analiz edilip ve birleştirilerek robot yürütecin işlevlerini yerine getirebilmesi tasarlanmaktadır.



157

# A3.Çok sayılı algılayıcı ile veri ve karar birleştirme algoritma mimarisinin oluşturulması

Motorların sürülmesi, güvenlik stratejilerin yerine getirilmesi, veri toplanarak tanı ve tedavi takibi amaçlı uzmana gönderilmesi ve düşme algılama ve önleme temel görevlerinin yerine getirilmesi için yukarıda sayılan altı farklı algılayıcıdan gelen verinin analiz edilmesi ve birleştirilmesi gerekli olacaktır. Sözü edilen üç temel görevin birbiriyle iç içe geçmiş ilişkisi Şekil 3'de Verilerin kullanım ağırlıkları, gösterilmektedir. kullanıcının akıllı robot yürüteci kullanma tercihlerine ve çevresel koşullara göre değişecektir. Geliştirilecek algoritma, hem giriş denetçisi olarak motoru sürmek için gereken sinyali üretecek, hem de yürüme izleme, düşme algılama ve önleme amacıyla verinin bir bölümünü kullanacaktır. Aynı algoritma güvenlik kontrollerini de sağlayacak ve gerektiğinde, otomatik alarm ve yardım çağırma için tetikleyici olacaktır.



Şekil. 3. Temel Görevler Arasındaki İlişkiler

Çok sayılı algılayıcı kullanmanın avantajı, algılayıcılar arası kurulacak hiyerarşi ile hata birikmesinin önüne geçilmesi olacaktır. Kontrol algoritması aşağıdaki kriterleri sağlamak üzere tasarlanmaktadır.

 Giriş denetçili ("Admittance Controller"), uyarlamalı olacaktır, sözü edilen uyarlama farklı çevre koşullarında ve farklı kullanıcı profilleri için algoritmanın kendi kendine öğrenmesi yoluyla sağlanacaktır. Öğrenme algoritması, optimum konforu, güvenli mesafe ve uygun yönelim açısı kısıtlarından ödün vermeden, parametreleri robot lehine artıracak, kullanıcının yürüyüş hızı ve tutamak kola uyguladığı kuvvet durağanlaştığında, ise parametre değiştirmeye son verecektir.

• Her iki kontrol modunda, veri birleştirilmesi ve ağırlıklandırılması, zemin ve eğim farklılıklarına göre değişecektir.

A31. Yürüme izleme, düşme algılama ve önleme algoritması:

İki temel amaçla yürümenin izlenmesi tasarlanmaktadır. Birincisi, akıllı robot yürütecin, yürüme analizi parametrelerini (adım uzunluğu, adım genişliği, ritim ve yürüme hızı) elde edebilme ve uzmana gönderme yeteneğinde olması. İkincisi ise, akıllı robot yürütecin, izlediği yürüme parametrelerinden düşme başlangıcını ve düşme olasılığını algılayıp tedbir alma yeteneğinde olmasının sağlanmasıdır. Bu amaçla, kullanıcının üzerinde taşıdığı akıllı cep telefonundan gelecek ivme ve dönü sinyalleri, tutamak kola bağlı 6 eksenli kuvvet/tork sensöründen gelecek kuvvet ve tork bilgileri, lazer mesafe bulucudan gelecek bacağın cihaza olan uzaklık bilgisi verileri kullanılacaktır.

Yürüme analizini parametrelerinin uzmana gönderilmesi, tercihe bağlı bir işlemdir ve sürekliliği yoktur, ancak zaten düşme algılama temelli yürüyüş izleneceği için ilgili veriler depolanarak istendiğinde uzmana gönderilebilir. Özellikle düşme gibi istenmeyen bir durum gerçekleştiğinde elde edilen verilerin analiz edilmesi, önemli tanısal çıkarımlar yapılmasına izin verecektir.

Bu proje ile önerilen yöntem ise, iki aşamadan oluşmaktadır. İlk aşama da, adım süresinin belirlenmesi için ivme sinyalindeki minimumların izlenmesi ve yürüme döngülerinin ve örüntülerinin belirlenmesi gerekmektedir (Bkz Şekil 4). Otonom modda, lazer mesafe bulucunun ölçümleri, paylaşımlı kontrol modunda ise kuvvet/tork algılayıcısından alınan veriler, adım döngüsünün belirlenmesine yardımcı ek verileri oluşturacaktır. Belirlenen yürüme döngüsünde, eylem zamanları belirli periyotlardaki maximum minimumları izleyen algoritma ile Şekil 5'deki gibi bulunabilmektedir. Yöntem genç yetişkinlerde denenmiş sonuç vermiştir [20]. Yaşlı yürümesi veya patolojik yürümede henüz denenmemiştir.

18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, Trabzon, 5-7 Temmuz 2017



Yürümenin izlenmesinin birinci amacı, bilinmeyen dış çevrede kullanıcının yürüyüşünün ve duruşunun izlenerek, hareket yeteneğinin tıbbi açıdan değerlendirilebilmesidir. Bu amaçla verilerin depolanması ve uzmana gönderilebilmesi yürütecin özelliklerinden biri olacaktır. Bu hedef kişinin üzerinde taşıdığı akıllı telefon, tutamaklardaki kuvvet/tork algılayıcısı ve lazer mesafe bulucu verileri ile sağlanacaktır. Kullanıcının yürüyüşü destekli olduğu için dinamik desteğinde bilinmesi, yürüme örüntüsünün okunmasında avantaj sağlayacaktır.

Yürümenin izlenmesinin sözü edilen ikinci amacı ise düşme algılama ve düşme önleme amacıdır. Yaşlılar ve belirli yürüme ve denge bozukluğu çeken hasta grupları için yardımcı yürüme araçları geliştirilmesi konusundaki çalışmalar oldukça canlı ve sağlık ve bakım endüstrisi açısından talep gören çalışmalardır. Özellikle düşme algılama ve bu yolla düşmeleri önleme/azaltma ve güvenlik sağlama konusu oldukça yoğun çalışılmaktadır. Konunun canlılığı ve sürekliliği nedeniyle yakın zamanlı gözden geçirme çalışmaları yapılmıştır. [21]' de düşme algılama için kullanılan teknolojiler sınıflandırılarak; giyilebilir cihazlar, ortama yerleştirilen cihaz ve algılayıcılar ve kamera tabanlı cihaz ve teknolojiler olmak üzere üç sınıf tanımlanmıştır. Bu tasarım, giyilebilir teknolojilerle (akıllı cep telefonu) ve ortama yerleştirilen cihazların (Lazer mesafe bulucu, kuvvet/tork algılayıcı) birliği ile düşme algılama ve önleme gerçekleştirmeyi hedeflemektedir. [22], düşme algılama sistemleri konusunda yapılacak çalışmalarının planlanması ve gerçekleştirilmesinde, klinisyenlere ve mühendislere yararlı olmak amacıyla, var olan çalışmaların karşılaştırılmalı ve geniş bir taramasını sunmaktadır. [22]'ye göre, düşme algılama teknolojilerindeki yeni akıllı telefonların ve makine-öğrenmesi eğilim tekniklerinin kullanılmaya başlaması olarak ifade edilmektedir.

Tasarımı yapılan akıllı robot yürüteç için hedeflenen düşme algılama sistemleri ve nasıl gerçekleştirilecekleri aşağıdaki gibi listelenmiştir.

• [23]'de bir örneği görülebileceği gibi lazer mesafe bulucuyla adım genişliği takibi yapılabilmektedir. Adım genişliğinin belirlenen sınır değerlerin altına inmesi veya bir ayağın diğer ayağın önüne geçmesi durumunda, akıllı robot yürüteç sesli uyaranla, hareketini durdurarak statik destek sağlayacaktır.

• Birçok yaşlıda birden fazla nedenle yürüme hızı ani değişimleri gözlenmektedir. Özellikle Parkinson hastalarında, küçük adımlarla kontrolsüz biçimde koşarcasına yürüme ("festination") gelişebilmektedir. Bu durumlarda hastalar bir yere tutunmazlarsa düşebilirler. Bu tür ani ivme değişimleri ortaya çıktığında, akıllı telefondan gelen ivme ve dönü verilerini analiz eden akıllı robot yürüteç kullanıcının hızına uymayarak duracak ve statik destek yani tutunmaları için platform oluşturacaktır. Akıllı telefonun bu amaçla kullanımına ilişkin bir uygulama olarak [24] görülebilir.

• Akıllı robot yürüteç, üzerinde bulunan IMU aracılığıyla eğim takibi yapabilecek şekilde tasarlanmaktadır; Kullanıcının, eğime bağlı hızlanmalarında, bir önceki durumdan farklı olarak, durmayacak sabit hızda kalacak ve böylelikle kullanıcıyı sabit hıza zorlayacaktır. Tersine yokuş çıkılan durumlarda yani kullanıcının yavaşlama durumunda, kullanıcı ile uyumlu hareket edecektir.

 Akıllı cep telefonundan veya kuvvet/tork sensöründen, yana doğru ani bir ivmelenme algılandığında, statik destek sağlamak üzere akıllı robot yürüteç hareketini durduracaktır.

• Geriye doğru düşmede eğer kullanıcı yürüteçten tutunuyorsa, yürüteç geriye doğru hareket etmeyecek şekilde planlandığı için hastanın üzerine düşme veya hastayla düşme durumu olmayacaktır. Ancak kullanıcı elini bırakırsa bu durumda akıllı robot yürüteç işlevsiz kalacaktır.

Sonuç olarak, sadece akıllı robot yürütecin bir özelliği olarak değil genel anlamda yaşlı sağlığının korunması ve yaşam kalitesinin belirli bir düzeyde tutulması için düşme algılama sistemleri bir gerekliliktir. Ancak, düşmenin algılanması oldukça kompleks bir süreçtir ve henüz standart her duruma uygun çözümler geliştirilememiştir. Farklı kullanıcıların, farklı gereksinimleri, farklı hastalıkları, farklı fiziksel özellikleri, farklı bilişsel yetenekleri ve sayamadığımız bir dizi farklı sınırlılık nedeniyle çözümleri standardize etmek oldukça zordur. Konu, fiziksel tıp ve rehabilitasyon alanının uzmanlık bilgisi olmaksızın ele alınırsa, bu grift gerçeklik gözden kaçırılabilir.

#### A32. Motorların Sürülmesi

Şekil 2'de sarı kesik çizgi ile çevrelenmiş bölüm, blok diyagramda alt düzey kontrol olarak temsil edilmektedir. Bu süreç, karar birleştirme bloğunda elde edilen, kullanıcının hız ve yönelim talebine uygun olarak tekerlere bağlı motorların sürülmesi işini kapsamaktadır. Hedeflenen hız ve yönelimin elde edilip edilmediğinin kontrol edilmesi için ataletsel ölçüm birimi ve dönel kodlayıcılardan geri bildirim alınmaktadır. Blok diyagramda temsili olarak bu algılayıcılar ana kontrol gerçekte kartının dısında görülmektedir, bu algılayıcılardan alınan geri bildirimlerde ana kart üzerinde birlestirilmektedir.

#### A33. Güvenlik Kontrolleri

Tasarımın bu bölümü, hedeflenen güvenlik kontrolleri için gerekli algoritmaların oluşturulması ve karar birleştirmeye dahil edilmesi sürecini kapsamaktadır. Hedeflenen güvenlik kontrolleri aşağıda sıralanmıştır.

• Hem otonom kontrol modunda, hem de uyarlamalı paylaşımlı kontrol modunda yürüteç, yokuş aşağı veya yukarı parkurlarda, kullanıcının ivmesinden daha büyük veya küçük ivme değerine ulaşıp kullanıcı ile mesafesini aşmamak üzere koşullandırılacaktır. Bu koşullandırma IMU ve dönel kodlayıcıların geri bildirimleri ile arzulanan hareket hızı ve yönelimi arasındaki farkın sürekli sıfır tutulmaya çalışılmasıyla sağlanacaktır.

• Kullanıcı güvenliği açısından, yürüteç hiç bir koşulda geriye doğru hareket etmeyecektir.

• Otonom veya kullanıcı kontrollü hareket sırasında, önüne çıkacak engele çarpmaması, durması ultrasonik sensör yardımıyla sağlanacaktır. Ancak özellikle otonom modda yürütecin hastanın yöneliminden bağımsız engelden kaçma özelliği olmayacak, kullanıcının çevresinde kalması sağlanmaya çalışılacaktır.

• IMU'dan alınacak herhangi bir yöndeki yüksek ivme, bir yere çarpma veya bir şeyin çarpması gibi algılanacaktır. Bu durumda akıllı robot yürütecin yapabileceği en uygun şey statik destek konumuna geçmek olacaktır.

Son güvenlik kontrolü, kullanıcının (örneğin Alzheimer hastası) belirlenen menzil dışına çıkması durumuna karşı düşünülmüştür. Bu durumumda, ön tanımlı menzil (belirlenen uzaklık) aşıldığında, akıllı robot yürüteç cep telefonu üzerinden çağrı yapacaktır. *A34. Test* 

Akıllı robot yürüteç ve kullanıcı arasındaki etkileşimi, kullanıcı ve yürüteç arasındaki etkileşimi tanımlayan parametrelerin kestirimi, kullanıcının yöneliminin ve niyetinin kestirimi ve bunlara bağlı hareket planlaması yapılması henüz yeterince çalışılmamış konulardır. Yürüme işlevinin geri kazanılması ve rehabilitasyon sürecinde kullanıcı-yürüteç etkileşimi ve parametre uyarlanması bir zorunluluktur, kullanıcının gereksinimleri değiştikçe robot yürütecin parametreleri de değişmek zorundadır. Yavaş yürüyen destek ihtiyacı çok olan bir kullanıcı için veya seri yürüyen ve destek ihtiyacı az olan bir kullanıcı için robotun sürüş hızını belirleyen parametre değerleri farklı farklı olacaktır. Bu proje kapsamında en önemli sorun gerçek zamanlı kestirim ve kontrol için, büyük sorun olan, gecikme zamanlarıdır. Bunların sistemi nasıl etkileyeceğinin şimdiden kestirilebilmesi oldukça zordur. Detaylı tasarım süreci birçok deneme ve deney ve farklı kontrol algoritmalarının sınanması olarak işlemek durumunda kalacaktır. Burada test kavramı bu süreci ifade etmektedir. Bu yaklaşım, geliştirilecek prototipin, test düzeneğinde, çeşitli senaryolar altında sınanması, sınama sonuçlarına göre yukarıdaki maddelerden gerekenlerin revizyonu ve yeniden test sürecini ifade etmektedir.

#### B. Temel Tasarım İşlev ve Gerekçeleri

Özellikle yaşlılarda iki işi birden yapamama (dual task) veya yaparken dengesini kaybetme durumunun geliştiği uzun zamandır bilinmektedir [25]. Bu nedenle kullanıcının yürüteçle dinamik destek sağlarken, yürüteci sürmek için yoğun fiziksel ve zihinsel çaba harcamaması ana işlevsel gerekçelerden biridir. Kontrol düğmeleri ve özel bir fren sistemi olmayacaktır. Kontrol modları arasındaki geçiş 1. grup sensörlerden gelen verilerle karar verilerek otomatik olarak sağlanacaktır. 1. grup sensörler kullanıcının hız ve yönelim niyetinin kestirilmesi için kullanılırken, 2. grup sensörler, robot yürütecin hareketi ve durumu hakkında bilgi döndürmektedir.

Yürütecin diğer bir işlevi ise, bağımsız hareketini sağlayabildiği halde, çeşitli nedenlerle düşme riski taşıyan kullanıcı grubu için yürüyen bir tırabzan oluşturulmasıdır. [26] yaşlı bireylerde düşmelerin önlenmesinde en önemli yardımcı aracın tutunma mesafesinde tırabzanlar olduğunu ifade etmektedir. Bu çalışma kapsamında önerilen akıllı robot yürüteç, ani bir denge kaybı vs. gibi bir durumda kullanıcıya statik destek platformu yani bir nevi tırabzan olarak hizmet verecektir. Bu amaç için, akıllı robot yürüteç kullanıcının önü sıra, kullanıcının yürüme hızında ve kullanıcının rahatlıkla tutunabileceği yakınlıkta bağımsız hareket edecektir.

#### III. Yenilikler ve Katkılar

Bu bölümde, önerilen robot yürütecin yenilikleri, farklılıkları ve verili eksiklikleri giderme konusundaki

katkıları ile alana getireceği özgün çözümler tartışılmaktadır.

Giriş denetçili, kullanıcı-robot etkileşimi ile paylaşımlı kontrol (KRE-PK) uyarlamalı olacaktır, sözü edilen uyarlama her kullanıcı için parametrelerin yeniden deneysel olarak bulunması zorunluluğunu ortadan kaldıracaktır. Farklı çevre koşullarında ve farklı kullanıcı profilleri için algoritmanın kendi kendine öğrenmesi hedeflenmektedir. Öğrenme algoritması, optimum konforu, güvenli mesafe ve uygun yönelim açısı kısıtlarından ödün vermeden, parametreleri robot lehine artıracak, kullanıcının yürüyüş hızı ve tutamak kola uyguladığı kuvvet durağanlaştığında, ise parametre değiştirmeye son verecektir.

Hem kullanıcı-robot etkileşimi ile uyarlamalı paylaşımlı kontrol (KRE-UPK) modunda, hem de otonom kontrol (OK) modunda, motor, optimum sürüş konforu şartı ve kullanıcının hız ve yönelimine uyum kısıtlarını gözeterek, KRE-UPK için 6, OK için 5 farklı algılayıcıdan gelen sinyallerin ağırlıklı birleştirilmesi ile sürülecektir. Veri birleştirilmesi ve ağırlıklandırılması, zemin ve eğim farklılıklarına göre değişecektir. Sözü edilen algılayıcılardan biri akıllı cep telefonudur.

Akıllı cep telefonunun algılayıcı olarak kullanıldığı uygulamalar, literatürde var olmaya başlamıştır. Ancak cep telefonu ile robot yürüteç sürülmesi ilk defa bu çalışmada uygulanacaktır. Algılayıcı olarak cep telefonu kullanmak, ekonomikliği yanında kullanıcının üzerine algılayıcılar bağlanmasından daha etkili bir yol olarak görülmektedir. Yardım çağırma ve sesli uyarı sistemi cep telefonu özellikleri kullanılarak yapılacaktır. Aynı zamanda, bilişsel yeteneklerinde kayıp olan kullanıcı profilinin de takip edilmesi hem düşme risklerinin yüksek oluşu hem de kaybolma ihtimalleri nedeniyle zorunludur. Akıllı robot yürüteç tanımlı çevrenin dışına çıkıldığında cep telefonu üzerinden yardım çağırma yeteneğine sahip olacaktır.

Ayrıca kullanıcının yürüyüşü dış çevrede, toplam gezintisi sırasında izlenilebilecek, verileri yedeklenerek, kullanıcının hareket yeteneğinin tıbbi açıdan değerlendirilmesi için uzmana gönderilebilecektir. Kullanıcının yürüyüşü destekli olduğu için dinamik desteğinde bilinmesi, yürüme örüntüsünün okunmasında avantaj sağlayacaktır. Gönderilen verinin hangi zamanlarda destekli yürüyüşe, hangi zamanlarda desteksiz yürüyüşe ait olduğu bilgisi tutulacaktır. Ayrıca destek miktarı da bilinecektir.

#### IV. Tartışma ve Gelecek Çalışmalar

Yaşlı nüfusun hızla arttığı günümüz koşullarında, özellikle yaşlılara yönelik tanı, tedavi ve bakım teknolojilerinde yeni, güvenli ve ekonomik çözümlere gereksinim vardır. Artan yaşlı nüfus olgusu, tüm dünyada, alana yönelik bilimsel destek, araştırma ve yatırım eğilimini artırmıştır. Bu kapsamda, yardımcı hareketlilik ve sağlık parametreleri izleme robot uygulamaları yoğun olarak çalışılmaya başlanmıştır. Ancak, eksik kalan yerlerin özgün çözüm ve yaklaşımlarla doldurulması ve geliştirilecek ürünün bir an önce yaşlı nüfusun hizmetine sunulması, çalışmanın gelecek hedefidir.

#### Kaynakça

- H. Bateni and B. E. Maki, "Assistive devices for balance and mobility: benefits, demands, and adverse consequences," Archives of physical medicine and rehabilitation, vol. 86, pp. 134-145, 2005.
- [2] J. A. Stevens, K. Thomas, L. Teh, and A. I. Greenspan, "Unintentional fall injuries associated with walkers and canes in older adults treated in US emergency departments," Journal of the American Geriatrics Society, vol. 57, pp. 1464-1469, 2009.
- [3] M. M. Martins, C. P. Santos, A. Frizera-Neto, and R. Ceres, "Assistive mobility devices focusing on Smart Walkers: Classification and review," Robotics and Autonomous Systems, vol. 60, pp. 548-562, 4// 2012.
- 60, pp. 548-562, 4// 2012.
  [4] M. Martins, C. Santos, A. Frizera, and R. Ceres, "A review of the functionalities of smart walkers," Medical Engineering & Physics, vol. 37, pp. 917-928, 10// 2015.
- [5] H. Yu, M. Spenko, and S. Dubowsky, "An adaptive shared control system for an intelligent mobility aid for the elderly," Autonomous Robots, vol. 15, pp. 53-66, 2003.
- [6] M. Spenko, H. Yu, and S. Dubowsky, "Robotic personal aids for mobility and monitoring for the elderly," Neural Systems and Rehabilitation Engineering, IEEE Transactions on, vol. 14, pp. 344-351, 2006.
- [7] M. Martins, C. Santos, A. Frizera, and R. Ceres, "Real time control of the ASBGo walker through a physical human-robot interface," Measurement, vol. 48, pp. 77-86, 2014.
- [8] C. A. Cifuentes, A. Frizera, R. Carelli, and T. Bastos, "Human-robot interaction based on wearable IMU sensor and laser range finder," Robotics and Autonomous Systems, vol. 62, pp. 1425-1439, 2014.
- [9] C. A. Cifuentes, C. Rodriguez, A. Frizera-Neto, T. F. Bastos-Filho, and R. Carelli, "Multimodal Human–Robot Interaction for Walker-Assisted Gait," 2014.
- [10]C. Dune, P. Gorce, and J. Merlet, "Can smart rollators be used for gait monitoring and fall prevention?," in IEEE/RSJ Int. Conf. on Int. Rob. and Sys, 2012.
- [11]C. J. D'Arrigo, "Health monitoring sensors for a personal mobility aid for the elderly," Massachusetts Institute of Technology, 2001.
- [12]A. H. Abdul Razak, A. Zayegh, R. K. Begg, and Y. Wahab, "Foot plantar pressure measurement system: A review," Sensors, vol. 12, pp. 9884-9912, 2012.
- [13] S. Fritz and M. Lusardi, "White paper: "walking speed: the sixth vital sign"," Journal of geriatric physical therapy, vol. 32, pp. 2-5, 2009.
- [14]J. M. Hausdorff, D. A. Rios, and H. K. Edelberg, "Gait variability and fall risk in community-living older adults: a 1-year prospective study," Archives of physical medicine and rehabilitation, vol. 82, pp. 1050-1056, 2001.
- [15]B. E. Maki, "Gait changes in older adults: predictors of falls or indicators of fear?," Journal of the American geriatrics society, vol. 45, pp. 313-320, 1997.
- [16]S. Studenski, S. Perera, K. Patel, C. Rosano, K. Faulkner, M. Inzitari, et al., "Gait speed and survival in older adults," Jama, vol. 305, pp. 50-58, 2011.
- [17]S. Nakagawa, P. Di, Y. Hasegawa, T. Fukuda, I. Kondo, M. Tanimoto, et al., "Tandem stance avoidance using adaptive and asymmetric admittance control for fall prevention," in Robotics and Automation (ICRA), 2015 IEEE International Conference on, 2015, pp. 5898-5903.
- [18]S. Page, L. Saint-Bauzel, P. Rumeau, and V. Pasqui, "Smart walkers: an application-oriented review," Robotica, vol. FirstView, pp. 1-20, 2016.
- [19]H. Yu, "Mobility design and control of personal mobility aids for the elderly," Massachusetts Institute of Technology, 2002.

- [20] N. Bilgin, "Yürüme Tanılama ve Yürüme Parametrelerinin Kestiriminde Akıllı Telefon Kullanımı," presented at the Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı, TOK'2016, Eskişehir, 2016.
- Kontrol Ulusal Toplantist, TOK 2016, Eskişehir, 2016.
  [21]X. Yu, "Approaches and principles of fall detection for elderly and patient," in e-health Networking, Applications and Services, 2008. HealthCom 2008. 10th International Conference on, 2008, pp. 42-47.
  [22]R. Igual, C. Medrano, and I. Plaza, "Challenges, issues and trends in fall detection systems," Biomed. Eng. Online, vol. 12, pp. 1-66, 2013.
  [23]M. Teixidó, T. Pallejà, M. Tresanchez, M. Nogués, and J. Palacin, "Measuring oscillating walking paths with a LIDAR," Sensors, vol. 11, pp. 5021, 6562, 2011.

- p. 5071-5086, 2011.
   R. J. Ellis, Y. S. Ng, S. Zhu, D. M. Tan, B. Anderson, G. Schlaug, et al., "A Validated Smartphone-Based Assessment of Gait and Gait Variability in Parkinson's Disease," PLoS one, vol. 10, p. e0141694, Variability in Parkinson's Disease, "PLoS one, vol. 10, p. e0141694, Variability in Parkinson's Disease," PLoS one, vol. 10, p. e0141694, Variability in Parkinson's Disease, "PLoS one, vol. 10, p. e0141694, Variability in Parkinson's Disease," PLoS one, vol. 10, p. e0141694, Variability in Parkinson's Disease, "PLoS one, vol. 10, p. e0141694, Variability in Parkinson's Disease," PLoS one, vol. 10, p. e0141694, Variability in Parkinson's Disease, "PLoS one, vol. 10, p. e0141694, Variability in Parkinson's Disease," PLoS one, vol. 10, p. e0141694, Variability in Parkinson's Disease, "PLoS one, vol. 10, p. e0141694, Variability in Parkinson's Disease," PLoS one, vol. 10, p. e0141694, Variability in Parkinson's Disease, "PLoS one, vol. 10, p. e0141694, Variability in Parkinson's Disease, "PLoS one, vol. 10, p. e0141694, Variability in Parkinson's Disease, "PLOS one, vol. 10, p. e0141694, Variability in Parkinson's Disease, "PLOS one, vol. 10, p. e0141694, Variability in Parkinson's Disease, "PLOS one, vol. 10, p. e0141694, Variability in Parkinson's Disease, "PLOS one, vol. 10, p. e0141694, Variability in Parkinson's Disease, "PLOS one, vol. 10, p. e0141694, Variability in Parkinson's Disease, "PLOS one, vol. 10, p. e0141694, Variability in Parkinson's Disease, "PLOS one, vol. 10, p. e0141694, Variability in Parkinson's Disease, "PLOS one, vol. 10, p. e0141694, Variability in Parkinson's Disease, "PLOS one, vol. 10, p. e0141694, Variability in Parkinson's Disease, "PLOS one, vol. 10, p. e0141694, Variability in Parkinson's Disease, "PLOS one, vol. 10, p. e0141694, Variability in Parkinson's Disease, "PLOS one, vol. 10, p. e0141694, Variability in Parkinson's Disease, "PLOS one, vol. 10, p. e0141694, Variability in Parkinson's Disease, "PLOS one, vol. 10, p. e0141694, Vari 2015.
- [25] M. Woollacott and A. Shumway-Cook, "Attention and the control of posture and gait: a review of an emerging area of research," Gait &
- posture and gat. a review of an energing area of research. Gat & posture, vol. 16, pp. 1-14, 2002.
  [26] B. E. Maki, K. C. C. Cheng, A. Mansfield, C. Y. Scovil, S. D. Perry, A. L. Peters, et al., "Preventing falls in older adults: New interventions to promote more effective change-in-support balance reactions," Journal of Electromyography and Kinesiology, vol. 18, pp. 243-254, 4// 2008.

### Aşırı-Tanımlı Paralel Bir Rehabilitasyon Eyleyicisinin Analizi

S. Yavuz\* Çankaya Üniversitesi Ankara Ö. Selvi<sup>†</sup> Çankaya Üniversitesi Ankara

Özet—Bu çalışmanın amacı, insan bilek ve dirsek rehabilitasyonunda kullanılacak yeni bir aşırı-kapalı paralel eyleyicinin analizini gerçekleştirmektir. Bu eyleyici 5 serbestlik derecesine ve 4 bacağa sahip düzlemsel-küresel bir eyleyicidir. Bu çalışmada, sunulan eyleyicinin geometrisi tasarlanmış, ters kinematik denklemleri elde edilip Jakobian matrisleri çıkartılmıştır. Seçilen boyutsal parametrelerle rehabilitasyon esnasında yapılabilecek birtakım hareketlerin benzetimi gerçekleştirilmiştir ve çalışma alanı sınırları elde edilmiştir.

Anahtar kelimeler: aşarı kapalı eyleyicilerin analizi, paralel eyleyiciler, rehabilitasyon robotları

**Abstract**— This study deals with analysis of a new over-constrained parallel manipulator that will be used as a rehabilitation robot for human arm and wrist. This manipulator is a planar-spherical parallel manipulator with 5 degrees of freedom and 4 legs Manipulator geometry was designed and inverse kinematics equations were solved. Some movements were simulated with selected architectural parameters and workspace boundaries were obtained.

Keywords: analysis of over-constrained manipulators, parallel manipulators, rehabilitation robotics

#### I. Giriş

Rehabilitasyon robotları kullanılarak, günlük aktivitelerini gerçekleştirme konusunda zorluk çeken insanlara yardımcı olmak teknoloji tabanlı alanlardan birisidir. Yıllar <sup>1</sup>boyunca araştırmacılar seri ve paralel olmak üzere, bu amaca hizmet edecek cesitli evleviciler önermişlerdir. Bu çalışmada bilek ve dirsek rahabilitasyonunu aynı anda gerçekleştirilmesi amaçlanan aşırı-kapalı paralel bir eyleyici seçilmiştir. Bilindiği üzere paralel eyleyicilerde hatalar, seri eyleyicilerdeki gibi her hatanın toplamı olarak değil ortalaması olarak son uzva yansımaktadır [15]. Eklem hareketleri kısıtlı olduğu için fazladan sertlik kazanabilmektedirler. Eyleticileri sabit bir platformun üzerine ya da yakınına sabitlenebildiği için sadece uzuvların ağırlıkları taşınmaktadır yani seri eyleyicilere göre fazla yük taşıyabilirler. Bunların yanında

\* syavuz@cankaya.edu.tr

tekilselliğe uğrayıp bir veya birden fazla serbestlik derecesi kazandıklarında sertliklerini kaybedebilmek gibi sorunlarla karşılaşabilmektedirler. Ama bunun gibi sorunlar eniyileme algoritmaları kullanılarak aşılabilmektedir [16]. Sınırlı bir çalışma alanına sahip olmalarına rağmen insan bilek ve dirseğinin çalışma alanlarıyla örtüşebilecek çalışma alanları elde edilebileceği için bu dezavantajın üstesinden gelinebilir.

Bu alanda çalışan araştırmacılardan Klein, J. v.d. [1] omuz eklem hareketlerine yardımcı olmak için paralel mekanizmaya sahip bir dış iskelet sunmuşlardır. Sunulan dış iskeletin boyutsal parametrelerinin eniyilenmesinin yanı sıra eyleticilerinin tork kapasitelerini de eniyileme yoluna gitmişlerdir. Mao, Y ve Agrawal, S. K. [2] kablo tahrikli ve kuvvet kontrollü bir üst kol dış iskeleti önermişlerdir. Rijit uzuvlar yerine hafif kablolar kullanarak geleneksel rehabilitasyon robotlarının sahip olduğu hantallık ve ağırlık gibi sorunların üstesinden gelmeyi amaçlamışlardır. O' Malley M. K. v.d. [3] dört serbestlik derecesine sahip hasta ve eyleyici arasında pasif, tetikleyici ve aktif kısıtlı rehabilitasyonlar arasında seçim yapılabilmesine olanak sağlayan bir üst ekstremite rehabilitasyon robotu tasarladılar. Pehlivan, A. U. [4] v.d. MAHI Exo II ismini verdikleri beş serbestlik derecesine sahip üst bölge inmeleri, omurilik yaralanmaları veya diğer beyin hasarlarının rehabilitasyonunda kullanılacak fleksiyon, ekstensiyon ve radyal - ulnar deviyasyon hareketlerini mümkün kılan bir robot geliştirdiler. Nef, T. [5] v.d. ARMin ismini verdikleri değişik terapi modlarında çalışabilen (pasif, oyun terapisi, görev yönelimli) bir dış iskelet sundular. Manna, S. K. ve Bhaumik, S. [6] ise on serbestlik derecesine sahip giyilebilir bir dış iskelet geliştirdiler. Araştırmalarında insan omuz ekleminin hareketine yoğunlaştılar. Literatürde sadece bilek, düzlemsel ya da tüm kolu çalıştıran seri eyleyicilerin çoğunluğu dikkat çekmektedir. Bu tasarım dahilinde bilek eklemini üç eksen etrafında ve tüm kolu iki eksen üzerinde çalıştırmayı amaçlayan bir tasarım yapıldı. Birbirinden bağımsız 5 hareket tanımlandığı için 5 serbestlik derecesine ihtiyaç duyulmaktadır. Beş serbestliğe sahip

<sup>†</sup> ozgunselvi@cankaya.edu.tr

paralel eyleyicilerde bacak sayısı 3, 4 ya da 5 olabilir. Her bacakta en az serbestlik sayısı kadar eklem kullanılması gerektiği için 5 bacaklı sistemlerde fazla eklem sayısı daha fazla enerji harcanmasına neden olacaktır. Öte yandan 3 bacaklı sistemlerde 2 farklı bacağa birden fazla eyletici düştüğünden bu durum kontrol açısından sorun teşkil etmektedir. Bu bağlamda eyleyicinin bacak sayısı 4 olarak seçilmiştir.

Bir eyleyicinin bir zincirindeki eklem eksenlerinden bazıları birbirine paralel ve kalanları ise ortak bir noktada kesişiyorsa bu zincire aşırı-kapalı zincir denmektedir. Bu çalışmada sunulan eyleyicinin bir zincirindeki ilk üç eklem ekseni birbirine paralelken takip eden iki eklem eksenleri ise ortak bir noktada kesişmektedirler. Fang Y. ve Tsai L. [7] 4 ve 5 serbestlik derecesine sahip aşırıtanımlı paralel eyleyicilerin yapısal sentez sorununun üstesinden gelebilmek icin bir yaklasım önermislerdir. Geometrik kısıtları analiz edebilmek için screw teorisini ve ters screwleri kullanmışlardır. Bu metodu kullanarak çeşitli geometrilere sahip 4 ve 5 serbestlik dereceli eyleyicileri incelemişlerdir. Vertechy R. Ve Castelli v. [8] US ve UPS tip aşırı-kapalı paralel eyleyicilerin statik ve sertlik analizlerini, simetrik sertlik matrisi (Hessian elastik potensiyel enerji) kullanarak analiz etmişlerdir. Bu metoda ek olarak karteyzen sertlik matrisini de alternatif bir yol olarak kullanmışlardır. Bu bağlamda 2 serbestlik dereceli paralel küresel bir eyleyici incelemişlerdir. Zhao T. [9] v.d. analitik bir metot kullanarak uzaysal çalışan 3 ve 4 serbestlikli paralel mekanizmaların aşırı kapalılığı tespit etmişlerdir. Ayrıca bu metodu hibrit bacaklara sahip eyleyicilerin boyutsal analizinde paralel de kullanmışlardır. Liu G. F. [10] v.d. artıklık metodunu kullanarak paralel eyleyicilerde sıklıkla karşılaşılan istenmeyen tekilsellikleri yoketme yoluna gitmişlerdir. Üç değişik artıklık metodu tanımlamışlar fakat sadece artıksal tahrik edilmiş paralel eyleyicilerin kontrolünü test etmişlerdir. Gogu G. [11] lineer dönüşüm tabanlı bir metot kullanarak, 3 serbestlik dereceli tekilselliğe girmeyen tam izotropik düzlemsel parallel eyleyici sunmuştur.

Bu bildiri kapsamında, insan ön kol rehabilitasyonunda kullanılacak 5 serbestlik derecesine sahip, aşırı-kapalı, düzlemsel-küresel, paralel bir eyleyicinin tasarımı, kinematik analizi ve çalışma alanı analizi yapılmıştır. İkinci bölüm eyleyicinin geometrisini ve tasarım yöntemini sunarken, üçüncü bölüm yapılan kinematik analizleri göstermektedir. Dördüncü bölümde, ilerideki çalışmalarda kullanılmak üzere eyleyicinin Jacobian matrisleri elde edilmiştir. Son bölümde ise seçilen boyutsal parametrelerle çalışma alanı sınırları elde edilmiştir.

#### II. Tasarım Yöntemi ve Eyleyici Geometrisi

geometrisine Evlevici karar vermeden önce rehabilitasyon esnasında hangi hareketlerin gerçekleştirileceğine karar verilerek bir tasarım yoluna gidilmelidir. Bu çalışmada x,y ve z eksenleri etrafında dönüş, x ve y eksenleri üzerinde öteleme hareketi yapacak bir eyleyici tasarlama yoluna gidilmiştir. Bu bağlamda bu eyleyicinin serbestlik derecesi en az 5 olmalıdır. Yapılması planlanan hareketler Şekil 1 üzerinde gösterilmiştir.



Şekil 1. Eyleyiciye yaptırılması planlanan hareketler

Bu hareket bir düzlem üzerinde yuvarlanarak hareket eden ve aynı zamanda kendi ekseni etrafında da dönebilen bir kürenin hareketine benzetilebilir (Şekil 2). Böyle bir sistemin alt uzayı beştir. Bu sistem için 3 zincir tanımlanırsa Alizade-Freudenstein formülünden sahip olması gereken eklem sayısı (m =  $\sum f_i - \sum \lambda = 20 - 3 x 5 =$ 5) 20 olarak hesaplanabilir. Üç kapalı zincire ve 20 döner ekleme sahip bir eyleyicinin genel yapısı Şekil 3 üzerinde görülebilir. Çalışma kapsamında sağlanması istenen hareketleri gerçekleştirecek eyleyici ise Şekil 4 üzerinde verilmiştir [14]. O<sub>0</sub>(x, y, z) noktası referans koordinat sistemi olarak seçilmiştir. Gerekli bilek ve dirsek hareketlerini elde etmek ve ters kinematic denklemlerini çözebilmek için eyleyici her biri üç tane sanal uzva sahip iki alt sisteme bölünmüştür (Şekil 4).



genel yapısı

Alt tarafta bulunan alt system eyleyicinin x-y düzlemindeki iki eksenli hareketini sağlayacakken üst tarafta bulunan alt system ise bilek ekleminin üç eksendeki hareketini sağlayacaktır. Küresel uzuvların ve üst alt sisteme eklenen sanal uzuvların eklem eksenleri P noktasında kesişmektedir. Burada sanal aktif eklemler için elde edilen denklemlerden çıkartılacak çalışma sınırları alt sistemin çalışma sınırlarını belirlerken kullanılacaktır. Alt taraftaki alt sistemde tüm uzuvlar düzlemseldir ve her iki uçlarında birer eklem bulundurmaktadırlar. Ayrıca eklem eksenleri birbirlerine ve referans koordinat sisteminin z eksenine paraleldir Alt taraftaki alt sistemdeki tüm sanal uzuvların bir uç eklemi P noktasının x-y düzlemindeki izdüşümü olan P' noktasında kesişmektedir. Burada eyleyici 3 zincire ve 20 tane döner ekleme sahiptir. İki alt sistemin mobilitesini ayrı ayrı incelediğimizde, üst kısımın sanal uzuvlar olmadan mobilitesi sıfırken (m = 9 - 3 x 3 =0) ve sanal uzuvlar varken mobilitesi üçtür (m = 12 - 3 x 3 = 3). Benzer olarak alt kısmı incelediğimizde mobilitesini beş olarak elde ederiz (m =  $14 - 3 \times 3 = 5$ ). Buradan da anlaşılacağı gibi eyleticilerimizi x-y düzlemindeki eklemlere eklememiz gerekmektedir. Dört eyletici dört bacaktaki ilk eklemlere (A1, A2, A3 ve A4) ve beşinci eyletici dördüncü bacaktaki ikinci ekleme (B4) eklenecektir. Böylece ilk üç bacak eyleyicinin son uzvunun yönelimini kontrol ederken dördüncü bacak ise direct olarak P noktasını konumunu kontrol edecektir.



Şekil 4. Tasarlanan eğleyici (sol üst), sanal linklerle beraber (sağ üst), tasarlanan eğleyicinin üst alt sistemi (sol alt), tasarlanan eğleyicinin alt alt sistemi (sağ alt)

#### III. Aktif Eklemler İçin Ters Kinematik Çözümler

Bu bölümde eyleyicinin aktif eklemlerinin denklemlerinin elde edilebilmesi için her iki alt sistem ayrı ayrı incelenmiştir. Aktif eklemlerinin denklemleri son uzvun konum ve yönelimine göre şekilleneceği için öncellikle üst tarafın incelenmesi gerekmektedir.

#### A. Üst Sistemin Ters Kinematik Çözümlemesi

Üst taraftaki son uzvun yönelimi sırasıyla x, y ve z etrafında dönüşüm matrisi olarak  $\delta_z$ ,  $\delta_y$  ve  $\delta_x$  Euler açılarıyla verilmiştir. Her eklem ekseninin yönelimi Şekil 5 üzerinde gösterildiği gibi birim vektörlerle tanımlanabilir (w<sub>i</sub>(w<sub>x,i</sub>, w<sub>y,i</sub>, w<sub>z,i</sub>)).

$$\delta = \delta_{\mathbf{z}} \cdot \delta_{\mathbf{y}} \cdot \delta_{\mathbf{x}} \tag{1}$$

$$w_i = R_{\gamma}^z R_{\beta_i}^x [0,0,1]^T \tag{2}$$

Burada  $\beta_i$  son uzuv üzerindeki her eklemin x ekseni etrafındaki yönelimini z eksenine göre ifade etmektedir ve tüm eklemler için eşit kabul edilmiştir (90°).  $\gamma_i$  ise son uzuvdaki eklemlerin z eksenine göre yönelimlerini vermektedir ve sırasıyla 0°, 90°, 180° olarak seçilmiştir. Son uzuv üzerindeki her bir eklemin yere göre yönelimi  $W_i = \delta$ .  $\omega_i$  formülü ile hesaplanabilir. Eyleyicinin geometrisi göz önünde bulundurulduğunda üst taraftaki tüm eklemlerin yönelimi  $W_i$ , P noktasına yerleştirilecek bir koordinat sisteminin yönelimine denktir.

$$W_{i} = R_{\theta_{1}i}^{z} R_{\alpha_{1}i}^{x} R_{\theta_{2}i}^{z} R_{\alpha_{2}i}^{x} [0,0,1]^{T}$$
(3)



ŞEKİL 5. Küresel eyleyicinin boyutsal parametreleri ve eklem eksen yönelimleri

Eşitlik 2 üç eşitlik meydana getirecektir ve ilk ikisini çözmek bize  $\cos(\theta_{2i})$  ve  $\sin(\theta_{2i})$ 'i verecektir. Daha sonra bu ifadeleri üçüncü eşitlikte yerine koyduğumuzda  $\theta_{2i}$ 'i elimine edebiliriz. t = tan( $\theta_{1i}/2$ ) yarım açı formülünü eşitlik 3'e uyguladığımızda aşağıdaki eşitliği elde ederiz,

$$W_{z_i} = \{ \sec(\alpha_1) [(1 + t^2) \cos(\alpha_2) + (-2 t W_{x_i} + W_{y_i} - t^2 W_{y_i}] \sin(\alpha_1) \} / (1 + t^2)$$
(4)

Bu ikinci dereceden denklemi t için çözdüğümüzde üst tarafın sanal-aktif eklemleri için aşağıdaki eşitliği elde ederiz.

$$\theta 1_i = 2 \arctan(t) i = 1,2,3$$
 (5)

B. Alt Sistemin Ters Kinematik Çözümlemesi

İlk üç bacaktaki eyleticiler son-uzvun yönelimini kontrol etmektedirler. İlk üç bacaktaki aktif eklem oranları P noktasının yönelimine göre elde edilmiştir. P noktasının X-Y düzlemindeki izdüşümünü  $P=(P_x, P_y)$  olarak tanımlayalım ve yönelimini de C<sub>i</sub> noktasına göre  $\phi_i$ açısıyla belirtelim.



ŞEKİL 6. İlk 3 bacağın boyutsal parametreleri (solda), 4. Bacağın boyutsal parametreleri (sağda)

$$C_{x,i} = c_i \cos(\phi_i) + P_X$$

$$C_{y,i} = c_i \sin(\phi_i) + P_Y$$
(6.a)
(6.b)

Üçüncü eklemlerin pozisyonlarından yola çıkarak aktif eklemlerin ( $\theta_{11}$ , $\theta_{12}$ , $\theta_{13}$ , $\theta_{14}$ , $\theta_{24}$ ) denklemlerini elde edebiliriz. İlk üç bacak için, vektör-çevrim denklemlerini şöyle tanımlayabiliriz; O<sub>0</sub>C<sub>i</sub>= O<sub>0</sub>A<sub>i</sub>+A<sub>i</sub>B<sub>i</sub>+B<sub>i</sub>C<sub>i</sub>. Bu eşitliği sabit koordinat sisteminde tanımladığımızda takip eden eşitlikleri elde ederiz.

$$a_{i} \cos(\theta_{1,i}) + b_{i} \cos(\theta_{2,i}) = C_{x,i} - d_{x,i}$$
(7)  
$$a_{i} \sin(\theta_{1,i}) + b_{i} \sin(\theta_{2,i}) = C_{y,i} - d_{y,i}$$
(8)

Burada, C\*x,i = Cx,i – dx,i ve C\*y,i = Cy,i – dy,i eşitliklerini tanımlayalım. Eyleyicide  $\theta_{2i}$  simgesine sahip eklemler pasif olduğu için üstteki denklemlerden elimine edilebilir.

$$e_1 \sin(\theta_{1,i}) + e_2 \cos(\theta_{1,i}) + e_3 = 0$$
(9)

Burada,  $e_1 = -2 a_i C^*_{y,i}$ ,  $e_2 = -2 a_i C^*_{x,i}$ ,  $e_3 = C^*_{x,i}^2 + C^*_{y,i}^2$ +  $a_i^2 + b_i^2$ . Yarım açı formülünü (t = Tan( $\theta_{1i}/2$ )) eşitlik 10'da yerine yazdığımızda,

$$e_2 + e_3 + 2 e_1 t + (-e_2 + e_3) t^2 = 0$$
(10)  

$$\theta_{1,i} = 2 \arctan(t) i = 1,2,3$$
(11)

Dördüncü bacakta bulunan iki küresel linkin eklemleri, küresel bir eklem kombinasyonu oluşturmaktadır. Bu küresel eklemin eyleyicinin son uzvunun yönelimine bir katkısı olmamaktadır, bu yüzden dördüncü bacak direk olarak P noktasının konumunu kontrol etmektedir. Bu bacakta iki tane eyleticimiz olduğu ve doğrudan konum kontrolü sağladığımız için, bu bacağa iki serbestlik dereceli seri robot olarak davranabiliriz.

$$\begin{aligned} P_x &= a_4 \cos(\theta_{1,4}) + b_4 \cos(\theta_{2,4}) + d_{x,4} \\ P_y &= a_4 \sin(\theta_{1,4}) + b_4 \sin(\theta_{2,4}) + d_{y,4} \end{aligned} \tag{12}$$

Öncelikle eşitlik 12 ve 13'ten  $\theta_{24}$ 'ü elimine ettiğimizde  $\theta_{14}$  için bir eşitlik elde ederiz. Daha sonra  $\theta_{14}$  için bulduğumuz eşitliği, eşitlik 12 ve 13'de yerine koyduğumuzda  $\theta_{24}$  için bir eşitlik elde edebiliriz.

#### IV. Eyleyicinin Jakobian Analizi

Bir eyleyicinin hız, ivme ya da kuvvet analizinin gerçekleştirilebilmesi için Jakobian matrisinin elde edilmesi gerekmektedir. Kinematik analizde olduğu gibi eyleyicinin Jakobian analizi de, eyleyici iki ayrı alt sisteme ayrılarak ele alınmıştır.

A. Üst Sistemin Jakobian Analizi

Son uzvun açısal hızını  $\boldsymbol{\omega} = [\omega_x \omega_y \omega_z]^T$  olarak tanımlayalım ve sanal aktif eklemlerin hızları da  $\dot{\boldsymbol{\theta}} = [\dot{\boldsymbol{\theta}}_1 \ \dot{\boldsymbol{\theta}}_2 \ \dot{\boldsymbol{\theta}}_3]^T$  olsun.

$$\boldsymbol{\omega} = \mathbf{J}_{\mathbf{s},\mathbf{q}} \dot{\boldsymbol{\Theta}} \tag{14}$$

$$\mathbf{J}_{s,x} = [\mathbf{J}_{s,x1} \, \mathbf{J}_{s,x2} \, \mathbf{J}_{s,x3}]^{T} \left( \mathbf{J}_{s,xi} = \mathbf{v}_{i} \, \mathbf{x} \, \mathbf{w}_{i} \right)$$
(15)

$$J_{s,q} = \text{diag} [J_{s,q1} J_{s,q2} J_{s,q3}] (J_{s,qi} = (u_i \times v_i) \cdot w_i)$$
 (16)

Burada  $J_{s,x}$  ve  $J_{s,q}$  sırasıyla eyleyicinin küresel kısmının ileri ve geri Jakobian matrislerini temsil etmektedir. Son olarak küresel kısmın Jakobian matrisi  $J_s = J_{s,q}^{-1} J_{s,x}$ olarak tanımlanabilir.

#### B. Alt Sistemin Jakobian Analizi

Alt kısım için çıkış vektörünü  $\mathbf{x}=[x \ y \ \phi_1, \ \phi_2, \ \phi_3]$  olarak ve giriş vektörünü  $\mathbf{q}=[\theta_{11}, \ \theta_{12}, \ \theta_{13}, \ \theta_{14}, \ \theta_{24}]$  olarak tanımladığımızda ilk 3 bacak için kapalı çevrim denklemi  $\mathbf{A_iP'+P'C_i}=\mathbf{A_iB_i}+\mathbf{B_iC_i}$  halini alır. Bu denklemde her iki tarafın zamana bağlı türevini alalım. Burada V<sub>P</sub>, P' noktasının hızı olsun. Pasif eklem oranı olan ( $\theta_{12}$ )'i elemine etmek için kapalı çevrim denkleminin her iki tarafını da b<sub>i</sub> ile çarptığımızda,

$$b_{i,x}V_{p,x} + b_{i,y}V_{p,y} + (c_{i,x}b_{i,y} - c_{i,y}b_{i,x})\dot{\phi}_{i} = (a_{i,x}b_{i,y} - a_{i,y}b_{i,x})\dot{\theta}_{1i}$$
(17)

denklemini elde ederiz. Dördüncü bacak için kapalı çevrim denklemi  $A_4P' + P'B_4 = A_4B_4$  olarak yazılır. Benzer

olarak bu denklemin her iki tarafının zamana bağlı türevi alındığında aşağıdaki denklemler elde edilir.

$$V_{p,x} = -a_{4,y}\dot{\theta}_{14} - b_{4,y}(\dot{\theta}_{24} - \dot{\theta}_{14})$$
(18.a)  
$$V_{p,y} = a_{4,x}\dot{\theta}_{14} + b_{4,x}(\dot{\theta}_{24} - \dot{\theta}_{14})$$
(18.b)

Eşitlik (17) ve (18)'den Jakobian matrisi  $J_p = J_{p,q}^{-1} J_{p,x}$ olarak yazılabilir.

$$J_{P,x} = \begin{pmatrix} J_{P,x_{11}} & J_{P,x_{12}} & J_{P,x_{13}} & 0 & 0 \\ J_{P,x_{21}} & J_{P,x_{22}} & 0 & J_{P,x_{24}} & 0 \\ J_{P,x_{31}} & J_{P,x_{32}} & 0 & 0 & J_{P,x_{35}} \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
(19)  
$$J_{P,q} = \begin{pmatrix} J_{P,q_{11}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_{P,q_{22}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_{P,q_{33}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_{P,q_{44}} & J_{P,q_{45}} \\ 0 & 0 & 0 & J_{P,q_{54}} & J_{P,q_{55}} \end{pmatrix}$$

Burada,

olarak belirtilebilir.

#### V. Seçilen Boyutsal Parametrelerle Çalışma Alanı Analizinin Gerçekleştirilmesi

Çalışma alanı analizi küresel ve düzlemsel alt sistemler için ayrı ayrı yapılmıştır. Küresel alt sistem üç eksen etrafında dönüşü sağlayacağı için rehabilitasyon esnasında insan bilek ekleminin alt uzayıyla örtüşmek zorundadır. İnsan bilek ekleminin sınırları aşağıdaki tabloda görüldüğü gibidir [12]. Bu çalışma alanı sınırlarını dolduracak boyutsal parametreler daha önceki çalışmalarda belirlenmişti [13] (Tablo 2). Üst alt sistem için bu boyutsal parametrelerle ulaşılabilir çalışma alanını elde etme yoluna gidilmiştir.

| Hareket    | Eksen | Sınır   | Sağlanan     |
|------------|-------|---------|--------------|
| δ1         | X     | (-10°,  | Pronasyon    |
| -          |       | 50 °)   | Süpinasyon   |
| $\delta_2$ | у     | (-30 °, | Radyal-Ulnar |
|            |       | 40 °)   | Deviyasyon   |
| $\delta_3$ | Z     | (-40 °, | Ekstansiyon  |
|            |       | 40 °)   | Fleksiyon    |

Eksenler etrafindaki sınırlar -90° ve 90° arasında seçilmiştir ve bir e parametresi seçilen bu sınırlar içerisinde karşılaşılan her tekilsellikte 1 artacak şekilde ayarlanmıştır. Her üç sanal-aktif eklem ( $\theta$ 1<sub>i</sub>) denklemini tanımsız yapacak ifadelerden elde edilen kısıtlarla beraber son uzvun üç eksen etrafındaki yönelimi belirlenen yeni sınırlar 20 eşit parçaya bölünerek bir döngü içerisinde incelenmiştir. Burada iki eksen (x ve y) etrafındaki yönelim sabitken diğer eksen (z) etrafındaki yönelimin artışı sırasında e parametresinin değişimine bakılmıştır (Şekil 7). Z ekseni boyunca son-uzvun yönelimi değiştikçe o konumda diğer iki eksende tanımlanan çalışma alanının hangi noktalarında tekilsellik olduğu hesaplanmış ve 20 ayrı katman Şekil 4 üzerinde aynı anda gösterilmiştir.

|                          | $\alpha_1$ (Rad) | <b>α</b> <sub>2</sub><br>(Rad) | <b>β</b> (Rad) |
|--------------------------|------------------|--------------------------------|----------------|
| Boyutsal<br>Parametreler | 1.09             | 1.27                           | 1.31           |

Tablo 2. Küresel alt sistem için kabul edilen boyutsal parametreler

Düzlemsel alt sistem için ise sıfır noktası düzlemsel alt sistemin çalışma alanının merkezi kabul edilerek 500 mm x 500 mm'lik bir karesel alan içerisinde inceleme gerçekleştirilmiştir. Küresel alt sistemde sanal-aktif eklemlerin insan bileği çalışma alanından elde edilen çalışma sınırları düzlemsel alt sistemde ilk üç bacağın uç uzuvları için sınır kabul edilmiştir. Düzlemsel alt sistem için kabul edilen boyutsal parametreler Tablo 3 üzerinde görüldüğü gibidir. Düzlemsel alt sistem için de bir e parametresi tanımlanmış olup değişen uç uzuv yönelimlerine göre belirlenen düzlemsel çalışma alanının hangi sınırlarda tekilselliğe uğranmadan sağlandığı gözlemlenmiştir (Şekil 8).









Şekil 8. Düzlemsel alt sistem çalışma alanı analizi

| Boyutsal          | а                       | b                       | С                           |
|-------------------|-------------------------|-------------------------|-----------------------------|
| Parametreler (mm) | 390                     | 420                     | 100                         |
| d <sub>x,1</sub>  | <b>d</b> <sub>y,1</sub> | <b>d</b> <sub>x,2</sub> | <b>d</b> <sub>y,2</sub>     |
| -350              | -350                    | -350                    | 350                         |
| d <sub>x,3</sub>  | <b>d</b> <sub>y,3</sub> | <b>d</b> <sub>x,4</sub> | $\mathbf{d}_{\mathrm{y,4}}$ |
| 350               | 350                     | 350                     | -350                        |

Tablo 3. Düzlemsel alt sistem için kabul edilen boyutsal parametreler

Şekil 4'den anlaşıldığı üzere  $\delta_3$ , -90°-90° arasında z ekseni etrafında yönelim hareketini gerçekleştirirken  $\delta_1$  ve  $\delta_2$ sırasıyla x ve y eksenleri etrafında tekilselliğe uğramadan -45°-45° arasında değerler alabilmektedir. Düzlemsel alt sistem incelendiğinde ise çalışma alanının merkezi küresel merkez kabul edildiğinde manipulator, x ve y eksenleri boyunca -150 mm ile 150 mm boyunca tekilselliğe uğramadan çalışabişmektedir.

#### VI. Sonuçlar

Bu çalışmada 5 serbestlik dereceli, aşırı-tanımlı, düzlemsel ve küresel uzuvlardan oluşan, paralel bir eyleyici insan ön kol rehabilitasyonunda kullanılmak amacıyla tasarlanmıştır. İnsan bilek ekleminin üç eksen etrafındaki dönüşünü ve tüm kolun biz düzlem üzerinde iki eksende hareketini sağlayacak bir tasarım yoluna gidilmiştir. Bu 5 bağımsız hareketi sağlayabilmesi için 5 serbestlik dereceli düzlemsel-küresel bir tasarım oluşturulmuştur. Daha az enerji harcamak ve eyleyiciyi daha iyi kontrol edebilmek adına her birinde 5 döner eklem olan 4 bacaklı bir yapı seçilmiştir. Eyleyicinin boyutsal analizi yapıldıktan sonra, mobilite hesabı yapılmış ve eyleticilerin hangi eklemlere monte edileceğine karar verilmistir. Eyleyicinin düzlemsel bölümünün ilk 3 bacağına birer ve 4. Bacağına ise 2 adet eyletici yerleştirilecektir. Böylelikle ilk 3 bacak son uzvun yönelimini sağlarken, 4. Bacak doğrudan son uzvun düzlemdeki konumunu kontrol edecektir. Daha sonra eyleyicinin iki alt sisteminin ayrı ayrı kinematik analizleri yapılmış ve Jakobian matrisleri elde edilmiştir. Son olarak seçilen boyutsal parametrelerle çalışma alanı analizi yapılmıştır.

#### Kaynakça

- [1] Klein, J., Spencer, S., Allington, J., Bobrow, J. E., ve Reinkensmeyer, D. J., Optimization of a parallel shoulder mechanism to achieve a high-force, low-mass, robotic-arm exoskeleton, IEEE Transactions on Robotics, 26(4), (2010) pp. 710-715
- [2] Mao, Y., ve Agrawal, S. K., A cable driven upper arm exoskeleton for upper extremity rehabilitation, Robotics and Automation (ICRA), 2011 IEEE Int. Conf. on, (2011) pp. 4163-4168
- [3] O'Malley, M. K., Sledd, A., Gupta, A., Patoglu, V., Huegel, J., ve Burgar, C., The RiceWrist, A distal upper extremity rehabilitation robot for stroke therapy, ASME 2006 Int. Mechanical Engineering Congress and Exposition, (2006), pp. 1437-1446
- [4] Pehlivan, A. U., Celik, O., ve Malley, M. K., Mechanical design of a distal arm exoskeleton for stroke and spinal cord injury rehabilitation, Rehabilitation Robotics, IEEE Int. Conf. on, (2011) pp. 1-5
- [5] Nef, T., Mihelj, M., Kiefer, G., Perndl, C., Müller, R., ve Riener, R., ARMin-Exoskeleton for arm therapy in stroke patients, Rehabilitation Robotics, 2007. ICORR 2007. IEEE 10th International Conference on, (2007) pp. 68-74
- [6] Manna, S. K., ve Bhaumik, S., A Bioinspired 10 DOF Wearable Powered Arm Exoskeleton for Rehabilitation. Journal of Robotics, (2013)
- [7] Fang Y. ve Tsai L., Structure Synthesis of a Class of 4-DoF and 5-DoF Parallel Manipulators with Identical Limb Structures. The International Journal of Robotics Research, (2002), pp. 799-810
- [8] Vertechy R. ve Castelli V., Static and Stiffness Analyses of a Class of Over-Constrained Parallel Manipulators with Legs of Type US and UPS. In: IEEE International Conference on Robotics and Automation, (2007), pp. 561-567
- [9] Zhao T., Dai J. ve Huang Z., Geometric Analysis of Overconstrained Parallel Manipulators with Three and Four Degrees of Freedom. JSME International Journal, 45(3), (2002), pp. 730-740
- [10] Liu, G., Wu Y., Wu X., Kuen Y. ve Li Z., Analysis and Control of Redundant Parallel Manipulators. In: IEEE International Conference on Robotic and Automation, (2001), pp. 3748-3754
- Gogu G., Fully-Isotropic Over-Constrained Planar Parallel Manipulators. In: IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, (2004), pp. 3519-3524
   GATES, ve Deanna H. Range of motion requirements for
- [12] GATES, ve Deanna H. Range of motion requirements for upper-limb activities of daily living. American Journal of Occupational Therapy, 2016, 70.1: 7001350010p1-7001350010p10.
- [13] Yavuz S. ve Selvi Ö., Üç Serbestlik Dereceli Paralel Rehabilitasyon Eyleyicinin Ateş Böceği Algoritması Kullanılarak Boyutsal Olarak Eniyilemesi, Türkiye Robotbilim Konferansı TORK2016, 2-3 Kasım 2016
- [14] Selvi Ö., Structural and kinematic synthesis of overconstrained mechanisms, PhD Thesis in Mechanical Engineering, İzmir Institute of Technology (2012)
- [15] Tsai, Lung-Wen. Robot analysis: the mechanics of serial and parallel manipulators. John Wiley & Sons, 1999.

[16] Gao, Z., Zhang, D., Hu, X., & Ge, Y. (2010). Design, analysis, and stiffness optimization of a three degree of freedom parallel manipulator. *Robotica*, 28(03), 349-357.
# Omuzun Biyomekanik Modellenmesi ve Scapulo-Humeral Ritim Davranışına Uygun Olarak Simülasyonu

M. Parlak <sup>\*</sup> Erciyes Üniversitesi Kayseri

Özet—İnsan omuzu insan durus ve hareketinde önemli bir rol oynamaktadır. Omuz mekanizması insan vücudundaki en karmasık mekanizmalardan biri olduğu için tam olarak gerçeğe uygun şekilde modellemek çok zordur. Omuzun biyomekanik olarak modellenmesiyle ilgili yapılan çalışmalar göstermektedir ki modeller ve modele giriş olarak verilen kinematik verilerin çeşitlilik göstermesinden kaynaklı olarak sonuçlar da değişiklik göstermektedir. Veriler, her insanın anatomisi birbirinden farklı olduğu için değişiklik göstermektedir. Bu çalışmada literatürdeki anatomik verilerle Adams yazılımı ortamında model oluşturularak ve omuz hareketi için literatürde bulunan bir davranış olan scapulahumeral ritim davranışına uygun olarak simülasyon gerçekleştirilerek omuz mekanizmasının kinematik incelemesini gerçekleştirmek için farklı bir metod kullanılmıstır

Anahtar kelimeler: omuz, scapulo-humeral ritim, biyomekanik modelleme

**Abstract**—The human shoulder plays an important role in human posture and motion. The complexity of the shoulder mechanism makes it difficult to model a shoulder complex realistically. Researches done about modelling of shoulder as biomechanically showed that results are different because of models and kinematic datas as input differ from each other. Datas are different because of every human has dissimilar anatomy. In this study, a different approach has been used to investigate the kinematic of shoulder girdle by creating the model in Adams software with anatomic datas in the litetature and simulating depend on the scapulo-humeral rhythm.

Keywords: shoulder, scapulo-humeral rhythm, biomechanical modelling

# I. Giriş

Biyomekanik, genel olarak insan dokularının özellikleri ve mekanik gerilmelere dokuların yanıtı ne olacaktır sorusuyla ilgilenen alandır. En iyi tanımlamalarından biri 1974'te Herbert Hetze tarafından dile getirilmiştir "Biyomekanik, biyolojik sistemlerin biçim ve işlevlerinin mühendislik yöntemleri kullanılarak incelenmesidir." Biyomekanik sözcüğü 1970'lerin İ. Uzmay<sup>†</sup> Erciyes Üniversitesi Kayseri

başlarında, mühendislik mekaniğinin biyolojik ve tıbbi alanlarda kullanılmasını tanımlamasıyla türemiştir.

Biyomekanik, mühendislikle bağlantılıdır, çünkü biyolojik sistemleri analiz etmek için genellikle mühendislik bilimlerinden yararlanılır. Newton Mekaniği'nin ve malzeme biliminin genel uygulamaları, biyolojik sistemlerin mekaniğini oluşturur [1].

Sakatlıkların sebeplerinin bilinmesi, muhtemel sakatlıkların veya yaralanmaların engellenmesi, rehabilitasyon için en iyi metotların geliştirilmesi, engelli veya herhangi bir rahatsızlığa sahip insanlar için ürün tasarlama ve geliştirme vb. için bir biyolojik yapıda bulunan kas, kemik, bağ, doku gibi altyapıların etkilerinin incelenmesi de biyomekaniğin uğraş alanlarındandır. Bu konuları inceleyebilmek için biyomekanik modellere sıklıkla başvurulmaktadır.

İnsan üst ekstremitesi (kol ve omuz bölgesi) günlük yaşamımız için önemli olan işlevleri, değişik pozisyonlar alarak yerine getirebilen, eli bir yerden bir yere konumlandırmak için omuz ve dirsek yapılarının birlikte hareketinin söz konusu olduğu bir yapıdır. Bu hareketler omuz ve dirsek mafsallarındaki serbestlikler sayesinde meydana gelmektedir. Ayrıca bu mafsalların kararlı olmasını sağlayan aktif ve pasif elemanlar da mevcuttur. Aktif elemanlar kas, pasif elemanlar ise bağlardır. Üst ekstremite günlük hayatımızda neredeyse en fazla kullanılan bir bölüm olmasına rağmen, bu bölge için geliştirilmiş biyomekanik modeller, yürüyüş ve bel için geliştirilen biyomekanik modellere göre gelişim açısından hala erken safhalarda yer almaktadır [2,3]. Literatürde yapılan çalışmalara baktığımız zaman çalışmaların büyük çoğunluğunda üst ekstremite kısmının modellenmesinde genel olarak humerus, ulna ve radius kemikleri dikkate alınmış, dolayısıyla serbestlikler GH mafsalıvla ve dirseğin döner mafsal olarak modellenmesiyle oluşturulmuştur [4-9]. Son yıllarda yapılan çalışmalarda ise daha gerçekçi modeller üretilmiştir. Bu çalışmalarda clavicle, scapula, humerus, radius, ulna kemikleri üç serbestlikli GH (glenohumeral), SC (sternoclavicular), AC (acromioclavicular) mafsalları ve tek serbestlikli HU (humeroulnar), RU (radioulnar) mafsallarıyla ilişkilendirilerek üst ekstremite modeli oluşturulmuştur. Ayrıca bu modellerde scapula kemiğinin göğüs kafesi üzerindeki hareketini temsil eden, ideal mafsallardan farklı mafsal tipindeki ST (scapulothoracic) mafsalı da kullanılmıştır [10-16]. Bu çalışmalarda,

<sup>\*</sup> mehmetparlak@erciyes.edu.tr

<sup>†</sup> iuzmay@erciyes.edu.tr

seçilen hareket süresince uzuvlara ait kinematik değişimler hareket yakalama sistemleri kullanılarak elde edilmiştir.

Bu çalışmada üst eksremite; radius ve ulna kemikleri hariç tutularak, humerus, clavicle, scapula ve thorax yapılarından oluşacaktır. Thorax sabit ve hareketli olan diğer uzuvlar rijit kabul edilmiştir. Model MSC Adams yazılımı kullanılarak aktif ve pasif elemanların etkisiyle meydana gelen scapulo-humeral ritim davranışına uygun olarak simüle edilmiştir. Model ve ritim davranışıyla ilgili detaylar diğer bölümlerde sunulmuştur.

#### II. Omuzun Biyomekanik Modeli

Omuz mekanizması hareket kapasitesi bakımından insan iskelet yapısının en zor ve karmaşık yapısından biridir. Omuz bölgesindeki kemikler, kaslar, bağlar ve deri kapalı çevrimli bir sistem meydana getirirler ve bu durum omuz ritmini oluşturur. İnsan duruşunu ve hareketini dijital ortamlarda simüle etme ihtiyacı gelişirken, tüm insan vücudunun biyomekanik olarak hareketini uygun matematiksel modellemeyle, özellikle omuz bölgesini tanımlama ihtiyacı vardır.

Omuz bölgesi insan vücudundaki en fazla serbestlik derecesine sahip olması nedeniyle analizi zor ve karmaşık bir yapıdır. Omuz, clavicle (köprücük kemiği), scapula (kürek kemiği), humerus (pazı kemiği) ve göğüs kafesinden oluşmaktadır. Bu kemikler Şekil 1'de görüldüğü üzere AC, SC, GH ve ST mafsalları ile birbirlerine bağlıdır.



Şekil 1: Omuz kemikleri ve mafsallarının şematik gösterimi [17]

Omuzda bütün mafsallar kemiklere göre sabit kalan bir dönme merkezine ve eksenine sahip olacak şekilde modellenirler [18]. Her bir mafsala ait kinematik yapı literatürde rapor edilen tanımlamalara bağlıdır. Diğer bütün kemikler thoraks'a göre hareket ederken, thoraksın sabit kaldığı varsayılmaktadır.

Omuz bölgesi üç serbestlik dereceli küresel mafsal şeklinde modellenebilecek üç adet mafsala sahiptir. Bu mafsallar önceden de bahsedildiği üzere sternoclavicular mafsal (SC), acromioclavicular mafsal (AC) ve glenohumeral mafsaldır (GH). Mafsal merkezleri kemiklerin hareket ettiği yüzeylerin şekilleri dikkate alınarak tanımlanmıştır. SC mafsalına ait merkez costoclavicular bağının clavicle kemiğine bağlandığı bölgenin orta kısmına yakın yerleştirilmiştir [19-23]. Bu nokta bağın bağlandığı bölgenin oluşturduğu şeklin yerleştirilmesiyle, clavicle kemiğinin alt tarafi üzerinde olduğu belirlenmiştir (Şekil 2, SC).



Şekil 2: Mafsal dönme merkezlerinin görünüşü [24]

AC mafsalının merkezi clavicle kemiğinin yanal sonu ve acromion çıkıntısının orta kısmı arasında şekillenen boşluğun ortasına yerleştirilmiştir [22, 25, 26]. Bu nokta, boşluğu tanımlayan hacmin merkezi hesaplanarak belirlenmiştir (Şekil 2, AC). GH mafsalının merkezi ise modeldeki küresel şekilli humeral kafanın merkezinde olacak şekilde yerleştirilmiştir [18, 22, 27,28]. Bu noktayı yerleştirmek için humeral kafanın şeklini oluşturmak için kullanılan üçgen yüzeylere bir küre yerleştirilmiştir (Şekil 7,GH). O kısma yerleştirilmek için kullanılan en iyi küre çapı 25 mm'dir. SC, AC ve GH mafsalları için mafsal eksenleri her bir mafsaldaki komşu kemikler için seçilen referans eksen takımının eksenleriyle uyumlu olacak şekilde keyfi seçilmiştir.

Omuz bölgesindeki en kritik bölgelerden biri de scapula kemiği ile göğüs kafesi arasındaki hareketi sağlayan kısımdır. Bu kısım scapulothoracic (ST) mafsal olarak isimlendirilmektedir. Diğer mafsallardan farklı olan bu mafsal SM ve IM noktaları ile tanımlı olmaktadır. Bu noktalar scapula kemiğine göre konumu sabit olan noktalardır ve göğüs kafesiyle devamlı temas halindedirler. Bu iki nokta kürek kemiğinin medial kenarından seçilmiştir. Noktalardan biri kürek kemiğinin alt bitişinde diğeri de literatürde scapular spine diye geçen kısmın tabanında bulunacak şekilde seçilmiştir. Belirli kasların kalınlığı yüzünden bu iki nokta esasında

göğüs kafesiyle temasta bulunmaz. Bu yüzden bu iki nokta kürek kemiğine göre sabit olarak kalırken göğüs kafesinin yüzeyinde hareket edecek şekilde kaydırılmışlardır (Şekil 3).



Şekil 3: Göğüs kafesi ve kürek kemiği arasındaki hareketi sağlayan model [24]

Modeldeki her bir kemiğe bir referans eksen takımı eklenmiştir. Her bir eksen takımının konum ve yönlenmesi anatomik özelliklere ve kemik yüzeylerinin şekillerine bağlıdır. Kemiğe sabit olan referans eksen takımları mafsalların referans konumlarıyla tanımlıdır. Standarda mümkün olduğu kadar yakın seçilen referans konumlar her bir mafsal açısı sıfır derece değeri için kolun pozisyonunu tanımlamaktadırlar. Bu çalışmada humerus kemiğinin referans konumu gövde boyunca uzanacak şekilde seçilmiştir. Aşağıda ifade edilen düzen, her bir referans eksen takımının yönelimini tanımlamak için kullanılmıştır. x, y ve z eksenleri sırasıyla yandan, önden ve üstten olacak şekilde işaretlenmiştir. Mümkün olduğu yerlerde z ekseni, kemiğin uzun ekseni boyunca uzanmıştır. y ekseni kemik eksenine dik olacak şekilde yönlenmiştir. Her durumda iki eksen referans eksen takımı için tanımlanmıştır ve üçüncü eksen bu ikisinin vektör çarpımıyla hesaplanacaktır. Thoraks eksen takımının orijini jugular notch un merkezine yerleştirilmiştir. Göğüs kafesinin orijini elipsoidin merkezine yerleştirilmiştir ve x, y ve z eksenleri elipsoidin asal eksenleri boyunca yerleştirilmiştir.

Clavicle kemiği referans eksen takımının orijini SC mafsalının merkezine yerleştirilmiştir. Eksen takımının x ekseni clavicle kemiğinin uzun ekseni boyunca yanal olarak seçilmiştir. Eksen SC mafsalının merkezinden AC mafsalının merkezine doğru yönlenmiştir. Clavicle kemiği referans eksen takımının y ekseni anteriorly olacak şekilde seçilmiş ve köprücük kemiğinin superior medial yüzüyle tanımlı düzleme paralel olacak şekildedir. Scapula kemiğinin referans eksen takımı AC mafsalının merkezine yerleştirilmiştir. Eksen takımının negatif

|              | Х                           | Y               | Z            | Х                               | Y                | Z         |
|--------------|-----------------------------|-----------------|--------------|---------------------------------|------------------|-----------|
| Thoraks      | Thoraks eks                 | en takımına göi | re           |                                 |                  |           |
| orijin       | 0.00                        | 0.00            | 0.00         |                                 |                  |           |
| x ekseni     | 1.000000                    | 0.000000        | 0.000000     |                                 |                  |           |
| y ekseni     | 0.000000                    | 1.000000        | 0.000000     |                                 |                  |           |
| z ekseni     | 0.000000                    | 0.000000        | 1.000000     |                                 |                  |           |
| Göğüs Kafesi | Thoraks eks                 | en takımına gör | re           |                                 |                  |           |
| orijin       | 60.66                       | -59.28          | -168.22      |                                 |                  |           |
| x ekseni     | 0.980211                    | 0.191868        | 0.048710     |                                 |                  |           |
| y ekseni     | -0.196517                   | 0.972773        | 0.122858     |                                 |                  |           |
| z ekseni     | -0.023812                   | -0.129999       | 0.991228     |                                 |                  |           |
| Clavicle K.  | Thoraks eks                 | en takımına göi | re           | Thoraks ekse                    | en takımına göre | e         |
| orijin       | 32.54                       | -14.38          | -3.71        | 32.54                           | -14.38           | -3.71     |
| x ekseni     | 0.839310                    | -0.290260       | 0.459682     | 0.839310                        | -0.290260        | 0.459682  |
| y ekseni     | 0.426595                    | 0.875777        | -0.225902    | 0.426595                        | 0.875777         | -0.225902 |
| z ekseni     | -0.337008                   | 0.385700        | 0.858872     | -0.337008                       | 0.385700         | 0.858872  |
| Scapula K.   | Thoraks eks                 | en takımına göi | re           | Clavicle K. eksen takımına göre |                  |           |
| orijin       | 161.94                      | -59.13          | 67.16        | 154.17                          | 0.00             | 0.00      |
| x ekseni     | 0.672890                    | 0.699955        | 0.239335     | 0.471613                        | 0.845990         | 0.248761  |
| y ekseni     | -0.602196                   | 0.706216        | -0.372315    | -0.881562                       | 0.445700         | 0.155562  |
| z ekseni     | -0.429626                   | 0.106400        | 0.896717     | 0.020731                        | -0.292664        | 0.955991  |
| Humerus K.   | Thoraks eksen takımına göre |                 | Scapula K. e | ksen takımına g                 | öre              |           |
| orijin       | 180.77                      | -63.80          | 27.84        | 0.00                            | 0.00             | -43.84    |
| x ekseni     | 1.000000                    | 0.000000        | 0.000000     | 0.672890                        | -0.602196        | -0.429626 |
| y ekseni     | 0.000000                    | 1.000000        | 0.000000     | 0.699955                        | 0.706216         | 0.106400  |
| z ekseni     | 0.000000                    | 0.000000        | 1.000000     | 0.239335                        | -0.372315        | 0.896717  |

Tablo 1: Modeldeki kemiğe sabit referans eksen takımlarının tanımlanması. Her referans eksen takımı için orijinin xyz koordinatları (mm) ve modelin referans konumları için eksenlerin doğrultman kosinüsleri [9]

ekseni GH mafsalının merkezi boyunca uzanmaktadır. Negatif x ekseni ise kürek kemiğinin medial sınırı boyuncadır. Sabit lokal referans eksen takımlarının referans konum için doğrultman kosinüsleri Tablo 1'de verilmiştir. Bu tabloya uygun olarak eksen takımlarının referans konum için thoraks eksen takımına göre X, Y ve Z eksenleri etrafında yaptığı açılar Tablo 2'de verilmiştir.

| UZUV                          | Х       | Y       | Z       |
|-------------------------------|---------|---------|---------|
| Thoraks                       | 0.0000  | 0.0000  | 0.0000  |
| Göğüs Kafesi<br>(Rib Cage)    | 0.1304  | -0.0238 | 0.1979  |
| Clavicle<br>(Köprücük Kemiği) | -0.4221 | -0.3437 | -0.4702 |
| Scapula<br>(Kürek Kemiği)     | -0.1181 | -0.4441 | 0.7300  |
| Humerus<br>(Pazı Kemiği)      | 0.0000  | 0.0000  | 0.0000  |

Tablo 2: Uzuvlara ait referans eksen takımlarının x, y ve z eksenleri etrafında yaptıkları açılar (radyan)

Humerus referans eksen takımı GH mafsalının merkezine yerleştirilmiştir. Eksen takımının z ekseni humerusun uzun ekseniyle çakışıktır. x ekseni z eksenine dik ve z ekseniyle şekillenmiş düzleme paralel olacak şekilde yönlenmiştir (Şekil 4). Bu eksen merkezlerine ait koordinatlar Tablo 3'te verilmiştir.

|                   | <u>X</u> | <u>Y</u> | <u>Z</u> |
|-------------------|----------|----------|----------|
| SC Mafsal Merkezi | 32,54    | -14,38   | -3,71    |
| AC Mafsal Merkezi | 161,94   | -59,13   | 67,16    |
| SM Noktası        | 70,77    | -123,09  | 20,60    |
| IM Noktası        | 95,15    | -147,77  | -83,61   |
| GH Mafsal Merkezi | 180,77   | -63,80   | 27,84    |
| HU Mafsal Merkezi | 181,58   | -38,61   | -275,45  |

Tablo 3: Modeldeki mafsallara ait koordinatların thoraks (orijin) eksen takımına göre tanımlanması (mm)



Şekil 4: Pazı kemiği, thorax, köprücük kemiği ve kürek kemiğine ait referans eksen takımları

#### **III. Scapulo-Humeral Ritim**

Omuzun optimum fonksiyonu, scapula ve humerus kemiklerinin koordineli olarak hareket etmesini sağlamaktır [29]. Omuz mekanizmasıyla ilgili yapılan çeşitli çalışmalar omuzun uzaysal hareket kapasitesini ortaya koymak ve elin uzayda ulaşabileceği noktaları açıklamak üzere ortaya konmuştur [30, 31]. Özellikle scapula ve humerus arasındaki kinematik etkileşim 1930'lu yıllarda ortaya konulmaya başlanmış ve Codman tarafından bu etkileşim veya ilişki scapulo-humeral ritim olarak isimlendirilmiştir [32].

Inman, Saunders ve Abbott tarafından scapulo-humeral ritim, radyografi yöntemi kullanılarak ilk defa ölçülmüş ve glenohumeral elevasyon ve scapulanın yukarı yönlü dönme (upward rotation) hareketi (Şekil 5) arasında 2 ye 1 oranı olduğu ortaya konmuştur [33].



Şekil 5: Pazı kemiğinin elevasyon hareketi ve kürek kemiğinin yukarı doğru dönüşü

Scapulohumeral ritmin yaygınlıkla kullanılan oranı 2° glenohumeral mafsal hareketine karşılık 1° scapulothoracic mafsalın hareketi olmak üzere 2/1'dir. Bu orana göre thoraksa ilişkin 90° lik fleksiyon veya abdüksiyon hareketinde; glenohumeral mafsalın 60° lik hareketine karşılık scapulothoracic mafsalı 30° hareket etmektedir. Bu oran humerus yaklaşık 30° açısal konumuna geldikten sonra meydana gelmektedir yani humerusun ilk 30° lik hareketinde scapula kemiği hareketsiz kalmaktadır.

Bu ilişkinin statik ve dinamik terimlerindeki tam doğası hakkındaki tartışmalar devam etmektedir. Dış etkiler gibi çeşitli etkilerde ilişki incelenmektedir. Bu ritmin oranının 1,25/1 ve 2,69/1 arasında olduğuyla ilgili rapor edilmiş çeşitli çalışmalar da mevcuttur. Oranlar genellikle nonlineer olarak tanımlıdır ve kolun elevasyon hareketi için hareket aralığının farklı kısımları boyunca değişen bir oran ortaya çıkmaktadır. Ritim bireysel olarak değişebilmekte ve dış kısıtlardan etkilenmektedir [34].

Araştırmacılar tarafından rapor edilen aralıklardaki değişimlerden bazıları bireysel yapısal değişikliklerden

kaynaklanmaktadır (özellikle glenohumeral mafsalı için). Çeşitliliklerdeki diğer bir faktör ölçüm süresince trunk katkısının hareketten izole olacak şekilde yapılmasıdır.

#### **IV. Simülasyon**

Oluşturulan kinematik model Bölüm 3'te bahsedilen ritme uygun olarak simüle edilmiştir. Bunun için öncelikle GH, AC ve SC mafsalı küresel mafsal olarak tanımlanmıştır. Scapulothoracic artikülasyon için SM ve IM noktalarının  $r_x=76,85$  mm,  $r_y=97,17$  mm,  $r_z=217,44$ mm [24] (thoraks eksen takımına göre) yarıçaplarına sahip elipsoid üzerinde hareket boyunca temas halinde bulunmaları için gerekli kısıtlama işlemleri yapılmıştır.



Şekil 6: Adams ortamında gerçekleştirilen mafsal tanımlamaları

Şekil 6'da gösterildiği şekilde mafsal tanımlamaları yapıldıktan sonra omuz mekanizmasının scapulo-humeral ritme dayalı olarak çalışması için mafsallara bu ilişkiyi sağlayacak şekilde tahrik girişlerinin yapılması gerekmektedir. Şekil 7 (a)'da tahrik girişlerinin GH mafsalına, AC mafsalına ve SC mafsalına verildiği görülmektedir. Gerekli tahrik girişleri STEP fonksiyonu kullanılarak tanımlanmıştır. Öncesinde scapulothoracic mafsalın istediğimiz hareketi gerçekleştirmesi yani SM ve IM noktalarının hareket boyunca elipsoid yüzey üzerinde kayması için gerekli kısıtlama işlemleri yapılmıştı. Buna göre simülasyon aşamaları Şekil 7'de görülmektedir.



Şekil 7: a) Omuz mekanizmasının başlangıç konumu ve tanımlanmış hareketler b)Scapulanın harekete geçtiği an c) Omuz mekanizmasının son konumu

#### V. Sonuç ve Değerlendirme

Yapılan kısıtlamalar neticesinde scapula kemiği hareketine, humerus kemiği 25,62° konumuna geldiği anda başlamaktadır. Scapulo-humeral ritimi 10. saniye için değerlendirecek olursak scapulanın açısı 4,9616° iken humerus 34,5373° konumundadır (Şekil 6).

Humerus, scapula harekete başlamadan önce 25,62° lik açı yaptığından bu değeri 10. sn deki değerden çıkarmamız gerekmektedir. Elde edilen fark 8,9173° dir. Bu değer ile scapulanın 10. sn deki açı değeri birbirine oranlandığında elde edilen sonuç scapulo-humeral ritim oranının vermektedir. Söz konusu oran 8,9173/4,9616=1,79 olarak bulunmuştur. Bulunan oran literatürde elde edilen oranlarla paralellik göstermektedir.

18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, Trabzon, 5-7 Temmuz 2017



Şekil 8: Simülasyon sonuçlarına göre humerus ve scapula uzuvlarının açısal değişimleri

Simülasyonun yapılmasındaki amaç kas kuvvetlerini bulabilmek için oluşturulması gereken dinamik denge denklemlerinde kullanılacak açısal hız, açısal ivme ve çizgisel ivme ve kaslara ait moment kolları bileşenlerini yazılım vasıtasıyla anatomiye uygun olarak elde etmektir. Ayrıca optimizasyon aşamasında Hill tipi kas modeli için kaslara ait uzunluk değişimi ve bu değişimlerin hızı da yine simülasyon neticesinde kolayca ulaşabileceğimiz bir hale gelmektedir. Kas kuvvetlerinin ve mafsal tepki kuvvetlerinin tahmini, üst eksremite biyomekaniğinde

#### Kaynakça

- [1] Wikimedia Foundation Inc. Biymekanik
- http://tr.wikipedia.org/wiki/Biyomekanik
- [2] Hong, Y., Bartlett, R.,: Handbook of Biomechanics and Human Movement. Routledge, Newyork (2008)
- [3] Charlton, I.W., Johnson, G.R.,: A model fort he prediction of the forces at the glenohumeral joint. J. Eng. Med. 220(8), 801-812 (2006).
- [4] Lemay, M. A., Crago, P. E., A Dynamic Model for Simulating Movements of the Elbow, Forearm, and Wrist, J.Biomechanics, 29(10), 1319-1330, 1996.
- [5] Pennestri, E., Stefanelli, R., Valentini, P.P., Vita, L., Virtual musculo-skeletal model fort he biomechanical analysis of the upper limb, Journal of Biomechanics, 40, 1350-1361, 2007.
- [6] Li, G., Pierce, J. E., Herndon, J. H., A global optimization method for prediction of muscle forces of human musculoskeletal system, Journal of Biomechanics, 39, 522-529, 2006.
- [7] Raikova, R., A model of the flexion-extension motion in the elbow joint –some problem concerning muscle forces modelling and computation, J.Biomechanics, 29(6), 763-772, 1996.
- [8] Yu, J., Ackland, D.C., Pandy, M.G., Shoulder muscle function depends on elbow joint position: An illustration of dynamic coupling in the upper limb, Journal of Biomechanics, 44, 1859-1868, 2011.
- [9] Parlak, M., Uzmay, İ., Bükülme hareketinde dirsek mekanizmasının biyomekanik modeli ve uygun kas kuvvetlerinin belirlenmesi, 17. Ulusal Makine Teorisi Sempozyumu, İzmir, 2015.
- [10] Van der Helm, F.C.: Analysis of the kinematic and dynamic behavior of the shoulder mechanism. J.Biomech. 27(5), 527-550 (1994).

özellikle omuz biyomekaniğinde önemli bir bakış açısı sağlamakla birlikte mafsal düzensizliklerinin sebeplerini araştırmak ve kas yetersizliklerinin üstesinden gelebilmek için de kasların farklı hareketler için üstlendikleri rolü anlamak önemlidir. Kas kuvvetlerini doğrudan ölçmek genellikle uygun olmadığı için kasiskelet modellerini ve simülasyonlarını temel alan bozucu yöntemler literatürde olmavan yaygın olarak kullanılmaktadır. Ortopedi, ergonomi, spor bilimi, tıbbi rehabilitasyon gibi alanlar geleneksel metotları sağlamak için bu araçlardan faydalanılabilir.

- [11] Charlton, I.W., Johnson, G.R.,: A model for the prediction of the forces at the glenohumeral joint. J. Eng. Med. 220(8), 801-812 (2006).
- [12] Dickerson, C.R., Chaffin, D.B.; Hughes, R.E.: A mathematical musculoskeletal model for proactive ergonomic analysis. Comput. Methods Biomech. Biomed. Eng. 10(6), 389-400 (2007).
- [13] Klopcar, N., Tomsic, M., Lenarcic, J., A kinematic model of the shoulder complex to evaluate the arm-reachable workspace, Journal of Biomechanics, 40, 86-91, 2007.
- [14] Quental, C., Folgado, J., Ambrosio, J. A multibody biomechanical model of the upper limb including the shoulder girdle, Multibody System Dynamics, 28, 83-108, 2012.
- [15] Ambrosio, J., Quental, C., Folgado, J., Monteiro, J., Dynamics of the upper limb with a detailed model for the shoulder, Multibody Syst. Dyn. 32, 413-420, 2012.
- [16] Garner, B. A., Pandy, M.G., Musculoskeletal Model of the Upper Limb Based on the Visible Human Male Dataset, Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Enginnering, 4, 93-126, 2000.
- [17] Nordin, M., Frankel, V.H., Basic Biomechanics of the Musculoskeletal System, C&C Offset, Yayın no: 4, China.
- [18] Poppen, N.K. and Walker, P.S. (1976). Normal and abnormal motion of the shoulder. Journal of Bone and Joint Surgery, 58-A, 195-201
- [19] Ljungren, A.E., (1979). Clavicular function. Acta Orthopedica Scandanavia, 50, 261-268
- [20] Bearn, J.G. (1967). Direct observations on the function of the capsule of the sternoclavicular joint in clavicular support. Journal of Anatomy, 101, 159-170.
- [21] Buckerfield, C.T. and Castle, M.E. (1984). Acute traumatic retrostermal dislocation of the clavicle. Journal of Bone and Joint Surgery, 66-A, 379-385.

- [22] Kapandji, I.A. (1982). The physiology of the Joints. Volume One: Upper Limb, Churchill Livingstone, Edinburgh.
- [23] Pronk, G.M., Van der Helm, F.C. and Rozendaal, L.A. (1993). Interaction between the joints in the shoulder mechanism: The function of the costaclavicular, conoid and trapezoid ligaments. Journal of Engineering in Medicine, 207, 219-228.
- [24] Garner, B.A. and Pandy, M.G., A kinematic model of the upper limb based on the visible human Project (VHP) image dataset, Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering, 2, 107-124, (1997)
- [25] Fukudai K., Craig, E.V., An, K.N., Cofield, R.H. and Chao, E.Y.S. (1986). Biomechanical study of the ligamentous system of the acromioclavicular joint. Journal of Bone and Joint Surgery, 68-A, 434-440.
- [26] Salter, G.E.Jr., Nasca, R.J. and Shelley, B.S. (1987). Anatomical observations on the acromioclavicular joint and supporting ligaments. American Journal of Sports Medicine, 15, 199-206.
- [27] Van der Helm, F.C.T., Veeger, H.E.J., Pronk, G.M., Van der Woude, L.H.V. and Rozendal, R.H., Geometry Parameters for Musculoskeletal Modelling of the Shoulder System, Journal of Biomechanics, (25)2, 129-144, (1992).
- [28] Seireg, A. and Arvikar, R.J. (1989). Modeling of the musculoskeletal system fort he upper and lower extremities. In Biomechanical Analysis of the Musculoskeletal Structure for Medicine and Sports, Hemisphere Publisher, pp. 99-128.
- [29] Kibler WB, The role of the scapula in athletic shoulder function, Am J Sports Med, 26, 325-337 (1998).
- [30] Cathcart CW, Movements of the shoulder girdle involved in those of the arm on the trunk, J Anat Physiol, 18:209, (1884).
- [31] Cleland J, A lecture on the shoulder girdle and its movements, Lancet, 1, 11-12, (1881).
  [32] Codman EA, The Shoulder, G.Miller & Company, (1934).
- [32] Codman EA, The Shoulder, G.Miller & Company, (1954).[33] Inman VT, Saunders JB, Abbott LC, Observations of the function
- of the shoulder joint, Clin Orthop Relat Res, 330, 3-12, (1996). [34] McQuade K, Smidt G., Dynamic scapulohumeral rhythm: The
- effects of external resistance during elevation of the arm in the scapular plane, J Orthop Sports Phys Ther, 27, 125–133, (1998).

# Admitans Yapısında Kinematik Olarak Artıksıl Haptik Ana Sistem Tasarımı

M. Kanık<sup>\*</sup>, G. Berker<sup>†</sup>, O. W. Maaroof<sup>‡</sup>, O. E. Uzunoğlu<sup>P</sup>, M. İ. C. Dede<sup>Ω</sup> İzmir Yüksek Teknoloji Enstitüsü İzmir

Özet—Haptik cihaz tasarımlarında sıklıkla kullanılan empedans yapısı yerine büyük çalışma hacmine sahip haptik uygulamalarda admitans yapısındaki cihazlar tercih edilmektedir. Bu çalışmada haptik cihazın çalışma hacmi içinde insanın bulunması gerektiği için her koşulda cihazın uzuvlarının insandan kaçınabilecek şekilde olması için cihaz kinematik artıksıl olarak tasarlanmıştır. Bildiride cihazın tasarımı ve üretilmiş haptik ana sistem sunulmuştur. Ayrıca, cihazın kinematik ve dinamik denklemleri verilmiştir. Üretilen cihazın deneysel çalışma için oluşturulan donanımı tanıtılarak cihazın sıfırlama çalışmaları hakkındaki bilgiler de bu bildiride sunulmuştur.

## Anahtar kelimeler: admitans yapısı, haptik cihaz, sıfırlama

Abstract—For the haptic applications with larger workspace, haptic devices with admittance structure is preferred rather than the impedance structure which is frequently used as a haptic device design. In this work, since the human operator needs to be located inside the workspace of the haptic device, the device is designed to be kinematically redundant to avoid the collision of the device's links with the human in any condition. In this paper, the design of the device and the manufactured device are presented. Additionally, kinematics and dynamic equations of the device are given. Also, via introducing the hardware for experimental work with the manufactured device, information on the work for initiation of the device is presented in this paper. Keywords: admittance structure, haptic device, initiation

I Giris<sup>1</sup>

Haptik cihazlar genellikle uzakta gerçekleşen görev yerinde bulunma veya sanal dünyada bulunma hissiyatını kuvvet geribildirimi yolu ile arttırmak için kullanılmaktadırlar. Bazı durumlarda ise soyut bir bilgiyi; örneğin telefonun sesi kısıkken titreşerek telefonun çaldığı bilgisini, iletmek için kullanılırlar. Ana ve bağımlı sistemlerden oluşan uzaktan-işlem veya diğer adıyla teleoperasyon çalışmalarında, kullanıcı ana sistemi kullanarak bir yandan bağımlı sisteme hareket isteği bilgileri iletirken diğer yandan ana sistemin bir haptik cihaz olması neticesinde bağımlı sistem tarafından ölçülen kuvvet kullanıcıya iletilmektedir. Haptik ana sistemler genellikle empedans yapısında tasarlanmaktadır [1,2]. Empedans yapısındaki bir haptik cihazda kullanıcı cihazı pasif olarak yani cihazın eyleyicileri kullanılmayarak geriye sürebilmekte ve cihazın çalışma hacmi içinde istediği hareketi gerçekleştirebilmektedir. Cihazın genellikle mafsallarında bulunan konum algılayıcıları ile kullanıcının hareketleri toplanmaktadır. Kullanıcıya kuvvet geribildirimi yapılması gerektiğinde ise eyleyicilere enerji verilmesi suretiyle gerekli kuvvet cihazın mekanizması tarafından kullanıcıya iletilmektedir. Empedans yapısındaki bir haptik cihazları tasarlarken temel kaygı cihazın uzuvlarının yeterince düşük atalete sahip olmasıdır. Bu durumda kullanıcı cihazı pasif olarak geri sürerken hissettiği uzuv ataleti en az seviyeye çekilmiş olacaktır.

Büyük çalışma alanlı haptik uygulamalarda ise uzuv ataletleri ister istemez artmakta ve bu durumda pasif geriye sürüşte hissedilen atalet etkileri artmaktadır. Bu durum cihazın minimum empedans değerini de kötü bir şekilde etkilemektedir [3]. Admitans yapısındaki haptik cihazlarda ise kuvvet/moment algılayıcısı kullanılarak kullanıcının cihaza uyguladığı anlık kuvvetler ölçülmektedir. Kullanıcının cihazı geriye sürmesi ise cihazın eyleyicileri kullanılarak iletilen kuvveti sıfırlalayacak yönde geri sürülmesi ile gerçekleşmektedir. Bu durumda yüksek uzuv ataleti ve/veya yüksek redüksiyon oranları nedeniyle pasif olarak geriye sürülemeyen cihazlar bile aktif olarak veya eyleyiciler kullanılarak geriye sürülebilecektir. Böylece büyük çalışma hacmi gerektiren haptik uygulamalarda yüksek uzuv atalet değerleri olsa bile admitans yapısındaki bir haptik cihaz ideale yakın geriye sürüşü sağlayabilecektir.

Geriye sürüş için kullanılan denetim algoritmasına admitans denetimi adı verilmektedir. Kullanıcı ile cihaz arasında bir admitans değeri veya başka bir deyişle sanal bir kütle-yay-sönümleyici tanımlanarak makine-insan etkileşimi tanımlanmaktadır. Admitans yapısındaki haptik cihazlarda kullanıcı kuvvet bilgisi iletirken cihaz bu kuvvete karşılık gelen hareketini bağımlı sistem tarafından iletilmek istenen kuvvete göre düzenleyerek çalışmaktadır.

<sup>\*</sup> mertkanik@iyte.edu.tr

<sup>†</sup> gokhanberker@iyte.edu.tr

<sup>\*</sup> omarmaaroof @iyte.edu.tr

emreuzunoglu@iyte.edu.tr

 $<sup>^{\</sup>Omega}$  candede@iyte.edu.tr





Şekil 1. Admitans Denetim Bilgi Alışverişi [4]

Şekil 1'de HapticMaster adındaki admitans yapısındaki [4] bir haptik sistemlerde bilgi alışverişi temsil edilmiştir. Bu şemada yer alan "(virtual) mode" admitans terimini veya sanal kütle-yay-damper sistemini temsil etmektedir. Bu sayede kuvvet bilgisi hareket bilgisine dönüştürülmektedir ve şemada "PVA" olarak konum, hız ve ivme bilgisi olarak yer almaktadır. Kuvvet algılayıcısından alınan bilgi ile sürülen robot kolu pasif olarak geri sürüş senaryosunu temsil etmektedir. HapticMaster [4] geniş bir çalışma alanına ve büyük haptik çözünürlüğe sahiptir.

Haptik çözünürlük ilgili yayında (1)'deki gibi hesaplandığında, cihazın çalışma alanında işleyebileceği birim hacmin yaklaşık değerini verir. HapticMaster için bu değer 1,25.10<sup>15</sup>tir. Bu çözünürlük değeri bir başka sıklıkla kullanılan empedans tipi haptik cihaz olan Phantom Desktop modelinin 3000 katıdır.

Robot kolu tasarımında boşluklar en az seviyeye indirilmiştir ancak bu durum mafsallarda fazladan sürtünmeye sebep olmaktadır. Ancak denetim döngüsüyle, sürtünmenin geri sürüşe etkisi telafi edilmektedir. Robot ilki lineer, ikincisi döner ve üçüncüsü lineer eksen olmak üzere toplam üç serbestlik derecesine sahiptir. Ayrıca HapticMaster değiştirilebilir uç tasarımına sahiptir.

Bir diğer admitans tipi haptik cihaz ViSHARD7 [5] ise yedi serbestlik derecesine sahiptir. Cihazın tasarımında insan kolunun ulaşabileceği çalışma alanı temel alınmıştır. Döner mafsallar için DC motorlar ve harmonik dişli kutuları kullanılmıştır. Lineer eksen için ise firçasız DC motor kullanılmıştır. Ayrıca iki adet ViSHARD kolu kullanılarak ve gezici platforma bağlanarak yeni bir haptik arayüzlü cihaz tasarımı da yapılmıştır.

Bu bildiride sunulan çalışmada ise, otururken veya ayaktayken insan kolunun çalışma hacmi içinde bütün hareketlerini izleyip toplayabilecek ve gerekli kuvvet geribildirimini kullanıcıya iletebilecek haptik ana sistemi için admitans yapısı seçilmiştir. Bir sonraki bölümde cihazın tasarımı ve üretimi hakkında bilgiler sunulmuştur. Bunu takip eden bölümde cihazın kinematik ve dinamik denklemleri özetlenmiştir. Son olarak deneysel çalışmaları gerçekleştirmek için gereken cihazın donanımı tanıtılmış ve cihazın sıfırlama algoritması sunulmuştur.

#### II. Cihaz Tasarımı ve Üretimi

Bu çalışmada tasarlanan cihaz dört serbestlik dereceli bir cihazdır. Cihaz, bir kayar mafsal ve dönem eksenleri paralel olan üç döner mafsaldan oluşmaktadır. Cihazda bulunan kayar mafsal döner mafsalların çalıştığı düzlemin yukarı-aşağı yönünde hareketini sağlamaya yöneliktir. Cihazın düzlemdeki hareketi ise döner mafsallar ile sağlanmaktadır. Her ne kadar düzlemdeki konumlandırma için gerekli hareket iki adet döner mafsal ile sağlanabiliyor olsa da, cihazın düzlemdeki hareketi sırasında önüne çıkabilecek engellerden kaçınabilmesi için cihaz üç döner mafsal kullanılarak kinematik olarak artıksıl olarak tasarlanmıştır. Cihazın kinematik yapısı Şekil 2'te verilmiştir.



Şekil 2. Cihazın kinematik yapısı

Cihaz tasarımı sırasında temel alınan ana etken insan kolunun hareket alanıdır. İnsan kolunun çalışma alanı ise daha önce yapılmış bir çalışmada [6] Şekil 3'te verildiği şekilde belirlenmiştir.



Şekil 3. İnsan Kolu çalışma alanı [6]

Cihazın uzuv uzunlukları bu etkene göre seçilmiştir ve Tablo 1'de verilmiştir.

| Uzuv                             | Uzuv Uzunlukları (mm) |  |
|----------------------------------|-----------------------|--|
| <b>s</b> <sub>1</sub>            | 2000                  |  |
| (toplam kursu)                   |                       |  |
| a <sub>2</sub>                   | 800                   |  |
| a3                               | 700                   |  |
| $a_4$                            | 500                   |  |
| Tablo. 1. Cihaz Uzuv Uzunlukları |                       |  |

Cihazın kollarında ileride yapılacak çalışmalarda cihaza eklenebilecek algılayıcılar gibi farklı donanımların kolay adapte edilmesi nedeni ile modüler yapıda oldukları için aluminyum sigma profiller (90x45mm ve 90x90mm) kullanılmıştır. Dikey ekseninde hareket için ise 20mm çapında ve 20mm hatveye sahip vidalı mil kullanılmıştır. Cihaz konstrüksiyon tasarımı Solidworks programı kullanılarak yapılmış yine Solidworks Simulation eklentisi yardımı ile cihazın yapısal analizi gerçekleştirilmiştir.

Yapısal analizde cihazın uç noktasına yüklenen ağırlık olarak ortalama bir insanın kolu ile uygulayabileceği azami kuvvet düşünülerek 196N (20kg) olarak belirlenmiştir. Bu kuvvet için yapısal analiz cihazın kolları açık ve kapalı olması durumlarına göre yapılmıştır. Açık konum cihazın eksenlerinin  $\theta_2=0$ ,  $\theta_3=0$ ,  $\theta_4=0$  derecelerde olduğunu, kapalı pozisyon ise  $\theta_2=-90$ ,  $\theta_3=90$ ,  $\theta_4=90$ derecelerde olduğu pozisyondur. Yapısal analiz sonuçlarına göre uygun uzuv boyutları belirlenmiştir. Belirlenen uzuv boyutları için yapısal analiz sonuçları sırasıyla kollar açık ve kollar kapalı olacak biçimde Şekil 4 ve Şekil 5'te görülebilmektedir. Analizler sonucu istenen kinematik parametreler iterasyonlar sonucunda bulunmuş olup sonucunda konstrüksiyon tasarımı netleştirilmiştir.



Şekil 4. Kollar Açık durumda yapısal analiz



Şekil 5. Kollar kapalı durumda yapısal analiz

Cihazın konstrüksiyonuna uygun olan eyleyici ve redüktörleri belirlemek için dinamik analizler gerçekleştirilmiştir. Dinamik analizler Solidworks yardımı Simulation Motion Analysis ile gerçekleştirilmiştir (Şekil 6). İstek olarak verilen kuvvet ve hız profillerine karşılık konstrüksiyonun mekanik özelliklerini dahil edilerek yapılan simülasyonda eklemlere uygulanması gereken tork değerleri hesaplanmıştır. Hesaplanan tork ve hız değerlerini karşılayacak eyleyici ve redüktör seçimi yapılmıştır.



Cihaz üzerinde kullanılan eyleyicilerin, eyleyicilerle birlikte kullanılan enkoderlerin ve redüktörlerin özellikleri Tablo 2 de listelenmiştir. Kullanılan motorlar, sürücüler ve enkoderler LS Mecapion markadır. Döner eksenlerde kullanılan redüktörler (3 adet) 1:70 oranındadır. Cihazın kayar eksenindeki hareketi doğrusal kızaklar ve vidalı mil ile sağlanmaktadır. Ayrıca z ekseninde cihazın kütlesini dengelemek için karşıt kütle (50kg) kullanılmıştır. Bu kütle cihazın arka gövdesinde bulunmaktadır, makaralar ve halatlar yardımıyla z eksenindeki hareketi sağlayan kayar kızağa bağlanmıştır. Cihazın döner mafsallarında rulmanlı yataklar kullanılmış bu sayede motor milleri üzerlerine radyal ve eksenel yük gelmemesi sağlanmıştır.

18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, Trabzon, 5-7 Temmuz 2017

| Motor | Motor | Motor | Enkoder | Redüktör |
|-------|-------|-------|---------|----------|
| No.   | Kodu  | Gücü  | Türü    | Oranı    |
|       |       | (W)   |         |          |
| 1     | APM-  | 800   | Artımlı | 1        |
|       | SC08  |       |         |          |
| 2     | APM-  | 800   | Artımlı | 1:70     |
|       | SC08  |       |         |          |
| 3     | APM-  | 800   | Artımlı | 1:70     |
|       | SC08  |       |         |          |
| 4     | APM-  | 400   | Artımlı | 1:70     |
|       | SC04  |       |         |          |

Tablo. 2. Eyleyiciler, eyleyici güçleri, enkoder türleri, redüktör oranları

Yapılan eyleyici ve uzuv boyutları seçimleri sonrasında montajı yapılan haptik sistem Şekil 7'da verilmiştir.



Cihaz admitans yapısında bir cihaz olarak tasarlandığından, kullanıcıdan uyguladığı kuvvet, tutacak konstrüksiyonuna eklenen ATI Industrial Automation firmasına ait Nano25 model kuvvet-moment algılayıcısı ile ölçülmektedir. Kuvvet-moment algılayıcısı robotun en son uzvu ile tutucuyu taşıyacak olan parçanın arasına yerleştirilmiştir (Şekil 8).



Şekil. 8. Kuvvet/ tork algılayıcısı ve tutucu

# III. Cihazın Kinematik ve Dinamik Modeli

Tasarlanan cihazın kinematik yapısı Şekil 2'de verilmişti. Cihazın uzuvların efektif uzunlukları  $a_i$  (i = 1,2,3,4) ile, mafsal değişkenleri  $s_1$ ,  $\theta_{i2}$ ,  $\theta_3$ ,  $\theta_4$ , ile, uzuvların kütleleri  $m_i$  ile, kütle merkezinde z-ekseninde hesaplanan atalet momentleri  $I_i$  ile kütle merkezlerinin mafsallara olan mesafeleri  $l_i$  ile gösterilmiştir.

Cihazın uç noktasının seçilen görev uzayı koordinat sistemine göre ileri kinematik denklemleri aşağıda verilmiştir;

$$x = a_1 + a_2 \cos\theta_2 + a_3 \cos\theta_{23} + a_4 \cos\theta_{234}$$
(2)

$$y = a_2 \sin\theta_2 + a_3 \sin\theta_{23} + a_4 \sin\theta_{234}$$
(3)  
$$z = s_1$$
(4)

$$= s_1 \tag{4}$$

$$\gamma = \theta_2 + \theta_3 + \theta_4 \tag{5}$$

Yukarıdaki denklemlerde  $\theta_{23} = \theta_2 + \theta_3$  ve  $\theta_{234} = \theta_{23} + \theta_4$  olarak kullanılmıştır. İleri kinematik denklemlerinin zamana göre türevlerinin alınması ile elde edilen hız denklemleri ile Jakobi matrisi aşağıdaki şekilde yazılabilir;

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \dot{\mathbf{y}} \\ \dot{\mathbf{z}} \\ \dot{\mathbf{y}} \end{bmatrix} = \hat{\mathbf{J}} \begin{bmatrix} \mathbf{s}_1 \\ \dot{\mathbf{\theta}}_2 \\ \dot{\mathbf{\theta}}_3 \\ \dot{\mathbf{\theta}}_4 \end{bmatrix}$$
 (6)

$$\hat{J} = \begin{bmatrix} 0 & -a_2 \sin\theta_2 - a_3 \sin\theta_{23} - a_4 \sin\theta_{234} & -a_3 \sin\theta_{23} - a_4 \sin\theta_{234} & -a_4 \sin\theta_{234} \\ 0 & a_2 \cos\theta_2 + a_3 \cos\theta_{23} + a_4 \cos\theta_{234} & a_3 \cos\theta_{23} + a_4 \cos\theta_{234} & a_4 \cos\theta_{234} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 \end{bmatrix}$$

Buna göre, mafsal konumları ters kinematik ile bulunabilir. İlk mafsal olan kayar mafsalın konumu z ekseni doğrultusunda, çalışma uzayında robotun uç noktasının konumuna eşittir;

$$s_1 = z \tag{8}$$

Uç noktasının konumu ve yönelimi ters kinematik çözümde bilindiğinden, 2 ve 3 numaralı denklemlerde, bilinen değerler denklemin sol tarafında toplanıp;

$$\begin{aligned} x^* &= x - a_1 - a_4 \cos\gamma = a_2 \cos\theta_2 + a_3 \cos\theta_{23} \\ y^* &= y - a_4 \sin\gamma = a_2 \sin\theta_2 + a_3 \sin\theta_{23} \end{aligned} \tag{9}$$

kareleri alınıp taraf tarafa toplandığında aşağıdaki denklem elde edilir;

$$x^{*^{2}} + y^{*^{2}} = a_{2}^{2} + a_{3}^{2} + 2a_{2}a_{3}\cos\theta_{3}$$

~

(10) vasıtasıyla üçüncü mafsalın konumu olan  $\theta_3$  bulunabilir;

$$\cos\theta_{3} = \frac{x^{*2} + y^{*2} - a_{2}^{2} - a_{3}^{2}}{2a_{2}a_{3}}$$
$$\sin\theta_{3} = \sigma_{3}\sqrt{1 - \cos^{2}\theta_{3}} \quad \sigma_{3} = \frac{+1}{1}$$
$$\theta_{3} = \operatorname{atan}_{2}(\sigma_{3}\sqrt{1 - \cos^{2}\theta_{3}}, \cos\theta_{3}) \quad (10)$$

(9) trigonometrik eşitlikler ile tekrar düzenlendiğinde aşağıdaki eşitlikler elde edilir.

Buradan, daha önce bulunan üçüncü mafsal konumu da kullanılarak ikinci mafsal konumu olan  $\theta_2$  aşağıda verildiği şekilde bulunur.

$$sin\theta_{2} = \frac{y^{*}(a_{2} + a_{3}cos\theta_{3}) - x^{*}(a_{3}sin\theta_{3})}{a_{2}^{2} + a_{3}^{2} + 2a_{2}a_{3}cos\theta_{3}}$$

$$cos\theta_{2} = \frac{x^{*}(a_{2} + a_{3}cos\theta_{3}) + y^{*}(a_{3}sin\theta_{3})}{a_{2}^{2} + a_{3}^{2} + 2a_{2}a_{3}cos\theta_{3}}$$

$$\theta_{2} = atan_{2}(sin\theta_{2}, cos\theta_{2})$$
(11)

Son olarak ise dördüncü mafsal değişkeni olan  $\theta_4$  ise (5) kullanılarak bulunur.

$$\theta_4 = \gamma - (\theta_2 + \theta_3) \tag{12}$$

Bu noktaya kadar, ters kinematik çalışma uzayının 4 serbestlik derecesinde olduğu durum için yapıldı. Ancak, tasarlanan cihaz sadece üç-boyutlu uzayda uç noktası konumlandırılması için kullanılacaktır ve bu durumda gereğinden fazla eksene sahiptir, yani kinematik olarak artıksıldır.

Bu durumda, ters kinematik çözümde 4 bilinmeyen mafsal hareketi için bilinen üç adet uç noktası hareketi bulunmaktadır. Bu durumda artıksıl sistemin ters kinematik analizi sonsuz sayıda çözüme sahiptir ve bize belirleyeceğimiz başarım kıstaslarına göre eniyileme firsatı getirmektedir. Artıksıl kinematik yapı için yeniden oluşturulmuş Jakobi matrisi şu şekilde gösterilebilir;

$$\hat{J}_{r} = \begin{bmatrix} 0 & -a_{2}\sin\theta_{2} - a_{3}\sin\theta_{23} - a_{4}\sin\theta_{24} & -a_{3}\sin\theta_{23} - a_{4}\sin\theta_{234} & -a_{4}\sin\theta_{234} \\ 0 & a_{2}\cos\theta_{2} + a_{3}\cos\theta_{23} + a_{4}\cos\theta_{234} & a_{3}\cos\theta_{23} + a_{4}\cos\theta_{234} \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 0 \\$$

Sonuç olarak, asgari mafsal hareketi kıstasına göre Jakobi matrisinin sözde tersi (14)'deki gibi elde edilir.

$$\hat{\mathbf{j}}^{t} = \hat{\mathbf{j}}_{r}^{t} \left( \hat{\mathbf{j}}_{r} \hat{\mathbf{j}}_{r}^{t} \right)^{-1}$$
(14)

Haptik sistemlerde, cihazın uç noktasında yaratılan kuvvetler önemlidir. (15)'te cihazın uç noktasında istenen kuvvet  $\overline{F}$  için mafsallarda eyleyiciler tarafından oluşturulması gereken kuvvet/moment değerlerini  $\overline{\tau}_q$ bulmak için gerekli denklemler verilmiştir.

$$\bar{\mathbf{t}}_{\mathbf{q}} = -\hat{\mathbf{J}}_{\mathbf{r}}^{\mathrm{T}} \cdot \bar{\mathbf{F}} \tag{13}$$

$$\overline{\tau}_{q} = \begin{bmatrix} F_{q1} \\ \tau_{q2} \\ \tau_{q3} \\ \tau_{q4} \end{bmatrix}, \overline{F} = \begin{bmatrix} F_{x} \\ F_{y} \\ F_{z} \end{bmatrix}$$

Cihazın dinamik denklemleri enerji temelli Lagrange yöntemi kullanılarak yapılmıştır. Eklem uzayında elde edilen k eklemi için elde edilen dinamik denklem aşağıda verilmektedir.

$$\sum_{j=1}^{4} m_{kj} \ddot{q}_j + \sum_{j=1}^{4} B_{kj} \dot{q}_j^2 + \sum_{j=1}^{3} \sum_{i=j+1}^{4} \gamma_{kji} \dot{q}_j \dot{q}_i + G_k = Q_k$$
(14)

Cihazda kullanılan karşıt kütle ile yer çekimi etkileri giderilmektedir. (14)'te  $Q_k$  k mafsalına kendisine bağlı eyleyici tarafından uygulanan kuvveti/momenti,  $q_k$  k mafsal değişkenini,  $\dot{q}_k$  ise k mafsalının hızını göstermektedir. B<sub>kj</sub> merkezkaç kuvveti katsayısını ve  $\gamma_{kji}$ Koriolis kuvveti katsayısını ifade etmektedir. m<sub>kj</sub> ise genelleştirilmiş kütle matrisi elemanlarını göstermektedir. Bahsi geçen katsayıların hesapları aşağıda verilmiştir.

$$m_{22} = m_2 l_2^2 + m_3 (a_2^2 + l_3^2 + 2a_2 l_3 \cos\theta_3) + m_4 (a_2^2 + a_3^2 + l_4^2 + 2a_2 a_3 \cos\theta_3) + 2a_2 l_4 \cos\theta_3 + 2a_3 l_4 \cos\theta_4) + l_2 + l_3 m_{23} = [m_3 (a_2 l_3 \cos\theta_3 + l_3^2) + m_4 (a_2 a_3 \cos\theta_3) + a_3 l_4 \cos\theta_3 + l_3^2) + m_4 (a_2 a_3 \cos\theta_3) + a_3 l_4 \cos\theta_3 + l_3^2) + m_4 (a_2 a_3 \cos\theta_3) + a_3 l_4 \cos\theta_3 + l_3^2) + m_4 (a_2 a_3 \cos\theta_3) + a_3 l_4 \cos\theta_3 + l_3^2) + m_4 (a_2 a_3 \cos\theta_3) + a_3 l_4 \cos\theta_3 + l_3^2) + m_4 (a_2 a_3 \cos\theta_3) + a_3 l_4 \cos\theta_3 + l_3^2) + m_4 (a_2 a_3 \cos\theta_3) + a_3 l_4 \cos\theta_3 + l_3^2) + m_4 (a_2 a_3 \cos\theta_3) \\+ a_3 l_4 \cos\theta_3 + l_3^2) + m_4 (a_2 a_3 \cos\theta_3) \\+ a_3 l_4 \cos\theta_3 + l_3^2) + m_4 (a_2 a_3 \cos\theta_3) \\+ a_4 l_4 \cos\theta_3 + l_3^2) + m_4 (a_2 a_3 \cos\theta_3) \\+ a_4 l_4 \cos\theta_3 + l_3^2) + m_4 (a_2 a_3 \cos\theta_3) \\+ a_4 l_4 \cos\theta_3 + l_3^2) + m_4 (a_2 a_3 \cos\theta_3) \\+ a_4 l_4 \cos\theta_3 + l_3^2) + m_4 (a_2 a_3 \cos\theta_3) \\+ a_4 l_4 \cos\theta_3 + l_3^2) + m_4 (a_2 a_3 \cos\theta_3) \\+ a_4 l_4 \cos\theta_3 + l_3^2) + m_4 (a_2 a_3 \cos\theta_3) \\+ a_4 l_4 \cos\theta_3 + l_4 \cos\theta_4 + a_4 l_4 \cos\theta_3 \\+ a_4 l_4 \cos\theta_3 + l_4 \cos\theta_4 + a_4 l_4 \cos\theta_3 \\+ a_4 l_4 \cos\theta_3 + l_4 \cos\theta_4 + a_4 l_4 \cos\theta_3 \\+ a_4 l_4 \cos\theta_4 + a_4 l_4 \cos\theta_4 \\+ a_4 l_4 \cos\theta_4 + a_4 l_4 \cos\theta_4 \\+ a_4 l_4 \cos\theta_4 + a_4 l_4 \cos\theta_4 \\+ a_4 l_4 \cos\theta_4 + a_4 l_4 \cos\theta_4 \\+ a_4 l_4 \cos\theta_4 + a_4 l_4 \cos\theta_4 \\+ a_4 l_4 b_4 \cos\theta_4 \\+ a_4 l_4 b_4 \\+ a_4 l_4 b_4 \\+ a_4 l_4 b_4 \\+ a_4 l_4 b_4 \\+ a_4 l_4 b_4 \\+ a_4 l_4 b_4 \\+ a_4 l_4 b_4 \\+ a_4 l_4 b_4 \\+ a_4 l_4 b_4 \\+ a_4 l_4 b_4 \\+ a_4 l_4 b_4 \\+ a_4 l_4 b_4 \\+ a_4 l_4 b_4 \\+ a_4 l_$$

 $m_{11}=2(m_1+m_2+m_3+m_4)$ 

+ 
$$a_2 l_4 cos \theta_{34}$$
 +  $a_3^2$  +  $2 a_3 l_4 cos \theta_4$   
+  $l_4^2$ ]+ $I_3$  +  $I_4$ 

 $m_{24} = [m_4(a_2l_4\cos\theta_{34} + a_3l_4\cos\theta_4 + l_4^2] + I_4$ 

$$m_{33} = [m_3 l_3^2 + m_4 (a_3^2 + l_4^2 + 2a_3 l_4 \cos\theta_4)] + l_3 + l_4$$

$$m_{34} = m_4(a_3l_4cos\theta_4 + l_4^2) + l_4$$
$$m_{44} = m_4l_4^2 + l_4$$

 $<sup>\</sup>begin{array}{l} x^*=a_2cos\theta_2+a_3(cos\theta_2cos\theta_3-sin\theta_2sin\theta_3)=(a_2+a_3cos\theta_3)cos\theta_2-a_3sin\theta_3sin\theta_2\\ y^*=a_2sin\theta_2+a_3(cos\theta_2sin\theta_3+cos\theta_3sin\theta_2)=(a_3sin\theta_3)cos\theta_2+(a_2+a_3cos\theta_3)sin\theta_2\\ \end{array}$ 

$$\begin{split} B_{11} &= B_{12} = B_{13=} B_{14} = B_{21} = B_{22} = 0 \\ B_{23} &= -m_3 a_2 l_3 sin \theta_3 - \frac{1}{2} m_4 (a_2 a_3 sin \theta_3 + a_2 l_4 sin \theta_{34}) \\ B_{24} &= -m_4 (a_2 l_4 sin \theta_{34} + a_3 l_4 sin \theta_4) \\ B_{41} &= B_{44} = 0 \\ B_{42} &= m_4 (a_3 l_4 sin \theta_4 + a_2 l_4 sin \theta_{34}) \\ B_{43} &= m_4 a_3 l_4 sin \theta_4 \\ B_{31} &= B_{33} = 0 \end{split}$$

 $B_{32} = m_3 a_2 l_3 \sin\theta_3 + m_4 (a_2 a_3 \sin\theta_3 + a_2 l_4 \sin\theta_{34})$ 

$$B_{34} = -m_4 a_3 l_4 \sin \theta_4$$

$$\gamma_{212} = \gamma_{213} = \gamma_{214} = 0$$

$$\gamma_{223} = -2m_3a_2l_3\sin\theta_3 - 2m_4a_2a_3\sin\theta_3 - 2m_4a_2l_4\sin\theta_{34}$$

 $\gamma_{224}=-2m_4a_3l_4sin\theta_4-2m_4a_2l_4sin\theta_{34}$ 

 $\begin{array}{l} \gamma_{234} = -m_4 a_2 l_4 sin \theta_{34} - 2m_4 a_3 l_4 sin \theta_4 \\ - m_4 a_2 l_4 sin \theta_{34} \end{array}$ 

$$\gamma_{312} = \gamma_{313} = \gamma_{314} = \gamma_{323} = 0$$

 $\gamma_{324}=-2m_4a_3l_4sin\theta_{34}$ 

$$\gamma_{334} = -2m_4a_3l_4sin\theta_4$$

$$\gamma_{412} = \gamma_{413} = \gamma_{414} = \gamma_{424} = \gamma_{434} = 0$$

 $\gamma_{423} = 2m_4 a_3 l_4 \sin \theta_4$ 

Hesaplanan katsayılar kullanılarak her mafsal için oluşturulan dinamik denklem aşağıda verilmiştir.

$$F_1 = (m_1 + m_2 + m_3 + m_4)\ddot{s}_1 \tag{15}$$

$$\begin{aligned} \tau_{2} &= m_{22}\ddot{\theta}_{2} + m_{23}\ddot{\theta}_{3} + m_{24}\ddot{\theta}_{4} + \left[B_{23}\dot{\theta}_{3}^{2} + B_{24}\dot{\theta}_{4}^{2} + \gamma_{223}\dot{\theta}_{2}\dot{\theta}_{3} + \gamma_{224}\dot{\theta}_{2}\dot{\theta}_{4} + \gamma_{234}\dot{\theta}_{3}\dot{\theta}_{4}\right] \end{aligned} \tag{16}$$

$$\tau_4 = m_{24}\ddot{\theta}_2 + m_{34}\ddot{\theta}_3 + m_{44}\ddot{\theta}_4 + B_{42}\dot{\theta}_2^2 + \gamma_{423}\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3$$
(18)

#### IV. Deneysel Donanım ve Sıfırlama Çalışmaları

Geliştirilen cihazda artımlı enkoderler kullanıldığı için her çalışma öncesinden sıfır konumuna getirilmesi gereklidir. Cihazın sıfır konumuna getirilmesi ise her bir eksenin sıfır konumuna getirilmesi ile olmaktadır. Sıfırlama işleminin gerçekleştirilebilmesi için cihazın her mafsalında 2 adet yakınlık algılayıcısı (Şekil 9 a) kullanılmıştır. Buna göre 4 mafsal için toplam 8 adet yakınlık algılayıcısı bulunmaktadır. Ayrıca cihazın kollarındaki mafsallarda bulunan metal plakalar sayesinde yakınlık algılayıcıları aktif ve pasif duruma geçmektedir. Yakınlık algılayıcıları metal plakanın üzerine geldiğinde aktif, çıktığında ise pasiftir. Metal plakalar mafsal limitlerini ayarlamak için 210 derecelik dairesel plaka olarak tasarlanmıştır (Şekil 9 b).



Şekil 9. a. Yakınlık algılayıcıları ve metal plakanın eklem üzerinde gösterimi b. Metal plakanın çizimi.

Robot çalıştırıldığında her mafsal için yakınlık algılayıcılarından dijital olarak 0 veya 1 değeri alınmaktadır. 0 durumu, algılayıcının pasif olduğunu, 1 durumu ise algılayıcının aktif olduğunu gösterir. Bu durumda sıfırlama işlemi başladığında her döner mafsala bağlı uzvun bulunduğu konuma göre algılayıcı çiftleri, her bir döner mafsal için 0-0, 0-1, 1-0, veya 1-1 durumlarından biri olabilir. Ancak kayar mafsal ekseni için ise 3 durum mevcuttur. Bunlar ise 1-0, 0-1 ve 0-0 durumlarıdır.

Sıfırlama işlemi cihazın uzuvları büyük olduğu ve bu nedenle yüksek eylemsizlikten etkilenmemesi için her mafsal için teker teker gerçekleştirilmektedir. İşlem ilk mafsal ile başlayıp, son mafsal ile bitmektedir.

Sıfırlama işlemi başladığında ilk olarak yakınlık algılayıcılarının durumu tespit edilmektedir. İlk eksen olan kayar mafsal ekseni için, eğer yakınlık algılayıcıları 0-0 durumunda ise motor pozitif yönde 1-0 durumuna ulaşana kadar kayar mafsal yukarı yönde hareket eder ve bu noktada robotun bu eksendeki konumu 2 m olarak ayarlanır. Daha sonra ise yukarıdan aşağıya istenen çalışma mesafesine inmesi sağlanır. Algılayıcılar ilk açılışta 1-0 veya 0-1 durumunda ise, robot 1-0 durumunda 2 m'de 0-1 durumunda ise 0 konumunda olduğu bilindiğinden bu konumlar doğrudan robot için ayarlanır.

Sonra, kullanıcının kolunun yerden yüksekliğine göre belirlenen yüksekliğe getirilir.

Robotun döner mafsallarında bulunan yakınlık algılayıcılarının 4 farklı durumu için ise sıfırlama algoritması Şekil 10'da verilmiştir. Geliştirilen algoritma şu şekilde işlemektedir:

(1) Algilayıcılar başlangıç anında 1-1 durumunda ise: Motor negatif yönde harekete başlar ve algılayıcılar 1-0 duruma gelene kadar hareketine devam eder. Bu konumda enkoderden değer okunur ( $\beta_1$ ) ve kaydedilir. Daha sonra motor ters yönde harekete başlar ve 0-1 durumu oluşana kadar bu hareket devam eder. 0-1 durumu oluşuna kadar bu hareket devam eder. 0-1 durumu oluğu anda ise enkoderden yine ölçüm alınır ( $\beta_2$ ) ve kaydedilir. Kaydedilen bu iki açı değeri toplanır. Bu toplam değerden  $\beta_2$ 'nin yarısı çıkartılarak  $\beta_3$  değeri elde edilir. Böylece robot kolunun ilk çalıştığı anda sıfır konumuna göre mesafesi bulunmuş olunur. Daha sonra ise  $\beta_3$  değerine istenilen başlangıç konumu eklenerek uzuv istenilen başlangıç konumuna getirilir.



(2) Algılayıcılar 1-0 durumunda iken: Motor hareketine başlayıp 1-1 duruma gelene kadar pozitif yönde sürülmektedir. 1-1 durumuna geldikten sonra enkoderden ölçüm alınıp kaydedilir. İlgili uzuv ise 0-1 durumu olana kadar sürülmeye devam edilir ve bu duruma geldiğinde de ölçüm alınıp kaydedilir. Bu iki ölçülen değerin ortalaması alınarak mafsalın sıfır konumu belirlenir. Daha sonra mafsal istenilen başlangıç konumuna getirilir. (3) Algılayıcılar 0-1 durumunda iken: Motor hareketine başlayıp 1-1 duruma gelene kadar negatif yönde sürülmektedir. 1-1 durumuna geldikten sonra enkoderden ölçüm alınıp kaydedilir. Robot ise 1-0 durumu olana kadar sürülmeye devam edilir ve bu duruma geldiğinde de ölçüm alınıp kaydedilir. Bu iki ölçülen değerin ortalaması alınarak mafsalın sıfır konumu belirlenir. Daha sonra mafsal istenilen başlangıç konumuna getirilir.

(4) Algılayıcılar 0-0 konumunda iken: Motor pozitif yönde sürülmeye başlanır. Algılayıcılar 1-0 durumuna geldiğinde kat edilen mesafe kaydedilir. Robot 0-1 durumuna geldiğinde ise tekrar ölçüm alınarak robotun sıfır noktası bulunur. Daha sonra mafsal istenilen başlangıç konumuna getirilir.



Şekil. 11. Sıfırlama Algoritması için gerekli sinyal akış şeması

Sıfırlama algoritması dahil olmak üzere sistemin denetimi Matlab Simulink ve Real-Time Windows Target kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Bahsi geçen denetim sistematiğini kullanmak için gerekli donanım ve bilgi alışverişi Şekil 11'de verilmiştir. Şekil 11'de gösterildiği gibi Quanser Q8 Veri Toplama kartı Matlab ile veri alışverişi için kullanılmıştır ve LS Mecapion sürücü, motor ve enkoder ile gerekli işlemler gerçekleştirilmiştir. Algoritma yardımı ve veri toplama kartı vasıtasıyla sürücülere analog voltaj sinyali yollanmaktadır ve sürücüden ise motorlara gelen sinyale göre sürmektedir. Motor sürücüsüne veri toplama kartı üzerinden yollanan analog sinyaller hız komutu olarak gönderilmektedir. Enkoderden sürücüye gelen konum bilgisi ise sürücüden veri toplama kartına denetim algoritmasında kullanılmak üzere iletilir. Sürücüdeki gömülü denetimci [7], gelen hız komutlarını ve enkoder geribildirimini kullanarak oransaltümlevsel (PI) denetim (Şekil 12) ile mafsal motorlarını denetlemektedir.



Masaüstü bilgisayar içerisinde ise hız komutları pozisyon kontrol döngüsü ile üst seviyede yaratılmaktadır. Robot kollarının sıfırlama işlemi sırasında sistemde var olan gürültüden dolayı robot kolları kendi sırası gelene kadar negatif yönde dönmektedir. Bu engellenmezse robot kolu sıfırlama işlemini yapana kadar diğer kola çarparak kazaya neden olabilmektedir. Bu istemsiz dönmeyi engellemek ve robotu istenen konuma götürme amacıyla üst denetleyicide oransal denetim (P-denetimi) Şekil 13'te verildiği gibi uygulanmaktadır. Denetim sonucu oluşturulan sinyal sürücü içindeki PI denetleyicisine gönderilen hız isteğidir.



Şekil. 13. Sıfırlama algoritmasında kullanılan oransal denetleyici

#### V. Sonuçlar

Bu çalışmada, kinematik olarak artıksıl yapılı admitans tipi cihazın tasarımı, kinematik denklemleri, dinamik denklemleri, sıfırlama çalışmaları hakkında bilgiler sunulmuştur. Tasarlanan cihaz dört serbestlik derecesine sahip olup, kinematik artıksıllık döner mafsalların çalıştığı düzlemde uzuvların kullanıcıdan kaçınması için kullanılmaktadır. Uzuv uzunlukları, insan kolunun çalışma alanına göre belirlenmiştir. Eyleyici ve redüktör seçimleri ise yapılan dinamik analizler sonucu belirlenmiştir. İleriki çalışmalarda admitans denetleyici tasarımı ve kullanıcıdan uzuvların kaçınması için denetim çalışmaları gerçekleştirilecektir.

#### Teşekkür

Bu çalışma 115E726 nolu TÜBİTAK 1003 projesi kapsamında desteklenmektedir.

#### VI. Kaynakça

 Jamwal P.-K., Hussain S., Ghayesh M.-H. ve Rogozina S.-V Impedance Control of an Intrinsically Compliant Parallel Ankle Rehabilitation Robot. IEEE Transactions On Industrial Electronics, Vol. 63, No. 6, June 2016.

- [2] Salisbury K., Conti F. Ve Barbagli F. Haptic Rendering Introductory Contepts. IEEE Computer Graphics and Applications Volume: 24, Issue: 2, March-April 2004
- [3] Colgate E.-J ve Brown M.-J. Factors Affecting the Z-Width of a Haptic Display Robotics and Automation, IEEE International Conderence 8-13 May 1994.e
- [4] Van Der Linde R.-Q., Lammertse P., Frederiksen E ve Ruiter B. The HapticMaster, a new high-performance haptic interface. Proceedings of EuroHaptics 2002.
- [5] Peer A. ve Buss M. A New Admittance-Type Haptic Interface for Bimanual Manipulations. IEEE/ASME Transactions On Mechatronics, Vol. 13, No. 4, August 2008.
- [6] Peer A. Design and Control of Admittance-Type Telemanipulation Systems, July 2008.
- [7] LS Mecapion User Manual (APD -VS Standart Series) Ver 3.9

# Zorlanmış Köprü Titreşim Modlarının Değiştirilmiş Adomian Ayrıştırma Metodu (DAAM) ile Analitik Çözümü

F. Bilik<sup>\*</sup> Gazi Üniversitesi Ankara

Özet—Bu çalışmada üzerinden sabit hızla geçen kuvvet etkisi altındaki köprünün titreşim davranışı incelenmiştir. Köprü Euler-Bernoulli kirişi şeklinde modellenmiş ve hareket denklemi dördüncü mertebe diferansiyel denklem ile ifade edilmiştir. Boyutsuz formda yazılmış hareket denkleminin analitik çözümü Değiştirilmiş Adomian Ayrıştıma Metodu (DAAM) ile yapılmış ve kiriş modal yerdeğişimi genel ifadesi elde edilerek jenerik bir köprünün ilk dört modda titreşimi grafik olarak sunulmuştur. Hareket denkleminde; kiriş sönümsüz ve sabit kesitli kabul edilmiş, dönme-kaymaburulma ataletleri ihmal edilerek, kuvvet hızı hareket denkleminde Dirac Delta fonksiyonu ile ifade edilmiştir.

#### Anahtar kelimeler: Euler-Bernoulli kirişi, Değiştirilmiş Adomian Ayrıştırma Metodu, köprü titreşim modları

Abstract—In this study, vibrations of a bridge under the influence of a constant velocity moving force is analyzed. Bridge is modelled as an Euler-Bernoulli beam and equation of motion is obtained as a forth order differantial equation. Analytical solution of the differantial equation, which is written in dimensionless form, is obtained using Modified Adomian Method and Decomposition (MADM) modal displacements of the bridge are presented. Beam is assumed to be undumped and constant area, inertial are neglegted and velocity of the force is represented as Dirac Delta function in the equation of motion.

Keywords: Euler-Bernoulli beam, Modified Adomian Decomposition Method, bridges vibration modes

#### I. Köprü Titreşimi

Mühendislik uygulamalarında birçok alanda kullanılan basit mesnetli Euler-Bernoulli kirişi hareket denklemi, dördüncü mertebe, homojen olmayan kısmi diferansiyel denklem ile ifade edilmektedir. Literatürde zorlanmış kiriş titreşimi analizi için çeşitli analitik veya yaklaşık yöntemler geliştirilmiştir, fakat tam ve doğru kabuller yapılmadığı takdirde yüksek mertebeli doğal frekans ve mod durumlarını belirlemek bu yöntemlerle zor olabilmektedir. Uygulamalı matematik alanında yapılan çalışmalara bakıldığında kiriş hareket denklemi T. Karaçay<sup>†</sup> Gazi Üniversitesi Ankara

gibi dördüncü mertebe parçalı sınır değer problemi çözümü için yeni bir yöntem olan Adomian Ayrıştırma Metodu (AAM) ve bu yöntemin değiştirilmiş formunun (DAAM) kullanıldığı görülmüştür [1-4].

Haddadpour, modal analiz ve AAM'yi birlikte kullanarak EB kirişi hareket denklemini sonsuz seri açılımı şeklinde ifade etmiştir [5]. Mao ve Pietrzko, düzgün kesite sahip iki kademeden oluşan Euler kirişi serbest titreşim analizinde AAM'yi uygulamışlardır [6]. Mao, iki ucundan elastik mesnetlenmiş, birbirine elastik katman ile bağlı, *n* sayıda kiriş serbest titreşim analizinde DAAM kullanmıştır [7]. Coşkun ve diğerleri, değişken kesitli EB kirişi serbest titreşim analizinde AAM, VIM (Varyasyonel İterasyon Metodu) ve HPM (Homotopy Perturbasyon Metodu) yöntemlerini kullanmış ve doğal frekans ile buna bağlı mod şekillerini karşılaştırmışlardır [8].

Bu çalışmada üzerinden geçen sabit kuvvet etkisindeki kiriş olarak modellenmiş köprünün modal analizi DAAM kullanılarak yapılmış ve ilk dört moddaki titreşimi incelenmiştir. Öncelikle köprü basit mesnetli Euler-Bernoulli kirişi olarak modellenmiş ve elde edilen hareket denklemi boyutsuz formda yazılmıştır. Elde edilen dördüncü mertebe, homojen olmayan kısmi diferansiyel denklem boyutsuz parametreler, sınır ve başlangıç şartları dikkate alınarak modal analiz ile ikinci mertebe homojen olmayan adi diferansiyel denklem haline dönüştürülmüş ve kiriş modal yerdeğişimi DAAM uygulanarak seri açılım şeklinde ifade edilmiştir. Bu sonsuz seride Binom ve Taylor açılımları kullanılarak modal formda yer değiştirme ifadesi elde edilebilmiştir. Çözümlerin basitleştirilmesi amacıyla kirişin dönme, kayma ve burulma ataletleri ihmal edilmiştir. Sonuç bölümünde jenerik bir köprü için verilen nümerik değerler, elde edilen modal yerdeğişimi analitik ifadesinde yerlerine yazılarak köprü titreşim modları grafikler halinde sunulmuş ve değerlendirilecektir.

#### II. Köprü Matematiksel Modellemesi ve Dinamik Analizi

Literatürde yapılan çalışmalarda dinamik analizler için Euler, Rayleigh ve Timoshenko modeli olarak bilinen çeşitli kiriş modelleri kullanılmaktadır. Bu çalışmada köprü dinamik analizinin kolaylaştırılması amacıyla sönümsüz sınır şartlarına sahip, basit mesnetli ve sabit kesitli en sade kiriş modeli seçilmiş ve Şekil 1'de gösterilmiştir.

<sup>\*</sup> ferda.bilik@hotmail.com

<sup>†</sup> karacay@gazi.edu.tr



Şekil 1. Zorlanmış basit mesnetli Euler-Bernoulli Kirişi

A. Simgeler

Bu çalışmada kullanılan simgeler aşağıda sıralanmıştır.

| . `            |   |   |
|----------------|---|---|
| Α              | : | Köprü kesit alanı   |
| Е              | : | Elastisite modülü   |
| F              | : | Kiriş üzerine uygulanan kuvvet                                    |
| $F_z$          | : | Boyutsuz formda kuvvet ifadesi                                    |
| g              | : | Zorlayıcı kuvvet fonksiyonu                                       |
| Ĭ              | : | Alan atalet momenti   |
| <b>k</b> f     | : | Boyutsuz formda elastisite ifadesi                                |
| ĺ              | : | Köprü toplam uzunluğu   |
| L              | : | İntegrali alınabilen en yüksek mertebeli                          |
|                |   | türevli terim operatörü   |
| m              | ÷ | Türev mertebesi   |
| N              | ÷ | Doğrusal olmayan diferansiyel operatör                            |
| N              | ÷ | Toplam mod savisi   |
| R              | ÷ | Mertebesi L'den az olan doğrusal                                  |
|                |   | diferansivel oparatör   |
| a <sub>n</sub> | • | Kiris n. modal genliği  |
| t.             | ÷ | Zaman   |
| T              |   | Boyutsuz zaman ifadesi  |
| .a             |   | Kuvvetin hizi   |
| V              |   | Boyutsuz hız ifadesi  |
| ,<br>r         | : | Könrü ekseni boyunce uzenen koordinet                             |
| л<br>V         | : | Ropiti ekseni boyunca uzanan koordinat<br>Ropiti ekseni koordinat |
| л<br>          | : | Model ver değişimi  |
| y<br>V         | : | Rozatavz formda model ver dožisimi                                |
| I<br>V         | • | Boyutsuz Iomda modal yer degişimi                                 |
| ¥ n            | : | Boyutsuz formda n. mod şekil fonksiyonu                           |
| ρ              | : | Köprü malzeme yoğunluğu   |
| $\omega_n$     | : | Doğal frekans   |
| δ              | : | Dirac Delta fonksiyonu  |

#### B. Boyutsuz Formda Hareket Denklemi

Kayma deformasyonu ve dönme ataleti ihmal edilmiş, toplam uzunluğu l, elastisite modülü E, alan atalet momenti I, yoğunluğu  $\rho$ , kesit alanı A olan, sönümsüz, basit mesnetli, düz bir köprü Şekil 1'deki gibi modellenerek boyutsuz parametrelere göre hareket denklemi, boyutsuz parametreleri, sınır ve başlangıç şartları ile modal koordinatlara göre yer değişimi fonksiyonu Y(X, T) sırayla aşağıdaki gibi yazılmaktadır [9].

$$k_f^2 \frac{\partial^4 Y(X,T)}{\partial X^4} + \frac{\partial^2 Y(X,T)}{\partial T^2} = F_z \delta(X - VT)$$
(1)

$$T = \frac{t}{l} \sqrt{\frac{F}{\rho}}, \quad V = \vartheta \sqrt{\frac{\rho}{F}}, \quad X = \frac{x}{l},$$

$$k_f = \frac{1}{l} \sqrt{\frac{I}{A}}, \quad Y(X) = \frac{Y(x)}{l}, \quad F_z = \frac{F}{EA}$$

$$Y(0,T) = 0, \quad \frac{\partial^2 Y(0,T)}{\partial X^2} = 0$$

$$Y(1,T) = 0, \quad \frac{\partial^2 Y(1,T)}{\partial X^2} = 0$$

$$Y(X,0) = z_0 = 0 \quad , \quad \frac{\partial Y(X,0)}{\partial T} = z_1 = 0$$

$$T) = \sum_{n=1}^{N} Y_n(X)q_n(T) \qquad 0 < X < 1 \qquad (2)$$

Burada T zamanın, V hızın,  $F_z$  kuvvetin, X koordinatın,  $k_f$  elastisitenin,  $Y_n(X)$  n. mod şekil fonksiyonunun,  $q_n(T)$  ise kirişin n. modal genliğinin boyutsuz formda ifadesi olup  $\delta$  (Dirac Delta fonksiyonu) kiriş üzerine uygulanan kuvvetin konumunu,  $\vartheta$  kuvvetin hızını, x yatay ekseni göstermektedir.

Y(X,

Eş.1'deki boyutsuz hareket denkleminde Eş.2'deki modal yer değişimi ifadesi gerekli türevler alınarak yerlerine yazılırsa,

$$k_f^2 \sum_{n=1}^N q_n(T) \frac{d^4 Y_n(X)}{dX^4} + \sum_{n=1}^N \frac{d^2 q_n(T)}{dT^2} Y_n(X)$$
  
=  $F_z \delta(X - VT)$ ,  $0 < X < 1$  (3)

ve bu eşitliğin her iki tarafı  $Y_n(X)$  ile çarpılıp 0 ile l aralığında X'e göre integrali alınarak

$$k_{f}^{2} \sum_{n=1}^{N} \left[ q_{n}(T) \int_{0}^{1} \frac{d^{4}Y_{n}(X)}{dX^{4}} Y_{n}(X) dX \right] \\ + \sum_{n=1}^{N} \left[ \frac{d^{2}q_{n}(T)}{dT^{2}} \int_{0}^{1} Y_{n}(X) Y_{n}(X) dX \right] \\ = \int_{0}^{1} F_{z} \delta(X - VT) Y_{n}(X) dX$$
(4)

literatürde sönümsüz titreşim durumu için boyutsuz formda verilen n. mod şekil fonksiyonu  $Y_n(X) = sin(n\pi X)$  ifadesi ve basit mesnetli kiriş için

 $\int_{0}^{1} Y_n(X)Y_s(X)dX = \frac{1}{2}$ ifadesi yerlerine yazılarak eşitliğin sağ tarafındaki Dirac Delta fonksiyonunun da integrali alınırsa,

$$\frac{d^2 q_n(T)}{dT^2} + k_f^2 (n\pi)^4 q_n(T) = 2F_z \sin(n\pi VT)$$
(5)

elde edilir. Matematiksel işlemleri kolaylaştırmak amacıyla  $\varepsilon = n\pi V$  ve  $\mu^2 = k_f^2 (n\pi)^4$  kabulü yapılır ve Eş.5'te yerlerine yazılırsa,

$$\frac{d^2 q_n(T)}{dT^2} + \mu^2 q_n(T) = 2F_z \sin(\varepsilon T) , \ n = 1, 2, \dots \infty$$
 (6)

olur.

#### C. DAAM ile Analitik Çözüm

Bu bölümde Eş.6'da verilen diferansiyel denklem çözümü DAAM kullanılarak yapılmıştır [3]. DAAM'a göre genel denklem;

$$Lq_n(T) + Rq_n(T) + N(q_n(T)) = g_n(T)$$
<sup>(7)</sup>

şeklinde ifade edilmektedir. Burada L integrali alınabilen en yüksek mertebeli türevli terim operatörünü, Rmertebesi L'den az olan doğrusal diferansiyel oparatörü, N doğrusal olmayan operatörü, g ise zorlayıcı kuvvet fonksiyonunu ifade etmektedir.  $L = \frac{d^m}{dX^m}$  şeklinde gösterilmektedir. Bu operatörün tersi ise m defa integralinin alınmasıdır. Bu yöntemde ikinci mertebe adi diferansiyel denklemin genel ifadesi ve başlangıç şartları;

$$\ddot{y} + P(T)\dot{y} + N(X,T) = g(T), y(0) = A, \ \dot{y}(0) = B$$
 (8)

şeklinde olup türevin mertebesi m=2'dir. DAAM'a göre yeni bir diferansiyel operatör olan L aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır [3].

$$L = e^{-\int P(T)dT} \frac{d}{dT} \left( e^{\int P(T)dT} \frac{d}{dT} \right)$$
(9)

Bu eşitliğin her iki tarafının m=2 defa integrali alındığında ise

$$L^{-1}(\cdot) = \int_0^T e^{-\int P(T)dT} \int_0^T e^{\int P(T)dT} (\cdot) \, dT dT$$
(10)

elde edilmektedir. Bu açıklamalar ışığında Eş. 6 dikkate alınırsa Eş. 8'deki genel ifadeye göre P(T) = 0 olmakatadır. Buna göre Eş. 10 tekrar yazılırsa,

$$L^{-1}(\cdot) = \int_0^T \int_0^T (\cdot) \, dT dT \tag{11}$$

olur. Eş.6, Eş. 7'deki DAAM genel terimi ifadeleriyle eşleştirilir,

$$Lq_n(T) = \frac{d^2q_n(T)}{dT^2} , \quad Rq_n(T) = \mu^2 q_n(T)$$
$$N(q_n(T)) = 0 , \quad g_n(T) = 2F_z \sin(\varepsilon T)$$
(12)

ve Eş.7'nin her iki tarafının m=2 defa integrali alınırsa;

$$L^{-1}(Lq_n(T)) = L^{-1}(g_n(T)) - L^{-1}(Rq_n(T)) - L^{-1}(Nq_n(T))$$

$$q_n(T) = z_0 + z_1 T - L^{-1}[R(q_n(T)) - g_n(T)]$$
(13)

ve Eş.13 toplam serisi şeklinde ifade edilirse,

$$\sum_{k=0}^{\infty} q_k(T) = z_0 + z_1 T$$
$$- L^{-1} \left[ R \left( \sum_{k=0}^{\infty} q_k(T) \right) - \sum_{k=0}^{\infty} g_k(T) \right]$$

elde edilir. Bu seri açılımı iki parçaya bölünerek aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$q_0(T) = z_0 + z_1 T + L^{-1} [2F_z \sin(\varepsilon T)]$$
(14)

$$q_{k+1}(T) = -L^{-1}[\mu^2 q_k(T)]$$
(15)

Başlangıç şartları Eş.14'te yerlerine yazılarak, Eş.11'e göre iki kez integrali alınırsa serinin sıfırıncı terimi,

$$q_{0}(T) = L^{-1}[2F_{z}\sin(\varepsilon T)] = \int_{0}^{T} \int_{0}^{T} (2F_{z}\sin(\varepsilon T)) dT dT$$
$$= 2F_{z}\left(\frac{T}{\varepsilon} - \frac{\sin(\varepsilon T)}{\varepsilon^{2}}\right)$$
(16)

bulunur. Bu ifade k=0 için Eş.15'te yerine yazılır ve k=1,2,3... için benzer işlemler tekrarlanırsa,

$$q_{1}(T) = -L^{-1}[\mu^{2}q_{0}(T)]$$

$$= \int_{0}^{T} \int_{0}^{T} \mu^{2}2F_{z}\left(\frac{T}{\varepsilon} - \frac{\sin(\varepsilon T)}{\varepsilon^{2}}\right) dTdT$$

$$= -2F_{z}\mu^{2}\left[\frac{T^{3}}{6\varepsilon} - \frac{T}{\varepsilon^{3}} + \frac{\sin(\varepsilon T)}{\varepsilon^{4}}\right] \quad (17)$$

$$q_2(T) = -L^{-1}[\mu^2 q_1(T)]$$

$$= -\int_0^T \int_0^T \mu^2 \left( -2F_z \mu^2 \left[ \frac{T^3}{6\varepsilon} - \frac{T}{\varepsilon^3} + \frac{\sin(\varepsilon T)}{\varepsilon^4} \right] \right) dT dT$$

$$=2F_{z}\mu^{4}\left[\frac{T^{5}}{5!\,\varepsilon}-\frac{T^{3}}{3!\,\varepsilon^{3}}+\frac{T}{\varepsilon^{5}}-\frac{\sin(\varepsilon T)}{\varepsilon^{6}}\right]$$
(18)

$$q_{3}(T) = -2F_{z}\mu^{6} \left[ \frac{T^{7}}{7! \varepsilon} - \frac{T^{5}}{5! \varepsilon^{3}} + \frac{T^{3}}{3! \varepsilon^{5}} + \frac{T}{\varepsilon^{7}} + \frac{\sin(\varepsilon T)}{\varepsilon^{8}} \right]$$
(19)

elde edilir. Bu ifadelerin tamamı *K* adet terim için toplam şeklinde yazılırsa,

$$\sum_{k=0}^{K} q_k(T) = 2F_z \left( \frac{T}{\varepsilon} - \frac{\sin(\varepsilon T)}{\varepsilon^2} \right) - 2F_z \mu^2 \left[ \frac{T^3}{6\varepsilon} - \frac{T}{\varepsilon^3} + \frac{\sin(\varepsilon T)}{\varepsilon^4} \right] + 2F_z \mu^4 \left[ \frac{T^5}{5! \varepsilon} - \frac{T^3}{3! \varepsilon^3} + \frac{T}{\varepsilon^5} - \frac{\sin(\varepsilon T)}{\varepsilon^6} \right] - 2F_z \mu^6 \left[ \frac{T^7}{7! \varepsilon} - \frac{T^5}{5! \varepsilon^3} + \frac{T^3}{3! \varepsilon^5} + \frac{T}{\varepsilon^7} \right] + \frac{\sin(\varepsilon T)}{\varepsilon^8} + \cdots$$
(20)

ve gerekli sadeleştirmelerle düzenleme yapılırsa,

$$q_{n}(T) = 2F_{z}\left[\left(\mu T - \frac{(\mu T)^{3}}{3!} + \frac{(\mu T)^{5}}{5!} - \frac{(\mu T)^{7}}{7!} + \cdots\right)\frac{1}{\mu\varepsilon}\left(1 + \frac{\mu^{2}}{\varepsilon^{2}} + \frac{\mu^{4}}{\varepsilon^{4}} + \frac{\mu^{6}}{\varepsilon^{6}} \cdots\right) - \frac{\sin(\varepsilon T)}{\varepsilon^{2}}\left(1 + \frac{\mu^{2}}{\varepsilon^{2}} + \frac{\mu^{4}}{\varepsilon^{4}} + \frac{\mu^{6}}{\varepsilon^{6}} \cdots\right)\right]$$
(21)

elde edilir. Burada  $sin(\mu T) = \mu T - \frac{(\mu T)^3}{3!} + \frac{(\mu T)^5}{5!} - \frac{(\mu T)^7}{7!} + \cdots$  Sin Taylor seri açılımı ve  $\left[1 - \left(\frac{\mu}{\varepsilon}\right)^2\right]^{-1} = 1 + \frac{\mu^2}{\varepsilon^2} + \frac{\mu^4}{\varepsilon^4} + \frac{\mu^6}{\varepsilon^6} \dots$  Binom açılımıdır. Bu açılımlar yukarıdaki eşitlikte yerlerine yazılarak gerekli sadeleştirmeler yapılırsa,

$$q_n(T) = 2F_z \left[ \frac{\varepsilon^2}{(\varepsilon^2 - \mu^2)} \frac{1}{\varepsilon^2} \left( \frac{\varepsilon \sin(\mu T)}{\mu} - \sin(\varepsilon T) \right) \right]$$
$$= \frac{2F_z}{(\varepsilon^2 - \mu^2)} \left( \frac{\varepsilon \sin(\mu t)}{\mu} - \sin(\varepsilon t) \right)$$
(22)

elde edilir. Boyutsuz formda n. mod şekil fonksiyonu ifadesi ile Eş.22 daha önce verilen  $\varepsilon = n\pi V$  ve  $\mu^2 = k_f^2(n\pi)^4$  ifadeleri dikkate alınarak Eş. 2'de yerlerine yazılırsa,

$$Y(X,T) = \sum_{n=1,2,3}^{N} sin(n\pi X) \left[ \frac{2F_z}{(n\pi)^2 (V^2 - k_f^2(n\pi)^2)} \right] \left( \frac{n\pi V sin(k_f(n\pi)^2 T)}{k_f(n\pi)^2} - sin(n\pi VT) \right) \right]$$
(23)

olur [10]. Literatürde EB kirişi için genelleştirilmiş doğal frekans  $\omega_n = \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad n = 1,2,3...\infty$  şeklindedir [11]. Bu ifade ve Eş.1 altında verilen boyutsuz parametre ifadeleri Eş.23'te yerlerine yazıldığında ise kirişin boyutsuz olmayan formda modal yer değişimi analitik ifadesi,

$$y(x,t) = \frac{2Fl^3}{EI\pi^4} \sum_{n=1,2,\dots}^{N} \frac{\sin\left(\frac{n\pi x}{l}\right)}{\left(\frac{\vartheta^2 \rho A(n\pi l)^2}{EI\pi^4} - n^4\right)} \\ \left[\frac{n\pi\vartheta}{l\omega_n} \sin(\omega_n t) - \sin\left(\frac{n\pi\vartheta}{l}t\right)\right]$$
(24)

şeklinde elde edilmiş olur.

#### III. Örnek Uygulama

Elde edilen analitik ifade fiziksel davranışı yorumlamak için Tablo 1'de yapısal özellikleri verilen jenerik bir köprünün nümerik değerleri ile ilk dört mod için sayısal olarak çözümlenmiş ve köprüde meydana gelen modal yerdeğişimleri incelenmiştir.

| Elastisite | Köprü malzeme          | Köprü       | Alan atalet         |
|------------|------------------------|-------------|---------------------|
| Modülü     | yoğunluğu              | kesit alanı | momenti             |
| E[GPa]     | ρ [kg/m <sup>3</sup> ] | A [m²]      | I [m <sup>4</sup> ] |
| 32         | 3924                   | 6,39        | 2,62                |

TABLO 1. Köprü özellikleri [10]

Üzerinden  $\vartheta = 300 \text{ km/sa}$  hızla, F=100 kN'luk bir kuvvet geçen l=40 m uzunluğundaki köprünün titreşiminde mod artışının meydana getirdiği etkinin değerlendirilmesi amacıyla çizilen köprü modal yerdeğişimi grafikleri Şekil 2'de verilmiştir.



Şekil 2. İlk dört mod için köprü modal yerdeğişimleri, a) 1. mod, b) 2. mod, c) 3. mod, d) 4. mod



Şekil 3. Köprünün 2., 3. ve 4. moddaki yerdeğişimlerinin aynı grafikte gösterimi

Şekil 2'de görüldüğü gibi iki ucundan basit mesnetli olarak modellenmiş köprünün birinci modunda hareketli kuvvet etkisi ile en yüksek yer değiştirme köprü orta noktasında değil, hareketli kuvvetin hareket yönünde kaymaktadır. Diğer modlarda beklendiği gibi frekans artışıyla birlikte yerdeğiştirme genlikleri de azalmıştır. Bu durum Şekil 3'te net bir şekilde görülmektedir.

# IV. Sonuçlar

Bu çalışmada basit mesnetli bir kiriş olarak modellenmiş köprü hareket denkleminin Değiştirilmiş Adomian Ayrıstırma Metodu ile cözümü ve elde edilen sonuçlar ile köprü titreşiminin modal analizi gerçekleştirilmiştir. DAAM çözüm metodunda çözüm aşamaları yoğun ve karmaşık olmasına karşın, modal gösteren analitik bir çözüm davranısı elde edilebilmektedir. Yapılan örnek uygulama ile çözüm sonuçları gösterilmiş ve hareketli kuvvet sebebi ile yüksek özellikle köprünün ilk modunda en yerdeğiştirmenin hareket yönünde ötelendiği tespit edilmistir.

#### Kaynakça

- Kumar, M., and Singh, N. (2010). Modified Adomian Decomposition Method and computer implementation for solving singular boundary value problems arising in various physical problems. Computers and Chemical Engineering, 34, 1750-1760.
- [2] Hasan, Y.Q., and Zhu, L.M. (2009). Solving singular boundary value problems of higher-order ordinary differential equations by modified Adomian decomposition method. Commun Nonlinear Sci Numerical Simulation, 14, 2592-2596.
- [3] Hosseini, M.M., and Nasabzadeh, H. (2007). Modified Adomian decomposition method for specific second order ordinary differential equations. Applied Mathematics and Computation, 186, 117-123.
- [4] Momani, S., Moadi, K., and Noor, M.A. (2006). Decomposition method for solving a system of fourth-order obstacle boundary value problems. Applied Mathematics and Computation, 175, 923-931.
- [5] Haddadpour, H. (2006). An exact solution for variable coefficients fourth-order wave equation using the Adomian method. Mathematical and Computer Modelling, 44, 1144-1152.
- [6] Mao, Q., and Pietrzko, S. (2010). Free vibration analysis of stepped beams by using Adomian decomposition method. Applied Mathematics and Computation, 217, 3429-3441.
- [7] Mao, Q. (2012). Free vibration analysis of elastically connected multiple-beams by using the Adomian modified decomposition method. Journal of Sound and Vibration, 331, 2532-2542.
- [8] Coşkun, S.B., Atay, M.T., and Öztürk, B. (2011). Transverse Vibration Analysis of Euler-Bernoulli Beams Using Analytical Approximate Techniques. Advances in Vibration Analysis Research, 978-953-307-209-8.
- [9] Ding, H., Chen, L.Q., and Yang, S.P. (2012). Convergence of Galerkin truncation for dynamic response of finite beams on nonlinear foundations under a moving load. Journal of Sound and Vibration, 331, 2426-2442.
- [10]Bilik, F. (2015). "Euler-Bernoulli Kirişi Olarak Modellenmiş Yüksek Hızlı Tren Demiryolu Köprüsünün Dinamik Davranışının Adomian Ayrıştırma Metoduyla İncelenmesi", Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- [11]Yang, B., "Stress, Strain and Structural Dynamics-An Interactive Handbook of Formulas, Solutions and MATLAB Toolboxes", Elsevier Academic Press, 2005.

# Kutu Profilli Eğimli Kirişlerin Hareketli Yük Altında Dinamik Analizi

S. Demirtaş<sup>†1</sup> Dokuz Eylül Üniversitesi İzmir C.K. Yüksel <sup>†2</sup> Dokuz Eylül Üniversitesi İzmir

M. Sabuncu \* Dokuz Eylül Üniversitesi İzmir

Öret—Bu çalışmada, kutu profilli eğimli Euler-Bernoulli kirişinin hareketli yük tesiri altında dinamik analizi incelenmiştir. Hareketli yük, noktasal yük ve sabit aralıklı yük dizisi şeklinde modellenmiştir. Geliştirilen MATLAB sonlu elemanlar modeli ile yapının eğim açısı, kutu profîlin kalınlığı, sabit aralıklı yük dizisinin aralık mesafesi gibi parametrelerin dinamik davranış üzerindeki etkileri analiz edilmiştir. Elde edilen sonuçlar ANSYS ve Solidworks programları kullanılarak ulaşılan sonuçlar ile doğrulanmıştır. Hareket denklemlerinin integrasyonunda Newmark metodu kullanılmıştır.

# Anahtar kelimeler: hareketli yük, sonlu elemanlar, Newmark metodu, dinamik analiz

**Abstract**— In this study, dynamic analysis of boxprofiled inclined Euler-Bernoulli beam under moving load is investigated. The moving load is modeled as a point load and a sequence of load with constant interval. The effects of dynamic behavior on parameters such as inclination angle of beam, thickness of box profile, and force span of successive loads are analyzed by using developed MATLAB finite element model. The results are confirmed by the results obtained using ANSYS and Solidworks programs. The Newmark method is used for the integration of equations of motion.

Keywords: moving load, Newmark method, finite element, dynamic analysis

# I. Giriş

Köprüler, krenler, yürüyen merdivenler gibi mühendislik yapıları, kullanım amaçları gereği, hareketli yüke maruz kalırlar. Fryba kitabında pek çok temel hareketli yük problemini incelemiş ve analitik çözümlerini vermiştir [1]. Kıral Z. ve Kıral B. sabit hızlı noktasal bir yüke maruz kalan simetrik tabakalı kompozit bir kirişin titreşimini çalışmışlardır [2]. Öztürk H. vd. elastik zemine oturan, üzerinde hareketli noktasal yük taşıyan, çatlaklı basit mesnetli kirişin dinamik analizini incelemişlerdir [3]. Wu vd. çalışmalarında krenlerde yükün iki boyutlu hareketini modellemek için hareketli kuvvet modeli geliştirmişler. Sonra, I-DEAS paket programını kullanarak krenin taşıyıcı çerçeve yapısının dinamik cevabını belirlemişlerdir [4]. Wu hareket yük zorlanması altında eğimli kirişin dinamik analizini yapmıştır. Kirişin orta noktasının yer değiştirmesinin hızla değişimini incelemiştir [5]. Mamandi vd. sabit hızlı tek bir noktasal yük etkisi altında zorlanan eğimli bir kirişin nonlineer dinamik analizini çalışmışlardır [6].

Bu çalışmada, tek bir hareketli noktasal yük ve sabit aralıklı noktasal yük dizisine maruz bir eğimli Euler-Bernoulli kirişinin dinamik analizi yapılmıştır. Eğim açısı, kutu profilin kalınlığı, sabit aralıklı yük dizisinin aralık mesafesinin dinamik cevap üzerine etkisi araştırılmıştır. Yük hızının dinamik cevap üzerindeki etkisini göstermek amacıyla, noktasal yüke maruz kirişin orta noktasının çökmesi, boyutsuz tesir katsayısı cinsinden verilmiştir. Ayrıca, sabit aralıklı hareketli yük dizisinin hızının yapıyı rezonans şartlarında zorlanmasına sebep olan kritik hız değerinden küçük olması ve eşit olması durumları da incelenmiştir.

# II. Teori

Çalışmaya konu olacak olan mekanik sistem (Bernoulli-Euler kirişi) Şekil 1'de gösterilmiştir. Hareketli yük tesiri altındaki bu kirişte,  $\theta$ : Kirişin eğim açısı; F: Düşey doğrultuda uygulanan hareketli yükün şiddetini; V: Hareketli yükün hızını; L: Kirişin uzunluğunu; b: Kesitin kalınlığını; h: Kesitin yüksekliğini ve t: Kutu profillin et kalınlığını göstermektedir.

Yükün kirişin sol ucundan sağ ucuna doğru hareket ettiği, kirişin sıfır başlangıç koşullarına sahip olduğu ve yük ile kirişin arasındaki temasın hiç bir zaman kesilmediği varsayılmıştır. x ve y doğrultularında uygulanan kuvvetin büyüklüğü sırasıyla Fsin $\theta$  ve Fcos $\theta$ 'dır(Şekil 1(B)).  $\overline{x}, \overline{y}$  global eksen takımını, x,y'nin ise lokal eksen takımını gösterdiği düsünüldüğünde, bunlar arasında iliski(Sekil 1(A))

$$u_{\overline{x}} = u_x \cos(\theta) - u_y \sin(\theta)$$
  

$$u_{\overline{y}} = u_x \sin(\theta) + u_y \cos(\theta)$$
(1)

olarak yazılabilir[5].

<sup>†1</sup> salih.demirtas@deu.edu.tr

<sup>†2</sup> ckyuksel@gmail.com

<sup>\*</sup>mustafa.sabuncu@deu.edu.tr

Çok serbestlik dereceli sönümsüz bir titreşim sisteminin hareket denklemi

$$[M]{\dot{U}} + [K]{U} = {F}$$
<sup>(2)</sup>

şeklindedir. Burada [M] ve [K] sırasıyla sistemin kütle ve rijitlik matrislerini, {F} vektörü ise zamanın fonksiyonu olan tahrik kuvvetini gösterir. Ayrıca,  $\{\ddot{U}\}$ ,  $\{U\}$  sırasıyla sistemin ivme ve yer değiştirme vektörleridir.



Sistemin kütle ve rijitlik matrisi, Şekil 2'de görülen altı serbestlik dereceli kiriş elemanı kullanılarak sonlu elemanlar metodu ile elde edilmiştir.



Şekil. 2. Altı serbestlik dereceli kiriş elemanı

Noktasal F kuvveti s. kiriş elemanının üzerinde bulunduğunda, s. eleman dışındaki tüm elemanların nodlarına denk gelen kuvvet sıfırdır(Şekil 3). S. elemanın nodlarına gelen kuvvet ise aşağıdaki gibi hesaplanır[4]:

$$\left\{f^{s}(\mathbf{t})\right\} = \left\{f_{1}^{s}(\mathbf{t})f_{2}^{s}(\mathbf{t})f_{3}^{s}(\mathbf{t})f_{4}^{s}(\mathbf{t})f_{5}^{s}(\mathbf{t})f_{6}^{s}(\mathbf{t})\right\}^{T} = F\left\{N\right\}$$
(3)

Burada,

$$N_{1} = 1 - 3\xi^{2} + 2\xi^{3}, N_{2} = (1 - 2\xi^{2} + \xi^{3})h, N_{3} = 1 - \xi,$$
  

$$N_{4} = 3\xi^{2} - 2\xi^{3}, N_{5} = (-\xi^{2} + \xi^{3})h, N_{6} = \xi$$
(4)

olarak tanımlıdır[7].



Şekil. 3. Sonlu elemanlar kuvvet modeli

Hareket denkleminin integrasyonunda Newmark metodundan faydalanılmıştır. Newmark metodunda tanımlanan integrasyon sabitleri aşağıdaki gibidir[8]:

$$a_{0} = \frac{1}{\beta \Delta t^{2}}, a_{1} = \frac{\gamma}{\beta \Delta t}, a_{2} = \frac{1}{\beta \Delta t}, a_{3} = \frac{1}{2\beta} - 1,$$

$$a_{4} = \frac{\gamma}{\beta} - 1, a_{5} = \left(\frac{\Delta t}{2}\right) \left(\frac{\gamma}{\beta} - 2\right), a_{6} = \Delta t \left(1 - \gamma\right), a_{7} = \gamma \Delta t$$
(5)

Yapılan hesaplamalarda, zaman artımı  $\Delta t$ , 1/(20 f<sub>n10</sub>) olarak alınmıştır. f<sub>n10</sub> kirişin 10. doğal frekansıdır. Kararlı bir çözüm elde edilebilmesi için  $\beta$  ve  $\gamma$  sırasıyla <sup>1</sup>/<sub>4</sub> ve <sup>1</sup>/<sub>2</sub> olarak seçilmiştir.

# III. Sayısal Hesaplamalar

Bu çalışmada hareketli yüke maruz eğimli Euler-Bernoulli kirişinin dinamik davranışı farklı iki durum için incelendi. Bunlardan ilki, yük hızının küçük değer alması durumunda kiriş, yürüyen merdivenin basitleştirilmiş bir modeli olarak düşünülebilir. Bu model için, eğimli kirişin tekil noktasal yük ve sabit aralıklı yük dizisinin tesiri altında dinamik analiz yapıldı, eğim açısı ve t kalınlığının dinamik cevap üzerine etkileri araştırıldı. İkinci analizde, yük hızı V=0,1,...,100m/s değerleri için tesir katsayısızaman eğrileri oluşturuldu. Buna ek olarak, kiriş sabit aralıklı hareketli yüke maruz kalması durumu incelenerek, kritik hız değerlerinde rezonans grafikleri elde edildi.

## 1.Durum : V << V<sub>cr</sub> hali

Şekil 1'de verilen eğimli kiriş göz önüne alınsın. İncelenen problemde yapının geometrik ve fiziksel özellikleri Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1: Geometrik ve fiziksel özellikler.

| Özellik       |         |
|---------------|---------|
| E(N/m2)       | 2e11    |
| ρ(kg/m3)      | 7800    |
| bxh(mmxmm)    | 100x100 |
| F(N)          | 800     |
| Eleman sayısı | 10      |
| L(m)          | 6       |
| V(m/s)        | 0.5     |
|               |         |



 (b)
 Şekil. 4. Kirişin orta noktasının yerdeğiştirmesi, t=5mm, (a) eksenel doğrultuda (b) düşey doğrultuda



Şekil. 5. Kirişin orta noktasının yerdeğiştirmesi, t=5mm, (a) eksenel doğrultuda (b) düşey doğrultuda

Şekil 4 ve Şekil 5'te kirişin orta noktasının düşey ve eksenel yer değiştirmeleri görülmektedir. Şekil 4'te, Şekil 1(A)'daki global eksen takımına göre, Şekil 5'te ise Şekil 1(B)'deki global eksen takımına göre yer değiştirme değerleri verilmiştir. Şekil 5(b)'den de görüldüğü gibi eksenel doğrultudaki deplasman değerleri düşey doğrultudakilere göre oldukça küçüktür. Bu, yapının eksenel doğrultudaki rijitliğinin eğilme rijitliğine göre daha büyük olmasının bir sonucudur. Eğim açısının artmasıyla yer değiştirme değerleri, eksenel doğrultuda artarken düşey doğrultudaki değerlerin azaldığı görülüyor. Bundan sonra, kirişin orta noktasının eksenel doğrultudaki yer değiştirmeleri ihmal edilecektir ve Şekil 1(B)'deki global eksen takımına göre yer değiştirme eğrileri verilmiştir.

Kare profilli kesitin t kalınlığının 5,10 ve 15mm değerleri için orta noktanın çökmesi hesaplanmış ve elde edilen grafik Şekil 6'da verilmiştir. Orta noktanın maksimum çökme genlikleri t=5mm için 5.435mm, t=10mm için 3.18mm ve t=15mm için 2.475mm olarak hesaplanmıştır.



Şekil. 6. Farklı t kalınlığı değerleri için kirişin orta noktasının yer değiştirmeleri, θ=30°

Maksimum çökme değerleri ve t kalınlığının doğal logaritması alınır ve sonra, Şekil 7'de de görüldüğü gibi, yukarıda bahsedilen bu üç noktadan geçen bir doğru en küçük kareler yöntemi kullanılarak çizdirilmiştir. Şekil 7'den faydalanarak t'nin ara değerleri için de maksimum çökme ifadeleri hesaplanabilir. Örneğin, t=7mm için ln(7)=1.945, maksimum çökme exp(1.441)=4.22mm'dir. Şekil 8'de maksimum yer değiştirme değerinin 4.139mm olduğu görülmektedir. Şekil 7 kullanılması ile yapılacak hesaplamadaki %hata

%Hata = 
$$\frac{4.22 - 4.139}{4.22} \times 100 = \%2$$
 (6)

mertebesindedir.



Şekil. 8. Orta noktanın maksimum yer değiştirme, t=7mm

Şekil 9'da hareketli yük dizisine maruz kiriş görülmektedir. Yapı yürüyen merdivenlerin basitleştirilmiş bir modeli olarak düşünüldüğünden, yük aralığı  $L_r=0.3$ m, L=6m,  $\theta=25$ , 30, 35°, hareketli yük dizisini oluşturan sabit aralıklı noktasal kuvvet sayısı N=25 ve F=800N'dur.



Şekil. 9. Sabit aralıklı hareketli yük dizisine maruz kiriş

Şekil 10'da kirişin orta noktasının düşey doğrultudaki yer değiştirmesi verilmiştir. Kirişin eğim açısının artmasıyla, aynı zamanda, düşey doğrultuda uygulanan kuvvetinin şiddeti de azaldığından yer değiştirme değerlerinin azaldığı görülmüştür. Bu yer değiştirmelerin yapının lineerliğinden dolayı kuvvetin artması veya azalmasıyla doğrusal olarak değiştiği söylenebilir.



Şekil. 10. Kirişin orta noktasının yer değiştirmesi, t=5mm

Şekil 11'de kirişin orta noktasının çökmeleri t=5, 10 ve 10mm değerleri için verilmiştir. Maksimum çökme genlikleri t=5mm için 67.74mm, t=10mm için 39.63mm ve t=15mm için 30.75mm olarak hesaplanmıştır. Tek noktasal yük probleminde olduğu gibi benzer işlemler yapılmış ve Şekil 12 oluşturulmuştur. Şekil 12'den t=7mm için maksimum çökme 52.6mm olarak, sayısal işlemler sonucu elde edilen Şekil 13'ten 51.7mm olarak hesaplanmıştır. İki değer arasında % 1.7 hata vardır.





Şekil. 12. ln(Maksimum yerdeğiştirme)-ln(t) grafiği



Şekil. 13. Orta noktanın maksimum yerdeğiştirmesi, t=7mm

## 2.Hızın dinamik cevap üzerine etkisi ve V =V<sub>cr</sub> durumu

İlk olarak kirişin tek bir noktasal hareketli yüke maruz kaldığı, Şekil 1'deki durum incelensin. Yapının fiziksel ve geometrik özellikleri Tablo 1'de verilmiştir. Kirişin orta noktasının çökmesi, boyutsuz tesir katsayısı cinsinden

$$T = \frac{\{U_{\max}\}_{dinamik} - \{U_{\max}\}_{statik}}{\{U_{\max}\}_{statik}}$$
(7)

formülünden hesaplanır[9]. Burada  $\{U_{\max}\}_{dinamik}$  V (V=1,2,...,100) hızındaki yükün kirişin orta noktasında meydana getireceği maksimum dinamik çökmeyi,  $\{U_{\max}\}_{statik}$  ise, basit mesnetli kiriş için, kirişin orta noktasından uygulanan F kuvveti ile orta noktanın çökme miktarıdır. Şekil 14'te  $\theta$ =15, 30, 45° için tesir katsayısı hız grafiği verilmiştir. Bu şekilden tesir katsayısının kirişin eğim açısından bağımsız olduğu görülmektedir.



Tablo 2'de t=5, 10 ve 15mm değerleri için kirişin temel doğal frekansı verilmiştir. t'nin artmasıyla doğal frekansın azaldığı görülüyor:  $f_{n1}$ ,t=5mm> $f_{n1}$ ,t=10mm>  $f_{n1}$ ,t=15mm. Buna benzer bir ilişki, Şekil 15'te tesir katsayısın maksimum değerleri aldığı hız değerlerindedir:  $V_{max}$ ,t=5mm>  $V_{max}$ ,t=10mm>  $V_{max}$ ,t=15mm. Ayrıca, Şekil 14 ve 15'te yük hızının küçük olması durumunda statik yer değiştirme değerleri ile dinamik yer değiştirme değerleri arasındaki farkın küçük olduğu açıktır.

Tablo 2: Temel frekans değerleri

| t(mm)         | 5    | 10   | 15   |
|---------------|------|------|------|
| $f_{n1}$ (Hz) | 8.57 | 8.16 | 7.78 |

Sistemi (Şekil 9) rezonans şartlarında zorlayacak hareketli yük dizisinin hızı  $\mathrm{V}_{\mathrm{cr}}$  değeri, literatürde mevcut olan

$$V_{cr} = \frac{f_{n1}L_f}{k}, (k = 1, 2, ...)$$
(8)

denklemi kullanılarak hesaplanabilir[10].

Şekil 16'da kirişin eğim açısının  $\theta$ =15, 30 ve 45° değerleri ile L<sub>f</sub> =1m, k=1, t=15mm ve V<sub>cr</sub> =7.8m/s için elde edilmiştir.



Şekil. 16. Rezonans cevabı, k=1, Vcr =7.8m/s

L<sub>f</sub> =1, 2, 3m için denklem 8'den kritik hızlar sırasıyla 7.8, 15.6 ve 23.4m/s olarak hesaplanır. Şekil 17'de dinamik cevap  $L_f = 3m'de$  en büyük değeri,  $L_f = 1m'de$ ise en küçük değeri aldığı görülmektedir.



#### **IV. Sonuçlar**

Tek bir noktasal yük ve sabit aralıklı kuvvet dizisine maruz eğimli basit mesnetli kirişin dinamik analizi yapılmıştır. Eğim açısı, kutu profilin kalınlığı, sabit dizisinin aralık mesafesi aralıklı kuvvet gibi parametrelerin dinamik davranış üzerine etkileri incelemiştir. Ulaşılan sonuçlar aşağıda listelenmiştir.

- •Eksenel yer değiştirme değeri düşey yer değiştirmeye göre çok daha kücük olduğundan ihmal edilebilir.
- •Tesir katsayısı kirişin açısından eğim bağımsızdır.
- •Kare kesitin kalınlığının incelmesinin bir sonucu olarak doğal frekans ve tesir katsayısının maksimum değerini veren hız değerleri artmıştır.
- •Düşük hız değerlerinde maksimum dinamik ve statik çökme arasında belirgin bir fark yoktur.
- •Kesit kalınlığı (t)-maksimum yer değiştirme grafiğinde, eksenlerin doğal logaritması alınırsa, aralarındaki ilişkinin doğrusal olduğu belirlenmiştir.

#### Kaynakça

- [1] Fryba L. Vibrations of Solids and Structures Under Moving Loads. 3rd Edition, Thomas Telford Ltd., London Thomas Telford, 1999.
- [2] Kıral Z. and Kıral B. G. Dynamic Analysis of A Symmetric Laminated Composite Beam Subjected to a Moving Load with Constant Velocity. Journal of Reinforced Plastics and Composites, 27(1), 2008.
- [3] Öztürk H., Kıral Z. and Kıral B.G. Dynamic Analysis of Elastically Supported Cracked Beam Subjected to a Concentrated Moving Loads. Latin American Journal of Solids and Structures, 13(2016) 175-200.
- [4] Wu J-J., Whittaker A.R. and Cartmell M.P. The Use of Finite Element Tecniques for Calculating the Dynamic Response of Structures to Moving Loads. Composites&Structures, 78(2000) 789-799
- [5] Wu J-J. Dynamic Analysis of an Inclined Beam due to Moving Loads. Journal of Sound and Vibration, 288(2005) 107-131.
- [6] Mamandi A., Kargarnovin M.H. and Younesian D. Nonlinear Dynamics of an Inclined Beam Subjected to a Moving Load. Springer Science+Business Media B.V., (2010)60:277-293. [7] Meirovitch L. Elements of Vibration Analysis. McGraw-Hill, 2nd
- Edition, 1986.
- [8] Bathe K-J. Finite Element Procedures. Prentice Hall, 2nd Edition, 1996.
- [9]Yang Y-B., Liao S-S. and Lin H-B. Impact Formulas for Vehicles
- 19(11) 936-944,1997.

# Çatlaklı Ara Bağlantı Parçasına Sahip Aerofoil Kesitli (NACA 6409) Kanat Paketlerinin Doğal Frekans Analizi

S. Vatan<sup>\*</sup> Dokuz Eylül Üniversitesi İzmir M. Sabuncu<sup>†</sup> Dokuz Eylül Üniversitesi İzmir

Özet—Kanatların, kanat paketlerinin doğal frekanslarının belirlenmesi turbo makinaların tasarımında çok önemlidir. Sistemdeki hasarın çoğu zaman kanadın yorulmasından dolayı meydana geldiği yapılan araştırmalardan anlaşılmıştır ve hasar, titreşim frekansının zorlanma frekansında ya da yakınında olduğunda meydana gelmektedir. Türbin kanatları üzerindeki en fazla zorlavıcı etkilerden biri de kanatların aerofoil kesitlerinin getirdiği etkiyle bileşik eğilme ve burulmaya maruz kalmalarıdır. Bunu önlemek tasarımlarında imkân verilen ölçülerde değişiklik yapılmasıyla mümkün olacaktır. Ancak aerofoil kesitin tipini değiştirmenin mümkün olmadığı durumlarda başka tedbirler almak gerekmektedir. Bu nedenle, bu çalışmada türbin kanatları arasına ara bağlantı parçası (shroud) konularak bu durumun iyileştirilmesi amaçlanmıştır. Bu çalışmada, aerofoil kesite sahip kanat paketlerinde ara bağlantı parçasının konumunun, doğal frekans değerlerinde meydana getirdiği değişimler incelenmiştir. Bunun için, ara bağlantı parçasının 3 farklı konumu göz önüne alınarak doğal frekans ve mod analizi yapılmıştır. Ara bağlantı parçasının, çatlaksız/çatlaklı olma durumları ile genişlik, uzunluk gibi boyutlarının farklı değerleri ve kanatların farklı konum açıları için analizler gerçekleştirilmiştir.

#### Anahtar kelimeler: aerofoil kesit, çatlaklı ara bağlantı parçası, kanat paketi, titreşim analizi, türbin kanadı

Abstract—The determination of the natural frequencies of blade and blade packets is crucial in the design of turbo machines. It is well understood through investigation that the damage to the system is often caused by the fatigue of the blades and when the blades vibrations are at or near resonance conditions. One of the most compelling effects on the turbine blades is that they are subjected to coupled bending and twisting motions which are caused by the aerofoil cross sections of the blades. It is possible to prevent this by making changes in their designs within allowable limits. However, when it is not possible to change the type of the aerofoil cross section, other measures are needed to be taken. For this reason, in this study, the aim is improving conditions by placing a shroud between the turbine blades. In this study, changes in the natural frequencies of the blade packets with aerofoil cross sections due to the position of the shroud are investigated. For this, natural frequency and mode analyses are performed by considering 3 different positions of the shroud. Analyses were made for different dimensions like width, length and

cracked/non-cracked conditions of the shroud and for different stagger angles of the blades.

Keywords: aerofoil cross-section, blade package, cracked shroud, turbine blade, vibration analysis

#### I.Giriş<sup>1</sup>

Turbojet motorları hava alığı, kompresör, yanma odası, türbin ve nozul bölümlerinden oluşmaktadır. Türbin üzerine gelen yüksek sıcaklık ve basınçtaki hava ile şaft üzerinden motora hareket aktarmaktadır. İlk başlangıç durumu dışında motordaki hareketin sağlanması yani çalışması türbine bağlıdır. Bu nedenle türbin verimliliği önemlidir. Turbojet motorlarının türbinleri stator ve rotor olmak üzere iki bölümden oluşur. Bu bölümde yönlendirilmiş hava türbinin dönmesini sağlamaktadır.



Şekil. 1. Bir buhar türbinine ait rotor kanatları [1]

Türbin kanatlarında oluşabilecek hasar durumlarında türbin verimi düşebilir. Thomas ve Belek sonlu elemanlar yöntemini kullanarak ara bağlantı parçasına sahip kanat paketlerinin serbest titreşim özelliklerini incelemiştir.[2] Dönen ya da dönmeyen, düz, ön burulmalı, eğimli, aerofoil kesit alanlı uçak ve helikopter kanatlarının tasarımında, kanatların titreşiminin mod şekilleri ve doğal frekanslarının belirlenmesi önemli bir husustur.[3] Ewins ve Imregun çeşitli paketleme düzenleri için oluşturulan kanat paketlerinin titreşim davranışlarını geliştirdikleri analiz yöntemi ve deneysel yöntemle tahmin etmeye çalışmışlardır.[4] Dönme koşulları altındaki asimetrik kesitli kanat paketlerinin ve dönme koşulları altındaki aerofoil kesit alanına sahip ön burulmalı kanat paketlerinin dinamik kararlılıkları üzerine incelemeler de yapılmıştır.[5,6] Dönme

<sup>\*</sup> sedavtn@gmail.com, Msc.

<sup>&</sup>lt;sup>†</sup>mustafa.sabuncu@deu.edu.tr

hareketine maruz kalan çoklu kanat paketlerinin modal analizi için Lim, Chung ve Yoo bir modelleme yöntemi sunmuştur.[7] Madhavan, Jain, Sujatha ve Sekhar rotor kanatlarında meydana gelen titreşime dayalı hasarların tespiti üzerine çalışmışlardır.[8] Türbin kanatlarında meydana gelen çatlakların ya da soğutma kanatlarının derinliği ve konumu da doğal frekanslar üzerinde etkili olmaktadır.[9]

Türbin kanatları genellikle aerofoil kesitlidir. Bu kesit tipinin ve kanatların yerleştirilmiş oldukları konum açılarının etkisi ile basınçlı hava altında kanatlar eğilme ve burulma gibi etkilere maruz kalır. Bu da zamanla kanatlarda hasara neden olmaktadır.

Türbin kanatlarında bu zorlamalardan kaynaklı hasarı önlemek için türbin kanatları arasına yerleştirilebilecek ara bağlantı parçasının en uygun konumunu belirlemek bu çalışmanın temel amacıdır. Kanatlar arasına konulacak çatlaksız ara bağlantı parçası ile kanat paketlerinin rijitliği arttırılabilir. Ayrıca iki parça olarak oluşturulan ara bağlantı parçasının burulma sırasında parçaların birbiri ile kilitlenmesini sağlayacak şekilde açılı olarak kesilmesi düşünülebilir. Bu durumda ara bağlantı parçası kilitlendiğinde tek parçaymış gibi davranacak ve kanatlara rijitlik katacaktır. Kanatlar arasına eklenen bu ara bağlantı parçaları, kanat paketlerinin doğal frekans değerlerinin artmasına neden olacağından çalışma devirlerinde olası rezonans devirlerinden uzaklaştırarak kanatların hasara uğramasını engelleyici olacaktır.

Ara bağlantı parçası için uygun konumu belirlerken, bağlantı parçasının boyutları ile ilgili de uygun değerleri gözetmek gerekir. Çalışma sırasında bu nedenle farklı modeller tasarlanarak boyutsal değişiklikler de göz önüne alınmıştır.

Bu amaçlarla kanat paketleri ve ara bağlantı parçası SolidWorks programında modellenerek kanat paketlerinin mod şekilleri ve frekans değerleri incelenmiştir. Bu sayede ara bağlantı parçasının konumunun ve boyutsal değişikliklerinin, farklı konum açısına sahip kanat paketleri üzerindeki etkileri araştırılmıştır.

# II. Kanat Modeli ve Doğal Frekansları

Çalışma, aerofoil kesit alanına sahip türbin kanatları için yapılmıştır. Bu çalışmada yapılacak analizler ve tasarım kanadın burulmasının engellemesini temel aldığından modelde kullanılacak kesit tipi bu durum göz önünde bulundurularak seçilmiştir. Bu sebepten kullanılacak kesit NACA 6409 aerofoil tipi olarak belirlenmiş ve koordinatları UIUC Airfoil data sayfasından alınmıştır.[10] Kesit tipinin görünüşü Şekil.2'de verildiği gibidir.



Şekil. 2. UIUC Airfoil koordinatları data sayfasından alınan NACA 6409 aerofoil kesitinin görünüşü[10]

| Kanadın Özellikleri               |         |  |
|-----------------------------------|---------|--|
| Boyu, H [mm]                      | 150     |  |
| Genişliği, W [mm]                 | 45      |  |
| Kesit Alanı, A [mm <sup>2</sup> ] | 125     |  |
| Yoğunluğu, ρ [kg/m³][11]          | 8248,61 |  |
| Elastisite Modülü, E [GPa][11]    | 31,6    |  |
| Poisson Oram[11]                  | 0,31    |  |
| $I_{xx} [mm^4]$                   | 159,43  |  |

TABLO 1. Çalışmada kullanılan kanat modelinin geometrik ve fiziksel özellikleri

Bu çalışmada kullanılan kanat modelinin boyutsal ve materyal özellikleri Tablo.1'de verilmiştir. Modelin materyal özellikleri, türbin kanatlarında yaygın olarak kullanılan süper alaşımlardan biri olan Rene 41 malzemesi düşünülerek belirlenmiştir.

Tek bir kanadın doğal frekanslarını belirlemek için Tablo.1'de belirtilen kanat özellikleri kullanılarak SolidWorks programında modellenmiştir. Bir ucu sabit diğer ucu serbest kanat için frekans analizi yapılmıştır. Ankastre bir kiriş için doğal frekanslar analitik olarak Denklem 1'de verilen frekans formülü ile hesaplanabilir. Ankastre bir kirişte  $\beta_n L$  frekans parametresi ilk üç frekans için 1.875104, 4.694091 ve 7.854757'dir.

$$\omega_n = (\beta_n L)^2 \sqrt{\frac{EI_{xx}}{\rho A L^4}} \quad (rad/s) \tag{1}$$

Hesaplar sonucunda elde edilen doğal frekans değerleri Tablo.2'de, SolidWorks programında elde edilen değerler ile birlikte karşılaştırmalı olarak verilmiştir. SolidWorks programında yapılan çözümde görülen mod şekilleri Şekil.3'te verilmektedir. Analitik çözümle düzlem dışı frekans değerleri elde edilemediğinden 3. frekans değerleri hesaplanamamıştır.

18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, Trabzon, 5-7 Temmuz 2017

|            | Solidworks Çözüm<br>Değeri<br>[Hz] | Analitik Çözüm<br>Değeri<br>[Hz] |
|------------|------------------------------------|----------------------------------|
| 1. Frekans | 56.935                             | 54.9778                          |
| 2. Frekans | 346.08                             | 344.471                          |
| 3 Frekans  | 383.64                             | -                                |

TABLO 2. SolidWorks ve analitik çözüm sonuçları



Şekil. 3. Tek bir kanat modelinin mod şekilleri

Sonuçlardan anlaşılacağı gibi Solidworks programında elde edilen frekans değerleri ile analitik çözümde elde edilen frekans değerleri yakındır. Bu çalışmada Solidworks programı kullanılarak çözüm yapılacaktır.

# III. Ara Bağlantı Parçası ile Kanat Paketlerinin Modellenmesi

Ara bağlantı parçasının genişliği, parçanın uzunluğu ve çatlaksız/çatlaklı olma durumuna göre farklı kanat paket modelleri oluşturulmuştur. Çalışmada modellenen ara bağlantı parçaları dikdörtgen kesite sahip ve 3 mm kalınlığında olup Şekil.4'te gösterilen parça gibidirler. Çatlaklar orta noktada polar simetri olacak şekilde oluşturulmuştur. Ayrıca çatlakların bir ucunda küçük bir bağlantı bırakılmıştır. Bu parçanın analizlerde kullanılan genişlik ve uzunlukları için belirlenen değerler Tablo.3'te verilmiştir.



 Çatlaksız Ara Bağlantı Parçası
 Çatlaklı Ara Bağlantı Parçası

 Şekil. 4. Ara bağlantı parçasının geometrik özellikleri

| Ara Bağlantı Parçasının Boyutları |        |  |
|-----------------------------------|--------|--|
| B [mm]                            | L [mm] |  |
| 10                                | 20     |  |
| 20                                | 40     |  |
| 45                                | 60     |  |
|                                   | 80     |  |
|                                   | 100    |  |

TABLO 3. Ara bağlantı parçasının değişen geometrik boyutları

Farklı ara bağlantı parçası boyutları ile birlikte ara bağlantı parçasının farklı konumları için analizler yapılmıştır. Kanatların sabit uçlarından mesafe alınarak Şekil.5'te görüldüğü gibi 3 farklı ara bağlantı parçası konumu belirlenmiştir. Bu konumlar sabit uçlardan  $h_1$ =40mm,  $h_2$ =100mm ve  $h_3$ =145mm uzaklıktaki noktalardır.



Şekil. 5. Ara bağlantı parçasının konumlandırılacağı noktaların kanatlara göre konumları

Kanatların konum açısı Şekil.6'da görüldüğü gibi rotor çevresine yerleştirildikleri açı değerleridir. Şekil.6'da görülen referans ekseninde konum açısı 0°dir. Kanat modelleri için referans ekseni ile 30°,45° ve 60°lik açıya sahip konum eksenleri belirlenmiştir.



Şekil. 6. Rotor üzerindeki kanatların konum açıları

Ara bağlantı parçasının çatlaksız/çatlaklı olma durumu, belirtilen farklı geometrik boyutları ve farklı konumları göz önüne alınarak belirlenmiş olan 0°,30°,45° ve 60°lik farklı kanat konum açıları için kanat paket modelleri SolidWorks programında oluşturulmuştur.



Şekil. 7. Çatlaksız ve çatlaklı kanat paketleri

#### IV. Analiz Sonuçlarının Değerlendirilmesi

Farklı değişkenler göz önüne alınarak oluşturulan kanat paket modellerinin doğal frekans analizleri SolidWorks programında yapılmıştır. Kanat paketleri önceki bölümlerde belirtilen, materyal özellikleri ile yine önceki bölümlerde verilen ara bağlantı parçasının değişen genişlik, uzunluk ve konum noktası değerleri için modeller yapılmıştır. Farklı değerler belirtilmediği sürece bu geometrik değerler kullanılmıştır.

A. Kanat paketinin 0°lik konum açısı için ara bağlantı parçası boyutları ve konumuna göre doğal frekansların değişimi

Ara bağlantı parçasına sahip kanat paketlerinin modelleri ilk olarak 0°lik konum açısına sahip iken doğal frekans ve mod analizleri yapılmıştır. (Şekil.6)

A1. Çatlaksız ara bağlantı parçasının geometrik boyutlarının ve konumunun değiştirilmesinin doğal frekanslara etkileri





<sup>60</sup> Ara Bağlantı Konumu, h [mm] 40

Şekil. 8. Çatlaksız ara bağlantı parçasının genişliğine ve konumuna göre 1. frekansların değişimi (ara bağlantı parçası uzunluğu 40 mm için)



Şekil. 9. Çatlaksız ara bağlantı parçasının uzunluğuna ve konumuna göre 1. frekansların değişimi (ara bağlantı parçası genişliği 20 mm için)

Çatlaksız ara bağlantı parçasına sahip kanat paketlerinin 1.frekans değerlerinde yaygın görülen mod şeklinde kanatlar aynı vönde 1.eğilme mod şeklindedir.(EK-I Şekil.a)

Çatlaksız ara bağlantı parçası belirlenen 3 konumdan, h2 konumunda, yani iki kanadın orta noktalarına yakın olduğu durumda, 1.frekanslar maksimum değerlere ulaşmaktadır. h1 konumunda iken, yani sabit uca yakın olduğu konumda, bağlantı parçası kanat paketinin frekans değerini h2 konumuna göre daha az etkilemektedir. h3 konumunda, yani serbest uca yakın konumda iken ise kütle etkisinin daha dominant olması sebebi ile frekansların düşmesine neden olmaktadır.

Ara bağlantı parçasının genişliğinin artması, ara bağlantı konumuna göre bazen kanat paketine rijitlik katarak frekans değerini yükseltirken, bazı konumlarda ise kütle etkisini arttırarak frekans değerinin düşmesine neden olmaktadır. Ara bağlantı parçasının uzunluğunun (L) artması kanat paketlerinin rijitliğini azaltmaktadır. Yine ara bağlantı parçasının bazı konumlarında uzunlukla beraber kütle etkisinin artması frekans değerlerini azaltmaktadır. Bu nedenle ara bağlantı parçasının uzunluğu azaldığında 1. doğal frekans değerleri artmaktadır.

Bu nedenlerle, Şekil.8 ve Şekil.9'da görüldüğü üzere en yüksek 1. frekans değeri ara bağlantı parçasının genişliğinin en fazla olduğu (45mm), uzunluğunun ise en az (L=20mm) olduğu durumda ve h2 konumunda görülmektedir.



Şekil. 10. Çatlaksız ara bağlantı parçasının genişliğine ve konumuna göre 2. frekansların değişimi (ara bağlantı parçası uzunluğu 40 mm için)



Şekil. 11.Çatlaksız ara bağlantı parçasının uzunluğuna ve konumuna göre 2. frekansların değişimi (ara bağlantı parçası genişliği 20 mm için)

2. frekans değerlerinde yaygın mod şekli kanatların zıt yönlerde eğilme yaptığı bir mod şeklidir. (EK-I Şekil.b) Yalnızca h<sub>3</sub> konumunda mod şekli değişmektedir. (EK-II) Burada ara bağlantı parçası kanatların zıt yönlere ayrılmasına izin vermediği için mod şekli değişmekte ve kanatlar iki ucu sabit kiriş gibi davranmaktadır.

Ara bağlantı parçası  $h_2$  konumunda, yani kanatların orta bölgelerinde, bulunduğu durumda 2. doğal frekans değerleri en yüksek değerlerine ulaşmıştır. Ancak buradaki mod şekline göre iki kanat zıt yönlere hareket etmeye çalışmaktadır. Buna bağlı olarak, ara bağlantı parçasının çatlaksız olmasıyla birlikte bu hareketi kısıtlamasından dolayı, frekans değerleri  $h_2$  ve  $h_3$ konumunda artmaktadır. $h_3$  konumunda kütle etkisinin,  $h_2$ konumuna göre daha fazla olması nedeniyle  $h_2$  konumuna göre frekans değerlerinde bir miktar azalma olduğu görülmektedir.  $h_1$  konumda da hareketi kısıtlama söz konusudur ancak sabit uca daha yakın olması nedeniyle diğer konumlara kıyasla çok fazla rijitlik katamamıştır.

Ara bağlantı parçasının genişliğinin artması rijitliği arttırdığı için frekansların, bu frekans değerlerinde de yükselmesine neden olmaktadır. Ara bağlantı parçası uzunluğunun az olmasının kanat paketlerine rijitlik katma etkisi bu frekans değerlerinde de söz konusudur.

Bu nedenlerle 2. frekans değerinin en yüksek olduğu durum Şekil.10 ve Şekil.11'de görüldüğü gibi genişliğinin en fazla (B=45), uzunluğunun en az (L=20) olduğu ve  $h_2$  konumunda bulunduğu durumdur.







Şekil. 13.Çatlaksız ara bağlantı parçasının uzunluğuna ve konumuna göre 3. frekansların değişimi (ara bağlantı parçası genişliği 20 mm için)

 frekans değerlerinde yaygın mod şekli olarak kanatların 2. eğilme modu görülmektedir (EK-I Şekil.d).
 frekans değerlerinde görülen diğer mod şekilleri EK-I ve EK-II de verildiği gibi değişiklik göstermektedir.

Ara bağlantı parçası  $h_2$  konumundayken, kanat paketine kattığı rijitlikten dolayı en yüksek frekans değerleri bu konumunda görülmektedir. Ara bağlantı parçasının uzunluğunun 20mm'den fazla olduğu durumlarda  $h_1$  konumunda rijitlik etkisi daha azdır. Kanat uzunluğu artıkça kütle etkisinin de artması, frekans değerlerini azalmaktadır.

Bu durumlar ve mod şekilleri altında 3. frekans değerlerinin en yüksek olduğu durum Şekil.12 ve Şekil.13'ten de görülebileceği gibi, ara bağlantı parçası genişliğinin en yüksek (B=45mm) ve bağlantı parçası konumu  $h_2$  olduğunda görülmektedir.

A2. Çatlaklı ara bağlantı parçasının geometrik boyutlarının ve konumunun değiştirilmesinin doğal frekanslara etkileri



Şekil. 14. Çatlaklı ara bağlantı parçasının genişliğine ve konumuna göre 1. frekansların değişimi (ara bağlantı parçası uzunluğu 40 mm için)



Şekil. 15. Çatlaklı ara bağlantı parçasının uzunluğuna ve konumuna göre 1. frekansların değişimi (ara bağlantı parçası genişliği 20 mm için)

Çatlaklı ara bağlantı parçası kullanılmış olan kanat paketlerinde 1.frekans değerlerinde görülen mod şekli EK-I'de görülen 'a' olarak isimlendirilen mod şeklindedir. 'a' mod şekli, kanatların aynı yönlü eğilme hareketinden oluşmaktadır. Bu frekans değerlerinde başka bir mod şekline rastlanmamıştır.

Çatlaklı ara bağlantı parçası kullanılan modellerden elde edilen frekans değerlerini gösteren grafik Şekil.16 ve Şekil.17'de görülmektedir. Çatlaksız ara bağlantı parçasında olduğu gibi burada da ara bağlantı parçasının konumunun, en etkili olduğu durum h<sub>2</sub> konumudur.

 frekans değeri, ara bağlantı genişliği 20 mm iken en yüksek değerlerine ulaşmaktadır. Çatlaklı ara bağlantı parçası kanatlar arasında çok etkili bir rijitlik sağlayamamıştır. Özellikle ara bağlantı parçası genişliğinin (B) arttığı durumlarda kütle etkisinden dolayı frekans değerleri düşmüştür. Ara bağlantı parçası genişliğinin 45 mm olduğu durumda, kütle etkisinin çok fazla olmasından dolayı frekans değerlerini daha da düşürmüştür. Bu etki en fazla h<sub>3</sub> konumunda, yani ara bağlantı parçasının serbest uçta olduğu durumda kendini göstermiştir.

Ara bağlantı parçasının genişliğinin artmasında olduğu gibi uzunluğunun artması da parçanın kütlesinin artması anlamına geldiğinden frekans değerlerini düşürmektedir. Bu durum, ara bağlantı parçasının çatlaklı ya da çatlaksız olması durumlarından her ikisi için de geçerlidir.

Ara bağlantı parçasının genişliğine ve konumuna bağlı olarak 1. frekans değerlerinde en yüksek frekans  $h_2$ konumunda, ara bağlantı parçasının genişliğinin en az (10 mm) olduğu durumda ortaya çıkmaktadır. Ara bağlantı parçasının uzunluğuna ve konumuna bağlı olarak ise 1. frekans değerlerinde en yüksek frekans değeri  $h_2$ konumunda, ara bağlantı parçasının uzunluğunun da en az (20mm) olduğu durumda ortaya çıkmaktadır. Ancak, ara bağlantı parçasının  $h_2$  konumunda, uzunluğunun en az olduğu durumda elde edilen frekans değerinin, aynı konumda genişliğinin en az olduğu durumda elde edilen frekans değerinden daha yüksek olduğu görülmektedir. (Şekil.14 ve Şekil.15)



Şekil. 16. Çatlaklı ara bağlantı parçasının genişliğine ve konumuna göre 2. frekansların değişimi (ara bağlantı parçası uzunluğu 40 mm için)



Şekil. 17. Çatlaklı ara bağlantı parçasının uzunluğuna ve konumuna göre 2. frekansların değisimi (ara bağlantı parçası genisliği 20 mm için)

Ara bağlantı parçasının çatlaklı olduğu durumda 2. frekans değerlerinde görülen mod şekilleri EK-I ve EK-II'de verilmiştir.

Burada ara bağlantı parçasındaki çatlağın uç noktada küçük bir bağlantı ile modellenmesinin, kanatların zıt yönlerde yaptığı hareketi kısıtlama etkisi daha fazla etki etmektedir. Bu nedenle  $h_2$  ve  $h_3$  konumlarında frekans değerleri artmıştır.  $h_1$  konumunda ara bağlantı parçasının bu etkisi çok azdır. Bu nedenle en düşük frekans değerleri bu konumda elde edilmiştir.

Ara bağlantı parçasının genişliği ile beraber artan kütle etkisi, 2. frekans değerlerinde kanat paketine kattığı rijitliğin az olmasıyla birlikte frekans değerlerinin azalmasına neden olmaktadır.

.Tüm bu nedenler 2. frekans değerlerinde en yüksek frekans değerinin  $h_2$  konumunda, ara bağlantı parçasının genişliğinin 10mm ve uzunluğunun en az (20mm) olduğu durumda ortaya çıkmasına neden olmuştur. (Şekil.16 ve Şekil.17)



Şekil. 18. Çatlaklı ara bağlantı parçasının genişliğine ve konumuna göre 3. frekansların değişimi (ara bağlantı parçası uzunluğu 40 mm için)



Şekil. 19. Çatlaklı ara bağlantı parçasının uzunluğuna ve konumuna göre 3. frekansların değişimi (ara bağlantı parçası genişliği 20 mm için)

Ara bağlantı parçasının çatlaklı olduğu durumda 3. frekans değerleri için yaygın olarak görülen mod şekli EK-I'de, 'd1' olarak gösterilen mod şeklidir. Bu mod şeklinde, kanatlardan yalnızca biri, 2. eğilme mod şeklinde hareket etmektedir. Ara bağlantı parçasının çatlaklı olması, bu mod şeklinin oluşmasına izin vermiştir. Ara bağlantı parçası ile kanadın bağlantılı olduğu yüzeyin durumuna göre rijitlik kazanan kanatların modları aynı, frekansları yakın iki ayrı frekansta titreşmektedir. Burada 4. frekans incelenmediğinden sadece 3. frekans değerlerinde bahsedilmiştir.

3.frekans değerlerinde görülen diğer mod şekilleri EK-I ve EK-II de verildiği gibi değişiklik göstermektedir.

3. frekans değerleri genel olarak kütle etkisinden dolayı  $h_1$  konumuna yaklaştıkça artmaktadır. Ara bağlantı parçasının genişliğinin azalması ile kütle etkisi azalmaktadır. Bu nedenle 3. frekans değerlerinde, en yüksek frekans h1 konumundayken ara bağlantı parçası genişliğinin 10mm ve uzunluğunun 20mm olduğu durumda görülmektedir. (Şekil.18 ve Şekil.19)

B. Konum Açısına Sahip Kanat Paketlerinin Doğal Frekanslarının Ara Bağlantı Parçasının Konumu ile Değişimi



Şekil. 20. Çatlaksız ara bağlantı parçasının konumuna ve kanatların konum açısına göre 1. frekansların değişimi

Konum açısı ve ara bağlantı parçasının konumuna göre, elde edilen çatlaksız ara bağlantı parçasına sahip kanat paketlerinin 1. frekans değerleri Şekil.20'de verilmiştir. Grafikten de görüldüğü gibi konum açısı arttıkça frekans değerleri azalmaktadır. Ancak mod şekillerinde farklılıklar görülmektedir.

1. frekans değerlerinde tüm konum açıları için en yüksek frekans değeri  $h_2$  (100mm) konumunda, kütle etkisinden dolayı en düşük frekans değerleri ise  $h_3$ (145mm) konumunda görülmektedir. (Şekil.20)



Şekil. 21. Çatlaklı ara bağlantı parçasının konumuna ve kanatların konum açısına göre 1. frekansların değişimi

Çatlaklı ara bağlantı parçası ile oluşturulan kanat paketlerinin, konum açısı ve ara bağlantı parçasının konumuna göre elde edilen 1. frekans değerleri Şekil.21'de verilmiştir. Grafikten de görüldüğü gibi konum açısı arttıkça frekans değerleri azalmaktadır.

1. frekans değerlerinde tüm konum açıları için en yüksek frekans değeri  $h_2$  (100mm) konumunda görülmektedir. 60° konum açısı değeri haricindeki konum açılarında,  $h_3$  (145mm) konumunda en düşük frekans değerleri görülmektedir. 60° konum açısı değerinde ise en düşük frekans değerleri  $h_1$  (40 mm) konumunda görülmektedir. (Şekil.21)

Hem çatlaksız ve hem de çatlaklı ara bağlantı parçası için konum açısı ve ara bağlantı parçası konumu değişimlerinin 1.frekanslar üzerindeki etkilerinin, benzer olduğu görülmektedir.(Şekil.20 ve Şekil.21) Ancak çatlaksız ara bağlantı parçası ile modellenmiş kanat paketlerinin 1. frekans değerleri, çatlaklı ara bağlantı parçası ile modellenmiş kanat paketlerine göre daha yüksektir.



Şekil. 22.Çatlaksız ara bağlantı parçasının konumuna ve kanatların konum açısına göre 2. frekansların değişimi

Çatlaksız ara bağlantı parçasına sahip kanat paketlerinin 2. frekans değerlerinde de konum açısının artması ile frekans değerleri azalmaktadır. Azalma oranı 1.frekans değerlerindeki oranla yaklaşık olarak aynıdır.

Bu frekans değerinde de ara bağlantı parçasının  $h_2$ (100mm) konumu için daha yüksek frekans değerleri elde edilmiştir. Ancak bu frekans değerinde görülen mod şekillerinde,  $h_3$  (145mm) konumunda ara bağlantı parçasının kanat paketine rijitlik katması nedeniyle frekans değerleri  $h_1$  (40mm) konumundaki frekans değerlerinden yüksektir.(Şekil.22)



Şekil. 23.Çatlaklı ara bağlantı parçasının konumuna ve kanatların konum açısına göre 2. frekansların değişimi

Çatlaklı ara bağlantı parçasına sahip kanat paketlerinin 2. frekans değerlerinde de konum açısının artması ile frekans değerleri azalmaktadır.

Bu frekans değerinde de ara bağlantı parçasının  $h_2$  (100 mm) konumu için daha yüksek frekans değerleri

elde edilmiştir. Ancak bu frekans değerinde görülen mod şekillerinde,  $h_3$  (145mm) konumunda ara bağlantı parçasının kanat paketine rijitlik katması nedeniyle frekans değerleri  $h_1$  (40mm) konumundaki frekans değerlerinden yüksektir. (Şekil.23)

 $h_1$  ve  $h_2$  konumlarında hem çatlaksız hem de çatlaklı ara bağlantı parçası ile oluşturulmuş ara bağlantı parçası paketleri için konum açısının artmasının bu frekans değerlerini azalttığı görülmüştür. (Şekil.22 ve Şekil.23) Çatlaksız ara bağlantı parçasına sahip kanat paketleri için  $h_3$  konumunda da aynı etki görülürken, çatlaklı ara bağlantı parçasına sahip kanat paketlerinde konum açısının 30° olduğu durumda doğal frekansların daha fazla düştüğü görülmüştür.



Şekil. 24.Çatlaksız ara bağlantı parçasının konumuna ve kanatların konum açısına göre 3. frekansların değişimi

Çatlaksız ara bağlantı parçasına sahip kanat paketlerinin 3.frekans değerlerinde, Şekil.24'te görüldüğü gibi konum açısının artması ile frekans değerleri düşmektedir. Ancak 3.frekans değerlerinde yaygın olarak görülen mod şekli burulma olduğu için azalma miktarı 1. ve 2. frekans değerlerindeki azalmaya oranla daha azdır.

Konum açısı değişse de en yüksek frekans değerleri yine  $h_2$  (100 mm) konumunda elde edilmektedir. (Şekil.24)



Şekil. 25.Çatlaklı ara bağlantı parçasının konumuna ve kanatların konum açısına göre 3. frekansların değişimi

Çatlaklı ara bağlantı parçası ile oluşturulan kanat paketlerinde 3. frekans değerleri, ara bağlantı parçası konumu h<sub>1</sub>'den h<sub>3</sub>'e doğru gidildikçe frekans değerleri azalmaktadır. Bu durum ara bağlantı parçasının kütle etkisinden ve çatlaklı olduğu için rijitlik katamamasından kaynaklanmaktadır.

Konum açısı değeri arttıkça, 3.frekans değerleri artmaktadır.

Bu frekans değerinde, konum açısının artması çatlaksız ara bağlantı parçasına sahip kanat paketleri için frekans değerlerini azaltırken, çatlaklı ara bağlantı parçasına sahip kanat paketleri için frekans değerlerini arttırmıştır. Bu durumun ortaya çıkmasının nedeni, EK-I ve EK-II'de görüldüğü üzere çatlaklı ara bağlantı parçasına sahip kanat modellerinde mod şekillerinde değişiklikler görülmesidir.

#### V. Sonuçlar

1. Ara bağlantı parçasının çatlaksız olduğu durumda, ara bağlantı parçasının çatlaklı olduğu duruma göre doğal frekans değerleri daha yüksektir.

2. Hem çatlaklı hem de çatlaksız ara bağlantı parçasının konumu, kanadın sabit ucuna yakın olduğu durumda kanat paketine kattığı rijitlik etkisi azdır. Bu nedenle, ara bağlantı parçasının konumu sabit uca yaklaşıkça doğal frekans değerleri azalır.

3. Ara bağlantı parçası konumu, kanadın serbest ucuna yaklaştıkça kütle etkisi arttığı için doğal frekans değerleri azalır.

**4.** Çatlaksız ara bağlantı parçasının genişliği arttıkça, doğal frekans değerleri artmaktadır.

5. Çatlaklı ara bağlantı parçasında, 1. frekans değeri için ara bağlantı parçasının genişliği arttıkça frekans değerleri azalmaktadır.

**6.** Ara bağlantı parçasının uzunluğunun artması frekans değerlerini azaltmaktadır.

 Çatlaksız ara bağlantı parçası ile oluşturulmuş kanat paketlerinde, konum açısı arttıkça düzlem dışına hareket kolaylaştığı için titreşim frekans değerleri azalmaktadır.

8. Çatlaklı ara bağlantı parçası ile oluşturulmuş kanat paketlerinde, ilk iki frekans değerlerinde konum açısı arttıkça frekans değerleri azalmaktadır. 3.frekans değerinde ise konum açısının artması, frekans değerlerini yaygın görülen mod şekli burulma modu olduğundan arttırmaktadır.

#### Kaynakça

- <u>http://www.powermag.com/the-long-and-short-of-last-stage-blades/</u>
   Thomas J., Belek H.T., "Free Vibration of Blade Packets", Journal Mechanical Engineering Science, 1977.
- [3] Sabuncu M., "Vibration Characteristics of Rotating Aerofoil Cross-Section Bladed Disc Assembly", Department of Mechanical
- Engineering University of Surrey, October, 1978.
  [4] Ewins, D.J., Imregun M., "Vibration Modes of Packeted Bladed Disks", The American Society of Mechanical Engineers, 1984.
- [5] Şakar G., Sabuncu M., "Dynamic Stability Analysis of Rotating Asymmetric Cross-Section Blade Packets", International Journal of Mechanical Sciences, 2006.
- [6] Şakar G., Sabuncu M., "Dynamic Stability Analysis of Pretwisted Aerofoil Cross-Section Blade Packets Under Rotating Conditions", International Journal of Mechanical Sciences, 2008.
- [7] Lim, H.S., Chung J., Yoo H.H., "Modal Analysis of a Rotating Multi-Packet Blade System, Journal of Sound and Vibration, 2009.
- [8] Madhavan S., Jain R., Sujatha C., Sekhar A.S., "Vibration Based Damage Detection of Rotor Blades in a Gas Turbine Engine",
- Engineering Failure Analysis, 2014.
  [9] Cantürk R., Demirtaş S., Öztürk H., Sabuncu M., "Çatlaklı Airfoil Kesit Alanına Sahip Türbin Kanadının Titreşim Analizi", Uluslar Arası Katılımlı 17. Makine Teorisi Sempozyumu, Haziran, 2015. [10] http://m-selig.ae.illinois.edu/ads/coord\_database.html
- [11] http://www.suppliersonline.com/propertypages/rene41.asp


\*Gösterilen tüm mod şekilleri kanat açısı $0^{\rm o}$ için yapılan analizlerde görülen mod şekilleridir.

# EK-II

Kanat paketlerinde değişkenlere göre görülen mod şekilleri tablosu

| 3.mod | 2.mod | 1.mod | Bağlantı Parças<br>Konumu | Bağlantı Parças<br>Genişliği | Çatlaklı/<br>Çatlaksız | Bağlantı Parças<br>Uzunluğu |  |
|-------|-------|-------|---------------------------|------------------------------|------------------------|-----------------------------|--|
| d     | Ь     | a     | 40                        | _                            |                        | _                           |  |
| d     | ь     | a     | 100                       | 10                           |                        |                             |  |
| e     | с     | പ     | 145                       |                              |                        |                             |  |
| d     | ь     | a     | 40                        |                              | 5                      |                             |  |
| d     | ь     | a     | 100                       | 20                           | atlaks                 |                             |  |
| e     | с     | а     | 145                       | 1                            | IZ                     |                             |  |
| d     | Ь     | a     | 40                        |                              |                        |                             |  |
| e     | Ь     | а     | 100                       | \$                           |                        |                             |  |
| Ð     | с     | പ     | 145                       |                              |                        | 2                           |  |
| d     | σ     | a     | 40                        |                              |                        | 0                           |  |
| d1    | σ     | പ     | 100                       | 10                           |                        |                             |  |
| -     | c     | പ     | 145                       |                              |                        |                             |  |
| d     | σ     | a     | 40                        |                              | ç                      |                             |  |
| ÷     | ь     | a     | 100                       | 20                           | atlaklı                |                             |  |
| -     | с     | പ     | 145                       |                              |                        |                             |  |
| d1    | σ     | പ     | 40                        |                              |                        |                             |  |
| d1    | ь     | പ     | 100                       | \$                           |                        |                             |  |
| d1    | c     | a     | 145                       |                              |                        |                             |  |
| d     | σ     | പ     | 40                        |                              |                        |                             |  |
| d     | σ     | a     | 100                       | 10                           |                        |                             |  |
| d     | с     | a     | 145                       |                              |                        |                             |  |
| d     | σ     | പ     | 40                        |                              | Ça                     |                             |  |
| d     | σ     | a     | 100                       | 20                           | atlaksı<br>20          |                             |  |
| d     | с     | a     | 145                       |                              |                        |                             |  |
| d     | σ     | പ     | 40                        |                              |                        |                             |  |
| ٩     | σ     | a     | 100                       | 5                            |                        |                             |  |
| P     | C     | a     | 145                       |                              |                        |                             |  |
| ٩     | σ     | ഖ     | <del>8</del>              |                              |                        | 43                          |  |
| -     | σ     | പ     | 100                       | 10                           |                        |                             |  |
| -     | c     | a     | 145                       |                              |                        |                             |  |
| d     | ь     | a     | 40                        |                              |                        |                             |  |
| -     | ь     | a     | 100                       | 20                           | Çatlaki                |                             |  |
| f     | с     | a     | 145                       | 1                            | =                      |                             |  |
| d1    | σ     | a     | <del>4</del> 8            |                              |                        |                             |  |
| d1    | ь     | а     | 100                       | 45                           |                        |                             |  |
| d1    | с     | a     | 145                       | 1                            |                        |                             |  |

| 3.mod      | 2.mod | 1.mod | Konumu | Bağlantı Parçası | Genişliği     | Bağlantı Parçası | Çatlaksız | Çatlaklı/ | Uzunluğu | Bağlantı Parçası |  |  |
|------------|-------|-------|--------|------------------|---------------|------------------|-----------|-----------|----------|------------------|--|--|
| d          | d     | a     | 40     | 5                |               |                  |           |           |          |                  |  |  |
| d          | b     | а     | υU     | 3                | Ę             | 15               |           |           |          |                  |  |  |
| ٩          | с     | പ     | 140    | 1/0              |               |                  |           |           |          |                  |  |  |
| ٩          | σ     | a     | 40     | 5                |               |                  | 4         | <u>.</u>  |          |                  |  |  |
| ٩          | ь     | а     | TUC    | 3                | 5             | ň                |           | atlaker   |          |                  |  |  |
| ٩          | c     | a     | 140    | 170              |               |                  |           | -         |          |                  |  |  |
| d          | σ     | പ     | ť      | 5                |               |                  |           |           |          |                  |  |  |
| ٩          | σ     | a     | TCC    | 3                | ł             | Я                |           |           |          |                  |  |  |
| ማ          | c     | പ     | 140    | 110              |               |                  |           |           |          | 5                |  |  |
| ٩          | σ     | പ     | ŧ      | 3                |               |                  |           |           |          |                  |  |  |
| -          | σ     | പ     | LC LC  | 3                | Ę             | 5                |           |           |          |                  |  |  |
| <br>-      | c     | പ     | 140    | 1/1              |               |                  |           |           |          |                  |  |  |
| d1         | σ     | ല     | 40     | 3                |               |                  | 4         | ç         |          |                  |  |  |
| - <b>^</b> | σ     | പ     | T CO   | ŝ                | 5             | 3                | atlaklı   |           |          |                  |  |  |
| -          | с     | ല     | 140    | 112              |               |                  |           |           |          |                  |  |  |
| d1         | σ     | ല     | 40     | 3                |               |                  |           |           |          |                  |  |  |
| d1         | σ     | ല     | TUC    | 3                | ł             | 7                |           |           |          |                  |  |  |
| d1         | с     | ല     | 140    | 112              |               |                  |           |           |          |                  |  |  |
| đ          | σ     | ല     | 40     | 3                |               |                  |           |           |          |                  |  |  |
| d          | σ     | ല     | TUC    | 3                | Ę             | 5                |           |           |          |                  |  |  |
| d          | c     | ല     | 140    | 112              |               |                  |           |           |          |                  |  |  |
| đ          | σ     | ല     | 40     | 3                |               |                  |           |           | çu       | <sup>2</sup>     |  |  |
| d          | ь     | ല     | TUO .  | 3                | tlaksız<br>20 |                  |           |           |          |                  |  |  |
| đ          | с     | a     | 140    |                  |               |                  |           |           |          |                  |  |  |
| d          | σ     | ല     | 40     | 3                |               |                  |           |           |          |                  |  |  |
| d          | Ð     | a     |        | 3                | đ             | 7                |           |           |          |                  |  |  |
| 972        | C     | a     | 14J    |                  |               |                  |           |           |          |                  |  |  |
| ٩          | σ     | a     | £      | 3                |               |                  |           |           | 00       | 8                |  |  |
|            | σ     | പ     | T C    | 3                | Ę             | 5                |           |           |          |                  |  |  |
| -          | c     | a     | 140    | 1/1              |               |                  |           |           |          |                  |  |  |
|            | σ     | a     | ŧ      | 5                |               |                  |           | Çatlak    |          |                  |  |  |
|            | ь     | a     | 00T    | 100              | 5             | 20               | Yuuun     |           |          |                  |  |  |
| -          | с     | a     | 140    | 1/6              |               |                  | ÷         |           |          |                  |  |  |
| d1         | σ     | a     | £      | 3                |               |                  |           |           |          |                  |  |  |
| d1         | Ь     | a     | OOT    | 3                | ł             | 7                |           |           |          |                  |  |  |
| d1         | c     | a     | 140    | 1                |               |                  |           |           |          |                  |  |  |

| 3.mod | 2.mod | 1.mod | Bağlantı Parçası<br>Konumu | Bağlantı Parçası<br>Genişliği | Çatlaklı/<br>Çatlaksız | Bağlantı Parçası<br>Uzunluğu |        |  |
|-------|-------|-------|----------------------------|-------------------------------|------------------------|------------------------------|--------|--|
| d     | b     | а     | 40                         |                               |                        |                              |        |  |
| ٩     | Ь     | а     | 100                        | 10                            |                        |                              |        |  |
| ٩     | с     | а     | 145                        |                               |                        |                              |        |  |
| ٩     | b     | а     | 40                         |                               | ç                      |                              |        |  |
| ٩     | b     | а     | 100                        | 20                            | atlaks                 |                              |        |  |
| ٩     | с     | а     | 145                        |                               | z                      |                              |        |  |
| d     | Ь     | а     | 40                         |                               |                        |                              |        |  |
| d     | b     | а     | 100                        | 45                            |                        |                              |        |  |
| β     | с     | а     | 145                        |                               |                        | 10                           |        |  |
| f1    | Ь     | а     | 40                         |                               |                        |                              |        |  |
| -     | Ь     | а     | 100                        | 10                            |                        |                              |        |  |
| -     | с     | а     | 145                        |                               |                        |                              |        |  |
| -     | ь     | a     | 40                         |                               | ÷                      |                              |        |  |
| ~     | ь     | a     | 100                        | 20                            | 20                     | 20                           | atlakl |  |
| d1    | с     | a     | 145                        |                               | _                      |                              |        |  |
| f1    | Ь     | a     | 40                         |                               |                        |                              |        |  |
| ~     | Ь     | a     | 100                        | 45                            |                        |                              |        |  |
| ~     | с     | a     | 145                        |                               |                        |                              |        |  |

\*Gösterilen tüm mod şekilleri kanat açısı 0° için yapılan analizlerde görülen mod şekilleridir.

## Yapay sinir ağları kullanarak helisel dişli kutusundaki oyukçuk hata seviyelerinin tespiti

| B. Hızarcı <sup>a</sup>  | R.C. Ümütlü <sup>b</sup> | H. Öztürk <sup>c</sup>   | Z. Kıral <sup>d</sup>    |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Dokuz Eylül Üniversitesi | Dokuz Eylül Üniversitesi | Dokuz Eylül Üniversitesi | Dokuz Eylül Üniversitesi |
| Mekatronik Mühendisliği  | Mekatronik Mühendisliği  | Makina Mühendisliği      | Makina Mühendisliği      |
| İzmir                    | İzmir                    | İzmir                    | İzmir                    |

Özet—Dişli kutuların amacı, dönme hareketinin veya güç iletiminin bir milden diğerine istenilen oranda ve yüksek bir verimlilikte aktarmaktır. Dişli sistemlerinde bir arıza yoksa istenilen bu özellikler yerine getirilmektedir. Herhangi bir dişli arızası meydana geldiğinde örneğin oyukçuk, aşınma, diş kırılması, gibi dişli çarkların performansı kötüleşmektedir. Dolayısıyla, hareket ve güç iletimi istendiği şekilde aktarılamaz. Sonuç olarak, makinanın çalışmasını durduran ciddi hataların oluşması kaçınılmaz olur. Bu makale, yapay sinir ağları (YSA) ve titreşim analizi kullanarak bir helis dişli kutusundaki yerel oyukçuk hasarlarının hata seviyelerinin tespitine odaklanmaktadır. Bu çalışma için, deney sistemi oluşturulmuş, titreşim verisinin alınması için çeşitli donanımlar kullanılmıştır. Helis dişlisi üzerine gerçeğe yakın oyukçuk hataları oluşturulmuştur. Dişli kutusu titreşimleri ivmeölçer ile alınarak zaman uzayı ve frekans bölgesindeki davranışları incelenmiştir. Avrıca, titreşim sinyallerinin frekans bölgesindeki istatistiksel parametreleri, çok sınıflı tanıma için YSA sınıflandırıcıya bir girdi olarak kullanılmıştır.

Anahtar kelimeler: helis dişli, oyukçuk hatası, titreşim analizi, yapay sinir ağları

Abstract—The purpose of the gearboxes is to transfer the rotation or power transmission from one shaft to another in the desired ratio and at a high efficiency. These features are fulfilled if there is no fault in the gear systems. When any gear fault such as, pitting, abrasion, tooth breakage, etc., occurs, the performance of gear wheels deteriorates. Therefore, movement and power transmission can not be transmitted as desired. As a result, it is inevitable that serious mistakes will be made to stop the machine's operation. This paper focuses on the detection of error levels of local pitting damage in a helical gear box using artificial neural networks (ANN) and vibration analysis. For this study, an experimental system is set up and various equipment is utilized to acquire the vibration data. Pitting faults that are close to reality were created on the helical gear. The vibrations of the gearbox are taken with the aid of accelerometers and their behaviours in time and frequency domain is investigated. In addition, statistical parameters of vibration signals in frequency domain are used as an input to the ANN classifier for multi-class recognition. Keywords: Helical gear, pitting fault, vibration analysis, artificial neural networks

#### I. Giriş

Maliyet ve duruş sürelerinin azaltılması açısından mekanik sistemlerin bakımı, endüstride önem verilen bir konudur. Cünkü önceden tespit edilemeyen hatalar giderek büyük bir üretim kaybına, makine parçalarının zarar görmesine, plansız durmalara ve insan hayatının zarar görmesine neden olabilir. Bu sebeple, bir işletme çalışmasını kurulu düzeninin aralıksız olarak sürdürebilmesi için çeşitli bakım yöntemleri kullanır. Bakım stratejileri plansız bakım ve planlı bakım olarak iki ana grupta incelenebilir. Plansız bakımda makine elemanlarında arıza çıktıkça bakım onarım yapılması amaçlanmaktadır. Fakat bu bakım çeşidi, onarım sırasında üretim kaybına neden olur. Bu nedenle günümüzde plansız bakım yerini planlı bakıma bırakmıştır. Planlı bakım ise periyodik bakım ve kestirimci bakım olarak iki alt gruba ayrılır. Periyodik bakım yönteminde, önceden belirlenen bir zaman periyodunda makine parçalarının bakım ve onarımı yapılırken, kestirimci bakım yönteminde ise makinelerin durumlarının anlık incelenmesi ve oluşabilecek arızaların erken teşhisi amaçlanmaktadır. Kestirimci bakım, en yüksek verimi almak ve bakımdan kaynaklanan üretim kayıplarını en aza indirmek için kullanılan yöntemdir. Bu yöntemde, üretim durdurulmadan sensör teknolojileri yardımıyla sistemdeki makine elemanlarının durumları hakkında veriler alınır ve bu verilerin zamanla değişimi incelenerek olusabilecek arızalar tespit edilir. Etkili bir kestirimci bakım maliyeti, üretimin durmasına sebep olan büyük arızaların maliyetinden daha küçüktür. Kestirimci bakımın benimsendiği uygulamalarda ortalama arıza bakım ve yedek parça maliyetlerinde %27, periyodik bakım maliyetlerinde %74, toplam duruş sürelerinde %40 azalma görülmüştür [1].

Makine elemanlarının içinde mekanik güç iletim sistemleri, endüstriyel uygulamalar için büyük önem taşımaktadır. Dişli kutusu, mekanik güç iletim sistemleri arasında en yaygın kullanılan ekipmanlardan biridir. Dişli

<sup>&</sup>lt;sup>a</sup>berkan.hizarci@deu.edu.tr

<sup>&</sup>lt;sup>b</sup>rafet.umutlu@deu.edu.tr

hasan.ozturk@deu.edu.tr

<sup>&</sup>lt;sup>d</sup>zeki.kiral@deu.edu.tr

sistemleri, bir milden diğerine istenilen oranlarda ve yüksek verimde dönüş veya güç iletimini aktarmak için kullanılır. Dişlilerde bir arıza yoksa bu faktörler verimli bir şekilde başarılabilir. Dişli çark yüzeyleri, dişlilerin çalışması sırasında hem yuvarlanma hem de kayma hareketlerine maruz kalmaktadır. Belirli sayıda çalışma döngüsünden sonra, dişli çark yüzey temas gerilimi dişli malzemesinin yorulma limitini aşarsa bir yüzey hatası oluşur. Bir dişli sisteminde diş yüzey kusurları oluştuğunda (örneğin, oyukçuk, aşınma, çatlak, yorulma, dişli kırılması vb.) dişlilerin performansı bozulur. Dişli kutusundaki her dişin yüzeyine düşen yük, şok veya çevrimsel yük değişimi nedeniyle de artabilir ve sonuç olarak aynı dişli çark üzerindeki bazı dişler, dişli kutusu kapasitesinden daha yüksek bir yüke maruz kalabilir. Bu gibi dayanılıklılık seviyesinden daha yüksek bir yükün, diş yüzeyi üzerine geldiği durumlarda, yüzeyde zamanla bir çukur oluşma hatasının ortaya çıktığı gözlemlenmiştir [2]. Bu oyukçuk hataları endüstride kullanılan disli kutularında sıklıkla görülmektedir. Özellikle yüksek momentin gerekli olduğu endüstri iş makinelerinde kullanılan dişli kutularında, dişli kutusunun karşıladığı karşı yükün ani değişimleri nedeniyle diş üzerinde oyukçuk hataları zamanla kendini gösterir. Bu oyukçuk hataları nedeniyle, hareket ve güç istenilen şekilde aktarılmaz. Sonuç olarak, ciddi arızaların oluşması kaçınılmaz olur. Dişli ile ilgili arızalar dişli kutularında görülen tüm arızaların %60'ını oluşturmaktadır, ayrıca disli kutularında görülen arızaların %24'ü de etkisiz bakım işleminden kaynaklanmaktadır [2]. Dolayısıyla, dişli durumunun denetlenmesi arızaları azaltmak ve üretim sürecinin kalıcılığını sağlamak için büyük önem taşır.

Literatürde, farklı diş arızalarının teşhisi ve arıza seviye tespiti üzerine çok fazla çalışma yapılmıştır. Dişli kutularda meydana gelen tipik diş arızaları kaynak [3, 4]'de verilmiştir. Literatürde, matematiksel model ve analiz programları kullanılarak incelenen makine elemanlarının arıza tespiti çalışmalarının yanında [5], deneysel calısmalar ile cesitli arızalarının incelenmesi ve tespiti konusunda da çalışmalar vardır. Dalpiaz ve ark. [6], 2 kademeli düz dişli sisteminde meydana gelen yerel yorulma çatlakların tespiti üzerinde deneysel çalışmıştır. Wang [7], 1983 yılında ana güç aktarım organı olan düz dişli kutusunun giriş pinyon dişlisinde meydana gelen yorulma çatlağı nedeniyle arızalanıp düşen Wessex helikopterin titreşim verisi üzerine çalışmıştır. Das ve ark. [8], bir elektrik santralinin acil durum güç kaynağı sisteminde bulunan dizel jeneratörü çalıştıran hava motorunun bir parçası olan bir pinyon dişlinin aşınma ve oyulma arızasını incelemişlerdir. Baydar ve ark. [9] iki kademeli helis dişli için yerel dişli kırılmasını pinyon dişliye uygulamış, titreşim verilerini kullanarak oluşturdukları bu yapay hatayı tespit etmeye çalışmışlardır.

Titreşim analizi, diş arızalarının tespitinde ve seviyelerinin ölçülmesinde en çok kullanılan kestirimci bakım yöntemlerinden biridir. Dişli kutuları, diş arızaları meydana geldiğinde, bu arıza ile ilgili belirli uyarı sinyalleri verirler. En iyi uyarı sinyalini dişli kutularının titreșimi verir. Bu sebeple, dișli kutularıyla ilgili literatürde çok çeşitli çalışmalar bulmak mümkündür. Dişli hata tespitinde titreşim analizi için kullanılan sinyal işleme yöntemleri zaman bölgesi analizi, frekans bölgesi analizi ve zaman-frekans bölgesi analizi şeklinde sınıflandırılabilir. McFadden [10], zaman bölgesi ortalama yöntemi ve zaman bölgesi istatistiksel parametrelerini kullanarak diş eşleşme titreşimlerinden dişli hatalarını erken teşhis etmeyi başarmıştır. White [11], yaptığı çalışmada hem zaman bölgesi analizini hem de frekans bölgesi analizini kullanmıştır. Zaman ve frekans bölgesi analizi daha geleneksel vöntemler olup, son zamanlarda dalgacık dönüşümü, kısa zamanlı fourier dönüşümü gibi sinyal işleme yöntemleri kullanılarak yapılan zaman-frekans bölgesi analizi yenilikçi bir etki göstermektedir. Wang ve ark. [12], dişli titreşim sinyallerinin zaman-frekans dağılımını araştırmış, zamanfrekans dağılımının incelenmesinin dişlide oluşan yerel hataların erken tespitinde güçlü bir yöntem olduğunu söylemişlerdir. Özturk [13], yaptığı çalışmada iki kademeli endüstriyel helis dişli kutusunda oyukçuk arızası oluşması durumunu incelemiş, dişli kutusunundan alınan titreşim sinyalerine enerji yoğunluğu fonksiyonunun düşük mertebeden frekans momentleri yöntemini kullanarak oyukçuk arızasının erken teşhisi üzerine calışmıştır.

Mekaniksel arızaların tespiti ve sevivelerin ölçülmesinde yapay sinir ağları, bulanık mantık, genetik algoritmalar, destek vektör makineleri gibi sınıflandırma yöntemleri son yıllarda önem kazanmaktadır. Bu yöntemler yardımıyla, makinenin durumunun yorumlanması mümkündür. Literatürde bu konuda yapılan çalışmalarda, Samantha [14], dişli arızalarının tespiti için yapay sinir ağları ve genetik algoritma yardımlı destek vektör makinelerinden yararlanmıştır. Normal ve hatalı dişli kutusunun titreşim sinyallerinin istatistiksel verilerini kullanarak olusturduğu yapay sinir ağları ve destek vektör makineleri ağını önce örnek veriler ile eğiterek genelleme yapabilecek yeteneğe kavuşturmuştur. Sonra benzer yeni veri setiyle test uygulanmış ve çıktı setlerini elde etmiştir. Sonucunda, iki sınıflandırma yöntemi de %100 doğrulukla hatalı ile hatasız dişli kutularını birbirinden ayırt edebilmiştir. Kang ve ark. [15] dişli kutusunda oluşturdukları yapay arızaların tespitinde hem YSA hem de Bayesian ağı kullanıp, bunların doğruluklarını ve cevap sürelerini karşılaştırmışlardır. Jia-li ve ark. [16], dişli arızaları için dört zaman bölgesi ve üç frekans bölgesi parametresini geri yayılımlı YSA kullanarak sınıflandırmayı başarmıştır.

Bu çalışmada, helis dişlilerde yapay olarak oluşturulmuş yerel oyukçuk hatasının YSA ile sınıflandırılması amaçlanmaktadır. Titreşim analizi olarak hem zaman bölgesi analizi hem de frekans bölgesi

analizi kullanılmıştır. Titreşim verisinin zaman bölgesinde ve frekans bölgesinde belirlenen istatistiksel parametreleri hesaplanmış, hata ile değişimi incelenmiştir. Ayrıca frekans bölgesi analizi ile frekans spektrumunda hatanın etkileri gözlemlenmiştir. Son olarak, titreşim sinyallerinin frekans bölgesinin istatistiksel parametreleri, çok sınıflı tanıma için geri yayılımlı YSA sınıflandırıcıya bir girdi olarak kullanıldı. YSA yardımıyla sağlıklı, arızalı ve şiddetli arızalı dişli kutusunun tespiti için sınıflandırma yapılmıştır.

#### II. Uygulanan Titreşim Analizi Yöntemleri

A. İstatistiksel parametreler

İstatistiksel parametreler en temel hata tespit yöntemlerinden biridir. Makine elemanlarında herhangi bir arıza meydana geldiğinde yapılar genellikle daha yüksek genlikler ile titreşir. Böylelikle titreşim sinyallerinin istatistiksel değerleri olağan durumlarından saparlar.

Bu analiz yönteminde, dişli titreşim sinyallerinin genlik bilgileri kullanılarak istatistiksel parametreleri çıkarılır. Daha önce yapılan çalışmalarda, genellikle titreşim sinyalinin zaman bölgesinin istatistiksel parametreleri kullanılırken, bu çalışmada aynı zamanda frekans bölgesinin de istatistiksel parametreleri incelenmiştir. Kullanılan istatistiksel parametreler ve tanımları Tablo 1'de verilmiştir.

| İstatistiksel Parametre | Tanım  | Formül   |  |
|-------------------------|--|--|--|
| Aritmetik ortalama      | sinyalin merkezi değerini ölçer.                                 | $\overline{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_i$                                      |  |
| Standart sapma          | sinyalin merkez değer etrafında<br>yayılımını ölçer.             | $\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (x_i - \bar{x})^2}$                       |  |
| Karekök ortalama (RMS)  | sinyalin zaman içerisinde gösterdiği<br>ortalama değişimi ölçer. | $Rms(x) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_i^2}$                                   |  |
| Kurtosis                | sinyalin dördüncü momentini<br>hesaplar.                         | $Kr(x) = \frac{\left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{Nn} (x_i - \bar{x})^4\right]}{\sigma^4}$ |  |

TABLO 1. İstatistiksel parametreler, tanımlar ve formülleri

#### B. Frekans bölgesi analizi

Titreşim sinyalinin spektrum analizi, dişli kutusunda meydana gelen hatanın tespiti ve teşhisi için kullanılan en yaygın yöntemdir. Frekans spektrumu kullanılarak yapılan arıza tespitinin esası, o makinadan değişik zamanlarda alınan spektrumların, sistemin ilk işletmeye alınması sırasında referans olarak elde edilen spektrumu ile karşılaştırılması ve varsa farklılıkların tespit edilmesi esasına dayanmaktadır [17]. Hatasız bir dişli kutusundan alınan titreşimlerin frekans spektrumunda genellikle diş eşleşme frekansında ve bunun tamsayı katlarında yüksek genlikler görülür. Diş eşleşme frekansı, şu şekilde ifade edilir:

$$F_m = N_i \times F_i \tag{1}$$

Burada,  $F_m$  diş eşleşme frekansı,  $N_i$  dişli üzerindeki diş sayısı,  $F_i$  dişlinin dönüş frekansıdır. Dişlilerde meydana gelen yüzey hatalarında, kontak bölgesine giren hatalı diş ani ve farklı bir çarpışmaya neden olacaktır. Oluşan bu farklı çarpışma diş eşleşme frekansında var olan referans genliğin artmasına veya harmoniklerinin oluşmasına neden olur. Böylelikle, diş yüzeyinde meydana gelen arıza, diş eşleşme frekansındaki artış sayesinde tespit edilir. Bu teknikte, zaman alanındaki titreşim sinyali ayrık Fourier dönüşümü (AFD) algoritması kullanılarak frekans alanına dönüştürülür. Ayrık Fourier dönüşümü aşağıdaki formülle ifade edilir:

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \times e^{-\frac{i2\pi}{N}kn}$$
(2)

Burada, N örnek sayısı, n ayrık zaman indeksi, k ayrık frekans indeksi ve k = 0, 1, 2, ..., N-1'dir.

#### C. Yapay sinir ağları

Yapay sinir ağları (YSA) örneklerle öğrenen ve meydana gelen olaylarda bu geçmiş deneyimlerinden çıkarım yaparak benzer tepkiler veren bilgisayar sistemleridir. Hayatın her alanında çokça karşılaştığımız yapay sinir ağları yöntemi, bu çalışmada dişli sisteminde arıza meydana geldiğinde bunun çok çabuk şekilde, insan ihtiyacı olmaksızın teşhis edilmesi amacıyla kullanılmıştır. Böylelikle yapay sinir ağları yöntemi, mekanik arıza daha kötü sonuçlara neden olmadan önce gerekli önlemleri alınmasına imkân sağlar.

Bu çalışmada bir öğretmenli öğrenme algoritması olan geri yayılım algoritması kullanılmıştır. Geri yayılım

algoritması, YSA'larda arıza teşhisi için en yaygın olarak kullanılan algoritmadır. Ağ Matlab® ortamında oluşturulmuştur. Ağımızın eğitim algoritması Levenberg-Marquardt olarak belirlenmiştir. Geri yayılımlı YSA bir giriş, bir gizli ve bir çıktı olmak üzere üç katmandan olusmaktadır. Giriş katmanındaki düğüm sayısı bu ağ için istatistiksel parametre sayısına eşittir. Bu çalışmada, dişli titreşim sinyalinin zaman ve frekans bölgesinden dörder istatistiksel parametre hesaplanmış, fakat sadece frekans uzayının istatiksel parametreleri ağ için bir girdi olarak kullanılmıştır. Literatürde zaman uzayının istatistiksel parametrelerini kullanarak yapılan YSA ile arıza teşhisi çalışmalarından farklı olması amacıyla, frekans bölgesinin istatistiksel parametreleri kullanılmıştır. Gizli katmandaki nöronların sayısı Kolmogorov Teorem'i kullanılarak belirlenmiştir. Bu teoreme göre eğer giriş katmanı n tane düğüm içeriyorsa, gizli katmanlarda 2n + 1 düğüm bulunmalıdır [16]. Gizli katmandaki düğüm sayısı dokuz ve çıktı katmanı tek düğüm olarak belirlenmiş ağ yapısı Şekil 1'de gösterildiği gibidir.



Çıkış katmanındaki hedef değerleri dişli kutusunun üç farklı fiziksel durumunu temsil edecek şekilde sırasıyla, sağlıklı, arızalı ve şiddetli arızalı için 0, 0.5 ve 1 olarak belirlenmiştir. Dişli kutusu üzerinden alınan titreşim verileri üç farklı durum için de eşit sayıda örnek içermektedir. Ağı eğitmek için veriler rastgele iki gruba ayrılır; ilk grup ağ eğitimi için kullanılırken ikincisi grup ağın performansını test etmek için kullanılırken ikincisi grup ağın performansını test etmek için kullanılırkır. Tansig ve purelin'in fonksiyonları sırasıyla gizli katmanda ve çıktı katmanında aktivasyon fonksiyonu olarak kullanılmıştır. Bu çalışmada, ortalama karesel hata (MSE) 10<sup>-7</sup>'ye ayarlanmış ve maksimum çevrim sayısı 500 olarak kabul edilmiştir. Ağın başlangıç ağırlıkları Matlab® tarafından rasgele oluşturulmuştur [18].

#### III. Deney Düzeneği

Bölgesel oyukçuk hatalarının izlenmesi ve hataların tespiti için yapılan testlerde Şekil 2'de gösterilen iki kademeli endüstriyel helis dişli kutusu kullanılmıştır. Sistemde sürücü olarak 2.2 KW AC motor ve direnc olarak 2.2 KW DC yük jeneratörü mevcuttur. AC motor ve DC jeneratör, Şekil 2'de görüldüğü gibi, yanlış hizalanmaların istenmeyen etkilerinden kurtulmak için kayış kasnak mekanizmalarıyla bağlanmıştır. Şekil 3'de görüldüğü gibi, motorlar ve dişli kutusu dengelenmiş bir şasi üzerine monte edilmiştir. Yapıya, test düzeneğinden zemine veya tersine iletilen titreşimleri sönümlemek için yedi adet lastik ayak titreşim sönümleyici monte edilmiştir. İlk kademedeki tahrik pinyon dişlisi 29 diş ve karşılık dişlisi ise 40 dişten oluşmaktadır. İkinci kademedeki 13 dişe sahip olan çark, direkt olarak 40 dişliden tahrik edilmekte ve bu da 33 dişli karşılık dişlisini tahrik etmektedir.



Şekil. 2. Oyukçuk hatalarının tespiti için kullanılan dişli test düzeneğinin şematik gösterimi.



Şekil. 3. Oyukçuk hatalarının tespiti için kullanılan dişli test düzeneği.

Yapay olarak oluşturulmuş tüm yüzey oyukçukları, Şekil 4'de gösterildiği gibi bir elektro-erozyon makinesi kullanılarak ilk kademedeki 29 dişli tahrik pinyon dişlisinin dişlerinin bir kısmına yapılmıştır ve bu yüzey oyukçukları ilk aşamada arıza başlangıcı şeklinde oluşturulmuş, sonradan arıza şiddeti artacak şekilde dişliler üzerinde çoğaltılmıştır.



Şekil. 4. Elektro-erozyon makinesi kullanarak dişli diş yüzeylerinde oyukçuk oluşumu

İlk olarak, çapı ve derinliği sırasıyla yaklaşık 0,7 mm ve 0,1 mm olan oyukçuklar belirlenen dişli yüzeylerinde oluşturulmuştur. Şekil 5 (b)'de gösterildiği gibi, arızalı diş sayısı beş olarak belirlenmiş ve komşu dişlerde de ilave oyukçularlar oluşturulmuştur (yani, merkez dişde beş oyukçuk, bitişikteki iki dişlide üç oyukçuk ve diğer iki dişte birer oyukçuk). Arızanın gelişmesinin son aşamasında, Şekil 5 (c)'de gösterildiği gibi aynı dişli dişleri üzerinde oyukçuk sayısı ikiye katlanmıştır. Diş yüzeylerinin çok sayıda oyukçuklarla kaplı olduğu görülebilir.



Şekil. 5. Elektro-erozton ile oluşturulmuş bölgesel oyukçuklar

Dişli kutusundaki titreşim verisinin ölçülmesi amacıyla, PCB marka 352A76 serisi ivmeölçer kullanılmıştır. Bu ivmeölçer, 5-16000 Hz'lik bir bant genişliğine, 9.77 mV/(m/s<sup>2</sup>) hassasiyete sahiptir. İvmeölçerden alınan titreşim sinyallerinin AC-DC kuplajı için PCB marka 480C02 serisi sinyal düzenleyici kullanılmıştır. İvmeölçer sistemden gelen analog titreşim sinyalleri NI marka 6036E serisi analog sayısal dönüştürücü aracılığıyla dijital olarak bilgisayara aktarılmış ve saklanmıştır. Ayrıca, pinyon dişlisinin şaftının her dönüşü için bir darbe sinyali üreten bir endüktif sensör yardımıyla, pinyon dişlisinin her tur periyodu ve böylelikle açısal dönüş hızı ölçülmüştür.

#### **IV. Deneysel Sonuçlar**

Test sırasında pinyon dişli hızı 2678 dev/dak'ya ayarlanmıştır. Titresim sinyalleri dişli kutusunun arızalı pinyon dişlisinin olduğu yerdeki rulman üzerinden düşey yönde alınmıştır. İvmeölçer sinyalleri ve pinyon dişlisinin dönüş hızını ölçmek için kullanılan indüktif sensörden gelen darbe sinyalleri 15 kHz'de örneklenmiştir. Ham titreşim verileri, 45 saniye boyunca ölçülmüştür. Elektriksel ve mekanik gürültüye sahip olabilen bazı sinyal bilesenlerini ortadan kaldırmak için ham titreşim sinyaline eşzamanlı ortalama yöntemi uygulanmıştır. Bu yöntem, sürekli tekrar eden sinyallerin özelliğini çıkarmak için çok kullanışlı bir yöntemdir. Yöntem, alınan titreşim verilerinin belirlenen zaman periyodunda ortalamasının alınması şeklinde uygulanır. Örneğin, dişli yüzeyinde oluşan bir arıza, o dişlinin her devrinde kendini tekrar göstereceğinden dişli devir periyoduna göre ortalama alınması arızanın etkisini daha görünür kılar. Eşzamanlı ortalama yönteminin formülü aşağıda verilmiştir.

$$x_{av} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} x(t + nT)$$
(3)

Burada, T ortalaması alınacak sinyalin periyodu, N ise örnek sayısıdır. Bu deney çalışması için elde edilen karakteristik frekanslar Tablo 2'de verilmiştir.

| Karakteristik frekanslar (Hz): |       |  |  |  |  |
|--------------------------------|-------|--|--|--|--|
| Pinyon dişli dönme             | 44.63 |  |  |  |  |
| frekansı ( $f_{\omega}$ ):     |       |  |  |  |  |
| İlk kademe için diş            | 1294  |  |  |  |  |
| eşleşme frekansı (1X):         |       |  |  |  |  |
| İkinci kademe için diş         | 420.7 |  |  |  |  |
| eşleşme frekansı (1Y):         |       |  |  |  |  |

TABLO 2. Deney için karakteristik frekanslar

Eşzamanlı ortalama yöntemi, ilk kademedeki tahrik pinyon dişlisine hata verildiğinden, bu dişlinin dönüş periyodu kullanılarak uygulanmıştır. Eşzamanlı ortalama yöntemi uygulanan titreşim sinyallerinin, zaman ve frekans uzayında hesaplanan dört istatistiksel parametresinin (ortalama, standart sapma, RMS ve kurtosis) hata büyüklüğü ile orantılı olarak değişimi Şekil 6'da gösterilmiştir.



Frekansın ortalama değeri, sağlıklıdan şiddetli arıza durumuna ilerledikçe doğrusal artış göstermektedir. Diğer taraftan, zaman uzayından elde edilen ortalama değere bakıldığında bir dalgalanma görülmektedir. Titreşim verileri yöne göre pozitif ve negatif bileşenlerden oluştuğu için özellikle zaman uzayı ortalama değeri genellikle yanıltıcı olmaktadır. Çünkü pozitif ve negatif değerler birbirini yok etmekte, bunun sonucunda tek bir değer bile önemli hale gelmektedir. Her koşul iki uzay için de standart sapma değerleri birbirlerine benzer sonuçlar vermektedir. Frekans uzayında RMS değeri Parseval teoremine göre hesaplandığı için hem zaman hem de frekans bölgesi için aynıdır [19] ve doğrusal bir artış göstermektedir. Kurtosis değeri hem frekans hem de zaman uzaylarında aydınlatıcı bir sonuç vermemekle beraber arıza durumlarına göre değişiklik göstermektedir.

Bu istatistiksel parametreler YSA'ya giriş olarak kullanılacağı için her arıza değeri için birbirinden farklı olmaları, ağımızın bu arızaları birbirinden ayırt edebilmesi için yeterlidir.

Şekil 7, oyukçuk arızasının ilerlemesi sırasında toplanan eş zamanlı ortalama yöntemi uygulanmış dişli titreşim sinyallerinin frekans spektrumlarını göstermektedir. Frekans spektrumlarında, dişli kutusunun ilk kademesi için diş eşleşme frekansının birinci (1X), ikinci (2X) ve dördüncü (4X) harmoniğinde yüksek genlikler görülmüştür. Frekans spektrumunda dişli kutusunun ikinci kademesi için diş eşleşme frekansı (1Y)'nin görülmemesinin sebebi, eşzamanlı ortalama yönteminin ilk kademeki pinyon dişlinin dönüş periyoduna göre uygulanmasıdır.





Ortalama dişli titreşim verilerinden elde edilen FFT sonuçlarının özellikle sağlıklı ve arıza durumlarının benzer olduğu görülmektedir. Fakat sağlıklı durumdan farklı olarak, ilk kademenin diş eşleşme frekansı (1X) ve ikinci harmoniği (2X) daha yüksek genliktedir. İlk oyukçuk arızası bu frekanstaki genliklerin yükselmesine neden olmuştur. Son şiddetli arızada ise, genliklerin frekans uzayında dağıldığı görülmüştür. Frekans spektrumunda, belirli frekanslardaki genliklerin dağılmasına arızanın büyüklüğü ve arızanın diğer komşu şiddetli yayılmasından dişlere de olarak kaynaklanmaktadır. Efektif bir kestirimci bakım çalışmasındaki amaç, arızayı bu noktaya gelmeden tespit etmek olduğundan bu veriler büyük önem arz etmektedir.

Frekans uzayında elde edilmiş istatistiksel parametreler YSA girdi olarak verilmiştir. Açıkça görülebileceği gibi, zaman uzayı yerine frekans uzayında özellikle ortalama parametresinin arıza büyüklüğüne bağlı olan değişimi daha belirgin ve tahmin edilebilirdir. Buna bağlı olarak frekans parametrelerinin YSA'nın sınıflandırma başarısını artıracağı açıktır. Veriler 798 örnekten oluşmaktadır ve her biri eşzamanlı ortalama titreşim verilerinden elde edilmiştir. Titreşim verileri her biri 399 örnek içerecek şekilde rasgele iki parçaya ayrılmıştır. Birinci parça, ağ eğitiminde kullanılırken ikinci parça, ağın performansını belirlemek için uygulanmaktadır ve test aşamasında YSA'ya giriş olarak verilmiştir. Eğitim, Şekil 8'de gösterildiği gibi, 54 iterasyonda sonlanmış ve ortalama karesel hata 4.8828e<sup>-8</sup> olarak oluşmuştur.







Şekil. 9. Hedeflenen ve elde edilen YSA çıktıları

Şekil 9, YSA'nin hem hedeflenen çıktılarını hem de elde edilen çıktılarını göstermektedir. YSA'nin bu çalışma için; sağlıklı, arızalı ve şiddetli arızalı helisel dişli

kutusunu % 99.75'lik sınıflandırma başarıyla ayırt edebilmiştir.

#### V. Sonuçlar

Bu çalışmada, oyukcuk arızası teşhisi için ilk olarak helis dişlilerin titreşim sinyallerinin zaman ve frekans alanlarındaki istatistiksel özellikleri karşılaştırılmıştır. Bu karşılaştırmada RMS istatistik parametresinin doğrusal artışı göze çarpmaktadır. Daha sonra, frekans bölgesi analizi yapılmış, frekans spektrumları çıkarılan tüm durumlar kıyaslanarak incelenmiştir. Sağlıklı durumdan arızalı duruma geçişte beklenildiği gibi diş eşleşme frekansı ve ikinci harmoniğinin genliği yükselmiştir. Şiddetli arızada ise, oyukçuk hatası diğer dişlere şiddetli yayıldığından frekans spektrumunda da bir yayılım görülmüştür. Son olarak, frekans bölgesinin istatistiksel parametreleri, helis dişli kutusunda meydana gelen arıza seviyesinin sınıflandırılması için ağa girdi olarak verilmiştir. Geri yayılım algoritması kullanılarak oluşturulan YSA, arızaları %99.75'lik başarıyla sınıflandırmıştır. Bu çalışma, helis dişli kutusunun durumunun izlenmesi, oyukçuk arızasının dişli kutusunun titreșimine etkisininin titreșim analiz yöntemleriyle incelenmesi ve yapay sinir ağları ile arıza seviye tespitinde başarılı sonuçlar vermiştir.

#### Kaynakça

- Kalyoncu, M. Titreşim analizi ile makine elemanları arızalarının belirlenmesi. Mühendis ve Makina, Cilt: 47, Sayı: 552.
- [2] Öztürk, H. Gearbox health monitoring and fault detection using vibration analysis. Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir, Türkiye.
- [3] Höhn, B-R. ve Michaelis, K. Influence of oil temperature on gear failures. Tribology International 37 (2004) 103–109
- [4] Shipley, E.E. (1967). Gear failures (1st ed.). Cleveland, Ohio: Penton Publishing Co.
- [5] Kıral, Z. ve Karagülle, H. Vibration Analysis of Rolling Element Bearings with Various Defects Under The Action of an Unbalanced Force. Mechanical Systems and Signal Processing, Elsevier, 2006, 20/8, p. 1967-1991.
- [6] Dalpiaz, G., Rivola, A., ve Rubini, R. Effectiveness and sensitivity of vibration processing techniques for local fault detection in gears. Mechanical Systems and Signal Processing 14(3), 387–412.
- [7] Wang, W. Early detection of gear tooth cracking using the resonance demodulation technique. Mechanical Systems and Signal Processing (2001) 15(5), 887-903.
- [8] Das, C.R., Albert, S.K., Bhaduri, A.K., ve Ray, S.K. Failure analysis of a pinion. Engineering Failure Analysis 12 (2005) 287–298.
  [9] Baydar, N. Ve Ball, A. Detection of gear deterioration under
- [9] Baydar, N. Ve Ball, A. Detection of gear deterioration under varying load conditions by using the instantaneous power spectrum. Mechanical Systems and Signal Processing 14(6), 907–921.
- [10] McFadden, P-D. Examination of a technique for the early detection of failure in gears by signal processing of the time domain average of the meshing vibration. Mechanical Systems and Signal Processing 1(2), 173–183
- [11] White, M. F. Simulation and analysis of machinery fault signals. Journal of Sound and Vibration 93(1), 95–116.
- [12] Wang, W. J. ve McFadden, P. D. Early detection of gear failure by vibration analysis-I: Calculation of time-frequency distribution. Mechanical Systems and Signal Processing 7(3), 193–203.
- [13] Ozturk, H., Sabuncu, M., ve Yesilyurt, I. Early detection of pitting damage in gears using mean frequency of scalogram. Journal of Vibration and Control, 14(4): 469–484, 2008.
- [14] Samantha, B. Gear fault detection using artificial neural networks and support vector machines with genetic algorithms. Mechanical Systems and Signal Processing 18 (2004) 625–644.

- [15] Kang, Y., Wang, C. C., Chang, Y. P., Hsueh, C. C., ve Chang, M. C. Certainty improvement in diagnosis of multiple faults by using versatile membership functions for fuzzy neural networks. Lecture Notes in Computer Science, 3973 370-375, 2006.
- [16] Jia-li T., Yi-jun L., ve Fang-sheng W. Levenberg-Marquardt neural network for gear fault diagnosis. International Conference on Networking and Digital Society, 2010.
- [17] Öztürk, H., Yesilyurt, D., ve Sabuncu, M. Dişli çark oyukçuk arızasının titreşim analizi ile tespiti. Makine Tek, 98: 72-79 ,2005.
- [18] Demuth, H. ve Beale, M. Neutral network toolbox for use with Matlab: user's guide" The Math Works, 1995.
- [19] Kaplan, W. Advanced calculus. 4th ed. Addison-Wesley, Reading, MA, 1992, 501.

# Fırçalı Doğru Akım Motorlarındaki Fırçanın Kalan Ömrünün Tespiti ve İzlenmesi

Ç. Kök \* İzmir Yüksek Teknoloji Enstitüsü İzmir A. Özdemir \*\* İzmir Yüksek Teknoloji Enstitüsü İzmir Z. Arıkan \*\*\* İzmir Yüksek Teknoloji Enstitüsü İzmir Ö. M. Tanrıyapısı<sup>†</sup> İzmir Yüksek Teknoloji Enstitüsü İzmir S. B. Çellek<sup>††</sup> İzmir Yüksek Teknoloji Enstitüsü İzmir S. Özdemir<sup>†††</sup> İzmir Yüksek Teknoloji Enstitüsü İzmir

Özet— Otomotiv endüstrisinde, alternatörler bulundurdukları firça vasıtasıyla aküyü sürekli bir bicimde beslemektedir. Bulundurduklari bu firca her ne kadar uzun ömürlü parçalar olsalar da, bittikleri zaman beklenmedik problemler yaratabilirler. Bu çalışmada ise, fırça ömrünün kontrol edilmesi ve bunun kullanıcıya basit bir LED sistemi ile bildirilmesi anlatılacaktır. Söz konusu LED sistemi karbon iletken boya ile desteklenebilir. Deneylerde gördüğümüz üzere, firçanın yayına bir aparat ile bağlanacak olan karbon boyalı elastik bant ile yay ve bant beraberce hareket edebilmektedir. Böylelikle karbon boyalı elastik bandın direnci ölçülür.

Anahtar kelimeler: fırça, doğru akım motoru, fırça ömrü, erken uyarı sistemi, durum gözleme, fırça sensörü

Abstract—In automotive industry, alternator provides the accumulator by using the brushes which transmits the current continuingly. However, even though brushes (carbons) are long-term parts when they finish, they can cause unexpected problems such as being stranded. This study deals with the controlling the brush life that informs the drivers with basic led system. This led system can be provided the carbon conductive paint. Experiments showed that the springs of brushes mounted a basic system which includes elastic band and holders which make spring and conductive painted elastic band movable simultaneously. Thus, the resistance of the conductive painted elastic was measured. Then resistance of spring was the same with the conductive painted elastic band.

Keywords: brush, DC motor, brush life, early warning system, condition monitoring, brush sensor

#### I. Giriş

Fırçalı doğru akım motorları günümüzde birçok endüstriyel alanda kullanılmaktadır. Fırçalı motorlar bu alanlar içerisinde en çok otomotiv endüstrisinde kullanılmaktadır. Şarj dinamosunun içerdiği fırça(kömür) akımı iletir ve aküyü besler. Fırçalı doğru akım motorları sarmalların yönünü değiştirmek için komütatör ve fırçayı kullanırlar. Rotor dönerken komütatör de dönmeye başlar ve fırçalar dönen komütatör yüzeyine temas eder. Böylelikle motorun sürekli dönmesi için gereken güç üretilmiş olur. Fırça ve kömürün yaptıkları iş onları aşınmaya karşı zayıf kılar. Fırçalar kullanılmaz duruma gelmeden yenileriyle değiştirilmezlerse bağlı oldukları tüm elektrik aksamına zarar verirler. Bu yüzden firça ömrünü gözlemlemek önemlidir. Fırça ömrünü bilmek için yapılan çalışmalar ve buna bağlı olarak alınmış patentler mevcuttur. Bunlardan bir tanesi U:S Pat. No. 4344072 numaralı patentte gösterilmiştir. Bu patentte fırça ömrünün kapasitif metot ile başarıldığı görülmektedir. [1] U.S. Pat. No. 472308 numaralı patentte fırça ömrünün gözlenmesi optik bir metotla gösterilmiştir. [2] U.S Pat. No. 4420705 numaralı patentte ise fırça ömrünün yüksek basınç iletkeniyle gözlemlenebileceği keşfedilmiştir. [3] Fırça aşınmasının fark edilebilmesi için yalıtkan bir yoklayıcı kullanılıp, firça tükenmeden bunun gözlemlenmesi ise U.S Pat. No. 4024525 numaralı patentte gösterilmiştir. [4] U.S Pat. No. 4316186 numaralı patentte de kablo kullanılmıştır ve

<sup>\*</sup> cagataykok@iyte.edu.tr

<sup>\*\*</sup> abdulkadirozdemir@std.iyte.edu.tr

<sup>\*\*\*</sup> zulfiyearikan@std.iyte.edu.tr

<sup>†</sup> ondertanriyapisi@iyte.edu.tr

<sup>&</sup>lt;sup>††</sup> sevencellek@iyte.edu.tr

<sup>\*\*\*</sup> serhanozdemir@iyte.edu.tr

rotordaki aşınmayı düşürmek için rotorun temas yüzeyi kayar kontak halindedir. [5] Bir başka patent olan U.S Pat. No. 5731650 de ise, firça aşınmasını gözlemlemek için fırça aşınma sensörü kullanılmıştır. Bu sensör, fırça aşınması gerçekleşinceye kadar fırçadan elektriksel olarak izole edilmiştir. Aşınma gerçekleşince sensör yay ile temas kurar ve firça ile elektriksel olarak izolasyon ortadan kalkmış olur. [6] U.S. Pat No. 4344009 numaralı patentte ise Reynolds sinyal devresi içeren bir sistem dizayn etmiştir. Bu sinyal devresi firça tutucunun üzerine monte edilmiş olup, sarmal bir yay ile fırçaya temas etmektedir ve onunla beraber hareket etmektedir. Bu çalışmada fırçanın durumu kontrol edilebilmektedir. [7] U.S. Pat No. 4348608 numaralı patentte, Michael, sarmal yay ve tutucudan oluşup firçaya göre relatif bir şekilde hareket eden sistem üzerinde çalışmıştır. Bu sistem sayesinde firça ömrünü gözlemleyebilmiştir. [8] Orton,

#### II. Fırçalar

Komütatör akımın yönünü değiştirmeye yarayan bir araçtır. Fırçalar ise; komütatör olarak anılan dönen halkalarla elektriksel olarak temas eden parçalardır. Günümüz motorlarında genellikle yay ile yüklenmiş fırçalar kullanılmaktadır. [11]

Karbon fırçaları, elektrik sisteminde iletken olarak yer alır ve mekanik kuvvet altında hareketli yüzeye temas eder. Karbon/grafit fırçaların en önemli özelliklerinden birisi iyi bir iletken olması, diğeri ise yağlama yapıp sürtünmeyi en aza indirip sistemi iyi bir şekilde çalıştırmasıdır. [12]

#### A. Fırça materyalleri

DA (doğru akım) makineleri fırçaları, ihtiyaca göre farklı malzemelerden yapılabilir. Genel olarak rastlanılan malzemeler karbon, grafit, metal grafit ya da karbon ve grafit karışımıdır. Bu malzemelerin seçilmesinin başlıca iki sebebi vardır; yüksek elektrik iletkenliklerine sahip olduklarından verimlidirler ve düşük sürtünme katsayılarına sahip oldukları için aşınmadan en az şekilde etkilenirler. [13] Fırçalar genellikle komütatörden daha yumuşak bir malzemeden üretilir. Bunun başlıca sebebi aşınmanın komütatörde değil, daha kolay değiştirilebilen fırça üzerinde oluşmasının istenmesidir.

Fırçaların sınıflandırılması içerdikleri karbon türüne, üretiminde kullanılan diğer materyallere ve üretim şekillerine bağlıdır. Beş ana fırça ailesi ise [14]:

- Karbon Grafit
- Elektrografit
- Grafit
- cagataykok@iyte.edu.tr

\*\*\* abdulkadirozdemir@std.iyte.edu.tr

- zulfiyearikan@std.iyte.edu.tr
- <sup>†</sup> ondertanriyapisi@iyte.edu.tr
  <sup>††</sup> sevencellek@iyte.edu.tr
- ttt serhanozdemir@iyte.edu.tr

U.S. Pat. No. 4488078 numaralı patentinde, firça aşınımı belirleyici sistemi üzerinde çalışmış olup, bu sistemde yaprak yay ve tutucu kullanmıştır. Yaprak yay tarafından doğal halinde tutulmaya çalışan firça üzerinde herhangi beklenmedik bir problem oluşursa aşınım belirleyici tarafından gösterilmektedir. [9] Son olarak U.S. Pat No. 6255955 numaralı patentte, Blaettner, içerisinde perçin bulunan bir firça tasarımına gitmiştir. Perçindeki beklenmedik bir voltaj değişimi uyarı sistemini harekete geçirmektedir. [10]

Bu çalışma, firçalı doğru akım motorlarındaki firça ömrünün belirlenmesinde en uygun yöntemin bulunmasını hedeflemektedir. Ek olarak, maliyet açısından verimli ve istenilen zamanlarda uyarı verebilen bir sistem bulmaktır. Dolayısıyla tüm mantıklı çözümler açıklanacaktır.

- Metal Grafitler
- Reçine Kaplı Grafitler

Karbon kömürlerinin parçaları Şekil-1'de görülebilir ve açıklamaları aşağıdaki gibidir. [12]



Şekil. 1. Karbon firçanın parçaları [12]

Eğim(Bevel): Fırçalar alttan veya üstten bir verev açısı ile üretilir. Bu açı 0-45 derece arasında değişebilir

Fırça yüzeyi (Brush face): Bu yüzey rotor ile teması gerçekleştiren yüzeydir. Söz konusu yüzeyin durumu fırça ömrünün bir göstergedir.

Kapak (Cap): Fırçanın baş kısmına sürgülenmiş kablolu ya da yaylı, büyük parçasıdır. Baş kapaması sürekli elektrik iletimini sağlamaktadır.

Baş(Head): Yayın sonunu sabit pozisyonda tutmayı sağlayan, fırçanın tepe noktasıdır. Genellikle yay ve baş kapama ile kullanılır.

Şönt(Shunt): Kablo

Terminal (Terminal): Karbon ile elektrik iletimini yapan durağan parçadır.

#### III. Sorunlar

Ana sorunlar firça ile komütatör arasındaki temasa dayalı sorunlardır. Komütatör ile firça arasındaki ara yüzey çok önemlidir. Bu ara yüzey bir film tabakası şeklindedir ve aynı zamanda yağlama tabakası işlevini görür. Bu tabakanın yok olması veya normalden daha kalın olması komütatörde veya firçada aşınmaya ve aynı zamanda ark oluşumuna sebep olur. [17]

Aşınma tarafından bakıldığında, materyalleri ilgilendiren iki farklı senaryo vardır. Kısa süreli kullanımlar düşünüldüğünde, iletkenliği arttırmak amacıyla karbon fırçaya metal karıştırılır. İletkenlik arttığı için fırça üzerindeki voltaj düşüşü azalır fakat bu metal ekleme işlemi fırçanın aşınmaya karşı olan direncini azaltır. Uzun süreli kullanımlar göz önüne alındığında ise, fırçanın ömrünü uzun tutabilmek için daha fazla karbon kullanılır. Bu işlem fırçayı aşırı aşınmadan kurtarır fakat fırça üzerindeki voltaj düşüşü artmış olur olur. [17]

Voltaj düşüşü firça üzerinde bir kayıp yaratır ve bu kayıp aşağıdaki denklem ile çıkarılır:

$$P_{BS} = V_{BS} I_{CC} \tag{1}$$

P<sub>BS</sub>: Fırça kaybı

V<sub>BS</sub>: Fırça üzerindeki voltaj düşüşü I<sub>CC</sub>: Komütatör devresindeki akım

Fırça kayıpları üç ana karakter göstermektedir [18]:

- Akım yoğunluğu, dönme hızı ve nem gibi parametrelere bağlıdır.
- Akım arttığında makine kaybı azalan bir trend sergilemektedir
- Hız arttığında, fırça ile komütatör arasındaki kayıp artan bir trend sergilemektedir

Fırçalı motorlar her ne kadar ucuz ve güvenilir olsalar da bazı problemleri vardır. Öncelikle yüksek tork değerlerine ulaşılamaz. Bunun sebebi ise; dönme hızı arttığı zaman komütatör ve fırça arasındaki sürtünme de artar, buna bağlı tork değeri de düşer. İkinci olarak, düşük hız aralıkları mevcuttur çünkü fırçalar limit koyar. Buna ek olarak, firçalar ark oluştururlar ve bu ark elektromanyetik girişime sebep olur. Bu girişim elektronik devrelere zarar verebilir. Son olarak, firçalar yüzünden periyodik bakıma

ihtiyaçları vardır. Ayrıca kullanım ömürleri az olduğu için sürekli gözlenmelidirler. [19]

#### IV. Önerilen Dizayn

Çalışmamız firça ömrünü izlemeye yöneliktir. Bu izleme temelde firça dizaynı, gerekli devre ve uyarı sistemine (LED, CANBUS) dayanmaktadır. Deneylerde gördüğümüz üzere, firça üzerindeki iletken boya ile kaplanmış olan yay normal halinde ve sıkışmış halde iken farklı direnç değerleri vermektedir. Bu yüzden boyanın direnç değerleri okunabilir. Eğer ki direnç-uzunluk kalibrasyonu yapılırsa bir önceki cümlede önerdiğimiz yöntem ile direnç ve uzunluk arasında bağ kurulabilir. Bu sağlandığında LED grubu ile firçanın anlık durumu ve kalan ömrü kullanıcıya bildirilebilir.

Ekibimiz Şekil-2'deki çözüm önerisi ile çıkagelmiştir. Çözüm karbon iletken boya deposu ile firçayı içeren bir piston-yay sistemidir. Karbon boya damlamasına karşın iki adet O-ring ile mühürlenmiştir. Piston, yay ile birlikte hareket etmektedir ve firça uzunluğu maksimum seviyedeyken karbon boyayı ittirmektedir. Zamanla kömür ömrü azaldıkça, piston yay ile birlikte hareket edip firçanın elektrik iletimine yardımcı olur. Şekil-3 ve Şekil-4 önerilen tasarımın detaylı teknik çizimini içermektedir.

Uyarı sistemi ise 4 adet LED'den oluşabilir. Dört renk farklı ömür durumlarını gösterebilir.

Bu basit sistem sayesinde farklı alanlarda kullanılmakta olan firçalı doğru akım motorları, daha ağır maliyetli hasarlara yol açmadan üzerlerindeki firçaları değiştirilebilir.



Şekil. 2. Tasarlanan piston-yay sisteminin teknik çizimi



Şekil. 3. Piston-yay sisteminin A-A kesiti

<sup>\*</sup> cagataykok@iyte.edu.tr

<sup>\*\*\*</sup> abdulkadirozdemir@std.iyte.edu.tr

<sup>\*\*\*</sup> zulfiyearikan@std.iyte.edu.tr † ondertanriyapisi@iyte.edu.tr

<sup>&</sup>lt;sup>††</sup> sevencellek@iyte.edu.tr

<sup>\*\*\*</sup> serhanozdemir@iyte.edu.tr



Sekil. 4. Piston-yay sisteminin 3B görüntüsü



Şekil. 5. Piston-yay sisteminin bağlı olduğu elektronik devresi

Şekil. 5.'te piston-yay mekanik sisteminin bağlı olduğu elektronik devre gösterilmektedir. Elektronik devre sekiz adet direnç, bir adet operasyonel kuvvetlendirici (LM741), bir adet 5V ve iki adet 12V güç kaynağı, bir adet mikrodenetleyici (PIC16F628A) ve 4 farklı renkte, ki bunlar; kırmızı sarı mavi ve yeşil, bulunmaktadır. Şekil. 5.'te RV1 ile gösterilen potansiyometre, karbon boya ile kaplanmış yaya denk gelmektedir. Karbon boya ile kaplı olan yayın ilk direnci R1 ile gösterilmiştir. R1 üzerinde bulunan potansiyel fark referans olarak alınmıştır. RV1'de gerçekleşen her değişim o noktadaki potansiyel farkı değiştirir ve bu değişen potansiyel fark operasyonel kuvvetlendiricinin faz çevirmeyen giriş ucuna gönderilir. RV1'deki oluşan yeni potansiyel fark, referans olarak alınan R1'deki potansiyel fark ile operasyonel kuvvetlendirici vasıtası ile karşılaştırılır. Bu karşılaştırma sonucunda ortaya çıkan portuna gönderilir. sinval 16F628A'nın Α Mikrodenetleyici içerisinde gerekli çevrimler ve kıyaslamalar yapıldıktan sonra her bir voltaj aralığı için belirlenen sinvaller mikrodenetlevicinin B portuna gönderilir. Her bir voltaj aralığı farklı renkteki ledin yanmasını sağlar ve kullanıcı bu sayede firçanın ömrü hakkında bilgilendirilir.

#### V. Sonuçlar

Endüstride fırçalar hala önemli bir rol oynamaktadır. Ekibimiz ucuz, basit fakat efektif bir gerçek zamanlı uyarı sistemi geliştirmeye odaklanmıştır.

Bahsi geçen sistem kullanıcıyı her an fırçanın kalan ömrü hakkında bilgilendirmektedir. Sistem basit bir LED grubu ile çalışabileceği gibi CAN bus gibi bir protokol üzerinden gerekli bilgiyi iletebilir. Bu çalışma yazarların yaptığı patent başvurusunun bir kısmını oluşturmaktadır. Yazarlar fırça ömrünün izlenmesinin fırçalı doğru akım ayrılmaz motorlarının bir parçası olduğunu düşünmektedir. Örneğin arabalarda kullanılan firçalı doğru akım motoru, aracın bataryasını beslemektedir. Bu motorda oluşacak bir sorun, fırçanın bitmesi gibi, araç tüm elektriği bataryadan kullanacaktır ve batarya şarj edilemediği için kısa sürede bitecek ve aracın tüm elektrik sistemi duracaktır. Günümüzde araçların çoğu elektronik sistemler ile kontrol edilmektedir. Yani elektrik sisteminin kesilmesi aracın fren sitemi, yakıt sistemi gibi birçok sistemini etkileyecektir. Bu durum hem aracın içindeki hem de aracın dışındaki insanlar için tehlike yaratacaktır.

Başka bir örnek ise üretim faaliyetleri. Üretim bantlarında otomasyon önemlidir. Yirmi birinci yüzyıl başlarında seri üretim firmalar için daha da önemli hale gelmiştir. Eğer ki üretim bandında bulunan fırçalı doğru akım motorları, fırça hatası yüzünden beklenmedik bir sorunla duraksarsa, bu durum firma için para kaybına ve üretimin aksamasına sebep olur.

#### Tesekkür

UMTS'nin sürekliliğini sağlayan tüm sempozyum düzenleyicileri ve katılımcılarına teşekkür ederiz.

#### Kaynakça

- [1] Harper, Jr., U.S. Pat. No: 4,344,072, WORN BRUSH INDICATOR, Dennis way, Las Vegas, Nev. 89121, Aug. 10, 1982 [2] Kenneth R. Reynolds, U.S. Pat. No: 4,723,084, LIGHT
- CONDUCTOR BRUSH WEAR DETECTOR ASSEMBLY, Erie, Pa., Feb. 2 1988
- [3] Dan W. Kimberlin, U.S. Pat. No. 4,420,705, CONTACT AND TERMINAL ASSEMBLY FOR A BRUSH WEAR INDICATOR, Erie, Pa., Dec. 13, 1983
- [4] Kenneth A. Baumgartner, U.S. Pat. No. 4,024,525, Br WEAR INDICATOR, Peoria, May 17, 1977
- [5] James A. Purdy, U.S. Pat. No. 4,316,186, Brush Wear Detection and Warning System, Sylvania, Ohio, Feb. 16, 1982
- [6] Walfried F. Scheucher, U.S. Pat. No.5,731,650, Dynamoelectric Machine with Brush Wear Sensor, Brook Park, Ohio, Mar. 24, 1998 [7] Kenneth R. Reynolds, North East, Pa., U.S. Pat. No.4,344,009,
- Brush Wear Indicator for a Dynamoelectric Machine Brush, North East, Pa., Aug. 10, 1982 [8] Richard N. Michael, U.S. Pat. No. 4,348,608, Brush Wear Indicator,
- McKean, Pa., Sep. 7, 1982

cagataykok@iyte.edu.tr

abdulkadirozdemir@std.iyte.edu.tr

zulfivearikan@std.ivte.edu.tr † ondertanriyapisi@iyte.edu.tr

sevencellek@iyte.edu.tr

ttt serhanozdemir@iyte.edu.tr

[9] Ronald C. Orton, U.S. Pat. No. 4,488,078, Brush Wear Detector, Erie, Pa., Dec. 11, 1984

[10] Haralt Edmund Blaettner, U.S. Pat. No. 6,255,955 B1, Brush Warning Indicator and Methods for Indicating Brush Wear Out, Fort Wayne IN (US), Jul. 3, 2001.

Wayne IN (US), Jul. 5, 2001.
[11] http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/magnetic/comtat.html, consulted 24 July 2016
[12] Helwig Carbon Products, Motor&Generator Brush Product Line Handbook, 2015, consulted 24 July 2016

[13] Chapman, Stephen J., (1999), Electric Machinery Fundamentals.

[13] Chapman, Stephen J., (1997), Electric Internet's Fundamentals.
 Boston: McGraw-Hill,
 [14] Morgan Am&T, How To Select Carbon Brushes For Motors And Generators Catalogue, 09/2009, consulted 25 July 2016
 [15] Morgan Advanced Materials, Carbon Brush & Holder Technical

Handbook Global Proof, consulted July 25,2016

[16] Helwig Carbon, Carbon Brushes Handbook, 10/2013, Accessed July 25,2016

[17] Toliyat, Hamid A and G. B Kliman., (2004), Handbook of Electric Motors. New York: Marcel Dekker, 2004.
[18] DC Motors, Speed Controls, Servo Systems. Oxford, Eng.: Pergamon Press, 1977. Print.

[19] http://electronicdesign.com/electromechanical/what-s-differencebetween-brush-dc-and-brushless-dc-motors consulted 2 September 2016

\* cagataykok@iyte.edu.tr \*\* abdulkadirozdemir@std.iyte.edu.tr \*\*\* zulfiyearikan@std.iyte.edu.tr \* ondertanriyapisi@iyte.edu.tr

<sup>††</sup> sevencellek@iyte.edu.tr <sup>†††</sup> serhanozdemir@iyte.edu.tr

# Matkap Geometrisinin Delme Performansina Etkisinin Gri İlişkisel Analizi İle Değerlendirilmesi

M. Yavuz<sup>a</sup> Çankırı Karatekin Üniversitesi Çankırı H. Gökçe<sup>b</sup> Tubitak-SAGE, Ankara F. Güngör<sup>c</sup> Marmara Üniversitesi İstanbul

#### Özet

geometrisinin Bu çalışmada; matkap delme performansına etkisini ortaya koymak için; en düşük ilerleme kuvveti, moment, yüzey pürüzlülüğü ve en iyi delik kalitesi çıktılarını sağlayan kesme parametreleri ve matkap geometrisi Gri İlişkisel Analizi (GİA) vöntemiyle belirlenmistir. Deneysel calısmalarda ticari olarak temin edilebilen yaygın iki takım geometrisi (Takım Geometrisi 1, Takım Geometrisi 2) ile geliştirilen özgün iki kanal geometrisine sahip (Takım Geometrisi 3, Takım Geometrisi 4) dört farklı geometride, 10 mm çapında, iki ağızlı, helisel, yekpare sementit karbür matkap, iş parçası malzemesi olarak da GGG 50 küresel grafitli dökme demir malzeme Deney deseni için dört seviyeli kullanılmıştır (matkabın geometrik formu, kesme hızı ve ilerleme miktarı) üç farklı kontrol faktörü ile Taguchi L16 ortogonal deney tertibi kullanılmıştır. GİA vöntemivle analiz edilen deneysel sonuçlar Microsoft Office Excel"de Anova Analizine göre hazırlanan tablolar ile değerlendirilerek optimum geometri ve optimum işleme şartları belirlenmiştir. İlerleme kuvveti, moment, girişçıkış yüzey pürüzlülükleri, çaptan sapma, silindiriklikten sapma ve diklikten sapma sonuçlarına göre optimum takım geometrisi özgün olarak tasarlanan Takım Geometrisi 4 olarak belirlenirken kesme hızı için 120 m/dak, ilerleme için ise 0.15mm/dev. optimum kesme parametreleri olarak tespit edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Delik Delme, Helisel Matkap, Matkap Geometrisi, GGG 50, Optimizasyon, Gri İlişkisel Analizi

a mehtapyavuz@karatekin.edu.tr b harungokce@yahoo.ca Ç. Yavaş<sup>d</sup> Karcan Kesici Takım Sanayi Eskişehir İ. Korkut<sup>e</sup> Gazi Üniversitesi Ankara U. ŞEKER<sup>f</sup> Gazi Üniversitesi Ankara

#### Abstract

In this study; To demonstrate the effect of drill geometry on drilling performance; Drill geometry and cutting parameters that provide the lowest thrust force, torque, surface roughness and the best hole quality outputs are determined by the Gray Relational Analysis (GIA) method. Experimental studies have used four different geometries, 10 mm diameter, two-spindle, helical, solid cementite carbide drill with original two-channel geometry (Tool Geometry 1, Tool Geometry 2) developed with common two-tool geometry (Tool Geometry 3, Tool Geometry 4) commercially available and GGG 50 spheroidal graphite cast iron material as workpiece material. The Taguchi L16 orthogonal test device was used for experiment design with three different control factors, four levels (geometric form of drill, cutting speed and feed).Experimental results analyzed by GIA method were evaluated with tables prepared according to Anova Analysis in Microsoft Office Excel and optimum geometry and optimum processing cutting were determined. The optimum tool geometry is originally designed Tool geometry number 4 and optimum cutting parameters are 120 m/min for cutting speed and 0.15 mm/rev. for feed according to the results of the thrust force, torque, input-output surface roughness, deviation from diameter, deviations from cylindricity and deviation from perpendicularity.

**Keywords:** Drilling, Twist Drill, Drill Geometry, GGG 50, Optimization, Grey Relational Analysis

#### 1. Giriş

Delik delme işlemi eski Mısır zamanlarından beri kullanılmasına rağmen, bu operasyonun verimliliğimi artırmak ve matkap ve delik delme maliyetini en aza indirmek için sürekli araştırma ve geliştirme çalışmalarına ihtiyaç duyulmuştur[1]. Geçtiğimiz yüzyıl boyunca, helisel matkaplar önemli ölçüde geliştirilmiş ve metal kesme sanayiinde önemli bir rol oynamıştır ve literatürde 200'den fazla çeşit helisel matkap ucu görülmüştür [2].

Talaşlı olarak delik delmede, delme performansını birçok faktör etkiler. Bunlardan biri de matkap geometrisidir. Matkap uç geometrisi ile buna bağlı olarak oluşturulan matkap kanal formları matkabın en kritik bölümüdür. Matkap geometrisini oluşturan parametrelerden birindeki en ufak bir değişiklik matkap performansını büyük ölçüde etkilemektedir. Dolayısıyla diğer kesici takım tipleri ile karşılaştırıldığında daha karmaşık bir yapıya sahip olan helisel matkap geometrisi tasarımı; düşük kesme kuvveti, aşınma direnci, burulma ve eğilme dayanımı, talaş tahliye yeteneği ve daha pek çok parametrenin tamamını bir arada değerlendirmeyi gerektirir [3].

Daha uzun takım ömrü ve istenilen kalitede üretimle hammadde israfini önlemek için, kesme performansı ve şartlarını optimize etme ihtiyacı ortaya çıkmıştır. Bunu gerçekleştirebilmek için, kesici takımların ömrüne tesir eden etkenler ile iş parçasının kalitesinin belirlenmesinde etkili olan etkenler bilim adamları tarafından araştırılmaktadır [4].

Talaşlı imalat operasyonları sırasında oluşan yüksek kesme sıcaklıkları ve buna bağlı olarak meydana gelen takım asınmaları sıklıkla karşılaşılan problemlerdir. Son yıllarda bu problemleri önlemek ve kesici takım performansını arttırmak amacıyla yeni teknolojiler üzerine çalışılmaktadır. Geliştirilen takım teknolojileri daha çok takım geometrisi, takım kaplaması ve takım malzemesi konusundadır. Bu özellikler imalat prosesini oldukça etkilemektedir. Fiyat performans avantajı karbür takımları farklı endüstrilerde en çok tercih edilen takım malzemesi haline getirmiştir. Günümüzde kesici takım endüstrisine hizmet eden firmaları birbirinden avıran temel faktör ise takım üretimi sırasında kullandıkları farklı üretim ve işlem teknikleridir. Bu sebeple aynı kesme koşullarında kullanılan farklı firmalara ait takımlar farklı performans sergilemektedirler. Bu takım performanslarının karşılaştırıldığı çalışmalarda karşılaştırma takım geometrisi, yüzey pürüzlülüğü, aşınma, sıcaklık ve kesme kuvvetleri farklarına bakılarak yapılmıştır [5].

Yapılan literatür araştırmasında farklı malzemeler üzerinde uygulanan delik delme işlemlerinde tork ve ilerleme kuvveti üzerinde matkap çapı, matkap uç biçimi ve kesme parametrelerinin etkilerinin değerlendirildiği, kolay talaş tahliyesi için birçok araştırma yapıldığı, tork ve ilerleme kuvvetini azaltmak için önemli bulgular veya tahminler elde edildiği görülmüştür. Delik delme işleminde helisel matkap uç geometrilerinin optimizasyonu araştırılmış ve özellikle matkap uç geometrisi, tork ve itme arasındaki ilişkiye bağlı olarak çeşitli matematiksel modeller geliştirilmiştir. Literatürde delme işlemi ve matakabın geometrik özellikleri arasındaki ilişkiyi, matematiksel açıdan tanımlayan ve açıklayan bilgisayar destekli çalışmalar da mevcuttur [3, 6-26].

Gri İliskisel Analiz (GİA), Gri Teori ana başlığı altında literatürde yerini almış bir karar verme ve analiz aracıdır. GIA farklı disiplinlerdeki araştırma alanlarında örneğin; havayolu trafigi konusunda tahmin ve buna dayalı olarak uçus frekanslarının belirlenmesinde [27], torna operasyonunun optimizasyonunda [28], firma gereksinimlerine en uygun makinenin seçilmesinde [29], illerin ve bölgelerin sosyo-ekonomik gelişmişlik sıralaması araştırmasında [30], çevre bilimlerinde [31], servis kalitesinin ölçümünde [32], çok yanıtlı performans karakteristiklerine sahip problemler için optimum parametre düzeylerinin belirlenmesinde [33], vazılım projelerinin değerlendirilmesinde ve tahmininde [34], iş parçası yüzey pürüzlülüğü ve çapak yüksekliğinin de dahil edildiği delik delme proses edilmesinde parametrelerinin optimize [35] kullanılmıştır.

Literatürde yer alan bu çalışmalar doğrultusunda bu çalışmada, yaygın kullanım alanına sahip ve pek çok önde gelen takım firmasına ait takımların zorlandığı ve yüksek aşınma/düşük ömür sergilediği GGG 50 malzemesinin delinmesi esnasında oluşabilecek problemlerin önüne geçilmesi ve delme performansının ve delik kalitesinin optimum seviyeye getirilmesi için en uygun kesme şartlarının ve matkap geometrisinin belirlenmesi amaçlanmıştır.

#### 2. MATERYAL ve METOT

#### 2.1. Gri İlişkisel Analizi Metodu

Bu çalısmada GİA yöntemi; birden fazla alternatifin birden fazla kriterin varlığında, değerlendirildigi bir problemde, her bir kriter için bir alternatifin tüm alternatifler arasında sahip olunabilecek en iyi alternatife olan yakınlığına bağlı olarak tüm kriterler için en iyi alternatifin seçilmesini sağlar.

GİA ile deney çalışmasının değerlendirilmesinde excel tabloları ile çözümler gerçekleştirilmiştir. 4 farklı matkap geometrisi, 4 farklı ilerleme ve 4 farklı kesme kuvveti arasından ilerleme kuvveti, moment, giriş yüzey pürüzlülüğü ve çıkış yüzey pürüzlülüğü ölçüm değerlerine göre en ideal takım geometrisi, ilerleme ve kesme hızının belirlenmesi sağlanmıştır. GİA Yöntemine göre yapılan değerlendirme aşağıda sırası ile anlatılmıştır [36]:

1. Adım: n uzunluğundaki referans seri aşağıdaki gibi olsun:

$$x_0 = (x_0(1), x_0(2), x_0(3), \dots, x_0(n))$$
(2.1)

2. Adım: Verilerin normalize edilmesi

Faktörlerin farklı kaynaklardan geldiği, farklı birimlerde ölcüldüğü düsünüldüğünde GİA'nın ilk adımı verilerin aynı birime dönüştürülmesidir. Ayrıca serinin çok geniş aralıklarda değerler aldığı durumlarda standartlaştırmayla verilerin küçük bir aralığa çekilmesinde de fayda vardır. Gri sistem teorisinde bu normalleştirme projesine "gri ilişkisel oluşum (grey relational generating)" adı verilmektedir. Verilerin normalizasyonunda en sık kullanılan yöntemlerden birisi lineer veri önişleme metodudur. Faktör serilerinin normalizasyonunda dikkat edilmesi gereken "daha yüksek daha iyi", "daha düşük daha iyi" ve "en ideal en iyi" kriterlerinden hangisinin serinin özelliğini yansıttığıdır. Örneğin serideki noktaların küçük değerler olması istenen bir özellik ise lineer normalizasyonda küçük değer alan noktalar normalizasyonda "1"' e yakın değerler alırken, büyük değer alan noktalar "0" 'a yakın değerler alacaktır[36].

"Daha yüksek daha iyi" durumunda normalizasyon eşlenik 2.2'deki gibidir [36]:

$$x_{i}(k) = \frac{x_{i}^{0}(k) - \min x_{i}^{0}(k)}{\max x_{i}^{0}(k) - \min x_{i}^{0}(k)}$$
(2.2)

 $x_i^0(k)$ , i serisi k. sıradaki orjinal değer,  $x_i(k)$ normalizasyon sonrası i. seri k. sıradaki değer, min  $x_i^0(k)$  i serisindeki minimum değer, max  $x_i^0(k)$  i serisindeki maksimum değerdir.

"Daha düşük daha iyi" için eşlenik 2.3'deki gibidir[36]:

$$x_{i}(k) = \frac{\max x_{i}^{0}(k) - x_{i}^{0}(k)}{\max x_{i}^{0}(k) - \min x_{i}^{0}(k)}$$
(2.3)

"Ideal değer daha iyi" için eşlenik 2.4'deki gibidir[36]:

$$x_{i}(k) = 1 - \frac{\left|x_{i}^{0}(k) - x^{0}\right|}{\max x_{i}^{0}(k) - x^{0}}$$
(2.2)

Burada  $x^0$  istenilen ideal değeri göstermektedir.

3. Adım:  $x_0$  serisi ile karşılaştırılacak m tane seri eşlenik 2.5'de tanımlanmış olsun.

 $x_i = (x_i(1), x_i(2), x_i(3), \dots, x_i(n)) i = 1, 2, \dots, m$  (2.3)

4. Adım: k, n uzunluğundaki serideki k. Sırayı göstersin.  $\varepsilon(x_0(k), x_i(k))$ , k. noktadaki gri ilişkisel katsayı olup eşlenik 2.6, 2.7, 2.8 ve 2.9'a göre hesaplanır.

$$\varepsilon(x_0(k), x_i(k)) = \frac{\Delta_{\min} + \xi \Delta_{\max}}{\Delta_{0i}(k) + \xi \Delta_{\max}}$$
(2.4)

$$\Delta_{0i}(k) = \left| x_0(k) - x_j(k) \right|$$
(2.5)

$$\Delta_{\min} = \min_{j} \min_{k} \left| x_0(k) - x_j(k) \right|$$
(2.6)

$$\Delta_{\max} = \max_{j} \max_{k} \left| x_0(k) - x_j(k) \right|$$
(2.7)

Ve  $\xi \in (0,1)$  arasındaki bir katsayıdır. j=1,2,...m; k=1,2,...,n.  $\xi$  işlevi,  $\Delta_{0i}$  ile  $\Delta_{max}$  arasındaki farkı ayarlamaktır. Çalışmalar  $\xi$  değerinin gri ilişkisel derece sonrası oluşacak sıralamayı etkilemediğini göstermektedir.

5. Adım: Son olarak gri ilişkisel derece ise eşlenik 2.10 ile hesaplanır:

$$\gamma(x_0, x_i) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} \varepsilon(x_0(k), x_i(k))$$
(2.8)

 $\gamma(x_0, x_i)$  gri bir sistemdeki  $x_i$  serisi ile  $x_0$ referans serisi arasındaki geometrik benzerliğin bir ölçüsüdür. Gri ilişkisel derecesinin büyüklüğü  $x_i$  ile  $x_0$ arasında kuvvetli bir ilişki olduğunun göstergesidir. Eğer karşılaştırılan iki seri birbirinin aynı ise gri ilişkisel derece değeri 1 olarak bulunur. Gri ilişkisel derece karşılaştırılan serinin referans seriye ne kadar benzer olduğunu gösterir.

Eğer her bir kriterin ağırlıkları verildiyse, kriterin gri ilişki katsayısı ile kriterin önem derecesine ilişkin ağırlık değeri çarpılarak gri ilişki derecesi bulunabilir. Bu eşlenik 2.11'e göre hesaplanır.

$$\gamma(x_0, x_i) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} \mathcal{E}(x_0(k), x_i(k).(W_i(k)))$$
(2.9)

# 2.2. Deneyler için kullanılan Taguchi L16 deney tasarımı

Deneysel çalışmalar için dört seviyeli üç farklı kontrol faktörü ile bir Taguchi Deney Tasarımı oluşturulmuştur. Deney girdisi olarak dört farklı geometride matkap, dört

farklı kesme hızı ve dört faklı ilerleme değeri seçilmiştir. Kullanılan Minitab paket programı vasıtasıyla dört seviyeli Taguchi L16 deney tasarımı oluşturulmuştur. Tablo 2.1'de söz konusu tasarımın seviyeleri ve kontrol faktörleri verilmiştir.

Tablo 2.1. Ana deneyler için kontrol faktörleri ve seviyeleri

|   | Faktörler        | Birim  | 1.<br>seviye | 2.<br>Seviye | 3.<br>Seviye | 4.<br>Seviye |
|---|------------------|--------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| 1 | Geometri         |        | TG-1         | TG-2         | TG-3         | TG-4         |
| 2 | KesmeHızı<br>(V) | m/dk   | 90           | 100          | 110          | 120          |
| 3 | İlerleme<br>(f)  | mm/dev | 0,15         | 0,20         | 0,25         | 0,30         |

Tablo 2.1'deki faktörler göz önünde bulundurularak, deneylerde kullanılan parametrelerin ilerleme kuvveti, moment ve delik kalitesine (giriş-çıkış yüzey pürüzlülüğü, çaptan sapma, silindiriklikten sapma, diklikten sapma) olan etkilerinin tespiti için Tablo 2.2'de Minitab istatistik yazılımı yardımı ile belirlenen deney tasarımı verilmiştir. Yapılan deneylerde 16 kesici takım ile 100 delik delme tekrarı yapılarak toplamda 1600 delik delme işlemi yapılmıştır.

| Tablo 2.2. Taguchi L16 orthogonal deney tasarımı |  |
|--|--|
|--|--|

| Deney<br>No | Değişkenler | Geometri<br>(A) | İlerleme<br>(mm/dev)<br>(B) | Kesme Hizi<br>(m/dak)<br>(C) |
|-------------|-------------|-----------------|-----------------------------|------------------------------|
| 1           | A1B1C1      | Geometri 1      | 0.15                        | 90                           |
| 2           | A1B2C2      | Geometri 1      | 0.2                         | 100                          |
| 3           | A1B3C3      | Geometri 1      | 0.25                        | 110                          |
| 4           | A1B4C4      | Geometri 1      | 0.3                         | 120                          |
| 5           | A2B1C2      | Geometri 2      | 0.15                        | 100                          |
| 6           | A2B2C1      | Geometri 2      | 0.2                         | 90                           |
| 7           | A2B3C4      | Geometri 2      | 0.25                        | 120                          |
| 8           | A2B4C3      | Geometri 2      | 0.3                         | 110                          |
| 9           | A3B1C3      | Geometri 3      | 0.15                        | 110                          |
| 10          | A3B2C4      | Geometri 3      | 0.2                         | 120                          |
| 11          | A3B3C1      | Geometri 3      | 0.25                        | 90                           |
| 12          | A3B4C2      | Geometri 3      | 0.3                         | 100                          |
| 13          | A4B1C4      | Geometri 4      | 0.15                        | 120                          |
| 14          | A4B2C3      | Geometri 4      | 0.2                         | 110                          |
| 15          | A4B3C2      | Geometri 4      | 0.25                        | 100                          |
| 16          | A4B4C1      | Geometri 4      | 0.3                         | 90                           |

#### 2.3. Kullanılan İş Parçası Malzemesi

Deneylerde iş parçası malzemesi olarak 30mm kalınlığında ve 140x140 ebatlarında küresel grafitli dökme demir (GGG50) kullanılmıştır. Bu malzemenin kimyasal özellikleri Tablo 2.3'de, mekanik özellikleri Tablo 2.4'de verilmiştir.

| Tablo 2.3. GGG50 Küresel grafitli dökme demirin bileşimi, %ağ. [37] |  |
|---|--|
|---|--|

| С     | Si    | Mn    | Р     | S     |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| 3,60  | 2,42  | 0,430 | 0,010 | 0,005 |
| Mg    | Cr    | Ni    | Мо    | Cu    |
| 0,045 | 0,053 | 0,048 | 0,047 | 0,01  |

Tablo 2.4. GGG50 Küresel grafitli dökme demirin mekanik özellikleri

| Tür       | Mikroyapi             | Çekme<br>Dayanimi<br>(MPa) | Akma<br>Siniri<br>(MPa) | Kopma<br>Uzamasi<br>(%) | Brinell<br>Sertliği<br>(kgf/mm²) |
|-----------|-----------------------|----------------------------|-------------------------|-------------------------|----------------------------------|
| GGG<br>50 | Ferritik<br>/Perlitik | 490,3                      | 352,8                   | 7                       | 170-241                          |

Bu malzemeden elde edilen deney numunelerinin şekli ve boyutları çalışma şartlarına bağlı olarak şekillendirilmiştir. 10 mm takım çapı için 3xD≤L olacak şekilde, delinen malzemelerin kalınlığı 30 mm olacak şekilde işlenmiş ve delikler boydan delinmiştir (Şekil 2.1). 100'er delik tekrarını sağlamak amacıyla her deney için ikişer adet plaka kullanılmıştır.



Şekil 2.1. İş parçası deney numuneleri delik yerleşimi

#### 2.4. Kullanılan Kesici Takımlar (Matkaplar)

Bu çalısmada iki ağızlı, helisel, 10 mm çaplı, yekpare (solid) karbür, içten soğutma kanallı matkaplar kullanılmıştır. Matkaplardan ikisi ticari olarak temin edilebilen farklı firmalara ait takımlar (Takım Geometrisi 1 ve Takım Geometrisi 2), diğer ikisi ise özgün olarak geliştirilen takımlardır (Takım Geometrisi 3 ve Takım Geometrisi 4). Kullanılan kesici takım geometrilerine ait bilgiler Şekil 2.2'de verilmiştir.



Şekil 2.2. Deneylerde kullanılan matkap geometrileri

#### 2.5. Yapılan Ölçümler, Kullanılan Ölçüm Tezgahları ve Takım Tezgahı

Deneyler, üç eksende lineer ve dairesel enterpolasyon vapabilen, metrik ve inç birimlerinde ISO formatlı programlanabilir FANUC kontrol üniteli JOHNFORD VMC-550 CNC Dik İşleme Merkezinde yapılmıştır. İlerleme kuvveti ve moment ölçümleri için KISTLER 9257-B tipi dinamometre ve Kistler Type 5070 amplifier kullanılmıştır. Takım içinden soğutma uygulaması Giss SC-16 seramik hız kafası üzerinden gerçekleştirilmiştir.

İlerleme kuvvetleri ve momentleri ölçmek için kullanılan deney düzeneğinin bileşenleri Şekil 2.3'de görülmektedir. 100 delik delme tekrarında dinamometreden elde edilen verilerden 1., 10., 20., 30., 40., 50., 60., 70., 80., 90. ve 100. Delik olmak üzere her şart için 11 deliğin kuvvet ve moment ölçümleri Dynoware yazılımı kullanılarak incelenmiştir. Dynoware programında elde edilen grafiklerde ortalama kuvvet ve moment değerlerinin alındığı ölçümlerde delik giriş ve çıkışındaki kararsız bölgeler ihmal edilmiştir.



Sekil 2.3. Denev düzeneği

Yüzey pürüzlülüğü ölçümleri için "Mahr" marka Perthometer M1 tipi, masa üstü ve yazılı çıktı alınabilen yüzey pürüzlülük ölçme cihazı kullanılmıştır. Her farklı şart için 1., 10., 20., 30., 40., 50., 60., 70., 80., 90. ve 100. delik sonrası oluşan yüzeylerin pürüzlülük değerleri, giriş ve çıkış bölgesinden dörder ölçüm yapılmış ve aritmetik ortalamaları alınmıştır. Ölçümler sonucu elde edilen değerlerin aritmetik ortalaması alınarak her delik için girişteki ve çıkıştaki ortalama yüzey pürüzlülük (Ra, µm) değerleri belirlenmiştir.

Captan sapma, silindiriklikten sapma ve diklikten sapma ölçümleri, 0.001 mm hassasiyetinde ve tam ölçüm yapabilen Hexagon Global Performance CMM cihazı ile yapılmıştır.

#### 3. DENEY SONUÇLARI VE TARTIŞMA

#### 3.1. Delme İşleminde performans çıktılarının Gri İlişkisel Analizi ile değerlendirilmesi

Gri İlişkisel Analizi Yöntemi ile deney çalışmasının değerlendirilmesinde excel tabloları ile çözümler gerçekleştirilmiştir. 4 farklı matkap geometrisi, 4 farklı ilerleme ve 4 farklı kesme kuvveti arasından ilerleme kuvveti, moment, giriş yüzey pürüzlülüğü, çıkış yüzey pürüzlülüğü, çaptan sapma, silindiriklikten sapma ve diklikten sapma ölçüm değerlerine göre en ideal takım geometrisi, ilerleme ve kesme hızının belirlenmesi göre yapılan sağlanmıştır. GİA Yöntemine değerlendirme aşağıda sırası ile verilmiştir:

Bu çalışmada kullanılan performans çıktıları (Kesme Kuvveti, Moment, Yüzey Pürüzlülüğü, çaptan sapma, silindiriklikten sapma ve diklikten sapma) için en ideal değerler en küçük değerlerdir. Bu nedenle Tablo 3.1'de GİA Yönteminde 1. Adımda belirtilen referans serisi her kriterdeki en küçük değerler alınarak oluşturulmuştur.

18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, Trabzon, 5-7 Temmuz 2017

| Tablo 3.1   | Daha Dü     | şük Daha  | İyi Durun           | Tablo 3.1 Daha Düşük Daha İyi Durumuna Göre Referans Serisi |            |            |            |  |  |  |  |  |  |  |  |
|-------------|-------------|-----------|---------------------|---|------------|------------|------------|--|--|--|--|--|--|--|--|
| Deney<br>No | M<br>(N.cm) | Fz<br>(N) | Ra<br>Giriş<br>(μm) | Ra<br>Çıkış<br>(µm)   | ÇS<br>(mm) | SS<br>(mm) | DS<br>(mm) |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Ref.        | 299,76      | 886,19    | 1,202               | 1,246   | 0,015      | 0,007      | 0,012      |  |  |  |  |  |  |  |  |
| Serisi      |             |           |                     |   |            |            |            |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1           | 337,55      | 1060,68   | 1,834               | 1,874   | 0,018      | 0,011      | 0,021      |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 2           | 431,72      | 1300,85   | 1,476               | 1,537   | 0,072      | 0,010      | 0,016      |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3           | 499,94      | 1498,43   | 1,357               | 1,438   | 0,015      | 0,008      | 0,027      |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 4           | 630,99      | 1640,58   | 1,624               | 1,750   | 0,064      | 0,014      | 0,028      |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 5           | 299,76      | 987,90    | 1,734               | 1,790   | 0,017      | 0,008      | 0,017      |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 6           | 350,41      | 1201,99   | 2,175               | 2,172   | 0,034      | 0,007      | 0,022      |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 7           | 422,70      | 1294,21   | 1,491               | 1,651   | 0,031      | 0,008      | 0,015      |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 8           | 497,52      | 1452,76   | 1,469               | 1,518   | 0,034      | 0,011      | 0,018      |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 9           | 403,49      | 1338,80   | 1,701               | 1,817   | 0,03       | 0,009      | 0,014      |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 10          | 506,41      | 1664,64   | 1,629               | 1,738   | 0,039      | 0,017      | 0,019      |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 11          | 611,05      | 2090,94   | 2,099               | 2,213   | 0,039      | 0,011      | 0,019      |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 12          | 655,51      | 2354,93   | 1,676               | 1,705   | 0,03       | 0,023      | 0,023      |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 13          | 311,27      | 886,19    | 1,202               | 1,246   | 0,022      | 0,009      | 0,012      |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 14          | 414,11      | 1089,26   | 1,301               | 1,356   | 0,023      | 0,010      | 0,017      |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 15          | 476,48      | 1249,65   | 1,598               | 1,795   | 0,026      | 0,013      | 0,016      |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 16          | 527,25      | 1515,57   | 1,897               | 1,987   | 0,032      | 0,013      | 0,021      |  |  |  |  |  |  |  |  |
| max.        | 655,51      | 2354,93   | 2,175               | 2,213   | 0,072      | 0,023      | 0,028      |  |  |  |  |  |  |  |  |
| min.        | 299,76      | 886,19    | 1,202               | 1,246   | 0,015      | 0,007      | 0,012      |  |  |  |  |  |  |  |  |

GİA Yöntemi 2. adımda referans serisi ve diğer veriler normalize edilmiştir. Daha düşük daha iyi durumu kullanıldığı için Tablo 3.1 deki veriler Eş. 3.3'e göre normalize edilmiş ve Tablo 3.2'ye dönüşmüştür.

| Tablo | 3.2 | Daha | Düşük | Daha | İyi | Durumuna | Göre | Normalize | Edilmiş | \$ |
|-------|-----|------|-------|------|-----|----------|------|-----------|---------|----|
|       |     |      |       |      | •   | A - +    |      |           |         |    |

|                | -           | -         | Iviau                  | 15    | -          | -          |       |
|----------------|-------------|-----------|------------------------|-------|------------|------------|-------|
| Deney<br>No    | M<br>(N.cm) | Fz<br>(N) | Fz Ra Giriş Cıkış (mm) |       | SS<br>(mm) | DS<br>(mm) |       |
| Ref.<br>Serisi | 1           | 1         | 1                      | 1     | 1          | 1          | 1     |
| 1              | 0,8938      | 0,881     | 0,350                  | 0,350 | 0,947      | 0,741      | 0,437 |
| 2              | 0,6291      | 0,717     | 0,717                  | 0,699 | 0,000      | 0,802      | 0,750 |
| 3              | 0,4373      | 0,583     | 0,840                  | 0,801 | 1,000      | 0,923      | 0,062 |
| 4              | 0,0689      | 0,486     | 0,565                  | 0,479 | 0,140      | 0,560      | 0,000 |
| 5              | 1,0000      | 0,930     | 0,452                  | 0,437 | 0,964      | 0,928      | 0,710 |
| 6              | 0,8576      | 0,785     | 0,000                  | 0,042 | 0,666      | 1,000      | 0,403 |
| 7              | 0,6544      | 0,722     | 0,703                  | 0,581 | 0,719      | 0,928      | 0,835 |
| 8              | 0,4441      | 0,614     | 0,725                  | 0,719 | 0,666      | 0,741      | 0,596 |
| 9              | 0,7084      | 0,691     | 0,486                  | 0,410 | 0,736      | 0,835      | 0,846 |
| 10             | 0,4191      | 0,470     | 0,560                  | 0,491 | 0,578      | 0,401      | 0,539 |
| 11             | 0,1250      | 0,179     | 0,077                  | 0,000 | 0,578      | 0,741      | 0,585 |
| 12             | 0,0000      | 0,000     | 0,512                  | 0,525 | 0,736      | 0,000      | 0,312 |
| 13             | 0,9676      | 1,000     | 1,000                  | 1,000 | 0,877      | 0,851      | 1,000 |
| 14             | 0,6786      | 0,861     | 0,897                  | 0,886 | 0,859      | 0,791      | 0,704 |
| 15             | 0,5033      | 0,752     | 0,592                  | 0,432 | 0,807      | 0,620      | 0,733 |
| 16             | 0,3605      | 0,571     | 0,285                  | 0,233 | 0,701      | 0,604      | 0,454 |
| max.           | 1,0000      | 1,000     | 1,000                  | 1,000 | 1,000      | 1,000      | 1,000 |
| min.           | 0,0000      | 0,000     | 0.000                  | 0.000 | 0.000      | 0.000      | 0.000 |

3. adımda normalize edilmiş değerler ile referans serisi arasındaki uzaklıklar hesaplanır. Eş. 3.7'ye göre Tablo 3.3' deki uzaklık matrisi oluşturulmuştur.

| Tablo 3.3 Normalize Edilmiş Veriler ile Referans Serisi A | Arasındaki |
|---|------------|
| Uzaklık Matrisi   |            |

| Deney<br>No    | M<br>(N.cm) | Fz<br>(N) | Ra<br>Giriş<br>(μm) | Ra<br>Çıkış<br>(μm) | ÇS<br>(mm) | SS<br>(mm) | DS<br>(mm) |
|----------------|-------------|-----------|---------------------|---------------------|------------|------------|------------|
| Ref.<br>Serisi | 1           | 1         | 1                   | 1                   | 1          | 1          | 1          |
| 1              | 0,1062      | 0,1188    | 0,6495              | 0,6493              | 0,0526     | 0,2582     | 0,5625     |
| 2              | 0,3709      | 0,2823    | 0,2821              | 0,3007              | 1,0000     | 0,1978     | 0,2500     |
| 3              | 0,5627      | 0,4168    | 0,1596              | 0,1987              | 0,0000     | 0,0769     | 0,9375     |
| 4              | 0,9311      | 0,5136    | 0,4342              | 0,5208              | 0,8596     | 0,4396     | 1,0000     |
| 5              | 0,0000      | 0,0692    | 0,5471              | 0,5628              | 0,0351     | 0,0714     | 0,2898     |
| 6              | 0,1424      | 0,2150    | 1,0000              | 0,9576              | 0,3333     | 0,0000     | 0,5966     |
| 7              | 0,3456      | 0,2778    | 0,2970              | 0,4189              | 0,2807     | 0,0714     | 0,1648     |
| 8              | 0,5559      | 0,3858    | 0,2747              | 0,2808              | 0,3333     | 0,2582     | 0,4034     |
| 9              | 0,2916      | 0,3082    | 0,5136              | 0,5900              | 0,2632     | 0,1648     | 0,1534     |
| 10             | 0,5809      | 0,5300    | 0,4397              | 0,5083              | 0,4211     | 0,5989     | 0,4602     |
| 11             | 0,8750      | 0,8203    | 0,9221              | 1,0000              | 0,4211     | 0,2582     | 0,4148     |
| 12             | 1,0000      | 1,0000    | 0,4875              | 0,4742              | 0,2632     | 1,0000     | 0,6875     |
| 13             | 0,0324      | 0,0000    | 0,0000              | 0,0000              | 0,1228     | 0,1484     | 0,0000     |
| 14             | 0,3214      | 0,1383    | 0,1026              | 0,1136              | 0,1404     | 0,2088     | 0,2955     |
| 15             | 0,4967      | 0,2475    | 0,4075              | 0,5679              | 0,1930     | 0,3791     | 0,2670     |
| 16             | 0,6395      | 0,4285    | 0,7150              | 0,7663              | 0,2982     | 0,3956     | 0,5455     |
| max.           | 1,0000      | 1,0000    | 1,0000              | 1,0000              | 1,0000     | 1,0000     | 1,0000     |
| min.           | 0,0000      | 0,0000    | 0,0000              | 0,0000              | 0,0000     | 0,0000     | 0,0000     |

4. adımda her bir deney kombinasyonu için gri ilişkisel katsayısı Eş. 3.6'ya göre hesaplanmış ve Tablo 3.4'deki gri ilişkisel katsayı matrisi oluşturulmuştur.

Tablo 3.4. Gri İlişkisel Katsayı Matrisi

| Deney<br>No    | M<br>(N.cm) | Fz<br>(N) | Ra<br>Giriş<br>(µm) | $\begin{array}{c c} \mathbf{Ra} & \mathbf{CS} \\ \mathbf{Cikis} \\ \mathbf{(\mu m)} \end{array} \qquad \begin{array}{c} \mathbf{Ra} \\ \mathbf{CS} \\ \mathbf{(mm)} \end{array}$ |       | SS<br>(mm) | DS<br>(mm) |
|----------------|-------------|-----------|---------------------|--|-------|------------|------------|
| Ref.<br>Serisi | 1           | 1         | 1                   | 1  | 1     | 1          | 1          |
| 1              | 0,8248      | 0,808     | 0,435               | 0,435  | 0,904 | 0,659      | 0,470      |
| 2              | 0,5741      | 0,639     | 0,639               | 0,624  | 0,333 | 0,716      | 0,666      |
| 3              | 0,4705      | 0,545     | 0,758               | 0,715  | 1,000 | 0,866      | 0,347      |
| 4              | 0,3494      | 0,493     | 0,535               | 0,489  | 0,367 | 0,532      | 0,333      |
| 5              | 1,0000      | 0,878     | 0,477               | 0,470  | 0,934 | 0,875      | 0,633      |
| 6              | 0,7783      | 0,699     | 0,333               | 0,343  | 0,600 | 1,000      | 0,456      |
| 7              | 0,5913      | 0,642     | 0,627               | 0,544  | 0,640 | 0,875      | 0,752      |
| 8              | 0,4735      | 0,564     | 0,645               | 0,640  | 0,600 | 0,659      | 0,553      |
| 9              | 0,6316      | 0,618     | 0,493               | 0,458  | 0,655 | 0,752      | 0,765      |
| 10             | 0,4626      | 0,485     | 0,532               | 0,495  | 0,542 | 0,455      | 0,520      |
| 11             | 0,3636      | 0,378     | 0,351               | 0,333  | 0,542 | 0,659      | 0,546      |
| 12             | 0,3333      | 0,333     | 0,506               | 0,513  | 0,655 | 0,333      | 0,421      |
| 13             | 0,9392      | 1,000     | 1,000               | 1,000  | 0,802 | 0,771      | 1,000      |
| 14             | 0,6087      | 0,783     | 0,829               | 0,814  | 0,780 | 0,705      | 0,628      |
| 15             | 0,5016      | 0,668     | 0,551               | 0,468  | 0,721 | 0,568      | 0,651      |
| 16             | 0,4388      | 0,538     | 0,411               | 0,394  | 0,626 | 0,558      | 0,478      |

5. adımdaki her bir deney kombinasyonu için gri ilişkisel derecenin hesaplanması Eş. 3.10'a göre yapılmıştır. Bütün deneyler için gri dereceler ve gri ilişkisel derece büyüklük sıralaması Tablo 3.5'de gösterilmiştir. Gri ilişkisel derecenin en büyük olduğu değer 13. deney olarak belirlenmiştir. Gri ilişkisel derecenin büyüklüğü referans seriye benzerliğinin bir

göstergesidir. Referans seri kriterlerden alınan en iyi değerlere göre oluşturulmuş optimum değerleri göstermektedir. Bu nedenle Gri İlişkisel Derecenin büyüklüğü için yapılan deneyler içinde, en ideal parametrelere sahip deney numarasını yani, takım geometrisi, ilerleme ve kesme hızını Gri İlişkisel Derece sıralamasına göre, ilerleme kuvveti, moment ve yüzey pürüzlülüğü ve geometrik toleranstan sapma değerleri için en ideal parametreler 13. Deneyde elde edilmiştir. Böylece en ideal parametreler 0,15 mm/dev ilerleme miktarı, 120 m/dak. kesme hızı ve 4 numaralı takım geometrisidir.

| Tablo 3.5 Gri | İlişkisel Derece | ve Sıralamas |
|---------------|------------------|--------------|
| Deney No      | Gri Derece       | Sıra No      |
| 1             | 0,6482           | 6            |
| 2             | 0,5991           | 9            |
| 3             | 0,6720           | 4            |
| 4             | 0,4430           | 15           |
| 5             | 0,7527           | 2            |
| 6             | 0,6014           | 8            |
| 7             | 0,6676           | 5            |
| 8             | 0,5910           | 10           |
| 9             | 0,6250           | 7            |
| 10            | 0,4992           | 12           |
| 11            | 0,4537           | 14           |
| 12            | 0,4423           | 16           |
| 13            | 0,9305           | 1            |
| 14            | 0,7359           | 3            |
| 15            | 0,5903           | 11           |
| 16            | 0,4924           | 13           |

Bulunan deneysel sonuçlar L16 ortogonal dizinine göre hesaplanarak Tablo 3.6'daki değerler elde edilmiştir. GİA Yöntemine göre en büyük değer en iyi değerdir. Bu duruma göre Tablo 3.6 değerlendirilecek olursa, 13. Sıradaki değerlein en ideal parametreleri gösterdiği söylenebilir. Ayrıca, kesme faktörlerindeki maksimum ve minimum değerler arasında farkına bakarak delme işlemi esnasında en etkin parametrenin ilerleme miktarı ve en az etkisi olan parametrenin de kesme hızı olduğu görülmektedir.

Tablo 3.6 GİA Yönteminde Elde Edilen Sonuçların L16 Ortogonal Dizine Göre Hesaplanmaşı

| Girdi Parametreleri | Seviye<br>1 | Seviye<br>2 | Seviye<br>3 | Seviye<br>4 | Max-<br>Min |
|---------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| TG                  | 0,5906      | 0,6532      | 0,5050      | 0,6873      | 0,1822      |
| f                   | 0,7391      | 0,6089      | 0,5959      | 0,4921      | 0,2469      |
| V                   | 0,5489      | 0,5961      | 0,6560      | 0,6351      | 0,1070      |

Tablo 3.6'da elde edilen değerler yerine asıl parametre değerleri konacak olursa Tablo 3.7 elde edilmektedir. Tablo 3.7'ye göre 4 numaralı takım geometrisi, 0,15mm/dev ilerleme miktarı ve 110 m/dak. kesme hızı en ideal parametreler olarak yorumlanabilir.

| Tablo 3.7 GIA Yontemine gore En Ideal Parametre Tayin | Tablo 3.7 ( | GİA Yönter | nine göre E | n İdeal Par | ametre Tavini |
|---|-------------|------------|-------------|-------------|---------------|
|---|-------------|------------|-------------|-------------|---------------|

| Girdi<br>Parametreler | Seviye<br>1 | Seviye<br>2 | Seviye<br>3 | Seviye<br>4 | Max-<br>Min |
|-----------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| TG                    | TG1         | TG2         | TG3         | TG4         | 0,180       |
| f                     | 0,15        | 0,20        | 0,25        | 0,30        | 0,245       |
| V                     | 90          | 100         | 110         | 120         | 0,107       |

#### 3.2. Delme İşleminde Girdi Parametrelerinin Performans Çıktıları Üzerine Etkisinin Anova Analizi İle Değerlendirilmesi

Yapılan deneysel çalışmada, ilerleme kuvveti, moment ve yüzey pürüzlülüğü, çaptan sapma, silindiriklikten sapma ve diklikten sapma değerlerine etkisi olabileceği düşünülen birden fazla parametre kullanılmıştır. Bu parametrelerin her birinin birden fazla seviyesi vardır. Bu durumda, elde edilen değerler için, deneysel çalışmada kullanılan değişkenlerin etki oranlarının saptanması oldukça önemlidir. Böylece deneysel çalışma sonuçları daha iyi anlaşılabilir ve yorumlanabilir. İlerleme kuvveti, moment, giriş ve çıkış yüzey pürüzlülükleri, çaptan sapma, silindiriklikten sapma, diklikten sapma ortalama değerleri için GİA Yöntemine göre elde edilen değerlerle Microsoft Office Excel"de değerlendirilen Anova Analizi sonuçları Tablo 3. 8'de sunulmustur.

Tablo 3.8 GİA yöntemine göre parametre tayini

|      | SD | 0    | rtalama | Değerl | er   | KT   | OKT  | FE<br>(%) | F    |
|------|----|------|---------|--------|------|------|------|-----------|------|
|      |    | 1.S  | 2. S    | 3. S   | 4. S |      |      |           |      |
| TG   | 3  | 0,59 | 0,65    | 0,50   | 0,68 | 0,07 | 0,02 | 30,12     | 5,35 |
| f    | 3  | 0,73 | 0,60    | 0,59   | 0,49 | 0,12 | 0,04 | 48,19     | 8,56 |
| V    | 3  | 0,54 | 0,59    | 0,65   | 0,63 | 0,02 | 0,00 | 10,44     | 1,85 |
| Hata | 6  |      |         |        |      | 0,02 | 0,00 | 11,25     |      |
| Top. | 15 |      |         |        |      | 0,25 |      | 100,0     |      |

İlerleme kuvveti, moment ve yüzey pürüzlülüğünün oluşmasında bütün performans kriterlerinin bir arada değerlendirildiği gri ilişkisel analizine bağlı olarak yapılan anova analizinde en etkili faktörler sırasıyla; %48,19 ile ilerleme miktarı, %30,12 ile matkap geometrisi ve bu değerlerinin oluşumuna etkisi en az olan faktör ise % 10,44' lük oran ile kesme hızıdır.

Bu çalışma kapsamında daha önce elde edilen deney sonuçlarının ilk delikten son deliğe değişim verilerine göre, ilk delikten son deliğe elde edilen değişimlerin aritmetik ortalaması alınarak elde edilen verilere göre, ortalamaların Taguchi S/N oranlarına göre optimum sonuçların elde edildiği parametrelerle GİA sonucu elde edilen optimum parametreler Tablo 3.9'da karşılaştırılmıştır.

|          | sonuçiarın elde edindiği parametrelerin karşınaşırınması                    |      |   |    |      |  |    |      |   |    |      |     |
|----------|---|------|---|----|------|--|----|------|---|----|------|-----|
|          | İlk delikten son deliğe<br>optimum sonuçların elde<br>edildiği parametreler |      | Ortalama değerlere göre<br>optimum sonuçların elde<br>edildiği parametreler |    |      | Taguchi S/N oranına göre<br>optimum sonuçların elde<br>edildiği parametreler |    |      | Gri ilişkisel analizine optimum<br>sonuçların elde edildiği<br>parametreler |    |      |     |
|          | TG  | f    | V   | TG | f    | V  | TG | f    | V   | TG | f    | V   |
| Fz       | 4   | 0,15 | 120   | 4  | 0,15 | 120  | 4  | 0,15 | 120   |    |      |     |
| Μ        | 2   | 0,15 | 100   | 2  | 0,15 | 100  | 2  | 0,15 | 90  |    |      |     |
| Ra Giriş | 1   | 0,25 | 110   | 4  | 0,15 | 120  | 4  | 0,15 | 110   |    |      |     |
| Ra Çıkış | 1   | 0,25 | 110   | 4  | 0,15 | 120  | 4  | 0,15 | 110   | 4  | 0,15 | 120 |
| ÇS       | 1   | 0,25 | 110   | 1  | 0,25 | 110  | 4  | 0,15 | 110   |    |      |     |
| SS       | 1   | 0,2  | 100   | 2  | 0,2  | 90   | 2  | 0,15 | 110   |    |      |     |
| DS       | 2   | 0,3  | 110   | 4  | 0,15 | 120  | 4  | 0,15 | 120   | ]  |      |     |

Tablo 3.9. Deney sonuçlarında; ilk delikten son deliğe, ortalama değerlere göre, Taguchi S/N oranına göre ve Gri ilişkisel Analizine göre optimum sonuçların elde edildiği parametrelerin karşılaştırılmaşı

Tablo 3.9'da bütün değerlendirme sonuçları karşılaştırıldığında benzer parametrelerin optimum olduğu görülmektedir. En ideal takım geometrisinin 4 numaralı takım, en ideal ilerleme değerinin 0,15 mm/dev. ve en ideal kesme hızının da 110 m/dak. olduğu sonucuna varılabilir.

#### 4. SONUÇ

Bu çalışmada, delme işleminde çoklu performans karakteristikleri (kesme kuvveti, moment, yüzey pürüzlülüğü ve geometrik toleranstan sapmalar) için, GİA Yöntemine göre en ideal (optimum) takım geometrisi 4 numaralı takım geometrisi olurken en ideal kesme parametreleri 0,15mm/dev. ilerleme miktarı ve 120m/dak. kesme hızı değeridir. Gri ilişkisel analizine bağlı olarak yapılan anova analizinde en etkili faktörler sırasıyla ilerleme miktarı, takım geometrisi ve kesme hızı olarak bulunmuştur. Anova Analizi tablosuna göre kullanılan parametrelerin etki sıralaması GİA yönteminde elde edilen etki sıralaması ile aynı olduğu görülmüştür. Kesme kuvveti, moment ve yüzey pürüzlülüğünün oluşmasında en etkili faktör ilerleme miktarı iken, en az etkisi olan kesme hızıdır.

#### SEMBOLLER

GGG(Grey Graphite Cast Iron): Küresel Grafitli Dökme demir

- GİA: Gri ilişkisel analiz
- Fz: z yönünde elde edilen ilerleme kuvveti (N) Ra: Yüzey pürüzlülük değeri(µm)
- M: Moment (N.cm) V: Kesme Hızı (m/dk.)
- f: İlerleme (mm/dev.)
- TG: Takım Geometrisi
- ÇS: Çaptan Sapma
- SS: Silindiriklikten Sapma
- DS: Diklikten Sapma
- SD: Serbestlik Derecesi
- KT: Karelerin toplamı
- OKT: Ortalama Karelerin Toplamı

#### FE: Faktör Etkisi

#### TEŞEKKÜR

Bu çalışmayı "TÜBİTAK 1501- Sanayi Ar-Ge Projeleri Destekleme Programı" kapsamında "3130691" No'lu proje ile destekleyen TÜBİTAK-TEYDEB'e teşekkür ederiz.

#### KAYNAKLAR

- [1] Q. Zhang, "A Study of High Performance Twist Drill Design and the Associated Predictive Force Models," Doktora Tezi, Mechanical and Manufacturing Engineering, The University of New South Wales, Australia, 2007.
- [2] J. Zhu, "Machining Feature Based Geometric Modeling of Twist Drills " Yüksek Lisans tezi, Applied Science (Mechanical Engineering) Concordia University, Canada, 2011.
- [3] E. Abele and M. Fujara, "Simulation-based twist drill design and geometry optimization," *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, 59: 145-150, 2010.
- [4] Y. Kaynak, "Matkap ile Delik Delme Esnasında Kesme Parametrelerinin Kesme Kuvveti ve Sıcaklığın Değişimine Etkisinin Deneysel Olarak İncelenmesi," Yüksek Lisans Tezi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Marmara Üniversitesi, İstanbul, 2006.
- [5] E. Baytok, B. Tuna, A. Toprak, E. Özlü, and E. Budak, "Freze ve Delik Delme İşlemlerinde Kullanılan Karbür Takımların Sistematik Olarak Performans Karşılaştırması," presented at the 4. Ulusal Talaşlı İmalat Sempozyumu, Kuşadası, 2013.
- [6] S. Fujii, M. F. Devries, and S. M. Wu, "An Analysis of Drill Geometry for Optimum Drill Design by Computer " *Journal* Of Engineering for Industry, 70, 1970.
- [7] S. Fujii, M. F. Devries, and S. M. Wu, "Analysis of the Chisel Edge and the Effect of the d-Theta Relationship on Drill Point Geometry," ASME Journal Of Engineering For Industry, 93: 1093-1105, 1971.
- [8] W. D. Tsai and S. M. Wu, "A Mathematical Model for Drill Point Design and Grinding," *Journal of Engineering for Industry*, 101: 333-340, 1979.
- [9] W. D. Tsai and S. M. Wu, "Computer Analysis of Drill Point Geometry " International Journal of Machine Tools and Manufacture, 19: 95-108, 1979.
- [10] W. C. Chen, K. H. Fuh, C. F. Wu, and B. R. Chang, "Design optimization of a split-point drill by force analysis," *Journal* of Materials Processing Technology, 314-322, 1996.

- [11] K. Ren and J. Ni, "Analyses of Drill Flute and Cutting Angles," The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 15: 546-553, 1999.
- [12] J. F. Hsieh and P. D. Lin, "Mathematical model of multiflute drill point," *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 1181–1193, 2002.
- [13] H. Hocheng and C. C. Tsao, "Comprehensive analysis of delamination in drilling of composite materials with various drill bits," *Journal of Materials Processing Technology*, 335–339, 2003.
- [14] J. A. Degenhardt, R. E. DeVor, and S. G. Kapoor, "Generalized groove-type chip breaker effects on drilling for different drill diameters and flute shapes," *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 45: 1588-1597, 2005.
- [15] J.-F. Hsieh, "Mathematical model for helical drill point," International Journal of Machine Tools and Manufacture, 45: 967-977, 2005.
- [16] J. Jung, R. Mayor, and J. Ni, "Development of freeform grinding methods for complex drill flank surfaces and cutting edge contours," *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 45: 93-103, 2005.
- [17] A. Paul, S. G. Kapoor, and R. E. DeVor, "Chisel edge and cutting lip shape optimization for improved twist drill point design," *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 45, 421-431, 2005.
- [18] M. Pirtini and I. Lazoglu, "Forces and hole quality in drilling," International Journal of Machine Tools and Manufacture, 45: 1271-1281, 2005.
- [19] H. Hocheng and C. C. Tsao, "Effects of special drill bits on drilling-induced delamination of composite materials," *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 46: 1403-1416, 2006.
- [20] A. Vijayaraghavan, "Automated Drill Design Software," Laboratory for Manufacturing and Sustainability, 2006.
- [21] A. Vijayaraghavan and D. Dornfeld, "Automated Drill Modeling for Drilling Process Simulation," *Laboratory for Manufacturing and Sustainability*, 2006.
- [22] J. Audy, "A study of computer-assisted analysis of effects of drill geometry and surface coating on forces and power in drilling," *Journal of Materials Processing Technology*, 204: 130-138, 2008.
- [23] C. C. Tsao, "Investigation into the effects of drilling parameters on delamination by various step-core drills," *Journal of Materials Processing Technology*, 206: 405-411, 2008.
- [24] J. Wang and Q. Zhang, "A study of high-performance plane rake faced twist drills," *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 48: 1276-1285, 2008.
- [25] K. Sambhav, S. G. Dhande, and P. Tandon, "CAD Based Mechanistic Modeling of Forces for Generic Drill Point Geometry," *Computer-Aided Design & Applications*, 809-819, 2010.
- [26] S. Ema, "Effects of Twist Drill Point Geometry on Torque and Thrust," Faculty of Education, Gifu University, Japan, 2012.
- [27] C. I. Hsu and Y. H. Wen, "Application of grey theory and multiobjective programming towards airline network design," *European Journal of Operational Research*, 127: 44-68, 2000.
- [28] C. L. Lin, "Use of the Taguchi Method and Grey Relational Analysis to Optimize Turning Operations with Multiple Performance Characteristics," *Materials and Manufacturing Processes*, 19: 209-220, 2004.

- [29] A. Demiray, "Makine Seçim Probleminin Çok Kriterli Karar Verme Yöntemiyle Çözümü," Yüksek Lisans Tezi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Endüstri Mühendisliği, Gazi Üniversitesi, 2007.
- [30] C. C. L. Wang, S.-F. Chen, and M. M. F. Yuen, "Fuzzy Part Family Formation Based on Grey Relational Analysis," Int J Adv Manuf Technol, 18: 128–132, 2001.
- [31] C. C. Wu a and N. B. Chang, "Grey input–output analysis and its application for environmental cost allocation," *European Journal of Operational Research*, 145: 175–201, 2003.
- [32] C. N. Chen and S. C. Ting, "A study using the grey system theory to evaluate the importance of various service quality factors," *International Journal of quality & reliability management*, 19: 838-861, 2002
- [33] P. S. Kao and H. Hocheng, "Optimization of electrochemical polishing of stainless steel by grey relational analysis," *Journal of Materials Processing Technology*, 140: 255-259, 2003.
- [34] Q. Song, M. Shepperd, and C. Mair, "Using Grey Relational Analysis to Predict Software Effort with Small Data Sets," 2005.
- [35] N. Tosun, "Determination of optimum parameters for multi-performance characteristics in drilling by using grey relational analysis," *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 28: 450-455, 2005.
- [36] N. Z. Üstünişik, "Türkiye'deki iller ve bölgeler bazında sosyo-ekonomik gelişmişlik siralamasi araştirmasi: gri ilişkisel analiz yöntemi ve uygulamasi," Yüksek Lisans Tezi, Endüstri Mühendisliği, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, 2007.
- [37] E. D. Güneş, Ç. Toprak, G. Çetin, M. Gül, F., "GGG 50 Malzemenin Abrasif Aşınma Davranışına Borlamanın Etkisi," Elazığ, 2011.
- [38] B. Kılınç, "GGG 50 Sınıfı Dökme Demire Bakır İlavesinin Mekanik Özelliklere Etkisi," Yüksek Lisans Tezi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul Üniversitesi, İstanbul, 2009.

# Çoklu Çatlaklı Çubuk Sistemlerinin Kompoze Frekans, Titreşim Biçimleri ve Kütleler Yoluyla Analizi ve Belirlenmesi

V. Karadağ<sup>\*</sup> Istanbul Teknik Üniversitesi İstanbul

Özet—Çalışmada, endüstride kullanılan çoklu çatlaklı, çubuk mafsal sistemlerinin titreşimleri üç boyutlu olarak krank biyel, robot kolu mekanizmaları gibi çubuk mafsal sistemlerinin titreşimleri örnek alınarak analiz edilmiştir. Analizde, sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak; endüstriyel krank biyel mekanizmaları ve robot kollarının kritik konumlarındaki sınır koşullarındaki çoklu çatlaklı titreşimleri incelenmiştir. Çatlakların çubuğun bir tarafında olması hali göz önüne alınmış ve ceşitli derinlikteki çatlakların eğilme, boyuna uzama ve burulma hareketi üç boyutlu olarak modellenmiştir. Bu çalışmada, çatlağın yerinin belirlenmesi konusu; yakın zamanda, güncel olarak kullanılan konumsal kütleler ve birlikte, üç frekansa kadar kompoze deformasyon ve frekans olmak üzere titreşim karakteristikleri , titreşim yanıtı yöntemleri, rastsal analiz ile elde edilen sonuçlar, çeşitli birlikte frekans türevleri de üçüncü türeve kadar dahil olmak üzere, yüksek boyutsuz catlak oranları da kullanılarak, endüstri ve literatürde yer alan örnekler de kullanılarak, tasarım hassasiyetinde olmak üzere, yeni bir çalışma olarak incelenmiştir.

#### Anahtar kelimeler: çoklu çatlak, noktasal kütleler, kompoze frekans ve titreşim biçimleri

Abstract—In the present work; multicracked supported beam structures, have been analysed by using the finite element method, considering three dimensional motion, namely, for in plane and out of plane bending, longitudinal and torsional frequencies, respectively, as new original research subject in the recent literature. Several types of cracks were modelled by massless rotational and longitudinal springs on one side of beams. The present analytical and experimental results were compared with each other and with the results available in the literature, satisfactorily.The crack identification have been discussed for the related supported beam structures using spatial masses, vibration characteristics

including, also, the response characteristics and random analysis. As a result, the crack positions can be

determined satisfactorily in the present work .The composed frequencies and deformations at most up to three frequencies, and their derivatives and the derivatives of the deflections up to three derivatives, have been shown to be effective in the analyses. The numerical applications have been chosen, especially, from the industry, as new research subjects. Determining crack positions have been discussed for the related case.

# Keywords: multicracks, spatial masses, composed frequencies and vibration shapes.

#### I. Giriş

Günümüzde, önemli bir araştırma konusu da, uzay antenlerinde, reflektörlerde, otomotiv araçlarında ve robotlarda kullanılan, çatlak oluşabilen krank biyel mekanizmaları, elastik çerçeve yapıları, robot kollarının titreşimleri ve bunların kontrolüdür [1],[2]-[5]. Çatlak nedeniyle oluşan hasar, çubuk modeli yapıların öz frekans değişimi ve çatlak konumunun hesaplanması şeklinde teorik olarak incelenmiştir[3]. Genelde, çatlak lokal elastiklik ile kırılma mekaniği kuralları ile hesaplanmış ve deneysel olarak da incelenmiştir[3]. Pratik ve teorik çalışmalarda çatlak için en çok kütlesiz dönel yay modeli kullanılmıştır[3],[5]. Yakın zamandaki calismalarda konumlarının [5],[6],[7], catlak belirlenmesinde; hareketli kütleler, analitik spektral düzeltme yöntemi, yanıt karakteristikleri kullanılmıştır. Bu konular en yakın zamanda da yeni teknolojilerde çeşitli uygulamalarda önem kazanmıştır [7], [8],[9]-[15]. Titreşim biçimleri ve enerji temelli modelleri de uygulamada kullanılmıştır.Diğer güncel çalışmalar da [16], [17], [18], [19] dedir. Mevcut çalışmada, çoklu çatlak; dönel, burulma ve doğrusal uzama yayları ile modellenerek ve üç boyutlu, 12 serbestlik dereceli klasik ince çubuk sonlu elemanları kullanılarak, krank biyel mekanizmaları, robot kollarına ve bunların L ve U şekilli elastik çerçevelerine uygulanmıştır. Elde edilen sonuçlar, literatürden alınan sonuçlarla da karşılaştırılarak çoklu çatlak etkileri ve yerinin belirlenmesi ve önemi literatürdeki yeni yönleri olan nokta kütle uygulamaları ve kombine titreşim karakteristikleri, rastsal analiz ile incelenmiştir. İlk üç frekans için titreşim biçimleri ve frekans değişimlerinin farkları halleri incelenmiştir.

<sup>\*</sup> karadagv@itu.edu.tr

#### II. Hareket Denklemleri

Krank biyel ve krank robot kollu sistemlere ait diferansiyel denklemler iki elastik kirişin birbirlerine literatürde yer alan yayınlara uygun bir şekilde birleştirildiği kabulü ile elde edilmiştir. Krank biyel halinde, I, II nolu çubuklar x ekseni yönünde ankastrebasit-basit mesnetli olarak bağlanmış olarak, robot kollu sistemlerde ise I, II, III ve L1,L2, L3 boylarındaki çubuklar uçta basit ve serbest olarak aşağıda belirtildiği gibi birleştirilerek ilgili diferansiyel denklemler elde edilmiştir (Şek. 1- 4.). Sistemde bulunan her çubuk için, aşağıdaki potansiyel ve kinetik enerji denklemleri sırasıyla kullanılmıştır,[5],[8],[11], [12],

$$V = \frac{1}{2} \int EI_{Gx} v''^2 dz + \frac{1}{2} \int EI_{Gy} u''^2 dz$$

$$0 \qquad 0$$

$$L \qquad L$$

$$+\frac{1}{2} \int EA w'^2 dz + \frac{1}{2} \int GI_T \Phi'^2 dz + \frac{1}{2} Kr (w_2 - w_1)^2$$

$$+\frac{1}{2} K_T (\Phi_2 - \Phi_1)^2 + \frac{1}{2} K_L (w_2 - w_1)^2$$

$$L \qquad L$$

$$+\frac{1}{2} \int FC (v'^2 + u'^2) dz$$

$$0$$

$$+\frac{1}{2} K_r (u'_2 - u'_1)^2 + \frac{1}{2} K_r (v'_2 - v'_1)^2 \qquad (1)$$

burada 1 ve 2, sırasıyla, çatlak öncesi ve sonrası kesitlerdeki serbestliklerdir.  $K_r$  ise denklem (4) den sonra açıklanmaktadır.

$$T = \frac{1}{2} \int \rho A(u^2 + v^2 + w^2) dz + \frac{1}{2} \int \rho I_{TP} \phi^2 dz$$

+ 1/2 M<sub>i</sub> (u<sup>2</sup>+v<sup>2</sup>) i<sup>+</sup> 1/2 J<sub>i</sub> (u'<sup>2</sup>+v'<sup>2</sup>) i (2) Burada,  $F_{C} = P$  eksenel kuvvet ile ilgili terim olarak tanımlanmıştır.() zamana, () z'e göre türevdir. Noktasal kütle(M)i ve dönel kütleden(Ji) meydana gelen ek kinetik enerji terimleri i noktalarına karşı gelen i (i=1,2) koordinatları ile, denklem (2) de son terimlerdir. v ve u; x ve y eksenleri yönünde, z ekseni boyunca enine eğilme deformasyonu, w ise z ekseni yönünde yer değiştirmeleridir(Şek. 1.,2.) İlgili sınır koşulları; ankastre uçta u(0)=v(0)=0, u'(0)=v'(0)=0,serbest ucta. u'(L)≠v'(L)≠0 dır, krank biyel çubuk basit mesnet noktasında ise, düzlem içi hareket için,  $w_I = w_{II}$ ,  $v_I = v_{II}$ ,  $u_I=u_{II}$  ve düzlem dışı hareket için,  $w_I=w_{II}$ ,  $v_I=v_{II}$ ,  $u_I=u_{II}$ (bak, Şek. 1) dir. Her iki halde, (I)-(II) veya III terimleri,(1), (2) denklemleri benzeri şekilde kullanılarak birlestirilir. İnce cubuk sonlu elemanları 12 serbestlik derecelidir. Her bir düğümdeki serbestlik dereceleri,

sırasıyla; x ve y eksenleri boyunca eğilme deformasyonu yer değiştirmeleri(v,u) ve dönmeleri, burulma( $\Phi$ ) ve boyuna uzama(w) z ekseni yönünde olmak üzere, yer değiştirmeleridir. (1) ve (2) denklemlerinde, kayma deformasyonu yer değiştirmeleri ihmal edilir. IGx, IGy çubuk alan momentleri, E elastisite, G kayma modülleri, A kesit alanı,  $\rho$  yoğunluk, IT burulma sabiti,  $\rho$  ITP kesit dönme atalet momenti, M noktasal kütle(i), J i koordinatındaki noktasal kütle atalet momentidir. (1) ve (2) denklemleri Şek. 1- 4. e göre her bir çubuğa standart sonlu elemanlar yöntemi uygulanarak( [8], [11]), hareket denklemleri matris notasyonu ile standart bir şekilde aşağıdaki gibi elde edilir:

$$[M]{q} + [K]{q} = 0$$
(3)

Burada, [M], sistem kütle, [K] sistem rijitlik matrisidir. (3) denklemi, standart öz değer problemi olarak çift hassaslıklı matematik kullanılarak çözülür.



Sekil 2. Koordinat eksenleri(robot mekanizması). rc=L1 krank boyu, Lc=L2 biyel boyu(z).

Bir taraflı açık çatlak fiziki modelinde; eğilme dönme yayı  $K_r$  ile, boyuna uzama yay katsayısı  $K_L$  ile ve benzeri şekilde eklenecek çatlak burulma yay katsayısı  $K_T$  ile gösterilmiştir. Çatlak için yerel eğilme fonksiyonu [3], [4] de verildiği şekilde hesaplanabilir. Belirtilen çalışmada kullanılan eğilme dönme yayı modeli 18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, 'Trabzon, 5-7 Haziran 2017

endüstrideki uygulamalarda iyi bir sonuç vermektedir. Çatlak için yerel eğilme fonksiyonu aşağıdaki gibi hesaplanabilir[3]-[4],

$$D = \frac{5.346h}{EI} I(\frac{a}{h}) \tag{4}$$

Boyutsuz yerel eğilme fonksiyonu, [3],[4] ye göre tanımlanmaktadır.Burada a=aa çatlak derinliği, h=t çubuk kalınlığı, I(a/h) =boyutsuz yerel eğilme fonksiyonudur. Verilen çatlak derinliği için burulma rijitliği ,  $K_1 = K_r L/EI$ , çatlak modellenmesinde kullanılan burulma yay katsayısı,  $K_r = 1/D$  dir. Boyuna uzama yay katsayısı,  $K_L = A_c E/L_c$ , burada  $A_c$  =çatlak dik kesit alanı,  $L_c$  =çatlak boyudur. Çatlak burulma yay katsayısı,  $K_T = G I_{Tc} / L_c$ , burada,  $I_{Tc}$  çatlak burulma sabiti, G ise kayma modülüdür. Bu çalışmada, çatlakla ilgili yay katsayıları, bilgisayar programında (Şek.1.,2,3,4) de gösterildiği gibi hesaplanarak denklem (1) ve (2) ye göre sistem rijitlik matrisine eklenmektedir. Çatlak, (I) ve (II) nolu çubukların(Şekil 1- 4) ortalarında bulunmaktadır.



Şekil 3. Koordinat eksenleri(L tipi).



Şekil 4. Koordinat eksenleri(U tipi).

#### III. Sayısal Sonuçların Değerlendirilmesi

Sayısal sonuçlar için önce, uygulamalarda, çatlaksız haldeki sayısal değerlerin Tablolarda verilmesiyle başlanmıştır. Mevcut çalışmada kullanılan ince çubuk sonlu elemanları ve [3],[4],[8],[11],[12], deki uluslar arası ve ulusal yayınlardaki tam analitik ve deneysel değerler arasında mükemmel bir uygunluk görülmüştür(Tablo 1. ve Tablo 2.).Çatlak yerinin hem biyelde hem de krankda tespiti bu yayınlardaki gibi ve şekillerden açıkça görülmektedir. Tablo 3, 4, 5 de de çatlaklı ve çatlaksız krank biyel, krank serbest robot kolu ve mevcut yöntem, sonuçları verilmiştir. Tablo 1, 2, de frekanslar ve titreşim biçimleri verilmiştir(Şek.1- 3., Şek. 5- 9). Düzlem içi kavramı, Oxz düzlemindeki literatürde kullanılan tipik titreşim düzlemi ve düzlem dışı kavramı ise, Oyz düzlemindeki tipik titreşimleri belirtmek için kullanılmıştır. Tablo 2.-3. de, M1 isimli boya



Şekil 5. Boya robotu titreşim biçimi 1(normalize halde)., \_\_\_\_:
m=10kg hali,(1-10 sonlu eleman(=el.), L1 boyunca,Şek.1, z).
\_\_\_:m=10 hali,(1-10el.,L1 boyunca,Şek.1, z),krank ve biyelde ortada çatlak hali (a/t=0.9),((x ekseni)x10<sup>-5</sup>).



Şekil 6. Boya robotu titreşim biçimi 1(normalize halde)., \_\_\_\_: m=10kg hali,(1-10el., L2 boyunca,Şek.1, z). \_\_\_\_:m=10 hali,(1-10 sonlu eleman(=el.),L2 boyunca,Şek.1),krank ve biyelde ortada çatlak hali (a/t=0.9),((x ekseni)x10<sup>-5</sup>).



Şekil 7. Boya robotu titreşim biçimi 1(normalize halde)., \_\_\_\_: m=10kg hali,(1-10el., L1 boyunca,Şek.2, z). \_\_\_\_:m=10 hali,(1-10el.,L1 boyunca,Şek.2),krank ve biyelde ortada çatlak hali(a/t=0.9,L1=L/2,L2=L),((x ekseni)x10<sup>-5</sup>).

18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, 'Trabzon, 5-7 Haziran 2017

robotunun en uçta yer alan boyama işlemi kolunun modeli ve uç kütlesi ile oluşturulan robot kolları halinde düzlem içi kütleli ve çatlaklı hallere ait sayısal değerler karşılaştırmalı olarak verilmiştir. Tablo 3-4 de ise bu örneklerin çatlaklı ve kütleli ank-basit-serbest farklı robot kolları halleri için elde edilen sayısal değerler verilmiştir.

Tablo 1. M1 Boya robotu titreşimleri. Dairesel kesit, mm,  $E=2.10^{11}N/m^2$ ,  $G=7.955510^{10}N/m^2$ ,  $\rho=7850kg/m^3$ , L1=L2=L=1200mm,v=0.3,k=1.2, 10+10el., ank.-basit, M=10 kg, krank+biyel, benzer ortada çatlak aa/t=0.0 aa/t=0.9 frek aa/t=0 aa/t=0.9 [Hz] 10kg biyel 10+10el. 10+10el. 13.800 7.806 9.832  $\omega_1$ 6.654 83.391 14.311 60.894 18.590  $\omega_2$ 150.775 73.360 184.050 83.429 03 337.535 219.556 375.955 232.662  $\omega_4$ 252.571 338.791 830.564 ω5

Tablo 2. M1 Boya robotu titreșimleri.

Dairesel kesit, mm

| Devam Tablo 1 . ankserbest hal |         |          |              |              |  |
|--------------------------------|---------|----------|--------------|--------------|--|
| frek                           | aa/t=0  | aa/t=0.9 | aa/t=0.9     | aa/t=0.9     |  |
| [Hz]                           | mevcut  | krank+   | çatlak krank | çatlak biyel |  |
|                                |         | biyel    |              |              |  |
|                                |         | çatlak   |              |              |  |
| $\omega_1$                     | 0.024   | 0.001    | 0.001        | 0.008        |  |
| ω <sub>2</sub>                 | 14.626  | 7.360    | 7.572        | 12.638       |  |
| ω <sub>3</sub>                 | 84.381  | 18.638   | 74.328       | 20.793       |  |
| ω4                             | 336.315 | 75.586   | 237.812      | 86.624       |  |
| 005                            | 600.131 | 238.085  | 599.705      | 336.316      |  |



Şekil 8. Boya robotu titreşim biçimi 1.(L2, z boyunca kesit dönmesi ,Şek.1-7.) Çatlak L2 nin ortasındadır,Şek.1.

Tablo 1- 4 de ise, ank.-basit-serbest sınır koşullu robot örneği (krank-biyel şekli iki ayrı L<sub>1</sub> boyu) için sayısal değerler verilmiştir (Şek.1,Şek.2). Şekil 5. –11. de çatlak tespitinde kullanılan frek. ve tit. biçimleri verilmektedir. Tablo 3. M1 Boya robotu titreşimleri.(Dairesel kesit, mm)

| E=2.1                                 | $E=2.10^{11}$ N/m <sup>2</sup> , G=7.955510 <sup>10</sup> N/m <sup>2</sup> , $\rho$ =7850kg/m <sup>3</sup> , |                 |                 |              |  |  |
|---------------------------------------|--|-----------------|-----------------|--------------|--|--|
| L1=L                                  | 2=L=12mm,  | v=0.3,k=1.2, 1  | 0+10el., ank    | basit,       |  |  |
| M= 1                                  | 0 kg, krank-   | +biyel , benzer | ortada çatlakla | ar           |  |  |
| frek.                                 | aa/t=0   | aa/t=0.9        | aa/t=0.9        | aa/t=0.9     |  |  |
| [Hz]                                  |  | krank+          | krank           | biyel        |  |  |
|                                       | 10+10el.   | biyel           | 10+10el.        |              |  |  |
| $\omega_1$                            | 41.3350  | 11.0356         | 19.6559         | 11.1782      |  |  |
| ω2                                    | 2460.85  | 20.6798         | 2460.64         | 42.9366      |  |  |
| ω3                                    | 4775.47  | 4162.27         | 4769.24         | 4166.97      |  |  |
| $\omega_4$                            | 23551.0  | 22703.8         | 22713.3         | 23244.4      |  |  |
| $\omega_5$                            | 33634.2  | 23244.8         | 23553.3         | 33625.7      |  |  |
| Tablo 4. M1 Boya robotu titreşimleri. |  |                 |                 |              |  |  |
| devan                                 | n Tabl1 1 . ar   | nkserbest hal   |                 |              |  |  |
| frek.                                 | aa/t=0   | aa/t=0.9        | aa/t=0.9        | aa/t=0.9     |  |  |
| [Hz]                                  | mevcut   | krank+          | çatlak krank    | çatlak biyel |  |  |
|                                       |  | biyel           |                 |              |  |  |
|                                       |  | çatlak          |                 |              |  |  |
| $\omega_1$                            | 1.0277   | -1.122          | -0.13665        | -1.986       |  |  |
| $\omega_2$                            | 2.9751   | 1.48901         | 1.49002         | 2.6992       |  |  |
| ω3                                    | 82.9212  | 15.8091         | 74.5053         | 15.8129      |  |  |
| ω4                                    | 4167.87  | 79.8570         | 4167.84         | 88.8371      |  |  |
| ω5                                    | 30938.1  | 21209.1         | 21209.15        | 30937.9      |  |  |

| 1000 1                       |
|------------------------------|
| 500                          |
|                              |
| -500 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 |
| -1000                        |
| -1500                        |
| -2000                        |
| -2500                        |
| -3000                        |

Şekil 9. Boya robotu titreşim biçimi 2(normalize halde).. L2 boyunca(Şek.4.2den devam.) .krank ve biyelde a/t=0.9, ortada çatlak hali, (x10<sup>-5</sup>).





\_\_\_\_\_: m=10kg hali,(1-10el., L1 boyunca,Şek.1,z). \_\_\_\_\_:m=10 hali,(1-10el.,L1 boyunca,Şek.1),krank ve biyelde ortada çatlak hali(a/t=0.9),1.frekans hali(Şek.17.),ank-serb. 1.frekans türevi.

18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, 'Trabzon, 5-7 Haziran 2017



Şekil 11. Boya robotu spatial kütleli frekansları,

\_\_\_\_: m=10kg hali,(1-10el., L2 boyunca,Şek.1).

\_\_\_\_\_:m=10 hali,(1-10el.,L2 boyunca,Şek.1),krank ve biyelde ortada çatlak hali (a/t=0.9),1.frekans hali(Şek.17.), ankastre-serbest halde 1. frekans türevi



Şekil 12. Boya robotu spatial kütleli frekansları,

: m=10kg hali,(1-10el., L1 boyunca,Şek.1).

\_\_\_\_\_:m=10 hali,(1-10el.,L1 boyunca,Şek.1),krank ve biyelde ortada çatlak hali (a/t=0.9),1.frekans hali(Şek.17.), ankastre-serbest halde 1. frekans 2.türevi.



Şekil 13. Boya robotu spatial kütleli frekansları, \_\_\_\_\_: m=10kg hali,(1-10el., L2 boyunca,Şek.1).

\_\_\_\_\_:m=10 hali,(1-10el.,L2 boyunca,Şek.1),krank ve biyelde ortada çatlak hali (a/t=0.9),1.frekans hali(Şek.11.), ankastre-serbest halde 1. frekans 2.türevi.



Şekil 14. Boya robotu spatial kütleli frekansları,

\_\_\_\_\_: m=10kg hali,(1-10el.,L1-L2 boyunca,Şek.1). \_\_\_\_\_:m=10 hali,(1-10el.,L1-L2 boyunca,Şek.1),krank ve biyelde ortada çatlak hali (a/t=0.9),1.frekans hali(Şek.11.), ankastre-serbest halde 1. frekans 1.türevi, (x10<sup>-4</sup>[H/m]).



Şekil 15. Boya robotu spatial kütleli frekansları,

: m=10kg hali,(1-10el., L1 boyunca,Şek.1). :m=10 hali,(1-10el.,L1 boyunca,Şek.

\_\_\_\_:m=10 hali,(1-10el.,L1 boyunca,Şek.1),krank ve biyelde ortada çatlak hali (a/t=0.9),1.frekans hali(Şek.11.), ankastre-serbest halde 1. frekans 3.türevi



Şekil 16. Boya robotu spatial kütleli frekansları,

\_\_\_\_\_: m=10kg hali,(1-10el., L2 boyunca,Şek.1). \_\_\_\_\_:m=10 hali,(1-10el.,L2 boyunca,Şek.1),krank ve biyelde ortada çatlak hali (a/t=0.9),1.frekans hali(Şek.11.), ankastre-serbest halde 1. frekans 3.türevi. 18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, 'Trabzon, 5-7 Haziran 2017



Şekil 17. Krank biyel spatial kütleli frekansları, 1-10el., L2 boyunca,Şek.1), krank ve biyelde ortada çatlak hali (a/t=0.6),1.frekans hali(Şek.11.), ankastre-basit halde 1. frekans 1.türevi, Şekil 17. (Sandor[1],data). L1 boyunca(Şek. 17. den devam.) .a=0.6 krank ve biyelde ortada(x10<sup>-3</sup>[H/m]).



Şekil 18. Boya Robotu titreşim kesit dönme biçimleri, 1-10el., L1-L2 boyunca,Şek.1), krank ve biyelde ortada çatlak hali (a/t=0.9),2.frekans hali(Şek.18.), ankastre-basit halde 2. frekans, Şekil 17. (Sandor[1]),(normalize halde).(Şek. 17. den devam.) .a=0.9 krank ve biyelde ortada(x10<sup>-5</sup>[H]).

Tablo 5. Boya robotu titreşim yanıtı ortalama değerleri.

Sayısal değerler Şek.5. Ank.-basit-basit mesnet, Birinci titreşim biçimi.L1=L/2

|                   | krank   |         | biyel      |            |
|-------------------|---------|---------|------------|------------|
|                   | a/t=0.0 | a/t=0.9 | a/t=0.0    | a/t=0.9    |
| krank+            | 333.9   | 218.0   | 839.5      | 1028.5     |
| biyel             |         |         | krnk+biyel | krnk+biyel |
| çatlak            |         |         | 573.3      | 618.6      |
| çatlak<br>biyelde | 333.9   | 133.4   | 839.5      | 1209.1     |
| krnk+by<br>L1=L/2 | 204.2   | 121.7   | 688.0      | 843.6      |
| biyel<br>L1=L/2   | 204.2   | 96.1    | 688        | 878.5      |

| Tablo 6. Boya robotu titreşim yanıtı | Standart Sapma |
|--------------------------------------|----------------|
| değerleri.(devam Tablo5)             |                |

|                             | krank   |         | biyel      |            |
|-----------------------------|---------|---------|------------|------------|
|                             | a/t=0.0 | a/t=0.9 | a/t=0.0    | a/t=0.9    |
| krank+                      |         |         |            |            |
| biyel                       | 333.9   | 218.0   | 839.5      | 1028.5     |
| çatlak                      |         |         | krnk+biyel | krnk+biyel |
|                             |         |         | 573.3      | 618.6      |
| biyelde                     | 333.9   | 133.4   | 839.5      | 1209.1     |
| krnk+bi<br>yel<br>L1=L/2    | 204.2   | 121.7   | 688.0      | 843.6      |
| biyelde<br>çatlak<br>L1=L/2 | 204.2   | 96.1    | 688        | 878.5      |

Table 7. Boya robotu titreşim yanıtı Çarpılma (skewness) değerleri. devam Tablo 8)

|         | krank   |         | biyel      |            |
|---------|---------|---------|------------|------------|
|         | a/t=0.0 | a/t=0.9 | a/t=0.0    | a/t=0.9    |
| krank+  |         |         |            |            |
| biyel   | 0.571   | 0.980   | -2.943     | -2.663     |
| çatlak  |         |         | krnk+biyel | krnk+biyel |
|         |         |         | -0.380     | -0.018     |
| biyelde |         |         |            |            |
| çatlak  | 0.571   | 0.577   | -2.943     | -0.929     |
| krnk+bi | 0.630   | 0.865   | 0.108      | -2.118     |
| yelde   |         |         |            |            |
| L1=L/2  |         |         |            |            |
| biyel   | 0.630   | 0.615   | 0.108      | -1.596     |
| L1=L/2  |         |         |            |            |

Tablo 8. Boya robotu titreşim yanıtı

| Kurtosis | değerleri ( | Devam Tab |
|----------|-------------|-----------|
| NULLOSIS | degenerit   | Devam ran |

|        | Kurtosis değerleri.( Devam Tablo 7.). |         |            |            |  |
|--------|---------------------------------------|---------|------------|------------|--|
|        | krank                                 |         | biyel      |            |  |
|        | a/t=0.0                               | a/t=0.9 | a/t=0.0    | a/t=0.9    |  |
| krank+ |                                       |         |            |            |  |
| biyel  | -1.110                                | -0.474  | 7.149      | 9.359      |  |
| çatlak |                                       |         | krnk+biyel | krnk+biyel |  |
|        |                                       |         | -1.596     | -1.952     |  |
| biyel  | -1.011                                | -0.995  | 9.359      | -0.430     |  |
| krank+ | -0.904                                | -0.635  | 1.047      | 3.691      |  |
| biyel  |                                       |         |            |            |  |
| L1=L/2 |                                       |         |            |            |  |
| biyel  |                                       |         |            |            |  |
| L1=L/2 | -0.904                                | -0.926  | 1.047      | 1.584      |  |

Spatial kütleli hal için her iki uzuvda 20 ayrı noktasal kütle için elde edilen frekans değişimleri krank ve ank.- 18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, 'Trabzon, 5-7 Haziran 2017

basit-serbest mesnetli biyel için Şek. 7 de, ank.-basitbasit hal için Şek.18 de verilmiştir. Bu haller için 1. frekans 1.türevi Şek.5.-Şek.6. da , 2. frekans türevi Şek. 5.-14. ,1. frekans 3. türevi Şek. 15-16 da gösterilmiştir. [1]de 1. ve 2. frekans türevlerinin yine % 4 kadar hassasiyetle çatlak yerinin tespitinde kullanılabileceği gösterilmiştir. Birlikte titreşim biçimleri etkileri önce U şekilli boya robotu hali için ikinci titreşim biçimi ve birinci normalize edilen değerleri ile Şek. 19. da gösterilmistir. Sekil 20 de bu hal icin 1. titresim bicimi türevi (t2-t1) hali için gösterilmiştir. 1. türev değerleri çatlak yerini daha belirgin olarak göstermektedir. Aynı örnekte U şekilli robot kolu titreşimleri de üçüncü t3 ve t1 titreşim biçiminde (t3-t1) halinde 1. türev hali ani artış ve azalma şeklinde daha belirgin gösterge olmak üzere sonuçlar elde edilmiştir. (Şek. 21, Şek. 22). L şekilli boya robotu hallerinde de sonuçlar benzeri şekildedir (Şek. 23, Şek. 24). Şek. 25 de L şekilli halde 2. ve Şek. 26 da 3. türev hallerinde de daha belirgin sonuçlar elde edildiğini göstermektedir. U tipi robot kolları halinde noktasal kütleler yönteminde birlikte frekanslara yapılan uygulamada 1. ve 2. frekanslar için (f2-f1) olmak üzere Şek. 27 ve Şek. 28 de ve (f3-f1) için Şek. 29 ve 1. türev için Şek. 30 da sonuçlar gösterilmiştir.Krank biyel hali için 1. türev halleri daha belirgin olmak üzere (f2-f1) frekansları için Şek. 31 ve 32. yakından L1 boyunca görünüşü Şek. 33 de, (f3-f1) halleri Şek. 34, 1. türev Şek. 35, 1. türev Şek. 35, 2. türev Şek. 36 ve 3. türev Şek. 37 de gösterilmiştir.



Şekil 19. Boya robotu titreşim biçimi 1(normalize halde)., \_\_\_\_: m=10kg hali,(1-10el., L1 boyunca,Şek.1). \_\_\_\_:m=10 hali,(1-10el.,L1 boyunca,Şek.1),ortada çatlak hali (a/t=0.9),(x10<sup>-5</sup>).t2-t1 hali, U şekilli L1



Şekil 20. Boya robotu titreşim biçimi 1(normalize halde)., \_\_\_\_: m=10kg hali,(1-10el., L1 boyunca,Şek.1,z). \_\_\_\_:m=10 hali,(1-10el.,L1 boyunca,Şek.1.,4.),ortada çatlak hali (a/t=0.9),(x10<sup>-5</sup>).t2-t1 hali 1. Türev, U şekilli L1 de.



Şekil 21. Boya robotu titreşim biçimi 1(normalize halde)., \_\_\_\_\_: m=10kg hali,(1-10el., L1 boyunca,Şek.1). \_\_\_\_\_:m=10 hali,(1-10el.,L1 boyunca,Şek.1),ortada çatlak hali (a/t=0.9),(x10<sup>-5</sup>).t3-t1 hali , U şekilli L1 de.



Şekil 22. Boya robotu titreşim biçimi 1(normalize halde)., \_\_\_\_: m=10kg hali,(1-10el., L1 boyunca,Şek.1.,4.). \_\_\_\_:m=10 hali,(1-10el.,L1 boyunca,Şek.1),ortada çatlak hali (a/t=0.9),(x10<sup>-5</sup>).t3-t1 hali 1. Türev, U şekilli L1 de.



Şekil 23. Boya robotu titreşim biçimi 1(normalize halde)., \_\_\_\_: m=10kg hali,(1-10el., L1 boyunca,Şek.1.,3.). \_\_\_\_:m=10 hali,(1-10el.,L1 boyunca,Şek.1),ortada çatlak hali (a/t=0.9),(x10<sup>-5</sup>).t2-t1 hali L şekilli L1 de.

Araştırmalarda çok kullanılan titreşim yanıtı değerleri ,sırasıyla, standart sapma(Tablo 6), çarpılma(Tablo 7) ve Kurtosis(Tablo 8) değerleri çatlaklı ve çatlaksız haller için belirlemede hangisinin daha belirgin olduğu konusunda bilgi vermek için verilmiştir. Genelde standart sapma ve Kurtosis değerleri belirlemede daha kullanışlıdır.

18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, 'Trabzon, 5-7 Haziran 2017



Şekil 24. Boya robotu titreşim biçimi 1(normalize halde)., \_\_\_\_: m=10kg hali,(1-10el., L1 boyunca,Şek.1.,3.). \_\_\_\_:m=10 hali,(1-10el.,L1 boyunca,Şek.1),ortada çatlak hali (a/t=0.9),(x10<sup>-5</sup>).t2-t1 hali 1. Türev, L şekilli L1 de.



Şekil 25. Boya robotu titreşim biçimi 1(normalize halde)., \_\_\_\_: m=10kg hali,(1-10el., L1 boyunca,Şek.1.,3.). \_\_\_\_:m=10 hali,(1-10el.,L1 boyunca,Şek.1),ortada çatlak hali (a/t=0.9),(x10<sup>-5</sup>).t2-t1 hali 2. türev, L şekilli L1 de.



Şekil 26. Boya robotu titreşim biçimi (normalize halde)., \_\_\_\_: m=10kg hali,(1-10el., L1 boyunca,Şek.1.,3.). \_\_\_\_:m=10 hali,(1-10el.,L1 boyunca,Şek.1),ortada çatlak hali (a/t=0.9),(x10<sup>-5</sup>).t2-t1 hali 3. Türev, L şekilli L1 de.



Şekil 27. Boya robotu spatial kütleli frekansları,

\_\_\_\_: m=10kg hali,(1-10el., L1" boyunca,Şek.1.,4.). \_\_\_\_:m=10 hali,(1-10el.,L2 boyunca,Şek.1),krank ve biyelde ortada çatlak hali (a/t=0.9),1.frekans hali(Şek.11.), ankastre-serbest halde f2-f1 frekans,Utipi.



Şekil 28. Boya robotu spatial kütleli frekansları,

\_\_\_\_\_: m=10kg hali,(1-10el., L1 boyunca,Şek.1.,3.). \_\_\_\_:m=10 hali,(1-10el.,L2 boyunca,Şek.1),krank ve biyelde ortada çatlak hali (a/t=0.9), ankastre-serbest halde f2-f1 frekansı 1. türevi,Utipi.



Şekil 29. Boya robotu spatial kütleli frekansları,

\_\_\_\_\_: m=10kg hali,(1-10el., L2 boyunca,Şek.1.,4.). \_\_\_\_\_:m=10 hali,(1-10el.,L2 boyunca,Şek.1),krank ve biyelde ortada çatlak hali (a/t=0.9),1.frekans hali(Şek.11.), ankastre-serbest halde f3f1 frekans,Utipi.



Şekil 30. Boya robotu spatial kütleli frekansları,

\_\_\_\_\_: m=10kg hali,(1-10el., L2 boyunca,Şek.1.,4.). \_\_\_\_\_:m=10 hali,(1-10el.,L2 boyunca,Şek.1),krank ve biyelde ortada çatlak hali (a/t=0.9),1.frekans hali(Şek.11.), ankastre-serbest halde f3f1 frekansı 1.türevi,Utipi.



Şekil 31. Boya robotu spatial kütleli frekansları,

\_\_\_\_\_: m=10kg hali,(1-10el., L2 boyunca,Şek.1.,3.). \_\_\_\_\_:m=10 hali,(1-10el.,L2 boyunca,Şek.1),krank ve biyelde ortada çatlak hali (a/t=0.9),1.frekans hali(Şek.11.), ankastre-basit-serbest halde f2-f1 frekansı.

#### 18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, 'Trabzon, 5-7 Haziran 2017



Şekil 32. Boya robotu spatial kütleli frekansları,

\_\_\_\_\_: m=10kg hali,(1-10el., L2 boyunca,Şek.1.,2.). \_\_\_\_:m=10 hali,(1-10el.,L2 boyunca,Şek.1),krank ve biyelde ortada çatlak hali (a/t=0.9),1.frekans hali(Şek.11.), ankastre-basit-serbest halde f2-f1 frekansı 1. Türevi.



Şekil 35. Boya robotu spatial kütleli frekansları,

\_\_\_\_\_: m=10kg hali,(1-10el., L2 boyunca,Şek.1.,2.). \_\_\_\_\_:m=10 hali,(1-10el.,L2 boyunca,Şek.1),krank ve biyelde ortada çatlak hali (a/t=0.9),1.frekans hali(Şek.11.), ankastre-basit-serbest halde f3-f1 frekansı,1.türevi.



#### Şekil 33. Boya robotu spatial kütleli frekansları,

\_\_\_\_\_: m=10kg hali,(1-10el., L2 boyunca,Şek.1). \_\_\_\_\_:m=10 hali,(1-10el.,L2 boyunca,Şek.1),krank ve biyelde ortada çatlak hali (a/t=0.9),1.frekans hali(Şek.11.), ankastre-basit-serbest halde f2-f1 frekansı 1. Türevi, L1 boyunca.



Şekil 34. Boya robotu spatial kütleli frekansları,

m=10kg hali,(1-10el., L2 boyunca,Şek.1.,2.). m=10 hali,(1-10el.,L2 boyunca,Şek.1),krank ve biyelde ortada çatlak hali (a/t=0.9),1.frekans hali(Şek.11.), ankastre-basit-serbest halde f3-f1 frekansı.



Şekil 36. Boya robotu spatial kütleli frekansları,

\_\_\_\_\_: m=10kg hali,(1-10el., L2 boyunca,Şek.1.,2.). \_\_\_\_\_:m=10 hali,(1-10el.,L2 boyunca,Şek.1),krank ve biyelde ortada çatlak hali (a/t=0.9),1.frekans hali(Şek.11.), ankastre-basit-serbest halde f3-f1 frekansı,2.türevi.



Şekil 37. Boya robotu spatial kütleli frekansları,

m=10kg hali,(1-10el., L2 boyunca,Şek.1.,2.). m=10 hali,(1-10el.,L2 boyunca,Şek.1),krank ve biyelde ortada çatlak hali (a/t=0.9),1.frekans hali(Şek.11.), ankastre-basit-serbest halde f3-f1 frekansı,3.türevi.

#### VI. Sonuçlar

Endüstride, çeşitli mühendislik alanlarında kullanılan krank biyel mekanizmaları ve robot kolları, klasik 12 serbestlik dereceli ince çubuk sonlu elemanları ile üç boyutlu olarak incelendi.Mevcut çalışmada elde edilen sayısal değerler; literatürdeki değerler, tam değerler ve mevcut çalışmada elde edilen deneysel değerlerle büyük bir uygunluk içindedir. Buna karşılık noktasal olarak eklenen kütlelerin de tasarımda kullanılabilecek önemli veriler sağladığı gösterilmiştir. Noktasal kütleler halinde, birinci frekansın 1., 2. ve 3. frekans türevlerinin de çatlak verinin % 4 hassasiyetinde belirlenmesinde kullanılabileceği de gösterilebilecektir. Seçilen önemli örnekler; L, U ve krank biyel örneklerinde, kombine, birlikte titreşim biçimleri; 1., 2. ve 3. titreşim biçimleri ve noktasal kütleler yöntemi ile bulunan frekanslar arasında uygulanmıştır. Ele alınan örneklerde birlikte ele alınan gerek titreşim biçimi gerekse frekans değerlerinden daha belirgin olmak üzere çatlak konumunun ve büyüklüğünün belirlenebileceği görülmüştür. Noktasal kütleli hallerde kombine, birlikte titreşim biçimleri ve frekanslarının incelenmesinde belirgin faydalar sağlandığı görülmüştür. Bilhassa 1. türevli hallerinde bu tip bir kombine, birlikte frekans ve titreşim biçimi analizinin daha fazla bilgi verdiği ve uygulamada kullanılması önerilmektedir. Araştırmada, kombine ilk üç titreşim biçimine ait frekans ve yer değişimi değerlerine ait farklar ve türevleri inceleme için yeterli olmaktadır.

#### Kaynakça

 Sandor G.N., and Erdman A.G. Advanced mechanism design: Analysis and synthesis, Vol. 2, Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, 1984.

[2].Karadag V. Vibrations and dynamic stability of thick flexible new material composite mechanisms with heavy masses, Proc. Tenth World Congress on the Theory of Machines and Mechanisms, Vol. 5,

Vibrations, Oulu, Finland, June 20-24, s. 2156-2161,1999.
[3]. Dimarogonas A.D. Vibration of cracked structures: A state of the art review, Engineering Fracture Mechanics, 55(5), pp. 831-857, 1996.
[4].Chondros T.G., Dimarogonas A.D. Identification of cracks in welded joints of complex structures, Journal of Sound and Vibration, 69(4), pp. 531-538,1980.

[5]. Altay Kaan and Karadag V. Vibration analysis of generally cracked beams with spring and masses and axial load, Proc. of ESDA2002, 6<sup>th</sup> BiennialCconf. on Eng. Systems Design and Analysis, Istanbul, Turkey, July 8-11, pp. 1-6, 2002.
[6]. Zhong S. Oyadiji O.S., Ding, K., Response –only method for damage dtection of beam-like structures using high accuracy frequencies with auxiliary mass spatial probing, J. of sound and vibration,v311, n3-5, Apr. 8, s.1075-1099,2008.

[7]. Lin R.M. and Wang W.J., Structural dynamics of microsystems-

current state of reseach and future directions, Mechanical systems and signal processing, 20,2006, 1015-1043.

[8]. Karadag V. Vibrations of crank slider mechanisms with multi cracks and micromechanisms' size effects, Proc. Int. Semposium of Mechanisms and Machine Science, 2010 AzCIFTOMM-İzmir Inst. of Technology,5-8 Oct., İzmir,Turkey,pp.361-371,2010.

[9]. Khiem N.T., Toan L.K. A novel method for crack detection in beam like structures by measurements of natural frequencies , J. Of Sound and Vibration, 333, 4084-4103, 2014.

[10]. Mei C. Wave analysis of in plane vibrations of L shaped and portal frame structures, J. of vibration and acoustics, vol. 134, 0211011-1-12, 2012.

[11]. Karadag V. Çoklu çatlaklı krank biyel mekanizmaları ve mikromekanizmalarının titreşim analizi ve konum belirlenmesi, 15. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, Niğde Üniv., Müh. Fak., 16-18 Haziran, s. 1-11, 2011.

[12]. Karadag V. Çoklu çatlaklı çerçeve yapıları ve mikroçerçeve yapılarının titreşim analizi ve rastsal konum belirlenmesi, 16. Makina Teorisi Sempozyumu, Atatürk Üniv., Müh. Fak., 12-13 Eylül, CD s. 570-579,2013

[13].Karadag V. Paralel robot kollarının titreşim analizinde, çatlak etkilerinin incelenmesi ve belirlenmesi,Otekon'08,1-4 Haziran, s. 1-8, Bursa,2008

[14].Zhong S., Oyadji O.S. Analytical predictions of natural frequencies of cracked simply supported beams with a stationary roving mass, J. of Sound and Vibration, doi:101016/j.jsv. 2007.09.009, pp. 1-25,2007

[15].Caciola, P., Impollonia and Martin H.R. Crack detection and location in damaged beam vibrating under white noise, Comp. and Structures, 81, 1773-1782, 2003.

[16]. Leontios J., et al, Crack detection in beams using kurtosis, Comp. and structures, 83, 909-919, 2005.

[17]. Mozanoğlu K., Sabuncu M., A frequency based algorithim for identification of single and double cracked beams via a statistical approach used in experiment, Mechanical systems and Signal processing, 30, 168-185, 2012.

- [18]. Liu J. et al, A dynamic model of a cantilever beam with a closed, embedded horizontal crack including local flexibilities at crack tips, . of sound and vibration,dx,doi.org/10.1016/j.jvs.2016.04.036, 2016.
- [19]. Neves A.C., et al, Vibrations of cracked beams : discrete mass and stiffness models, Comp. and structures, 168, 68-77, 2016.

### Gezici Dalga Harekete Sahip Yılansı Robotlar İçin Hareket Planlama

E. Yaşar<sup>\*</sup> Gaziosmanpaşa Üniversitesi Tokat Ş. Yıldırım<sup>†</sup> Erciyes Üniversitesi Kayseri

Özet—Yılansı robotlar, arama kurtarma ve askeri amaçlar için gün geçtikçe daha bir önem arz etmektedirler. Bu robotlar, temelde sinüzoidal-S hareketi ile ilerlemektedir. Robotların hedefe en hızlı şekilde ilerlemesi, verilen görevleri daha kısa sürede icra etmesi anlamına gelmektedir. Yılansı robotların kullandığı en hızlı hareket tiplerinden, gezici dalga hareketi, sadece düşey eksende gerçekleşen sinüzoidal-S dalga biçimini kullanmaktadır. Hareket planlamada vılansı robotlar için en kısa yol, her zaman en hızlı bir şekilde alınacak anlamına gelmez. Çünkü yılansı robotlar büyük genliklerde daha hızlı hareket etmektedirler. Dolayısı ile hareket planlamada büyük genliğe imkân veren geniş alanların araştırılması gerekmektedir. Literatürdeki hareket planlama yöntemlerinden hiç birisi yılansı robotların ihtiyaç duyduğu geniş alanların bulunması ile ilgili doğrudan bir çözüm üretememektedir. Bu çalışmada akıllı nesne algoritması kullanılarak yılansı robot için en hızlı hareket biçimi tanımlanmaya çalışılmıştır.

Anahtar kelimeler: yılansı robotlar, hareket planlama, gezici dalga hareketi

Abstract—Snake-like robots are increasingly important for search and rescue and military purposes. These robots are basically moving with sinusoidal-S motion. The fastest way for robots to reach the target means that they perform their assigned tasks in a shorter time. From the fastest types of motion used by the Snakelike robots, the traveling wave locomotion uses the sinusoidal-S motion, which occurs only in the vertical axis. The shortest path for snake robots in motion planning does not always mean the fastest way to get it. Because the snake robots are moving faster at larger amplitudes. Therefore, it is necessary to investigate large areas that allow a large amplitude in motion planning. None of the motion planning methods in the literature can produce a direct solution for the large areas needed by the snake-like robots. In this study, it was tried to define the fastest motion pattern for the snake-like robot by using the intelligent object algorithm.

Keywords: snake-like robots, motion planning, traveling wave locomotion

#### I Giriş

Çok çeşitli hareket şekillerine sahip olabilen mobil robotlar, çevreye olan mükemmel adaptasyonları sayesinde birçok uygulamada kullanılmaktadır. Mobil robotlardan, yılansı tip robotlar ise kol ve ayakları olmayan basit vücut şekli yapısındayken tırmanma ve yüzme gibi büyük hareket kabiliyetlerine sahiptirler [1]. Yılansı robotlar, sıklıkla sadece yatay eksende sinüzoidal dalgalanmadan oluşan yanal dalgalanma hareketini veya sadece düşey eksen de gerçekleşen gezici dalga hareketini kullanmaktadır. Yanal dalga hareket sistemi yatay düzlemde oluşur ve itici kuvvetler, gövdenin yatay düzleme göre teğetsel ve normal doğrultudaki farklı sürtünme katsayılarından kaynaklanır. Dolayısıyla hareket birimleri genellikle teğetsel sürtünmeyi gerçekleştirmek için tekerleklere ihtiyaç duyar ve bu nedenle çevreye adaptasyonu çok sınırlıdır. Aksine, hareket düzlemine dikey olarak yürütülen gezici dalga hareketi, sürtünme koşulunu dikkate almadan daha çok çevreye uyarlanma potansiyeline sahiptir [2].

Robotların görevlerini güvenli ve hızlı bir şekilde icra etmesi için birçok yol planlama tekniği kullanılmaktadır [3]. Yol planlama çalışması robotun engellere çarpmadan hareket edebileceği ve başlangıç pozisyonundan, bitiş noktasına doğru en kısa bir biçimde seyahatini sağlayacak bir yolu arama gayretidir. Diğer taraftan robot hareket planlama çalışmaları ise dinamik yapıyı ve sınırlandırmaları göz ardı ederek yalnızca robot nakline ve gerekli dönüşlere odaklanır [4].

1970'li yıllarda hareket planlama robotik çalışmalara dâhil olmaya başlamıştır. İlk olarak 1969 da Nilsson hareket planlama kabiliyeti olan mobil robot tanımını yapmış ve görünürlük çizge (visibility graph) yönteminden bahsetmiştir [5]. 1977 yılında Udupa, engelden sakınma algoritmaları için robotun nokta boyuta küçülme fikrini ortaya atmıştır. Lozano Perez ve Wesley bu fikirden yararlanarak çokyüzlü/çokgen engellere değmeden çokyüzlü/çokgen robotların yol planlaması için daha genel ve sistematik bir fikir önermişlerdir [6]. Bu çalışma, robotun serbestlik derecelerini tanımlayan parametre uzayında, tek bir nokta olarak temsil edilmesini ifade eden, yapılandırma alanı kavramına yol açmıştır [7]. Engeller yapılandırma alanında yasaklı bölgeleri temsil ederken bu alanın tersi serbest uzayı temsil eder [7]. Robotun engellere değmeden güvenli bir şekilde seyahat edeceği hareket alanı bu alandır.

1983 yılında Andrews ve Hogan ve 1985 yılında Khatib [8], robotun çalıştığı ortamın hayali potansiyel alan

<sup>\*</sup> ebubekir.yasar@gop.edu.tr

<sup>\*</sup> sahiny@erciyes.edu.tr

18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, Trabzon, 5-7 Temmuz 2017 (potential field) içerisinde olduğundan hareketle potansiyel alan metodunu geliştirmişlerdir. Robotun içerisinde bulunduğu potansiyel alanda hedef nokta çekici, engeller ise itici bir potansiyel alan oluşturmaktadır. 1991 yılında F. Aurenhammer'in Voronoi diyagram tekniği düzlemi en yakın komşu kuralına göre ayırır [9]. 1994 yılında ise Kavraki ve arkadaşları [10], olasılık temelli yol (PRM) bulma çalışmasında yapılandırma alanından alınan rasgele bir nokta eğer serbest uzaya (Cfree) ait ise onu bir köşe noktası olarak kabul edip yakın köşeleri yerel planlayıcı yardımıyla bir hatla birleştirme yoluna gitmişlerdir. 1998 yılında LaValle ve Kuffner [11] rasgele ağaç yapıda hızlı arama (RRT) çalışmalarında geliştirdikleri algoritmada, yapılandırma alanından alınan ilk örneği kademeli genişleterek komşu en yakın noktaları bulmak suretiyle uç uca bağlayarak ağaç yapı oluşturulur.

Literatürde geçen hareket planlama algoritmaları, sadece en kısa yola odaklanmışlardır. Bu algoritmalar, yılansı robotların hareket planlamasında mutlaka gerekli olan genlik-hız ilişkisine ait bir çıktı vermemektedir. Yılansı robotların hedefe en hızlı bir biçimde ilerlemesi amacıyla 2014 yılında Yıldırım Ş. ve Yaşar E. geliştirdikleri akıllı nesneler algoritmasını, diğer çalışmalardan farklı olarak nesne tabanlı programlama tekniğinden faydalanarak oluşturmuştur [12]. Başlangıç ve bitiş noktasını birleştiren doğru üzerine belirli sayıda ve boyutta nesne yerleştirerek bunları doğruya dik şekilde engellerin üzerinden kaydırarak her engelin bittiği yerde yeni bir nesne oluşturup tüm nesnelerden birbirini görenler arasında herhangi bir arama yöntemi ile en kısa mesafe bulunmuştur. Bu metodun diğerlerinden farkı nesnelerin birbirini görmesi sadece tek bir çizgi şeklinde aradan değil iki nesnede boydan birbirini görebilmesi her gerekmektedir. Bu şekilde iki nesne arasında nesne yüksekliği kadar bir boşluk belirlenmiş olur.

Ayaklı ve tekerlekli robotlar başlangıç noktasını bitişe birleştiren engelden uzak en kısa mesafeyi en kısa sürede alabilirken, yılansı robotlar için aynı durum söz konusu değildir. Çünkü yılansı robotlar hızlı hareket için geniş alanlara ihtiyaç duyarlar [13]. Şekil 1'de bu durum gösterilmiştir.



Şekil. 1. Yılası robotlar için en kısa ve en hızlı yol farkı.

Literatürdeki hareket planlama algoritmaları en kısa mesafeyi problem olarak tanımladıklarından bulunabilecek en kısa yol, yılansı robotlar için en kısa sürede alınabileceği anlamına gelmez. Yılansı robotların bu mesafeyi en kısa sürede alabilmeleri için olabildiğince büyük genliğe sahip engelden uzak bir yolun belirlenmesi gerekmektedir.

Bu çalışmada akıllı nesneler algoritması ile gezici dalga harekete sahip yılansı robotlar için hedef noktaya engellerden uzak en hızlı varılabilecek bir yol belirlenmiştir. Uygulamada akıllı nesneler algoritması içerisinde önceden belirlenen olabildiğince çoklu boyuta sahip olabilen nesneler kullanılarak yüksek genlikli harekete için büyük ve geniş alanlar bulunmaya çalışılmıştır.

#### II Genlik – Hız ilişkisi

Yılansı robotlar tekerlekli veya ayaklı robotlara göre hareket ederken kendi boyutlarından daha geniş alanlara ihtiyaç duymaktadır. Robotlar dar alanlarda yavaş, geniş alanlarda ise daha hızlı gitmektedirler. Bu durum hareketin kaynağı olan sinüzoidal S hareketi genliğine bağlıdır. Genlik büyük ise alınan yolda daha fazladır. Şekil 2'de genlik değerleri  $\Delta_{A1} > \Delta_{A2}$  olduğunda alınan mesafeler için  $\Delta_{X1} > \Delta_{X2}$  olduğu açıkça gösterilmiştir.



Yılansı robotların ortamda daha hızlı hareket edebilmeleri için yol planlama çalışmalarında, mesafe yerine o mesfenin alınacağı süre veya hız değerleri hareket planlamada değerlendirilmelidir. Yani arama algoritmaları en kısa süreyi bulmalıdır. Bu amaçla Denklem I ve II kullanılır.

$$\Delta_x = 2h(N - \sum_{i=1}^N \cos \alpha_i) \tag{1}$$

Denklem 1'de N eklemli ve her ekleminin uzunluğu 2h olan bir yılansı robotun bir S hareketi sonrasında aldığı yol ( $\Delta X$ ) bulunmaktadır.  $\alpha_i$  açısı, i. eklemin yatayla yaptığı açı değeridir.

$$\Delta_{v} = 2h(N - \sum_{i=1}^{N} \cos \alpha_{i})/T$$
(2)

Denklem 2'de ise yine N eklemli ve her ekleminin uzunluğu 2h olan bir yılansı robotun bir S hareketi sırasındaki ortalama hızı hesaplanmaktadır. T peryot süresi azaldıkça birim zamanda alınan yol miktarı ve hız artacaktır. Denklem 2'de periyot, yerine çarpan olarak
18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, Trabzon, 5-7 Temmuz 2017 frekans (T . f = 1) değeri yazıldığında ise birim zamanda alınan yolun, frekans arttıkça artacağı görülmektedir.

### III Akıllı Nesneler Algoritması

Akıllı nesneler algoritması nesne tabanlı programlama tekniğine dayanmaktadır. Giriş bölümünde bahsedilen engelden uzak yol belirleme teknikleri en kısa yolu belirlemeye çalışırken akıllı nesneler algoritması özellikle yılansı robotlar için en hızlı yolu aramaktadır. Bu durumda akıllı nesneler algoritması daha cok ortamdaki genis alanları bulmaya odaklanır. Geliştirilen akıllı nesneler algoritması, sadece en kısa yolu değil en hızlı, en güvenli yolları da bulabilmektedir. Ayrıca belirlenen yolun düzgünleştirilmesinde hareket yolu üzerindeki nesneler doğrudan kullanılabilmektedir. Bu algoritmanın girdisi başlangıç, bitiş noktaları ve engellerin olduğu bitmap tabanlı resimdir. Çıktısı ise engelden uzak en hızlı yoldur. Nesne tabanlı programlama teknikleri ile oluşturulan nesneler bir takım özelliklere ve olaylara sahiptir [14]. Özellikler nesnelere ait çeşitli parametreleri (şekil, genişlik, yükseklik, renk...) tanımlar. Olaylar, bir sınıfın veya nesnenin önemli bir durum karşısında diğer sınıfları veya nesneleri uyarmayı sağlar. Olaylar, durum değişikliği olduğunda uygulamaları uyarır [15]. Örneğin nesnelerin hareketi sırasında bir nesnenin altında engel varsa engeli geçene kadar nesnenin hareketi sağlanır.

Akıllı nesneler algoritmasında ilk olarak nesneler başlangıç noktasından bitiş noktasına doğru bir çizgi üzerinde istenen miktarda Denklem 3'ye göre sıralanırlar.

Nesneler altında engel olup olmadığını algılayarak Denklem 3'ün gösterdiği doğruya dik doğrultuda hareket ettirilir. Denklem 3'ün eğimi Denklem 4'te verilmiştir. Denklem 3'deki doğruya dik doğruyu bulmak için Denklem 5 yardımıyla hesaplanan yeni eğim Denklem 6'da yerine konularak nesnelerin engeller üzerinden kayma doğrultusu hesaplanır [12].

$$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_2}{x - x_2} \tag{3}$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \tag{4}$$

$$m x m_n = -l \tag{5}$$

$$y - y_1 = m_n (x - x_1)$$
 (6)

Formüllerde  $(x_1,y_1)$  başlangıç koordinatları,  $(x_2,y_2)$  hedef koordinatları ve m ise doğrunun eğimidir. Tüm engellerin üzerinden nesneler atladıktan sonra mevcut nesnelerden birbirini görenler arasında robotun hareket hızı, arama algoritmasına girdi olarak uygulanarak en hızlı mesafe bulunur. Bulunan bu mesafe nesne genişliğinde yılansı robot için sinüzoidal yapıda S hareketi

oluşturulacak alandır. Bu alan Şekil 3'te düz kalın çizgi şeklinde gösterilmiştir.



Şekil. 3. Akıllı nesneler algoritması ile engelden uzak yol belirleme

Nesneler engellerin üzerinden kaydıktan sonra kayma doğrultusunda engele yakın fakat değmeksizin yerleşmektedir. Nesnenin engele yakınlığının maksimum değeri algoritmaya girdi olarak belirtilebilmektedir. Yuvarlak nesneler kullanıldığında bir nesne, altındaki engeli Denklem 7 yardımıyla algılamaktadır.

$$(x - a)^{2} + (y - b)^{2} = r^{2}$$
(7)

Denklemde a ve b parametreleri çemberin merkez koordinatları, x ve y parametreleri ise çemberin merkezden r (yarıçap) uzaklıktaki çember sınırlarında bir noktayı ifade eder. Yarıçap değeri (0<r<nesne yarıçapı) aralığında tüm hayali iç içe çember koordinatlarında engele ait koordinat olup olmadığı araştırılarak eğer engele ait noktaya rastlanırsa nesnenin engelin üzerinde olduğuna karar verilir.

Nesnelerin en kısa yolu bulmada birbirinin devamı olması için gerek şart birbirini görmesidir. Her iki nesnenin birbirini görecek doğrultuda hayali çaplarından birbirlerine karşı olası minimum aralıkta hayali çizgi doğruları Denklem 3 yardımıyla bulunur. Bu doğruya ait noktaların engele ait olup olmadığı belirlenerek iki nesnenin boydan boya birbirini görüp görmediği belirlenebilir.

### IV Yılansı Robot

Yılansı robot 8 eklemden oluşmaktadır. Eklemlerin hepsi yunuslama eksenine sahiptir. Gövdesi pleksi malzemeden lazer kesim yöntemiyle oluşturulmuştur. Tüm eklemler 105 derece serbest açısına sahiptir.



Şekil. 4. Testlerde kullanılan yılansı robot

Her eklemde bi adet Dynamixel<sup>™</sup> RX-24F tipi servo motorlar bulunmaktadır. Servo motorlar sürücü ve kontrol devresini de içerisinde barındırmaktadır. Kullanılan motorlar iletişim biçimi olarak daisy chain (papatya zinciri) yapıya sahiptirler. Yani dış birimler ve ağ bağlantı 18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, Trabzon, 5-7 Temmuz 2017 noktalarının birbiri ardına seri olarak bağlanmasıdır. Bir bakıma seri bağlı elektrik devrelerinin bilgisayar sistemindeki karşılığı da denilebilir. Papatya zincirinin en önemli avantajı basit olmasıdır. Bir diğer avantajı ise ölçeklenebilir olmasıdır. Kullanıcı, belirlenmiş bir üst sınır kısıtı doğrultusunda, istediği kadar noktayı zincir boyunca ekleyebilir [16]. Servo motorlar kendi aralarında RS–485 iletim protokolüne sahiptirler. Motorlar bir USB-RS485 dönüştürücü aparat üzerinden bilgisayara bağlanmaktadır. İşletim sistemi bu aparatı seri port olarak görmekte ve bu şekilde kullanılmaktadır.

### V Deney Ortami

Deney 3.5 metre genişliğe sahip bir odada gerçekleştirilmiştir. Odanın tabanı piyasada mineflo ismi ile satılan malzemedir. Mineflo zemine özel tutkalı sürülerek yapıştırılan 3mm kalınlığında PVC kaplı bir zemin sergisidir. Yer sergisinin rengi resim işlemede kolaylık sağlaması açısından beyaz olarak seçilmiştir. Engeller ve robot siyah renklidir. Ortamı cepheden görecek şekilde bir webcam kullanılmıştır. Resim işlemede karşılaşılan yakın tonlara sahip renklerin ortam aydınlatmasına bağlı olarak, aynı renk olarak algılanma problemine karşın dikkat edilmiştir. Bu sebeple engeller ve robot siyah renkli artakalan kısımlar ise beyaz rekli seçilmiştir. Bu sayede engeller resim işleme tekniklerinden eşik değer yöntemi ile kolayca ayırt edilebilmektedir. Robotun baş kısmı sarı renk ve varış noktası ise kırmızı renktedir. Baş kısmı ile varış noktası çalıştıklarında robotun seyri tamamlanmıştır.



Şekil. 5. Testlerin yapıldığı engelli ortam

### V Yılansı Robotlar İçin Hareket Planlama ve Planlanan Yolun İzlenmesi

Testler iki bilgisayar yardımıyla Delphi 7.0 programlama dili kullanılarak yapılmıştır. İki bilgisayar birbirine ağ kablosu üzerinden bağlanmıştır. Bilgisayarlardan birincisi ortamdan aldığı resimleri işleyip sonuçları ağ üzerinden diğer bilgisayara göndermektedir. İkinci bilgisayar ise aldığı bilgilere bakarak, robota gerekli hareket bilgilerini göndermektedir. İki bilgisayar kullanarak robot hareketlerinin resim işlemenin zaman alma süreçlerinden etkilenmemesi sağlanmıştır. Sadece düşey eksende gerçekleşen gezici dalga hareketinde olabildiğince büyük genliklere imkan verebilen alanların çıkartılması için iki büyüklükte nesne kullanılmıştır. Şekil 6'da görüldüğü üzere bu büyüklük değerleri (20cm ve 35 cm) engellerin durumuna göre önceden belirlenmişlerdir. Sabit büyüklükte nesnelerin seçilmesi durumu, robotun geniş alanlarda daha hızlı sürülmesi gerekirken, dar alanlardaki düşük hızında seyretmesine neden olacaktır. Bu yüzden engellerin durumuna göre çeşitli büyüklüklerde nesneler seçilmiştir.



Şekil. 6. Yol planlamada kullanılan nesneler

Ortamdan alınan gerçek zamanlı resimler iki renge indirgenerek engeller, robot ve ortam belirginleştirilmiştir. Bu aşamada resim işleme tekniklerinden eşik değer yöntemi kullanılmıştır. Seçilen nesneler, ortamdan alınan resme algoritmaya uygun bir şekilde yerleştirilerek robotun hangi noktalarda, hangi genlikle gideceği konusunda gerekli bilgiler elde edilmiştir. Bu işlem adımları Şekil 7'de gösterilmiştir.



Robot kamera tarafından algılanan baş kısmının pozisyonu ile o pozisyonla çakışan nesnenin büyüklüğünde bir genlik değerinde Denklem 8 kullanılarak hareket ettirilmiştir.

$$\begin{bmatrix} \theta_i^{\gamma}(s) \\ \theta_i^{p}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -2\alpha \left(\frac{K_n \pi}{n}\right) \sin(\frac{2K_n \pi}{L}s + \frac{2K_n \pi}{n}i) \end{bmatrix}$$
(8)

Denklem 8'de  $\theta_i$  değeri i. eklemin alacağı açı değerini, a başlangıç dalgalanma açısını, K<sub>n</sub>, S-sinüzoidal dalga sayısını, L toplam yılan robot uzunluğunu ve s ise vücut eğrisi boyunca vücut uzunluğunu belirler.

Yılansı robot eni 2.5m uzunluğundaki engelli platform önünde sürülmüştür. Robot siyah kısımlara değmeden 18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, Trabzon, 5-7 Temmuz 2017 (kesişmeden) değişken genlikte hareket ettirilmiştir. Bu yolu alma süresi frekans 1.5Hz iken 45 sn olmuştur. Değişken genlikli harekete ait robot görüntüleri Şekil 8'de verilmiştir.



Şekil. 8. Robotun değişken genlikle engellerin altından geçmesi

Aynı engelli ortamda, sabit genlikte robotun koşturulması ise 57 sn sürmüştür. Sabit genlikte aynı mesafenin daha uzun sürede alınması tüm yol boyunca en küçük genlikte hareket edildiğinden kaynaklanmaktadır.

#### IV. Sonuçlar

Akıllı nesneler algoritması kullanarak yapılan yol planlama çalışması, yılansı robotların hızlı hareket için ihtiyaç duyduğu, olası büyük alanları belirlemiştir. Literatürdeki diğer hareket planlama yöntemlerine bakıldığında, genlikle ilgili bilgiler hareket planlamanın bir parçası olmadığı için geniş alanların çıkartılması konusunda geliştirilen akıllı nesneler algoritmasının özgün yönü ortaya çıkmaktadır. Diğer yöntemlerle yapılan hareket planlama çalışmaları yılansı robotlar için sabit genlige sahip bir vol belirlemektedir. Belirlenen bu genlik değeri robotun en küçük genlikle geçebileceği değerle, tüm hareket güzergâhını kat etmesi anlamına gelmektedir. Bu durumda yılansı robot geniş alanlarda dahi en dar engelin altındaymış gibi düşük genlikte hareket edecektir. Akıllı nesneler algoritması kullanılarak yapılan uygulamada, değişken genliklere sahip hareket planlama yapılmıştır. Bu sayede yılansı robotun, geniş alanlarda büyük genlikle, daha hızlı gitmesi sağlanmıştır.

**Bu çalışma;** Erciyes Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Birimi tarafından FDK-2014-5143 kodlu proje ile desteklenmiştir.

#### Kaynakça

- Yıldırım Ş, Yaşar E, Yeni Bir Akıllı Nesneler Algoritması İle Yılansı Robotlarda Yörünge Analizi, 17. Makina Teorisi Sempozyumu İzmir, 14-17 Haziran 2015.
- [2] Li Chen, Sugen Ma, Yuechao Wang, Bin Li, Dengping Duan, Design and modelling of a snake robot in traveling wave locomotion, Mechanism and Machine Theory 42:1632–1642, 2007.
- [3] Jaradat M. A., Garibeh M. H., Feilat E. A., "Autonomous mobile robot dynamic motion planning using hybrid fuzzy potential field" Springer-Verlag Soft Comput 16:153–164 (2012).
- [4] Steven M. LaValle, Planning Algorithms, Cambridge University Press, ISBN 0-521-86205-1, 2006.
- [5] J.C. Latombe, Robot Motion Planning, Kluwer Academic Publishers, 1991.
- [6] Lozano Perez T. ve Wesley M.A., An Algorithm for Planning Collision Free Paths Among Polyhedral Obstacles, Comm. ACM 22(10):560-570 1979.

- [7] J.C. Latombe, Motion Planning: A Journey of Robots Molecules Digital Actors and Other Artifacts, The International Journal of Robotics Research 30: 846-894 1999.
- [8] O.Khatib, Real-Time Obstacle Avoidance for Manipulators and Mobile Robots, The International Journal of Robotics Research, Vol. 5, No. 1, 1986.
- [9] F. Aurenhammer, "Voronoi diagrams—A survey of a fundamental geometric data structure," ACM Comput. Surv., vol. 23, no. 3, pp. 345–405, 1991.
- [10] Kavraki, L. E., P. Svestka, J-C. Latombe, ve M. Overmars, "Probabilistic Roadmaps for Path Planning in High Dimensional Configuration Spaces", IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 12, issue 4, no. 4, pp. 566-580, 1996.
- [11] S. M. LaValle and J. J. Kuffner, Randomized kinodynamic planning. In Proceedings, IEEE International Conference on Robotics and Automation, pages 473--479, 1999.
   [12] Yıldırım Ş, Yaşar E, Development of an obstacle-avoidance
- [12] Yıldırım Ş, Yaşar E, Development of an obstacle-avoidance algorithm for snake like robots, Measurement Journal, 68-73, 2015.
- [13] J. G. Gomez Modular "Robotics an locomotion: Application to Limbless Robot" Universidad Autonoma de Madrid 2008.
- [14] Yıldırım Ş, Yaşar E. "An algorithm of avoiding obstacles with intelligent objects" Recent Innovations in Mechatronics (RIiM) Vol. 2. No. 1-2, 2015.
- [15] Microsoft<sup>™</sup> Developer Network (MSDN) Object-Oriented Programming, https://msdn.microsoft.com/en-us/library/dd460654. aspx. Erişim tarihi:17.02.2017.
- [16] Papatya zinciri, https://tr.wikipedia.org/wiki/Papatya\_zinciri), Erişim tarihi: 17 Şubat 2017).

# 3-<u>RRS Paralel Manipülatörün Dinamik Analizi</u>

H. Tetik<sup>\*</sup> İzmir Yüksek Teknoloji Enstitüsü İzmir

Özet—Bu çalışmada, İzmir Yüksek Teknoloji Enstitüsü Rasim Alizade Mekatronik Laboratuvarında bulunan, 3-<u>RRS</u> kinematik zincir yapısına sahip 3 serbestlik dereceli bir paralel manipülatörün dinamik analizi sunulmuştur. Öncelikle ters ve düz konum, hız ve ivme denklemleri verilmiş, ardından bu denklemler kullanılarak oluşturulan ters dinamik model denklemleri sunulmuştur. Ters dinamik analiz virtüel iş prensibi ve Lagrange yöntemleri kullanılarak yapılmıştır ve sonuçlar birbirleri ile karşılaştırılarak doğrulama yapılmıştır. Analitik formülasvonların sonucları avrıca SimMechanics<sup>®</sup> benzetimi oluşturularak doğrulanmış ve benzetim çıktıları sunulmustur.

Anahtar kelimeler: paralel manipülatörler, dinamik analiz, Lagrange yöntemi, virtüel iş yöntemi

Abstract—This study investigates the dynamics of a 3-<u>RRS</u> parallel manipulator which is located at Rasim Alizade Mechatronics Laboratory of Izmir Institute of Technology. The investigated parallel manipulator has 3 degrees-of-freedom. First, both inverse and forward position, velocity and acceleration level kinematic formulations are presented. Then, the inverse dynamics formulations are presented using virtual work and Lagrange methods. The results of the analytical formulations are compared with each other and also confirmed via SimMechanics<sup>®</sup> simulations.

Keywords: parallel manipulators, dynamic analysis, Lagrange method, virtual work method

### I. Giriş

Altıdan daha az serbestlik derecesine sahip (eksiksil) uzaysal paralel manipülatörler (PM) pek çok araştırmanın konusu olmuştur. Bu tip PM'ler daha sade mimarileri, daha ucuza mal edilebilmeleri ve daha kolay kontrol edilebilmeleri ile ön plana çıkmaktadırlar [1]. Endüstriyel uygulamaları olan pek çok PM altıdan daha az serbestlik derecesine sahiptir [2].

Bu çalışmada, 3-<u>R</u>RS (R: döner mafsal, S: küresel mafsal) kinematik zincir yapısına sahip üç serbestlik dereceli bir uzaysal PM incelenmektedir. Manipülatörün üç eş bacağı, sabit ve hareketli platformların arasına 120° açı ile simetrik olarak yerleştirilmiştir ve her bir uzuv düzlemsel hareket etmektedir. Bu çalışmada parametrik

\* haliltetik@iyte.edu.tr

\*\* gokhankiper@iyte.edu.tr

G. Kiper<sup>\*\*</sup> İzmir Yüksek Teknoloji Enstitüsü İzmir

matematiksel model verilmektedir, ancak sayısal değerler İzmir Yüksek Teknoloji Enstitüsü Makine Mühendisliği Bölümü Rasim Alizade Mekatronik Laboratuvarında bulunan manipülatörün (Şekil 1) değerleridir.



Şekil. 1. 3-RRS PM

Bu çalışmada 3-<u>R</u>RS PM'ün ters ve düz konum, hız ve ivme analizleri ile dinamik analizi sunulmuştur. Literatürde daha önce bu tip bir PM'ün ters konum analizi yapılmıştır [3]. Düz konum analizi için [4]'te geliştirilen yarı analitik yöntem 3-<u>R</u>RS PM'e uygulanmıştır. [5]'te ise düz konum analizi için tek değişkenli 16. derece çok terimli elde edilerek örnekler ile azami 16 düz kinematik montaj biçimi (aynı girdi takımı için hareketli platformun alabileceği alternatif konumlar) bulunduğu gösterilmiştir.

Pasif mafsallar bulunması nedeniyle, PM'lerin dinamik analizi seri manipülatörlerden daha zordur. Dinamik analiz için literatürde üç ana yöntem kullanılagelmiştir: Newton-Euler yaklaşımı, Lagrange yöntemi ve virtüel iş prensibi olarak sıralanabilir [6]. Çeşitli üç serbestlik dereceli PM'lerin ters dinamik analizi için literatürde yukarıda sıralanan bütün yöntemler ile çözümler

mevcuttur. [7]'de 3-RPS PM'ün Lagrange yöntemi ile dinamik analizi verilmiştir. Bütün mafsal ve hareket uzayı parametrelerini genel koordinat olarak belirlenmiş ve dokuz Lagrange çarpanı kullanılmıştır. Ardından, Lagrange çarpanları elenerek PM için hareket denklemleri türetilmiştir. [8]'de ise aynı tip PM'ün dinamik denklemlerini elde etmek için virtüel iş prensibi kullanılmıştır. [9]'da 3-PRS PM'ün ters dinamik analizi Lagrange yöntemi ile yapılmıştır. Bu çalışmada yalnızca aktif ve pasif mafsal parametreleri genel koordinat olarak atanmış ve ters dinamik analiz için çözüm üretilmiştir. 3-RRS PM'ün ters dinamik analizi [10] ve [11]'de verilmiştir. [10]'da Newton-Euler yaklaşımı tercih edilmiş, dinamik denge denklemleri oluşturulup, hareket için gerekli tahrik torkları hesaplanmıştır. [11]'de ise hem Newton-Euler yaklaşımı hem de virtüel iş prensibi kullanılmıştır. Newton-Euler yaklaşımı ile, mafsallarda sürtünmeyi ihmal ederek denge denklemleri yazılmış ve mafsallarda oluşan tepki kuvvetleri hesaplanmıştır. Ardından, hesaplanmış olan mafsal tepki kuvvetleri kullanılarak, mafsallarda ki sürtünmeler modellenmiş ve hareket için gerekli tahrik torklarını hesaplamak için virtüel iş prensibi kullanılmıştır.

#### II. Manipülatörün Geometrisi ve Kütle Dağılımı

Bu çalışmada incelenen 3-RRS PM'de her bacak sabit platforma bir aktif döner mafsal (R) ile, hareketli platforma ise bir küresel mafsal (S) ile bağlıdır. Bacaklardaki iki uzuv ise birbirlerine birer pasif döner mafsal (R) ile bağlıdır. Her bir bacaktaki iki döner mafsal eksenleri birbirine paraleldir ve bu eksenler, sabit platformun çevrel çemberine teğettir. Bu durum, uzuvların düzlemsel hareket etmesini sağlar. Sabit ve hareketli platformlar eşkenar üçgen şeklindedir ve bacaklar platformlara bu üçgenlerin köşelerinden bağlıdırlar. Sabit platformun köşelerine aktif döner mafsallar yerleştirilmiştir ve hareket için gerekli tahrik buralardan verilmektedir. Hareketli platformun köşelerinde ise küresel mafsallar bulunmaktadır. Sabit platform üçgen merkezine O<sub>0</sub>-xyz, hareketli platform üçgenin merkezine de O7-uvw eksen takımları atanmıştır.

Şekil 2'de aktif ve pasif döner mafsal eksenlerinin bacak düzlemleri ile kesişim noktaları sırası ile  $O_{0i}$  ve  $O_{ij}$ (i = 1, 2, 3; j = i + 3), küresel mafsal merkezleri ise  $O_{7j}$  ile gösterilmiştir. Sabit platformun çevrel çemberinin yarıçapı  $|O_0O_{0i}| = b$ , hareketli platformunki ise  $|O_7O_{7j}| = p$  dir. Her uzuvdaki alt bacağın uzunluğu  $|O_{1i}O_{ij}| = l_1$ , üst bacağın uzunluğu ise  $|O_{ij}O_{7j}| = l_2$  dir. Sabit platforma atanmış  $O_0$ xyz eksen takımının x ekseni,  $\overline{O_0O_{01}}$  doğrultusunda, hareketli platforma atanmış  $O_7$ -uvw eksen takımının u ekseni ise  $\overline{O_7O_{74}}$  doğrultusundadır.  $\alpha_{12} = \angle O_{01}O_0O_{02} = \alpha_{45}$  $= \angle O_{74}O_7O_{75} = 120^\circ$  ve  $\alpha_{13} = \angle O_{01}O_0O_{03} = \alpha_{46} =$  $\angle O_{74}O_7O_{76} = 240^\circ$  dir. Aktif döner mafsal açıları,  $\theta_i$ , ve pasif döner mafsal açıları,  $\phi_i$ , xy-düzleminden ölçülmektedir.



Bir alt bacağın kütle merkezinin aktif döner mafsal eksenine uzaklığı  $|O_{1i}G_i| = d_1$ , bir üst bacağın kütle merkezinin pasif döner mafsal eksenine uzaklığı ise  $|O_{ij}G_j|$  $= d_2$  dir (Şekil 3). Hareketli platformun kütle merkezinin w ekseni boyunca  $O_7$ 'den uzaklığı ise  $|O_7G_P| = d_P$  dir. Alt bacakların her birinin kütlesi  $m_1$ , üst bacaklarınki  $m_2$ , Platformun kütlesi ise  $m_P$  dir. Alt ve üst bacakların kütle merkezlerinde uzuvların dönme eksenleri etrafındaki atalet momentleri sırası ile I<sub>1</sub> ve I<sub>2</sub> dir. Platformun kütle merkezinde uvw eksen takımında tanımlı atalet moment matrisi ise **I**<sub>P</sub> dir.



Hareketli platform merkezinin *O*<sub>0</sub>-*xyz* eksen takımındaki koordinatları şu şekildedir:

$$\overline{O}_{7} = \begin{bmatrix} O_{7,x} & O_{7,y} & O_{7,z} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(1)

Hareketli platformun sabit platforma göre yönelimi ise *x-y-z* Euler açıları ile tanımlanan bir dönme matrisi olarak oluşturulmuştur:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} u_{x} & v_{x} & w_{x} \\ u_{y} & v_{y} & w_{y} \\ u_{z} & v_{z} & w_{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{y}c_{z} & -c_{y}s_{z} & s_{y} \\ s_{x}s_{y}c_{z} + c_{x}s_{z} & c_{x}c_{z} - s_{x}s_{y}s_{z} & -s_{x}c_{y} \\ s_{x}s_{z} - c_{x}s_{y}c_{z} & s_{x}c_{z} + c_{x}s_{y}s_{z} & c_{x}c_{y} \end{bmatrix}$$
(2)

c ve s kosinüs ve sinüs; alt indis *x*, *y* ve *z* ise dönme açıları  $\psi_x$ ,  $\psi_y$  ve  $\psi_z$ 'yi temsil eder. Bu çalışmada incelenen PM üç serbestlik derecelidir. 6 adet işlem uzayı parametresinden (t =  $[O_{7x} O_{7y} O_{7z} \psi_x \psi_y \psi_z]^T$ ) üç tanesi serbest olarak seçilebilir ve kalan üçü kısıt denklemleri kullanılarak bulunur. Kısıt denklemleri, bacakların düzlemsel hareketi kullanılarak elde edilmektedir. Manipülatörün hareket kabiliyeti göz önüne alındığında,  $O_{7z}$ ,  $\psi_x$  ve  $\psi_y$ 'nin bağımsız işlem uzayı parametreleri olmaları tercih edilmiştir. Kısıt denklemleri aşağıda verilmiştir. Bu denklemlerin türetilmesi ise [5]'te verilmiştir.

$$O_{7,x} = p\left(u_x - v_y\right)/2 \tag{3}$$

$$O_{7,v} = -pu_v \tag{4}$$

$$u_{x} = v_{y} \Longrightarrow \psi_{z} = \tan^{-1} \left( -s_{x} s_{y} / (c_{x} + c_{y}) \right)$$
(5)

# II. Kinematik Analiz

3-<u>R</u>RS PM'ün konum seviyesinde düz ve ters kinematik analizi detaylı olarak [5]'de verilmiştir. Yine de, dinamik analizde kinematik analiz sonuçları kullanıldığından burada kısaca üzerinden geçilmiştir.

## A. Ters kinematik analiz

3-<u>R</u>RS PM'ün ters kinematik analizi için, hareketli platformun verilen bir konumu için gerekli olan aktif mafsal açıları bulunur. Bunun için küresel mafsalların konumları, verilen işlem uzayı parametreleri ve bilinmeyen mafsal değişkenleri cinsinden ifade edilir:

$$\bar{O}_{7j} = \bar{O}_{7} + \mathbf{RZ} \left( \alpha_{4j} \right) \begin{bmatrix} p \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \mathbf{Z} \left( \alpha_{1i} \right) \left[ \begin{bmatrix} b \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{Y} \left( \theta_{i} \right) \begin{bmatrix} l_{1} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \mathbf{Y} \left( \phi_{i} \right) \begin{bmatrix} l_{2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \right]$$
(6)

**Z**(), z ekseni etrafinda, **Y**() ise y ekseni etrafinda dönme matrisini ifade eder.  $\alpha_{11} = \alpha_{44} = 0$  dır. Denklem (6) x, y ve z bileşenlerine ayrılıp yazıldığında:

$$\begin{aligned} x: \quad O_{7j,x} &= c \alpha_{1i} \left( b + l_1 c \theta_i + l_2 c \phi_i \right) \\ y: \quad O_{7j,y} &= s \alpha_{1i} \left( b + l_1 c \theta_i + l_2 c \phi_i \right) \\ z: \quad O_{7j,z} &= -l_1 s \theta_i - l_2 s \phi_i \end{aligned}$$
(7)

Denklem (7)'den pasif döner mafsal parametresi  $\phi_i$ elenip yarım açı çevrimi (s $\theta_i = 2t_i/(1+t_i^2)$ ,  $c\theta_i = (1-t_i^2)/(1+t_i^2)$ ) ile aktif mafsal parametresi  $\theta_i$  bulunur:

$$A_i \circ \theta_i + B_i \circ \theta_i + C_i = 0 \rightarrow \theta_i = 2 \tan^{-1} \left( \frac{-B_i \pm \sqrt{A_i^2 + B_i^2 - C_i^2}}{C_i - A_i} \right)$$
(8)

Denklem (8)'de  $A_i = 2l_1 \alpha \alpha_{1i} (b \alpha_{1i} - O_{7j,x}), B_i = 2l_1 O_{7j,z} c^2 \alpha_{1i}$ ve  $C_i = O_{7j,x}^2 - 2bO_{7j,x} c \alpha_{1i} + c^2 \alpha_{1i} (b^2 + l_1^2 - l_2^2 + O_{7j,z}^2)$  dir. Pasif R mafsal parametresi şöyle bulunur:

$$\phi_i = \operatorname{atan2}\left(\frac{O_{7j,x} - \operatorname{c} \alpha_{1i} \left(b + l_1 \operatorname{c} \theta_i\right)}{\operatorname{c} \alpha_{1i}}, -O_{7j,z} - l_1 \operatorname{s} \theta_i\right) \tag{9}$$

Denklem (6)-(9)'daki işlemler her bacak için (i = 1, 2, 3) tekrar edilir.

# B. Düz kinematik analiz

Düz kinematik analizde, küresel mafsalların konumları, Denklem (6)'da verilen sadece mafsal değişkenleri cinsinden hesaplanır. Ardından, herhangi iki S mafsal arasındaki sabit uzaklıklar kullanılarak üç adet kısıt denklemi yazılır:

$$3p^{2} = d^{2} = |O_{74}O_{75}|^{2} \to f_{1}(\phi_{1}, \phi_{2}) = 0$$
(10)

$$3p^{2} = d^{2} = |O_{75}O_{76}|^{2} \to f_{2}(\phi_{2},\phi_{3}) = 0$$
(11)

$$3p^{2} = d^{2} = |O_{76}O_{74}|^{2} \to f_{3}(\phi_{3},\phi_{1}) = 0$$
(12)

(10) ve (11) numaralı denklemler  $\phi_2$  cinsinden yeniden düzenlendiğinde:

$$f_{10} + f_{11} \,\mathrm{s}\,\phi_2 + f_{12} \,\mathrm{c}\,\phi_2 = 0 \tag{13}$$

$$f_{20} + f_{21} \,\mathrm{s}\,\phi_2 + f_{22} \,\mathrm{c}\,\phi_2 = 0 \tag{14}$$

elde edilir. Denklem (13)-(14)  $\phi_2$  için çözüldüğünde:

$$s\phi_{2} = \frac{f_{12}f_{20} - f_{10}f_{22}}{f_{11}f_{22} - f_{12}f_{21}} \quad c\phi_{2} = \frac{f_{10}f_{21} - f_{11}f_{20}}{f_{11}f_{22} - f_{12}f_{21}} \quad (15)$$

bulunur. Denklem (15) ve  $c^2\phi_2 + s^2\phi_2 = 1$  eşitliği kullanılarak ( $f_{11}f_{22} - f_{12}f_{21} \neq 0$  için):

$$\left(f_{12}f_{20} - f_{10}f_{22}\right)^2 + \left(f_{10}f_{21} - f_{11}f_{20}\right)^2 - \left(f_{11}f_{22} - f_{12}f_{21}\right)^2 = 0(16)$$

elde edilir. Denklem (12) ve (16)  $\phi_1$  ve  $\phi_3$  cinsindendir.  $\phi_1$  ve  $\phi_3$  için yarım açı çevrimi uygulandığında ve  $t_1$  için düzenlendiğinde aşağıdaki denklemler elde edilir:

$$a_0 + a_1 t_1 + a_2 t_1^2 + a_3 t_1^3 + a_4 t_1^4 = 0$$
(17)

$$b_0 + b_1 t_1 + b_2 t_1^2 = 0 \tag{18}$$

Denklem (17)'de  $t_1$ 'in katsayıları 4. dereceden, Denklem (18)'de ise 2. dereceden  $t_3$ 'ün fonksiyonlarıdır. Denklem (17)-(18), çokterimli bölümü yapılarak  $t_1$ 'den arındırıldığında:

$$\frac{b_2^3 H}{\left[a_4 b_1^3 - b_1 \left(2a_4 b_0 + a_3 b_1\right) b_2 + \left(a_3 b_0 + a_2 b_1\right) b_2^2 - a_1 b_2^3\right]^2} = 0 \Rightarrow H = 0 (19)$$

Denklem (19)'da verilen H şu şekildedir:

$$\begin{split} H &= a_4 \left\{ a_4 b_0^4 + b_1 \left[ -a_3 b_0^3 + b_1 \left( a_2 b_0^2 - a_1 b_0 b_1 + a_0 b_1^2 \right) \right] \right\} \\ &+ b_2^2 \left[ \left( a_2^2 - 2a_1 a_3 + 2a_0 a_4 \right) b_0^2 + \left( -a_1 a_2 + 3a_0 a_3 \right) b_0 b_1 + a_0 a_2 b_1^2 \right] \\ &+ \left( -a_2 a_3 + 3a_1 a_4 \right) b_0^2 b_1 + \left( a_1 a_3 - 4a_0 a_4 \right) b_0 b_1^2 - a_0 a_3 b_1^3 \\ &+ b_2 \left( a_3^2 - 2a_2 a_4 \right) b_0^3 + b_2^3 \left[ \left( a_1^2 - 2a_0 a_2 \right) b_0 - a_0 a_1 b_1 \right] + a_0^2 b_2^4 \end{split}$$

*H*,  $t_3$  cinsinden 16. dereceden bir çok terimlidir. Bu çok terimliden nümerik olarak  $t_3$  bulunduğunda, sırasıyla  $\phi_3$ ,  $\phi_2$  ve  $\phi_1$  rahatlıkla bulunabilir. Elde edilen pasif mafsal parametreleri kullanılarak hareketli platformun konumu Denklem (6) ile hesaplanır.

### C. Hız ve ivme analizi

Hız denklemlerini yazmak için, denklem (3)-(9)'un zamana göre türevleri alınır. Öncelikle bağımlı işlem uzayı hızları  $\dot{O}_{7,x}$ ,  $\dot{O}_{7,y}$  ve  $\dot{\psi}_z$  bağımsız olan hızlar ( $\dot{\bar{x}} = [\dot{O}_{7,z} \ \dot{\psi}_x \ \dot{\psi}_y]^{\text{T}}$ ) cinsinden ifade edilir:

$$O_{7,x} = \mathbf{J}_{O_{7,x}} \overline{\mathbf{x}}$$

$$O_{7,y} = \mathbf{J}_{O_{7,y}} \overline{\mathbf{x}}$$

$$\psi_z = \mathbf{J}_{\psi_z} \overline{\mathbf{x}}$$
(20)

 $\mathbf{I}_{3x3}$ ,  $3 \times 3$ 'lük birim matrisi ifade eder. Ardından, her bir küresel mafsal merkezinin doğrusal hızı, işlem uzayı hızları cinsinden ( $\dot{t} = [\dot{O}_{7,z} \quad \dot{\psi}_x \quad \dot{\psi}_y]^{\mathrm{T}}$ ) ifade edilir:

$$\overline{O}_{7j} = \mathbf{J}_{x,O_{7j}} \overline{x} \tag{21}$$

Son olarak aktif ve pasif döner mafsal hızları, işlem uzayı hızları cinsinden ifade edilir:

$$\theta_i = \mathbf{J}_{O_{7j},\theta_i} \overline{O}_{7j} = \mathbf{J}_{O_{7j},\theta_i} \mathbf{J}_{x,O_{7j}} \overline{x}_i = \mathbf{J}_{x,\theta_i} \overline{x}$$
(22)

Alt bacak kütle merkezlerinin hızları şu şekilde ifade edilebilir:

$$\overline{G}_i = \mathbf{J}_{\theta_i, G_i} \theta_i = \mathbf{J}_{\theta_i, G_i} \mathbf{J}_{x, \theta_i} \overline{x} = \mathbf{J}_{x, G_i} \overline{x}$$
(24)

Üst bacak kütle merkezlerinin hızları aktif ve pasif döner mafsal hızları cinsinden şu şekilde ifade edilebilir:

$$\overline{G}_{j} = \mathbf{J}_{\theta_{i},G_{j}} \theta_{i} + \mathbf{J}_{\phi_{i},G_{j}} \phi_{i} 
= \left(\mathbf{J}_{\theta_{i},G_{j}} \mathbf{J}_{x,\theta_{i}} + \mathbf{J}_{\phi_{i},G_{j}} \mathbf{J}_{x,\phi_{i}}\right) \overline{x}_{i} = \mathbf{J}_{x,G_{j}} \overline{x}_{i}$$
(25)

Hareketli platformun kütle merkezinin doğrusal hızı işlem uzayı hızları cinsinden şöyle ifade edilir:

$$\overline{G}_{P} = \overline{O}_{\gamma} + \mathbf{J}_{\psi, G_{P}} \overline{\psi} = \left( \mathbf{J}_{x, O_{\gamma}} + \mathbf{J}_{\psi, G_{P}} \mathbf{J}_{x, \psi} \right) \overline{x}_{i} = \mathbf{J}_{x, G_{P}} \overline{x}_{i}$$
(26)

Hareketli platformun sabit platforma göre açısal hızı ise şu şekilde verilir:

$$\overline{\omega}_{P} = \mathbf{J}_{x,\omega} \overline{x} \tag{27}$$

İvme denklemlerini yazmak için ise, yukarıda verilmiş olan hız denklemlerinin zamana göre türevleri alınabilir. Denklem (20)-(27)'de kullanılan Jakobyan matrislerinin ayrıntıları ile ivme denklemlerinin tamamı [12]'de verilmiştir.

#### IV. Dinamik Analiz

Dinamik analiz denklemlerini çıkarmak ve doğrulamak için hem virtüel iş prensibi, hem de Lagrange yöntemi kullanılmıştır.

## A. Virtüel iş prensibi

Öncelikle sisteme etki eden atalet kuvvetleri ile dış kuvvetler yazılmalıdır. Alt ve üst bacaklar ile platformun atalet ve yerçekimi kuvvetleri şöyle hesaplanabilir:

$$\overline{F}_{i}^{at} = m_{1} \left( \overline{g} + \overline{G}_{i} \right) \tag{28}$$

$$\overline{F}_{j}^{at} = m_2 \left( \overline{g} + \overline{G}_{j} \right) \tag{29}$$

$$\overline{F}_{P}^{at} = m_{P} \left( \overline{g} + \overline{G}_{P} \right) \tag{30}$$

 $\bar{g} = [0 \ 0 - 9.81]^{T} \text{ m/s}^{2}$  dir. Alt ve üst bacaklar ile platformda oluşan toplam atalet momentleri:

$$\bar{M}_1^{at} = I_1 \begin{bmatrix} \theta_1 & \theta_2 & \theta_3 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(31)

$$\bar{M}_2^{at} = I_2 \begin{bmatrix} \phi_1 & \phi_2 & \phi_3 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(32)

$$\bar{M}_{P}^{at} = \mathbf{I}_{P}\bar{\alpha}_{P} \tag{33}$$

 $\bar{\alpha}_p$  hareketli platformun  $O_0$ -xyz eksen takımına göre açısal ivmesidir ve Denklem (27)'nin zamana göre türevi alınarak bulunur.

Ayrıca aktif döner mafsallardan uygulanan tahrik torkları ( $\overline{\tau}^a = [\tau_1 \ \tau_2 \ \tau_3]^T$ ) ile hareketli platforma atanmış koordinat sisteminin merkezine etki ettiği varsayılan bir dış kuvvet ( $\overline{F}_p^{diş} = [F_x^{diş} \ F_y^{diş} \ F_z^{diş}]^T$ ) mevcuttur. Sürtünmeler ihmal edilmiştir.

Virtüel iş prensibi kullanarak 3-<u>R</u>RS PM'ün ters dinamik analizi için gerekli denklem şu şekilde yazılabilir:

$$\begin{cases} \overline{\theta}^T \overline{\tau}^a + \overline{O}_7^T \overline{F}_p^{ds} + \overline{G}_p^T \overline{F}_p^{at} + \overline{\omega}_p^T \overline{M}_p^{at} \\ + \sum_{i=1}^3 \overline{G}_i^T \overline{F}_i^{at} + \sum_{j=4}^6 \overline{G}_j^T \overline{F}_j^{at} + \overline{\theta}^T \overline{M}_1^{at} + \overline{\phi}^T \overline{M}_2^{at} \end{cases} \} = 0 \quad (34)$$

Denklem (34)'teki hız terimleri, bağımsız işlem uzayı hızları cinsinden yazıldığında aşağıdaki denklem elde edilir:

$$\overline{x}^{T} \begin{cases} \mathbf{J}_{x,\theta}^{T} \overline{c}^{a} + \mathbf{J}_{x,O_{7}}^{T} \overline{F}_{p}^{dis} + \mathbf{J}_{x,G_{p}}^{T} \overline{F}_{p}^{at} + \mathbf{J}_{x,\omega}^{T} \overline{M}_{p}^{at} \\ + \sum_{i=1}^{3} \mathbf{J}_{x,G_{i}}^{T} \overline{F}_{i}^{at} + \sum_{j=4}^{6} \mathbf{J}_{x,G_{j}}^{T} \overline{F}_{j}^{at} + \mathbf{J}_{x,\theta}^{T} \overline{M}_{1}^{at} + \mathbf{J}_{x,\phi}^{T} \overline{M}_{2}^{at} \end{cases} \right\} = 0$$

$$(35)$$

Bilinen dış kuvvetler ve hareket için tahrik torkları şu şekilde bulunur:

$$\bar{\tau}^{a} = -\left(\mathbf{J}_{x,\theta}^{T}\right)^{-1} \left\{ \mathbf{J}_{x,0,\bar{r}}^{T} \bar{F}_{p}^{ds} + \mathbf{J}_{x,0,\bar{p}}^{T} \bar{F}_{p}^{at} + \mathbf{J}_{x,\omega}^{T} \bar{M}_{p}^{at} + \sum_{i=1}^{3} \mathbf{J}_{x,G_{i}}^{T} \bar{F}_{i}^{at} \\ + \sum_{j=4}^{6} \mathbf{J}_{x,G_{j}}^{T} \bar{F}_{j}^{at} + \mathbf{J}_{x,\theta}^{T} \bar{M}_{1}^{at} + \mathbf{J}_{x,\theta}^{T} \bar{M}_{2}^{at} \right\}$$
(36)

B. Lagrange yöntemi

*n* nolu genelleştirilmiş koordinat için Lagrange denklemi şu şekilde yazılabilir:

$$\sum_{k=1}^{9} \lambda_k \frac{\partial \Gamma_k}{\partial q_n} = L_n - Q_n^*$$
(37)

Denklem (37)'da verilen  $\lambda_k$  Lagrange çarpanı,  $\Gamma_k$ Denklem (6)'da verilen 9 adet kısıt denklemi,  $q_n n$  nolu genelleştirilmiş koordinat,  $L_n = \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_n} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_n}$ , Lagrange fonksiyonu ve  $Q_n^*$  ise *n* nolu genelleştirilmiş kuvvettir. PM için tüm mafsal değişkenlei ( $\bar{\theta} = [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3]^T$ ,  $\bar{\phi} = [\phi_1 \ \phi_2 \ \phi_3]^T$ ) ve işlem uzayı parametreleri ( $\bar{O}_7 = [O_{7,x} \ O_{7,y} \ O_{7,z}]^T$ ,  $\bar{\psi} = [\psi_x \ \psi_y \ \psi_z]^T$ ) genelleştirilmiş koordinatlar olarak alınmıştır. Yani genelleştirilmiş koordinatlar  $\bar{q} = [\bar{\theta} \ \bar{\phi} \ \bar{O}_7 \ \bar{\psi}]^T$ şeklindedir.

Lagrange fonksiyonunu yazabilmek için, kinetik ve potansiyel enerji ifadeleri oluşturulmalıdır. i = 1, 2, 3 için *i* nolu alt bacağın potansiyel ve kinetik enerjileri:

$$PE_{i} = -gd_{1} \,\mathrm{s}\,\theta_{i} \qquad KE_{i} = \frac{1}{2} \left(I_{1} + m_{1}d_{1}^{2}\right)\theta_{i}^{2} \qquad (38)$$

i nolu üst bacağın potansiyel ve kinetik enerjileri:

$$PE_{j} = -g(l_{1} \circ \theta_{i} + d_{2} \circ \phi_{i})$$
  

$$KE_{j} = \frac{1}{2} \Big[ m_{2} l_{1}^{2} \theta_{i}^{2} + (I_{2} + m_{2} d_{2}^{2}) \phi_{i}^{2} + 2m_{2} l_{1} d_{2} \circ (\theta_{i} - \phi_{i}) \theta_{i} \phi_{i} \Big]$$
(39)

Hareketli platformun potansiyel ve kinetik enerjileri:

$$PE_{p} = -g\left(O_{7,z} + d_{p} \mathbf{c}_{x} \mathbf{c}_{y}\right)$$

$$KE_{i} = \frac{V_{2}}{\left(m_{p} \overline{G}_{p}^{2} + \overline{\varpi}_{p}^{T} \mathbf{I}_{p} \overline{\varpi}_{p}\right)}$$
(40)

Enerji ifadeleri elde edildikten sonra, Lagrange fonksiyonu şu şekilde yazılabilir:

$$L = \sum KE - \sum PE \tag{41}$$

(37) numaralı denklemde n = 1, 2, 3 için genelleştirilmiş kuvvetler tahrik torkları ( $\overline{\tau}^a$ ) ve n = 7, 8, 9 için ise hareketli platforma etki eden dış kuvvetlerdir ( $\overline{F}_p^{d1ş}$ ). Amaç tahrik torklarını dış kuvvetler ve hareket parametreleri cinsinden elde etmek olduğu için, öncelikle 9 adet (n = 4, 5, ..., 12) Lagrange denklemi yazılıp Lagrange çarpanları bulunur:

$$\begin{pmatrix} \lambda_{1} \\ \lambda_{9} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \partial \Gamma_{1} / \partial \phi_{1} & \partial \Gamma_{9} / \partial \phi_{1} \\ \partial \Gamma_{1} / \partial \psi_{z} & \partial \Gamma_{9} / \partial \psi_{z} \end{pmatrix}_{9 \times 9}^{-1} \begin{pmatrix} L_{4} \\ L_{7} - F_{x}^{dig} \\ L_{8} - F_{y}^{dig} \\ L_{9} - F_{z}^{dig} \\ L_{12} \end{pmatrix}$$
(42)

Bilinen Lagrange çarpanları kullanılarak Lagrange denklemi n = 1, 2, 3 için yazıldığında, gerekli tahrik torkları bulunur:

$$\begin{pmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \partial \Gamma_1 / \partial \theta_1 & \partial \Gamma_9 / \partial \theta_1 \\ \partial \Gamma_1 / \partial \theta_2 & \partial \Gamma_9 / \partial \theta_2 \\ \partial \Gamma_1 / \partial \theta_3 & \partial \Gamma_9 / \partial \theta_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_9 \end{pmatrix}$$
(43)

# V. Örnek ve Benzetimler

Benzetimlerde kullanılan PM'ün yapısal parametreleri şöyledir:  $l_1 = 700 \text{ mm}, l_2 = 775 \text{ mm}, b = p = 544 \text{ mm}, d_1 = 200 \text{ mm}, d_2 = 420 \text{ mm}, d_P = 150 \text{ mm}, m_1 = 28.55 \text{ kg}, m_2 = 25.32 \text{ kg}, m_P = 35.87 \text{ kg}, l_1 = 2.02 \text{ kg·m}^2, l_2 = 2.09 \text{ kg·m}^2, \mathbf{I}_P = [0.27, 0, 0; 0, 0.27, 0; 0, 0, 0.54] \text{ kg·m}^2.$ 



Şekil. 4. Düz Kinematik Analiz Sonuçları

Geliştirilmiş olan ters ve düz kinematik modelin doğrulanması için Mathematica<sup>®</sup> kullanılmıştır. Öncelikle

hareketli platformun  $O_{7,z} = 900$  m,  $\psi_x = -10^\circ$  ve  $\psi_y = 15^\circ$  olduğu konumda gerekli aktif döner mafsal konumları şu şekilde hesaplanmıştır:  $\theta_1 = (-27.83^\circ, -155.81^\circ), \theta_2 = (-32.39^\circ, -145.92^\circ)$  ve  $\theta_3 = (-43.99^\circ, -139.15^\circ)$ , yani toplam sekiz çözüm vardır. Yapılan hesabın doğrulanması için elde edilen çözümlerden biri ( $\theta_1 = -27.83^\circ, \theta_2 = -32.39$  ve  $\theta_3 = -43.99^\circ$ ) yine Mathematica<sup>®</sup> da oluşturulan düz kinematik modeline girdi olarak verilmiş, bu girdilerle hareketli platformun konumları hesaplanmıştır (Şekil 4).

Nümerik olarak çözülen çok terimli 16. dereceden olduğu için, bilinen aktif döner mafsal açıları için en fazla 16 farklı hareketli platform konumu mevcuttur. Bu örnekte 8 gerçel kök bulunmuştur. Şekil 4'te verilmiş olan 3. çözümün, ters kinematik girdileriyle eşleşiyor olması, türetilen denklemlerin doğruluğunu işaret etmektedir.

Dinamik benzetimlerde,  $O_7$  noktasına uygulanan bir dış kuvvet ile, hareketli platformun merkezinden w ekseni üzerinde 250 mm kadar uzakta olan bir yük olduğu varsayılmıştır. Dış kuvvet  $\overline{F}_P^{dtş} = [100\ 200\ 150]^{\rm T}$  N; yükün kütlesi  $m_L = 50$  kg ve atalet matrisi  $\mathbf{I}_L = [1, 0, 0; 0, 0.7, 0; 0, 0, 1.3]$  kg·m<sup>2</sup> olarak alınmıştır. Ters dinamik denklemlerinin sayısal olarak hesaplanabilmesi için, hareketli platforma Şekil 5'teki gibi bir yörünge tasarlanmıştır. Bu yörünge tasarlanırken, sayısal hataların olabildiğince küçültülebilmesi için ivme sürekli olacak şekilde geçişler kullanılmıştır.



Hareketli platformun Şekil 5'te verilen yörüngeyi takip edebilmesi için gerekli olan aktif döner mafsal yer değişimleri, ters kinematik denklemleri kullanılarak hesaplanmış ve Şekil 6'da sunulmuştur.

Ayrıca bütün mafsalların hız ve ivme değerleri de hesaplanmıştır [12]. Bütün hız ve ivme profilleri elde edildikten sonra tahrik torkları, verilen her iki metot kullanılarak hesaplanmıştır (Şekil 7). Elde edilen tahrik torku değerleri birbirleriyle örtüştüğü için Şekil 7'de yalnızca bir yöntemin sonuçları verilmiştir.

18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, Trabzon, 5-7 Temmuz 2017



Ayrıca yapılmış olan analizin doğrulanması için, SimMechanics<sup>®</sup> blokları kullanılarak 3-<u>R</u>RS PM'ün dinamik modeli oluşturulmuş ve Şekil 6'da verilmiş olan aktif mafsal yer değişim değerleri mafsal hareket girdisi olarak sisteme verilmiştir. SimMechancis<sup>®</sup> bloklarıyla oluşturulmuş olan 3-<u>R</u>RS PM Şekil 8'de verilmiştir.



Şekil. 8. 3-RRS PM SimMechanics® Modeli

Aktif döner mafsallara verilen hareket girdisi ile sistem hareket ettirilmiş ve mafsal algılayıcıları kullanılarak, istenilen yörüngenin takibi için gerekli tahrik torkları hesaplanmıştır. Algılayıcılardan alınan tahrik torku değerleri Şekil 7'de hesaplanmış değerlerle örtüşmektedir.

# VI. Sonuçlar

Bu çalışmada 3-<u>R</u>RS PM'ün ters ve düz konum, hız ve ivme analizleri ile ve ters dinamik analizi verilmiştir. Önce verilen bir hareketli platform konumu için ters kinematik çözümü yapılmış, ardından da ters kinematik analizde elde edilen sonuçlar, düz kinematik modelde girdi olarak kullanılarak geliştirilmiş olan modeller doğrulanmıştır.

Ters dinamik analiz için hem virtüel iş prensibi, hem de Lagrange yöntemi kullanılmış; ayrıca SimMechanics<sup>®</sup> modeli ile model doğrulanmıştır. Dinamik model ileriki çalışmalarda manipülatörün denetimi için kullanılacaktır.

### Teşekkür

Bu çalışma 115E726 nolu TÜBİTAK 1003 projesi kapsamında desteklenmektedir.

## Kaynakça

- Fan C., Liu H. ve Zhang Y. Kinematics and singularity analysis of a novel 1T2R fully-decoupled parallel mechanism. Intelligent Computing and Intelligent Systems, 2:312–316, 2009.
- [2] Chen X., Liu X-J., Xie F. ve Sun T. A comparison study on motion/force transmissibility of two typical 3-dof parallel manipulators: the Sprint Z3 and A3 tool heads. International Journal of Advanced Robotic Systems, 11(1), 2014, doi: 10.5772/57458
- [3] Li J., Wang J., Chou W., Zhang Y., Wang T. ve Zhang Q. Inverse kinematics and dynamics of the 3-rrs parallel platform. IEEE International Conference on Robotics and Automation, 3:2506–2511, Seul, Kore, 21-26 Mayıs 2001.
- [4] Srivatsan R. A. ve Bandyopadhyay S. On the position kinematic analysis of MaPaMan: a reconfigurable three-degrees-of-freedom spatial parallel manipulator. Mechanism and Machine Theory, 62: 150-165, 2013.
- [5] Tetik H., Kalla R., Kiper G. ve Bandyopadhyay S. Position Kinematics of a 3-RRS Parallel Manipulator. ROMANSY 21 - Robot Design, Dynamics and Control. CISM International Centre for Mechanical Sciences, Cilt 569, Springer, 2016.
- [6] Staicu Ş. Inverse dynamics of the spatial 3-RPS parallel robot, Proceeding of the Romanian Academy, Series A, 13(1):62-70, 2012.
- [7] Pendar H., Vakil M. ve Zohoor H. Efficient dynamic equations of 3-RPS parallel mechanism through Lagrange method. IEEE Conference on Robotics, Automation and Mechatronics, 2:1152–1157, Singapur, 1-3 Aralık 2004.
- [8] Sokolov A. ve Xirouchakis P. Dynamics analysis of a 3-DOF parallel manipulator with R–P–S joint structure. Mechanism and Machine Theory, 42(5):541-557, 2007.
- [9] Li Y. ve Xu Q. Kinematics and inverse dynamics analysis for a general 3-PRS spatial parallel mechanism. Robotica, 23(2):219-229, 2005.
- [10] Jianfeng L., Jinsong W., Wusheng C., Yuru Z., Tianmiao W. ve Z. Qixian. Inverse kinematics and dynamics of the 3-RRS parallel platform IEEE International Conference on Robotics and Automation, 3:2506-2511, Seul, Kore, 21-26 Mayıs 2001.
- [11] Itul T. ve Pisla D. On the kinematics and dynamics of 3-DOF parallel robots with triangle platform. Journal of Vibroengineering, 11(1):188-200, 2009.
- [12] Tetik H. Modelling and Control of a 3-RRS Parallel Manipulator, Yüksek Lisans Tezi, İzmir Yüksek Teknoloji Enstitüsü, 2016.

# Uçan Kanat Tipinde, Hibrit Kanat Profilli İnsansız Hava Aracı Tasarımı

S.A. Keskin<sup>1</sup> Yıldız Teknik Üniversitesi İstanbul

Özet—Bu çalışmada radyo kontrollü model uçakların tasarımında hibrit kanat profillerinin kullanımının incelenmesi amaçlanmış, hibrit kanat profilleriyle üretilecek model uçaklar için bir yöntem çalışması yapılmıştır. Yöntem çalışması amacıyla da, Yıldız Teknik Üniversitesi 'nin Yıldız Design/Build/Fly Takımı 'nın 2016 TUBITAK UAV yarışması için ürettiği Hezarfen – 16 uçağının tasarım adımları incelenmiştir. Hibrit kanat profili kullanımının uçan kanat tipi modellerde yunuslama momenti oluşumuyla ilgili sorunları azaltma amacıyla kullanılabileceği görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: İHA Tasarımı, Aerodinamik Boyut Analizi, Yunuslama Momenti, Hibrit Kanat Profili, RC Uçak

**Abstract**—The goal of this study is to examine the usage of hybrid airfoils in radio-controlled aircraft with flying wing configurations and to make a create a method of design for flying wing aircraft with hybrid airfoils. In the methodology study, the design stages of Hezarfen – 16 aircraft made by Yıldız Design/Build/Fly Team were inspected. It was seen that the usage of hybrid airfoils can be implemented in reducing problems caused by pitching moment in flying – wing configurations.

Keywords: UAV Design, Aerodynamic Sizing Analysis, Pitching Moment, Hybrid Airfoil, RC Aircraft

# I. Giriş

İnsansız Hava Aracı (İHA), genel olarak bilinen adıyla drone, uzaktan kumanda edilen bir tür uçaktır. İHA'lar iki sınıfa ayrılır: İlki uzaktan kumanda edilerek uçan, diğeri ise kendiliğinden belli bir uçuş planı üzerinden otomatik olarak hareket edebilen uçaklardır. İHA'lar askeri veya sivil amaçlı olarak kullanılmaktadır [1].

Bu çalışmada üretimi incelenen uçağın da içinde bulunduğu Uçan kanat sınıfı, havacılık alanında nispeten daha az kullanılan bir sınıftır. Uçan kanat tipinde uçaklar havacılığın gelişiminin başından beri incelenen bir sınıf olmalarına rağmen, ancak İkinci Dünya Savaşı sonlarında prototip olarak üretilen Horton Ho 229 uçağı ve 1948 yılında yine prototip olarak üretilen THK–13 planörü gibi ender sayıda araçla askeri kullanıma açılmışlardır [2] [3].

Ayrı bir gövde yapısı olmadığı için, uçan kanat konfigürasyonu genellikle yüksek hacimde kargo taşıma amacıyla kullanılmaz. Geleneksel model uçak üretim materyali olan balsayla üretilmeleri zahmetlidir. Ancak, yapıları itibariyle yüksek ağırlıkları hafif konstrüksiyonlarla taşıyabilirler. Bu durum aşağıdaki şekilde açıklanabilir. R. Güçlü<sup>2</sup> Yıldız Teknik Üniversitesi İstanbul

Bir uçan kanatta, taşıma ve ağırlık kuvvetleri aynı yerde olabilir. İdeal bir durumda, taşıma kuvvetleriyle ağırlık kuvvetleri kanat açıklığı üzerinde aynı hatta dağılım gösterebilirler. Bu duruma "spanloading" adı verilir ve bu durum kanat tarafından üretilen taşımanın uygulanacağı ve gövdenin ağırlığını taşıyacak ağır bir kanat yapısına sahip olma zorunluluğunu ortadan kaldırır.

İdeal bir spanloading her ne kadar nadiren mümkün olsa dahi, spanloading konsepti motor gibi ağırlığı fazla olan parçaların kanat üzerinde yayılı şekilde yerleştirilmesiyle daha geleneksel uçaklara uygulanabilir. Bu, gözle görülebilir ağırlık tasarrufları sağlayacaktır. Ancak, bu durumda oluşabilecek sürükleme kuvvetlerinin de göz önüne alınması ve bu iki durum arasında bir denge yaratılması gerekmektedir [4].

Uçan kanat sınıfı uçaklarda yunuslama momenti oluşumunu engelleme amacıyla kullanılabilecek bir kuyruk yapısı olmadığı için, bu tür uçaklar için yunuslama momenti oluşumunu engelleyecek özel kanat profilleri kullanılmaktadır. Ancak bu profillerin de düşük hücum açılarında ürettikleri kaldırma kuvvetleri çoğu durum için yetersiz kalmaktadır.

Uçak, Yıldız Teknik Üniversitesi'ne bağlı Yıldız Design/Build/Fly Takımı tarafından TÜBİTAK UAV Turkey 2016 yarışmasının görevleri için özel olarak tasarlanmıştır. Yarışmadaki iki görevin ilki, üretilecek uçağın hız ve manevra kabiliyetini gösterecek şekilde uçağın zikzak yapmasını gerektirecek bir parkuru en kısa sürede tamamlamayı hedef almaktadır. İkinci görev ise, uçağın belli ağırlıktaki yükleri önceden belirlenmiş hedef noktalara bırakmasını gerektirmektedir. Bu görevlerin ikisinde de çıplak gözle uçuş kontrolüne izin verilmeyecektir. Kontrol, uçağa yerleştirilmiş bir kameranın yere gönderdiği anlık görüntü veya bir otonom uçuş sistemi kullanılarak gerçekleştirilmek zorundadır. Bu uçakta, kameradan anlık görüntü veren bir FPV (*First Person View*) sisteminin kullanılması gerekmektedir [5].

Bu görevlerin yorumlanması sonrası yapılmış kavramsal uçak tasarımında istenen özellikler şu şekilde sıralanmıştır:

- 6 dakikalık uçuş süresi
- 15 m/s'lik maksimum hız
- 1,5 kg'lık boş ağırlık
- Yükler için emniyetli bir taşıma alanı
- Acık bir görüntü veren, emniyetli bir FPV sistemi
- Kolav üretime acık olması
- Güvenli elden atışa imkân veren tasarım
- Aerodinamik verimlilik

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> sabrialperkeskin@gmail.com

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> guclu@yildiz.edu.tr

# II. Tasarım Aşamaları

#### A. Kanat Boyutlandırması

## A1. Ön boyutlandırma

Boyut hesabına başlayabilmek için öncelikle bir kanat profili seçmemiz gerekmektedir. Problemimizde, farklı kanat profillerinin karşılaştırılabilmesi amacıyla, MH 45 profili, MH 80, MH 114 profili ve MH 60 profilleri Xflr5 programında analizlere sokulmuştur.

1,5 kg'lık boş ağırlığa sahip olacağı şeklinde planlanan uçağın, eklenen 0,1 kg'lık dört adet ağırlıkla beraber 1,9 kg olması beklenmektedir. Kanat ve kuyruğun 1,9 kg'lık bir kütleyi taşıyabilmesi için taşıma katsayısının sürükleme katsayısına oranının ( $C_L/C_D$ ' ifadesiyle gösterilen sürükleme katsayısı) en yüksek olduğu, yani en iyi taşıma performansının meydana geldiği hücum açısının (α°) bulunması gerekmektedir. Bunun için de kanat profilinin iki boyutlu karakteristik eğrilerinin elde edilmesi zorunludur. Kanat için taper oranının 1 olduğu bir durum ile ön boyutlandırmaya başlanabilir [6]. Bu hesaplarda kullanılacak  $C_L$ ve  $C_D$  ifadeleri şu şekilde belirtilir:

$$C_{L} = Taşıma kuvveti / \mathbf{q} \times S \tag{1}$$
$$C_{P} = S "ur" kleme kuvveti / \mathbf{q} \times S \tag{2}$$

Bu tanımlarda  $\mathbf{q}$ , akışkan dinamik basıncını, S de bu Basıncın etkisindeki yüzey alanını simgeler.

Ön boyutlandırmada, kanat için 1,4 m kanat açıklığı, kanat dibi ve kanat ucu veter uzunluğu 0,25m ve dihedral açı 0° olarak alınmıştır. Ön boyutlandırmadan sonra 15 m/s sabit seyir hızı, 305000 Reynolds sayısı için -10° ve 40° hücum açısı aralığında çözümleme yapılmıştır. Buna göre MH-60, MH-45 ve NACA 0015 kanat profilleri icin en iyi performansın 6° hücum açısında, Fauvel ve MH-80 profilleri için ise 9° hücum açısında sağlandığı tespit edilmiştir. MH-80 profilinin süzülme oranı grafiğindeki düzensizlik profil için bir dezavantaj oluşturuyor olsa da, bu profilin yüksek hücum açılarında da taşıma kuvveti sağlaması avantajı vardır. MH-114 ise yüksek süzülme oranıyla grafikte hemen göze çarpmaktadır. İzafi olarak düşük bir hücum açısı olan 4° içerisinde optimum performans gösteren bu profil, iki boyutlu analizler içerisinde bu profiller arasındaki en iyi tercihtir.

Uçağın güvenli bir şekilde uçuşu tamamlayabilmesi adına taşıma kuvvetinin ağırlık kuvvetine eşit olması gerekmektedir. Ön boyutlandırmada 2 ° hücum açısında taşıma kuvveti **Fz** Şekil 2'de de görülebileceği üzere MH-114 profiliyle 36 N civarında elde edilmiştir. Uçağın toplam kalkış ağırlığı yaklaşık 20 N olduğundan elde edilen taşıma kuvvetinin değeri uçuş dengesi açısından fazladır.



Şekil 1. Fauvel, MH-45, MH-60, MH-80, MH-114 ve NACA 0015 profiller için iki boyutlu  $C_L/C_D - \alpha$  (süzülme oranı – hücum açısı) performans eğrisi

Elde edilen 36 N'luk bir taşıma kuvveti uçağın toplam kalkış ağırlığından fazla olsa da, bu fazla taşıma kuvveti, ön boyutlandırma aşamasında tasarıma bir güvenlik unsuru olarak koyulmuştur.

## A2. Optimizasyon aşamaları

Ön boyutlandırması yapılan 3 boyutlu kanadın aerodinamik karakteristiklerinin düzeltilmesi ve optimize edilmesi açısından öncelikle ön boyutlandırma sırasında kontrol edilmeyen bazı faktörlerin kontrolü, ardından da sivrilme oranı, açıklık oranı, dihedral açı ve ok açısı gibi kanada ait parametrelerde düzeltmeler yapılması gerekmektedir. • Açıklık oranı: Yapılan istatistiksel çalışmalarda ev tipi model uçaklar (hobi amaçlı üretilen model uçaklar) için ortalama bir eşdeğer açıklık oranı tespit edilmiştir. İtki gurubu pervane sistemine sahip bir ev yapımı model uçak için bu değer 6'dır [4]. Tahmin edileceği üzere, referans alınan açıklık oranı değeri, tasarımın ilerleyen aşamalarındaki kısıtlamalara bağlı olaraktan tekrar revize edilmesi gerekebilmektedir.



Şekil 2. Ön boyutlandırması yapılan kanattan elde edilen taşıma kuvveti – a eğrisi

Ön boyutlandırması yapılan kanatta elde edilen 11,2 açıklık oranı değeri 4,96'ya düşürüldüğü takdirde, ortalama veter uzunluğunun arttırılması ve kanat açıklık oranının düşürülmesi, aerodinamik verimliliğin arttırılmasını sağlayacaktır.

• Sivrilme oranı: Dikdörtgen izdüşümü alanına sahip bir kanat, eliptik veya sivrilme oranına sahip kanatlara nazaran daha fazla kanat ucu vortex akımlarına maruz kalmaktadır.

Kanada uygun sivrilme oranı verildiği takdirde, kanat üzerinde eliptik taşıma kuvveti yayılımına yaklaşılmaya çalışılmakta ve kanat verimliliği %100 değerine yaklaştırılabilmektedir. Prandtl kanat teorisine göre, kanat üzerindeki yük dağılımı eliptik olduğunda lift kaynaklı sürükleme kuvvetleri minimuma indirilebilmektedir [7].

Sivrilme oranı 0,35 - 0,5 değerleri arasında seçildiğinde, kanat üzerindeki yük dağılımı eliptik yük dağılımına %1 hassasiyetinde yakın olmaktadır [4]. Sivrilme oranı, bu veriye dayanılarak belirlenecektir.

Sivrilme oranı ve açıklık oranı için yapılacak olan bu düzeltmeler, kanat ön modellemesi için kullanılan Xflr5 yazılımında kanat uç veter uzunluğu ve kanat dibi veter uzunluğu elle üretimde kontrol edilebilecek toleranslar içerisinde değiştirilmesi yoluyla yapılmıştır. • Yunuslama momenti kontrolü: Yunuslama momenti, uçağın hücum açısı artacak şekilde (yani burnu yukarı kalkacak şekilde) etkimesi halinde pozitif kabul edilir. Yunuslama momenti,  $M_y$  olarak, yunuslama momenti değerinin dinamik basınç, kanat alanı ve kanat açıklığına bölünmesiyle elde edilen yunuslama momenti katsayısı,  $C_M$  ile gösterilir [8].

MH-114 kanat profili; yüksek taşıma/sürükleme oranına rağmen, kambur alt yapısı sebebiyle yüksek miktarda negatif moment oluşturur. Uçuş dengesi ve güvenliği açısından son derece sakıncalı bu durum oluşturan bu momentin yok edilmesi için, uçak yapısına yatay sabitleyiciler konulması gerekmektedir. Ancak, alınan tasarım tercihleriyle yatay sabitleyici kullanmak, oluşturacağı sürükleme kuvveti göz önüne alınarak sakıncalı görülmüş, bunun yerine yunuslama momenti katsayısı olan  $C_M$ 'nin mümkün olduğunca en aza indirilmesini sağlayacak şekilde önceden karşılaştırılan kanat profilleri arasında enterpolasyon yapılarak yunuslama momenti katsayısı düşük, süzülme oranı yüksek bir kanat profili üretilmesine çalışılacaktır. Şekil 3'te, karşılaştırılan kanat profillerinin yunuslama momenti - hücum açısı eğrisi görülmektedir.

Enterpolasyon işlemine, Şekil 3'te pozitif bir yunuslama momenti katsayısı değeri oluşturmuş olan Fauvel profili ve MH-114 profilleri arasında yarı yarıya enterpolasyon yaparak başlayabiliriz. Bu profilin adına Alper-01 adı verilmiştir. Üretilen ikinci yeni profil, Şekil 2'de yüksek taşıma kuvvetini oluşturan iki kanat profili olan MH-114 ve MH-80 profilleri arasında yarı yarıya enterpolasyon yapılarak üretilmiştir. Bu profile Alper-02 adı verilmiştir.

Bir diğer profil de MH-114 grafiğinin yüksek taşıma değerine sahip olmasını sağlayan üst kısmı ve Fauvel profilinin pozitif bir yunuslama momenti katsayısı değerine sahip olmasını sağlayan alt kısmı birleştirilerek enterpolasyon kullanılmadan kanat profilini oluşturan koordinatlar birleştirilerek yapılmıştır. Bu profile de Alper-03 RG adı verilmiştir.

Üretilen kanat profillerinin hücum açısına bağlı olarak taşıma katsayısı, hücum açısına bağlı olarak sürükleme katsayısı ve hücum açısına bağlı olarak yunuslama momenti katsayısı grafiklerine bakılarak bazı çıkarımlar yapılabilir.



Şekil 3. Karşılaştırılmış kanat profillerinin  $C_M - \alpha$  (yunuslama momenti katsayısı – hücum açısı) grafiği



Şekil 5. Alper-02 profili



Şekil 6. Alper-03 RG profili

Sekil 7'de gösterilen veni üretilmiş kanat profilleriyle yapılan hücum açısına bağlı taşıma katsayısı grafiği  $(C_{L} - \alpha \text{ grafiği})$  göstermektedir ki, yeni üretilmiş olan kanat profilleri istenen taşıma performansını fazlasıyla vermektedirler. Ayrıca Şekil 8 ve Şekil 9'da da verilen bilgilere dayanarak, Alper-01 ve Alper-03 RG grafikleri beklendiği gibi üretildikleri kanat profillerinin ortalaması miktarında taşıma katsayısı sağlarken; Alper-02 profili beklentinin dışına çıkmış, MH-114 profilinden dahi yüksek bir taşıma katsayısı sağlamıştır. Uçağın ön boyutlandırılması, MH-114 profilinden daha düşük bir taşıma katsayısına sahip olacak bir kanat profili kullanılarak, uçağın kalkış ağırlığı olan 20 N'dan en fazla 6 – 7 N yüksek bir kuvvetin elde edilmesi düşünülerek yapılmıştır. Alper-02 kanat profilinin yüksek taşıma katsayısı, daha düşük baş ve kök kanat profili uzunluğu kullanılarak daha hafif bir uçağın üretilmesini sağlayabilir.

Kanat profilleri arasında yapılan karşılaştırmalar sonucunda Alper-02 profilinin her ne kadar ciddi bir taşıma avantajı olsa da bu profilin, yunuslama momenti katsayısının fazla olması sebebiyle kullanılamayacağı görülmüştür.

Alper-01 ve Alper-03 RG profilleri arasında yapılan karşılaştırmalarda ise Alper-03 RG'nin taşıma ve yunuslama momenti katsayılarında Alper-01'den daha avantajlı olduğu görülmüştür. Ancak, Şekil 9'da da görülebileceği gibi Alper-01 profili daha avantajlı bir süzülme oranı oluşturduğu için, bu profil tercih edilecektir. 4,96'lık bir açıklık oranı ile ters orantı içerisinde olan sürükleme kuvveti daha yüksek açıklık oranlarında azalabilmektedir, fakat boyutsal ve tasarımsal kısıtlamalar neticesinde bu oran makuldür.



Şekil 7. Yeni kanat profilleriyle yapılan  $C_L - \alpha$  (taşıma katsayısı – hücum açısı) grafiği



Şekil 8. Yeni kanat profilleriyle yapılan  $C_m - \alpha$  (yunuslama momenti katsayısı – hücum açısı) grafiği



Şekil 9. Kanat profillerinin süzülme oranlarının karşılaştırılması



grafiği

Şekil 10, optimize edilmiş kanattan farklı hücum açılarında elde edilen taşıma kuvvetlerini göstermektedir. 3°'lik hücum açısında 30 N'luk bir taşıma, problemimiz için yeterli bir değerdir.

Yapılan kanat boyutlandırması sonucunda elde edilen değerler şu şekilde verilmiştir;

Kanat profili: Alper-01 Kanat açıklığı: 1,4 m Kanat dibi veter uzunluğu: 0,410 m Kanat ucu veter uzunluğu: 0,155 m Sivrilme oranı: 0,377 Kanat alanı: 0,40 m<sup>2</sup> Kanat açıklık oranı: 4,96

# B. Kanat Tasarımının Yapılması

Kanat tasarımı, Xflr5 programında elde edilen hibrit kanat profili üzerinden CATIA programında yapılmıştır.

Motor sabitleyici parçasının motorun yarattığı titreşimlere dayanıklı bir yapıda ve hareket sırasında fazla sürtünme yaratmayacak bir geometride olması gerekmektedir. Bu koşullar göz önüne alınarak, motor sabitleyici parça tasarımında iki destek parçasıyla sabitlenmiş, akış yönüne eğimli bir motor sabitleyici parça tasarımı yapılmıştır.

Kanatçık (*aileron*) ve irtifa dümeni (*elevator*) sistemlerinin tasarımlarında, uçan kanat biçimindeki uçaklarda sıklıkla görülen kanatçık – irtifa dümeni karışımı sistemi kullanılmıştır. Bu sistemde irtifa dümeni ve kanatçık sistemleri ortak hareket ederek daha büyük alanlı kontrol yüzeyleri oluşumunu sağlar [4].

# C. CFD Analizi

CFD analizi için ANSYS Fluent modülü içerisindeki Spallart-Allmaras modeli kullanılmıştır. Bunun sebebi ise bu modelin bizim uçağımızın da uçuş koşullarını sağlayan düşük hızda ve düşük Reynolds sayısına sahip akışlarda gerçeğe en yakın sonuçları tek bir formül kullanarak, yani çok daha hızlı bir şekilde, isabetli olarak verebilmesidir [9].

CFD analizi sonucu ortaya çıkan bölgesel basınç noktaları Şekil 11'de gösterilmiştir. CFD analizi sonucunda, 15 m/s'de 3°'lik hücum açısındaki bir uçuş için 2,39 N'luk sürükleme ve 32,38 N'luk taşıma kuvvetleri elde edilmiştir. Bu değerlerin ön boyutlandırmadaki değerlere son derece yakın olması, kullanılan metodun düşük irtifadaki yavaş uçuşlara uygun olduğunu göstermiştir.

### D. Yapısal Analiz

Yapısal analizin yapımı için, öncelikle kullanılacak köpüğün mekanik özelliklerinin tanımlanması gerekmektedir. RC uçak tasarımında köpük temelli projelerde yüksek sürtünme aşınması ve ıslanmadan oluşacak şekil değiştirmeye karşı olan dayanımından dolayı genellikle Polystyrene köpük kullanılmaktadır. Yapılan araştırmalar sonucunda, kullanılacak Ploystyrene köpük için Young modülünün 0,036 GPa ve Poisson oranının da 0,3 olduğu bulunmuştur [10].

Toplam 168340 node ile yapılan analizde elde edilen sonuçlar Şekil 12'de verilmiştir. En yüksek yer değiştirme olarak kanat ucundaki 4,309 mm'lik yükselme ve en yüksek gerilme olarak da kanat dibinde 0,3376 MPa'lık bir gerilme olarak görülmüştür.

Bu analiz, tam olarak yük binmesi durumunda kanatta 4 mm mertebesinde bir yukarı doğru yükseliş olduğu anlamına gelir. Yapısal olarak bir sakınca oluşturmayan bu durum, akış açısından da kanadın uç yüzeylerinin yarattığı taşıma kuvveti miktarının azlığı göz önüne alındığında da bir sorun yaratmaz.

En yüksek gerilme değerleri, görevlerde bırakılacak küpler için yapılmış boşlukların kenarlarında ve bu boşluklarla iki boşluğun arasındaki servo motor boşluğunun arasındaki yüzeyde meydana gelmiştir. Yapısal dayanımı arttırabilmek için için, servo motorun ucundaki hareketli mekanizmanın büyütülmesinden sonra bu boşluklar arttırılarak gerilme miktarı azaltılabilir veya bu boşluklara bantla yapılan eklemelerle artan bir gerilme dayanımı ve yüksek gerilimli bölgede bir yüzey artışı sağlanabilir.

Üretimde kullanılacak Polystyrene Depron – White köpüğün enine çekme gerilimi değeri 0,70 MPa olarak verilmiştir [11]. Analiz sonucunda elde edilmiş olan 0,33 MPa'lık gerilme değeri, bu değerin yarısından daha azdır. Bu da sistemde 2'lik bir güvenlik faktörü olduğunu gösterir.



Şekil 11. CFD Analizinde kanat üzerindeki basınç noktalarının gösterimi



Şekil 12. Kanat üzerindeki gerilimlerin gösterimi

E. İtki Sistemi Konfigürasyonu

|                        | Önde Pervane | Arkada<br>Pervane | Önde İki<br>Pervane | Önde ve<br>Arkada İki<br>Pervane |
|------------------------|--------------|-------------------|---------------------|----------------------------------|
| Aerodinamik Performans | 0            | 1                 | 0                   | 0                                |
| İtki Verimi            | 1            | 0                 | 0                   | 0                                |
| Kararlılık             | 1            | 1                 | -1                  | -1                               |
| Üretim Kolaylığı       | 1            | 1                 | 1                   | 0                                |
| Ağırlık                | 1            | 1                 | -1                  | -1                               |
| Güvenlik               | 1            | -1                | 1                   | -1                               |

TABLO 1. Uçak itki sistemi konfigürasyonu önem çizelgesi

İtki sistemi tasarımında birinci öncelik, uçağın kanat boyutlandırması ve CFD analizinde hesaplanmış olan sürükleme kuvvetlerinin üstünde, aynı doğrultuda sürükleme kuvvetine zıt bir itki oluşturabilmektir. İkinci öncelik ise, uçağa irtifa ve ivme kazandırabilmektir [12]. Birinci öncelik olan sürükleme kuvvetini yenmek konusunda, önemli olan seçim kriterleri pervane ve güç hesapları olarak kabul edilebilir. Motor seçimi, bu hesaplamalarda ikinci planda kalır. Uzun süreli uçuşlarda stabil bir taşıma kuvveti olması, uçağın ivmelenme kapasitesinden daha önemli olduğu için İHA'larda genellikle arkadan pervaneli tasarımlar kullanılır. Pervane itkili savaş uçaklarında ise, manevra kabiliyeti hıza bağlı olduğu için genellikle önden pervaneli tasarımlar tercih edilir.

Sistemimizle ilgili bir diğer kriter daha, itki sisteminin İHA'nın kamerayla kontrolü için uygun yapıda olmasıdır. Yapılan uçuş denemelerinde, önden pervaneli tasarımların zaman zaman kamerayla rezonansa girerek görüntüyü kapattığı, bunun olmadığı durumlarda da kamera önündeki hava akımının türbülanslı olmasına neden olarak alınan görüntünün kalitesinin düşmesine neden olduğu görülmüştür. İtki hesaplamaları yapıldığında, CFD analizinde ortaya çıkacak sürükleme değerlerinden çok daha yüksek değerlerin kabul edilmesi gereklidir.

Gerekli motor gücü hesaplanırken, kg başına 150 Watt'lık bir güç gerekliliği göz önüne alınır. Bu hesap, bilinen farklı modellerdeki İHA'ların motor güçlerinin maksimum kalkış ağırlığıma oranı bulunarak hesaplanır. Bu oran; TSK envanterindeki İHA'lardan Bayraktar TB2'de 114 Watt/kg [13], IAI Heron'da 74 Watt/kg [14], Aeronautics Defense Dominator'da 84 Watt/kg [15] ve General Atomics MQ-1 Predator'da 84 Watt/kg [16] olarak hesaplanabilir. 150 Watt/kg, modern İHA'lar için oldukça yüksek bir itki miktarıdır. Ancak, ağırlık kriterinden dolayı kontrol sistemi basit tutulduğu ve basit kontrol sistemlerinde tırmanma hızının kontrol edilemediği için uçağın stol durumuna girme riski göz önüne alınarak gerektiğinde uçağı çok yüksek hücum açılarında taşımaya yetecek kadar bir motor gücüne sahip olmak, projemizde bir zorunluluktur. Bu nedenle ilk planlamalar, 2 kg'lık uçakta 300 Watt'lık bir motor şeklinde olacaktır.

Bıçak sayısı tercihinde, mümkün olan en az bıçak sayısı tercih edilmiştir. Artan bıçak sayıları; itki değerini bir miktar arttırmasına rağmen diğer bıçaklara giden havanın akışını bozdukları için motorun enerji kullanımını arttırarak verimi düşürürler [4]. Teoride ideal bıçak sayısı 1 olarak kabul edilir. Bunun haricinde artan bıçak sayısı, motor miline fazladan moment yükleyerek pervane veriminin daha da düşmesine neden olur.

Ağırlık taşındığı ve hız yapıldığı görevlerde farklı pervanelerin kullanılması gerekmektedir. Hız görevlerinde hatvesi yüksek, ağırlık taşındığı görevlerde ise çapı yüksek pervaneler kullanılır [17].

Birinci ve ikinci görevlerde 8x10 inçlik ve 7x12 inçlik pervaneler seçildiğinde, Şekil 15'te 9400 d/d'lık, 468 Watt'lık bir motora ihtiyaç olduğu görülecektir.

Seçilen motorun 22,2 V<sup>1</sup>luk gerilim değerine bakılarak, bataryanın sağlaması gereken akım 13 Amper olarak bulunmuştur. Ancak, batarya motora doğrudan bağlanacak olursa, standart olarak 1 Amper<sup>2</sup>lik akım verecektir. 1 Amperlik akım, motorun gerilim değeri göz önüne alındığında, motora yeterli gücü vermeyecektir. Bu nedenle bataryadan çekilen akımı düzenleyecek eleman olan ESC'ye ihtiyaç vardır.

Elektronik hız kontrolörünün (ESC) seçiminde göz önünde bulundurulan faktörler, sistemin 22,2 Volt'luk gerilim ve 13 Amper'lik akımla çalışabilmeye uygun olmasıdır. Bunun haricinde, sistemin Li-Po bataryalarla çalışmaya uygun olması gerekmektedir.

Uçuş süresi, toplamda 230 saniye olacaktır. Yarışma alanında oluşabilecek sorunların engellenmesi için, 6 dakika boyunca motoru besleyecek bir bataryanın kullanımı gerekmektedir.

Seçilmiş olan bataryada her birinin nominal gerilimi 3,7 V olan dört adet hücre bulunmaktadır. Bu hücrelerin seri bağlandığı kabul edilerek, bataryanın nominal gerilimi 14,8 V olarak hesaplanır [18].

Gerekli güç, zaman ve nominal gerilim verilerine bağlı enerji denklemini kullanılarak; gerekli olan batarya kapasitenin 2027 mAh olduğu görülebilir.

Seçilmiş olan bataryanın kapasitesi olan 2280 mAh, bu değerden büyüktür ve bu da bu bataryanın kullanılabileceği anlamına gelir.

# III. Sonuçlar

Yapılan tasarım ve analizler sonucunda, uçak üretilmeye hazır duruma gelmiştir.

Geleneksel uçak tipleri için üretilmiş olan kanat profillerinin, uçan kanat tipi uçaklarda özellikle yunuslama momenti üretimi sorunu oluşturduğu görülmüştür. Bu sorunun çözülmesinde, hazır kanat profillerinin enterpolasyonuyla meydana getirilen hibrit kanat profilleri oluşturmanın başarılı çözümler ortaya koyacağı görülmüştür.

Üretilen profillerden Alper-01, diğer profillerden daha başarılı sonuçlar vermiştir. Profil için yapılan aerodinamik analizler; 15 m/s'lik bir uçuş hızının, gerekli taşıma kuvvetinin sağlanmasında yeterli olacağını göstermiştir.

CFD analizinde kullanılan Spallart-Allmaras metodu, taşıma kuvveti değerlerine çok kanat boyutlandırmasındaki değere de çok yakın değerler üreterek, düşük seyir hızına sahip hava araçlarının CFD analizi için doğru bir tercih olduğunu göstermiştir.

Tasarım yönteminde, ilk olarak uçak için bir konsept tasarım yapılması, daha sonra bu konsept tasarıma uygun bir aerodinamik modellemenin yapılması, uçağın detaylı tasarımı ve bu tasarım sonucunda yapılan analizler, son olarak da itki sistemi yapılandırılması şeklinde ilerleyen bir yol seçilmiştir.

#### Kaynakça

- [1] Taylor, J.W.R. Jane's Pocket Book of Remotely Piloted Vehicles: Robot Aircraft Today, Collier Books, 1. Baski, 1977.
- [2] Yavuz, İ. THK Etimesgut Uçak Fabrikası 1939-1950. TMMOB Mühendis ve Makina Dergisi, 54(636):32-36, 2013
- [3] Air and Space Magazine, The Luftwaffe's Flying Wing http://www.airspacemag.com/need-to-know/the-luftwaffes-flyingwing-5175647 erişim tarihi: 08.04.2017
- [4] Raymer, D.P. Aircraft Design: A Conceptual Approach, AIAA Education Series, 2. Baski, 1992
   [5] TÜBİTAK UAV Turkey 2016 Yarışma Kuralları
- [5] TÜBİTAK UAV Turkey 2016 Yarışma Kuralları http://uavturkey.tubitak.gov.tr/assets/yarisma\_detaylari.pdf. erişim tarihi: 14.11.2017
- [6] Yıldız DBF Team. Cessna/Raytheon AIAA Design Build Fly Competition Vecihi - 15 Final Design Report. 2015.
- [7] Sadraey, Mohammad H. Aircraft Design: A Systems Engineering Approach. Wiley, 2012.
- [8] Yükselen, Adil M. UCK 351 Aerodinamik 2006-2007 Güz Yarıyılı Ders Notları.
- [9] Langley Research Center. Turbulance Modelling Resource, Spallart-Allmaras Model. http://turbmodels.larc.nasa.gov/spalart.html erişim tarihi: 08.04.2017
- [10] Wikimedia Foundation Inc. Polystyrene.
- https://en.wikipedia.org/wiki/Polystyrene erişim tarihi: 08.04.2017 [11] Depron Foam. Depron – White Technical Data Sheet
- http://www.depronfoam.com/depron-foam/resource/Depron-White-Technical-Data-Sheet.pdf. erişim tarihi: 08.04.2017
- [12] Glenn Research Center NASA. Beginner's Guide to Propulsion. https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/bgp.html. erişim tarihi: 08.04.2017
- [13] Baykar Makina. Bayraktar Tactical UAS Technical Features. http://baykarmakina.com/sistemler/bayraktar-taktik-iha/ erişim tarihi: 08.04.2017
- [14] Israel Aerospace Industries Ltd. IAI Heron Performance & Technical Data. http://www.iai.co.il/2013/18900-16382en/IAI.aspx. erisim tarihi: 08.04.2017
- [15] Wikimedia Foundation Inc. Aeronautics Defense Dominator. https://en.wikipedia.org/wiki/Aeronautics\_Defense\_Dominator. erisim tarihi: 08.04.2017

- [16] General Atomics Aeronautical Systems Inc. Predator XP Data Sheet. http://www.gaasi.com/Websites/gaasi/images/products/aircraft\_systems/pdf/Pre datorXP021915.pdf. erişim tarihi: 08.04.2017
- [17] RC Airplane World. Understanding RC propeller size. http://www.rc-airplane-world.com/propeller-size.html. erişim tarihi: 08.04.2017
- [18] Enertech International. Specification of Product. http://www.enertechint.com/eng/product/pdf/SPB655060.pdf. erisim tarihi: 08.04.17

# Genel Maksatlı Bir Hava Platformunda Tehdit Tespitinde Kullanılan Anten Yönlendirme Mekanizmasının Kinematik Başarım Özelliklerinin İncelenmesi

B. Özkan<sup>\*</sup>

Türkiye Bilimsel ve Teknolojik Araştırma Kurumu, Savunma Sanayii Araştırma ve Geliştirme Enstitüsü (TÜBİTAK SAGE)

Ankara

Özet—Hava platformları, uçuşları esnasında çeşitli tehditlere maruz kalabilirler. Bu gibi durumlarda platformların bekasını sağlayabilmek için alınması gereken öncelikli tedbir tehdidin tespit ve teşhis edilmesi, ardından da uygun bir yöntemle tehdidin bertaraf edilmesidir. Tehdit tespitinde kullanılan yaygın yöntemlerden biri de geniş görüş alanına sahip anten sistemleridir. Bu çalışmada, genel maksatlı bir hava platformuna bütünlenmiş antenli yapıya geniş görüş açısı kazandırmak amacıyla kullanılan iki kardanlı bir mekanizmanın yerden ve havadan atılan füzelere karşı kinematik başarım gereksinimleri belirlenmeve calısılmaktadır.

Anahtar kelimeler: Anten yönlendirme mekanizması, hava platformu, angajman

**Abstract**—Aerial platforms can be subjected to several threats during their flight. Under such circumstances, the primary precaution is the detection and recognition of the threat and then removing it using a convenient method. One of the widely-used approaches considered in threat detection is the usage of antenna systems which have wide field of regard ranges. In this study, the kinematic performance requirements of a twogimballed mechanism utilized to provide an antenna mounted onto a general purpose aerial platform with a wide field of regard are tried to be determined.

Keywords: Aerial platform, antenna orienting mechanism, engagement

## I. Giriş

Uçak ve helikopter gibi hava platformları, gerek askeri gerekse sivil maksatlı olsun, görevlerini icra ederken farklı türde tehditlere maruz kalabilmektedir. Özellikle askeri uygulamalar söz konusu olduğunda, bahsedilen tehditler arasında en fazla karşılasılanların füzeler olduğu görülmektedir. Bu kapsamda, başka bir hava platformundan atılan ve "havadan havaya" tabir edilen füzelerin yanı sıra çoğunlukla füze bataryaları aracılığıyla veya yerdeki personelin omzundan firlatılan "verden havava" füzeler bilindik tehdit en sınıfını oluşturmaktadır.

Hava platformlarına yönelen tehditlerin bertaraf edilebilmesi veya bu mümkün olamıyorsa en azından yıkıcı tesirlerinin asgari düzeye çekilebilmesi için öncelikle tehdidin tespit ve teşhis edilebilmesi, ardından da uygun karşı tedbirin ivedilikle uygulanması gerekmektedir. Geniş görüş alanına sahip anten sistemleri, hedef tespitinde yaygın şekilde kullanılan araclardan biridir. Literatürde "kapalı çevrimli takip sistemleri (İng. closed loop tracking systems)" olarak adlandırılan ve tehdit türüne bağlı olarak radar, lazer ve kızılötesi gibi farklı çalışma sıklıklarına (frekanslarına) sahip sinyalleri belirlenen hedefe yönlendirebilen bu tipteki yönlendirme mekanizmalarında, görüş alanını olabildiğince artırmak ve böylelikle tehdit tespit olasılığını azami düzeye çıkarmak amacıyla, sinyal gönderme birimi (anten), genellikle birbirine dik dönüş eksenlerine sahip iki kardandan olusan bir mekanizmanın ortasında konumlandırılmaktadır [1], [2]. Ele alınan hedef tespit problemine bağlı olarak doğruluk seviyesini artırmak amacıyla, üç kardanlı ve kardanlar arasındaki doğrusal olmayan kinematik etkileşimleri de hesaba katan modelleme ve ilgili benzetim çalışmaları da gerçekleştirilmiştir [3]. Öte yandan, alınan hedef sinyalindeki yüksek sıklık ve düşük genlikli salınımlar (İng. jitter) ile üzerine bağlı bulunduğu hava platformundan yönlendirme mekanizmasına etkiyen titreșimin etkisinin ortadan kaldırılması; en azından asgari düzeye çekilmesi gerekmektedir. Bahsedilen amaca binaen, kararlılaştırma (stabilizaşyon) amaclı açısal hız ve hassas anten konumlama için de açısal konum denetimi yapan yönlendirme mekanizmaları denetim sistemleri önerilmiştir [4]. Literatürde, kararlılaştırma amacıyla çoğunlukla klasik denetim yöntemlerinin tercih edildiği görülmektedir [4], [5]. Bunların yanı sıra, başarım özellikleri sınırlı da olsa, kararlılaştırma yapmaksızın doğrudan açısal konum denetimi üzerine kurulu denetim sistemlerine de rastlanmaktadır [6].

Bu çalışmada, ele alınan genel maksatlı bir hava platformu ile tehdit olarak seçilen yerden havaya ve havadan havaya füzeler arasındaki angajman (eşleşme) geometrisi incelenmiş ve oluşturulan gerçeğe yakın angajman senaryoları altında kardanlı anten yönlendirme mekanizmasının sağlaması gereken açısal konum, hız ve ivme sınırları belirlenmeye çalışılmıştır. Belirtilen senaryolar doğrultusunda gerçekleştirilen bilgisayar benzetimleri sonucunda elde edilen sonuçlar üzerinden genel bir kinematik değerlendirme yapılmıştır.

#### II. Hava Platformu-Tehdit Angajman Geometrisi



Şekil 1. Hava platformu-tehdit angajmanı

Hava platformu ile tehdit arasındaki angajman, platforma bağlı Hassas Takip Birimi (HTB) tarafından tehdide yönlendirilen takip sinyali de dahil edilerek Şekil 1'deki gibi tanımlanabilir.

Buradan, hava platformu ile tehdit arasındaki angajman geometrisi, Şekil 2'de verildiği gibi şematik olarak gösterilebilir.



Şekil 2. Hava platformu-tehdit angajman geometrisi

Şekil 2'de verilen O, M ve P harfleri sırasıyla sabit olduğu varsayılan yeryüzü eksen takımının orijini, tehdit (füze) ve hava platformunu,  $\vec{u}_i^{(0)}$  (i=1, 2 ve 3) de yeryüzü eksen takımının boylamasına, yanlamasına ve düşey (x, y ve z) eksenlerini tanımlayan birim vektörleri temsil etmektedir. Ayrıca,  $\vec{r}_{M/O}$ ,  $\vec{r}_{P/O}$  ve  $\vec{r}_{P/M}$  de sırasıyla tehdit ve hava platformunun O noktasına ve platformun tehdide bağıl doğrusal konum vektörlerine karşılık gelmektedir.

Buradan, "nişan hattı" olarak tanımlanan ve tehdit ile platform arasındaki bağıl konum vektörünün mutlak değeri olan  $r_{P/M}$  uzaklığı ile  $r_{P/M}$ 'nin yatay ve düşey düzlemlerde  $\vec{u}_1^{(0)}$  birim vektörü ile tanımlanan boylamasına eksenle yaptığı ve "nişan hattı açısı" olarak tanımlanan açılar ( $\lambda_y$  ve  $\lambda_p$ ) için aşağıdaki eşitlikler yazılabilir [7]:

$$r_{P/M} = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}$$
(1)

$$\lambda_{\rm v} = \arctan(\Delta y \,/\, \Delta x) \tag{2}$$

$$\lambda_{\rm p} = \arctan \left| -\Delta z \cos(\lambda_{\rm y}) / \Delta x \right| \tag{3}$$

(1)'den (3)'e kadar olan eşitliklerde, tehdit ve hava platformunun O noktasına göre bağıl konum vektörleri yeryüzü eksen takımı üzerindeki bileşenleri cinsinden -7(0), -7(0), -7(0)

$$\mathbf{r}_{M/O} = \mathbf{x}_{M} \, \mathbf{u}_{1}^{(0)} + \mathbf{y}_{M} \, \mathbf{u}_{2}^{(0)} + \mathbf{z}_{M} \, \mathbf{u}_{3}^{(0)}$$
 ve

 $\vec{r}_{P/O} = x_P \vec{u}_1^{(0)} + y_P \vec{u}_2^{(0)} + z_P \vec{u}_3^{(0)}$  şeklinde ifade edilmek üzere, aşağıda verilen bağıl konum bileşenleri tanımlanmıştır:

$$\Delta \mathbf{x} = \mathbf{x}_{\mathrm{M}} - \mathbf{x}_{\mathrm{P}} \tag{4}$$

$$\Delta y = y_{\rm M} - y_{\rm P} \tag{5}$$

$$= z_M - z_P$$
 (6)

İlgili bilgisayar benzetimlerinde,  $r_{P/M}$  değerinin belirlenen sıfıra yakın bir sapma değerinin altına düşmesi durumunda angajman sonlandırılmakta ve angajmanın başlangıcından (t<sub>0</sub> anından) sonlanmasına (t<sub>F</sub> zamanına) kadar geçen süre "angajman süresi" olarak tanımlanmaktadır.

 $\Delta z =$ 

#### III. Hava Platformu Modeli

## A. Hava Platformu Kinematik Modeli

Modellemede, platform-tehdit angajman geometrisinin daha kolay ifade edilebilmesi amacıyla, hava platformunun belirli bir irtifada yatay düzlemdeki doğrusal hızı (v<sub>p</sub>) ve doğrusal hız vektörünün yeryüzü eksen takımının yanlamasına ekseninden yönelim açısı ( $\eta_p$ ), zamanın (t) fonksiyonu olarak aşağıdaki gibi ifade edilebilir [7]:

$$\mathbf{v}_{\mathrm{P}}(t) = \mathbf{v}_{\mathrm{P0}} + \int_{t_0}^{t} a_{\mathrm{P}}^t(\sigma) d\sigma \tag{7}$$

$$\eta_{p}(t) = \eta_{p0} + \int_{t_{0}}^{t} \left[ a_{P}^{n}(\sigma) / v_{P}(\sigma) \right] d\sigma$$
(8)

Yukarıdaki eşitliklerde v<sub>P0</sub> ve  $\eta_{p0}$  platformun doğrusal hız ve hız yönelim açısının başlangıç değerlerini;  $a_P^n$  ve

 $a_{P}^{t}$  platformun doğrusal ivme vektörünün normal ve teğetsel bileşenlerini göstermekte olup  $\sigma$  sembolü tümlev değişkenine karşılık gelmektedir.

(7) ve (8) numaralı denklemler yardımıyla, hava platformunun yeryüzü eksen takımı üzerindeki boylamasına, yanlamasına ve düşey doğrusal konum bileşenleri ( $x_P$ ,  $y_P$  ve  $z_P$ ),  $x_{P0}$ ,  $y_{P0}$  ve  $z_{P0}$  sembolleri doğrusal konum bileşenlerinin angajman başlangıcındaki değerlerini göstermek üzere müteakip formda yazılır [7]:

$$x_{P}(t) = x_{P0} + \int_{t_{0}}^{t} v_{P}(\sigma) \cos(\eta_{P}(\sigma)) d\sigma$$
(9)

$$y_{p}(t) = y_{p0} + \int_{t_{0}}^{t} v_{p}(\sigma) \sin(\eta_{p}(\sigma)) d\sigma \qquad (10)$$

$$z_{P}(t) = f(t) \tag{11}$$

Burada f(t), zamana göre değişen bir fonksiyonu temsil etmektedir.

# B. Hava Platformu Hassas Takip Birimi Denetim Sistemi

Tehdidi tespit edecek elektromekanik eyletimli Hassas Takip Birimi (HTB), mekanik konfigürasyon olarak, Şekil 3'de verildiği gibi birbirine dik dönüş eksenlerine sahip olacak şekilde içiçe konumlandırılmış iki kardan ile içteki kardan tarafından taşınan sinyal gönderme biriminden oluşmaktadır. HTB'ye açısal yönelim sağladıkları yatay ve düşey düzlemlere göre, dıştan içe sırasıyla yandönüş ve yükseliş kardanları olarak adlandırılan bileşenlerden oluşan yapının, tespit edilen tehdit konumuna yatay ve düşey düzlemlerde hassas bir şekilde yönlenebilmesinin yanı sıra üzerine bağlı bulunduğu hava platformundan kaynaklanan mekanik titreşimler ve diğer bozucu girişlerden de etkilenmemesi gerekmektedir. Bahsedilen ikinci husus, kardanlı HTB için kararlılaştırma kabiliyetini haiz bir denetim sisteminin tasarlanmasını zorunlu kılmaktadır.



Şekil 3. Hassas Takip Birimi mekanik konfigürasyonu

Yandönüş ve yükseliş dönüş eksenleri sırasıyla "a" ve "e" harfleri ile temsil edilmek üzere, kardanların dinamik davranışı aşağıdaki diferansiyel denklemler yardımıyla tanımlanabilir:

$$J_{a}\ddot{\psi} + B_{a}\dot{\psi} = T_{a}(t)$$
(12)

$$J_{e}\ddot{\theta} + B_{e}\dot{\theta} = T_{e}(t)$$
(13)

Denetim sistemi başarımına etkileri düşük seviyede olacağından eksenler arasındaki jiroskopik etkileşimlerin göz ardı edildiği yukarıdaki eşitliklerde,  $\gamma$ =a ve e için, J<sub> $\gamma$ </sub>, B<sub> $\gamma$ </sub> ve T<sub> $\gamma$ </sub>(t) HTB'nin sırasıyla  $\gamma$  dönüş eksenine göre eylemsizlik momenti, viskoz sürtünme katsayısı ve giriş torkunu;  $\psi$  ve  $\theta$  da HTB'nin sırasıyla yandönüş ve yükseliş eksenleri etrafındaki açısal yerdeğiştirmesini temsil etmektedir.

Kardan giriş torkları, kardanları eyleten doğru akım elektrik motorlarına denetleyici (kontrolcü) tarafından gönderilen akım ( $i_{\gamma}$ ) ile orantılıdır. Buradan K<sub>ty</sub>,  $\gamma$  dönüş eksenine göre tork katsayısını ifade edecek şekilde, bahsedilen bağıntı müteakip formda ifade edilebilir:

$$T_{\gamma}(t) = K_{t\gamma} i_{\gamma}$$
(14)

Kardanların dönüş hızları  $\omega_a = \psi$  ve  $\omega_e = \dot{\theta}$  olarak gösterilirse, (14) numaralı denklem (12) ve (13) numaralı eşitliklerde yerine yazılıp ortaya çıkan ifadelere Laplace dönüşümü uygulandığında, "s" Laplace değişkenini ifade etmek üzere yandönüş ve yükseliş eksenleri için aşağıdaki transfer fonksiyonları elde edilir:

$$\frac{\Omega_{a}(s)}{I_{a}(s)} = \frac{K_{ta}}{J_{a}s + B_{a}}$$
(15)

$$\frac{\Omega_{e}(s)}{I_{e}(s)} = \frac{K_{te}}{J_{e}s + B_{e}}$$
(16)

HTB yandönüş ve yükseliş kardanlarının bozucu girişlere karşı gürbüzlüğünün; bir başka deyişle bozuculardan mümkün olduğunca az etkilenmesinin sağlanması amacıyla açısal hız denetiminin yapıldığı bir iç döngüyle (kararlılaştırma döngüsüyle) kardanların hassas açısal konum denetimini gerçekleştirecek bir dış döngüden (hassas konumlama döngüsünden) oluşan kardan denetim sistemleri, iç döngüde oransal (İng. proportional, P) ve dış döngüde de oransal ve tümlevsel (İng. proportional plus integral, PI) denetim kuralları göz önüne alınarak, sırasıyla Şekil 4 ve Şekil 5'de sunulan blok diyagramlarında görülen  $T_{Da}(s)$  ve  $T_{De}(s)$  sembolleri sırasıyla yandönüş ve yükseliş düzlemlerine etkiyen bozucu girişleri temsil etmektedir.



Şekil 4. Hassas Takip Birimi yandönüş düzlemi denetim sistemi



Şekil 5. Hassas Takip Birimi yükseliş düzlemi denetim sistemi

Kardan açısal hızının yeryüzüne göre ölçümünde dönüölçer (jiroskop) kullanımının öngörüldüğü kararlılaştırma döngülerinin kapalı çevrim transfer fonksiyonları, Şekil 4 ve Şekil 5'deki blok diyagramları doğrultusunda, yandönüş ve yükseliş düzlemleri için aşağıdaki gibi bulunur:

$$\frac{\Omega_{a}(s)}{\Omega_{ad}(s)} = \frac{K_{pia} K_{ta} / J_{a}}{s + \left[ \left( B_{a} + K_{pia} K_{ta} \right) / J_{a} \right]}$$
(17)

$$\frac{\Omega_{e}(s)}{\Omega_{ed}(s)} = \frac{K_{pie} K_{te} / J_{e}}{s + \left[ \left( B_{e} + K_{pie} K_{te} \right) / J_{e} \right]}$$
(18)

(17) ve (18) numaralı denklemlerde,  $\gamma$ =a ve e için,  $\Omega_{\gamma d}$ ve K<sub>piy</sub>;  $\gamma$  düzlemi için sırasıyla istenen (referans) açısal hız değeri ve kararlılaştırma döngüsü P denetleyicisinin kazancını (oransal kazancını) göstermektedir. Kararlılaştırma döngülerinden beklenen bant genişliği  $\omega_{ciy}$  sembolü ile ifade edilirse, (17) ve (18) numaralı eşitliklerin karakteristik polinomlarının (payda polinomlarının) (19) numaralı eşitlikte verilen birinci mertebeden ideal bir sistemin karakteristik polinomuna [D<sub>iy</sub>(s)] eşitlenmesi sonucunda, K<sub>piy</sub> için denklem (20) ve (21)'deki denklikler ortaya çıkar:

$$D_{iv}(s) = s + \omega_{civ} \tag{19}$$

$$K_{pia} = \left[ \left( J_a \, \omega_{cia} \right) - B_a \right] / K_{ta} \tag{20}$$

$$K_{\text{pie}} = \left[ \left( J_{e} \, \omega_{\text{cie}} \right) - B_{e} \right] / K_{\text{te}}$$
(21)

İçte yer alan kararlılaştırma döngüsü toplam kazancının bir olacağı ve gerçekte bu değerden olacak farklılıkların (sapmaların) parametre belirsizliği olarak ele alınacağı kabulüyle, geribesleme elemanının çözücü (İng. resolver) olduğu dıştaki hassas konumlama döngülerinin kapalı çevrim transfer fonksiyonları, Şekil 4 ve Şekil 5'deki blok diyagramlarına göre müteakip formda elde edilir:

$$\frac{\psi(s)}{V_{4}(s)} = \frac{K_{\text{poa}} s + K_{\text{ioa}}}{s^{2} + K_{\text{res}} s + K_{\text{ioa}}}$$
(22)

$$\frac{\theta(s)}{\theta_{d}(s)} = \frac{K_{\text{poe}} s + K_{\text{ioe}}}{s^{2} + K_{\text{moe}} s + K_{\text{ioe}}}$$
(23)

Yukarıdaki denklemlerde  $\psi_d$  ve  $\theta_d$  istenen yandönüş ve yükseliş açılarına ve  $\gamma$ =a ve e olmak üzere,  $K_{poy}$  ve  $K_{io\gamma}$  da hassas konumlama döngüsü PI denetleyicilerinin

sırasıyla oransal ve tümlevsel kazançlarına karşılık gelmektedir. Kararlılaştırma döngüsünde yapılana benzer şekilde, hassas konumlama döngülerinin istenen bant genişliği ve sönüm oranı sırasıyla  $\omega_{coy}$  ve  $\zeta_{oy}$  sembolüyle temsil edilirse, (22) ve (23) numaralı denklemlerin karakteristik polinomları denklem (24)'deki ikinci mertebeden ideal bir sistemin karakteristik polinomuna  $[D_{oy}(s)]$  eşitlendiğinde,  $K_{poy}$  ve  $K_{ioy}$  (25) ve (26) numaralı eşitliklerdeki gibi elde edilir:

$$D_{\alpha\alpha}(s) = s^{2} + 2\zeta_{\alpha\alpha}\omega_{\alpha\alpha}s + \omega_{\alpha\alpha}^{2}$$
(24)

$$\zeta_{\rm poy} = 2\,\zeta_{\rm oy}\,\omega_{\rm coy} \tag{25}$$

$$K_{iov} = \omega_{cov}^2$$
(26)

# IV. Tehdit Modeli

# A. Tehdit Dinamik Modeli

Hava platformuna tehdit olarak yöneldiği varsayılan yerden havaya ve havadan havaya füzelerin dinamik davranışı aşağıdaki denklemlerle tanımlanabilir [7]:

$$\dot{u} - rv + qw = (X + X_T)/m + g_x$$
 (27)

$$v + 1 u - p w = (1 + 1_T)/m + g_y$$
 (28)

$$w - qu + pv = (Z + Z_T)/m + g_z$$
 (29)

$$p = (L + L_T) / I_{ma}$$
(30)

$$q - p_{I} = (M + M_{T})/I_{mt}$$
 (31)  
 $\dot{r} + p_{q} = (N + N_{T})/I$  (32)

$$1 + pq = (N + N_T)/1_{mt}$$
 (32)

İlgili vektörlerin füze gövdesine yapışık eksen takımının sırasıyla x, y ve z eksenleri üzerindeki bileşenlerini göstermek üzere, (27)'den (32)'ye kadar olan denklem takımında füze parametreleri için aşağıdaki tanımlamalar yapılmıştır:

m: Füze kütlesi

 $I_{\text{ma}}$  ve  $I_{\text{mi}}$ : Eksenel ve yanal eylemsizlik momenti bileşenleri

p, q ve r: Yuvarlanma, yunuslama ve yandönme yönündeki açısal hız bileşenleri

u, v ve w: Doğrusal hız vektörü bileşenleri

X, Y ve Z: Füzenin ağırlık merkezine etkiyen aerodinamik kuvvet bileşenleri

L, M ve N: Füze gövdesine etkiyen aerodinamik momentin yuvarlanma, yunuslama ve yandönme yönündeki bileşenleri

 $X_T$ ,  $Y_T$  ve  $Z_T$ : Füze ağırlık merkezine etkiyen itki kuvveti bileşenleri

 $L_T$ ,  $M_T$  ve  $N_T$ : Füze gövdesi üzerine etkiyen itki kaçıklığı momenti bileşenleri

 $g_{x_3}$   $g_y$  ve  $g_z$ : Füze ağırlık merkezine etkiyen yerçekimi ivmesi bileşenleri

Hava platformuna karşı güdümlü uçuşu sırasında yuvarlanma yönündeki açısal hareketinin yunuslama ve yandönme yönlerindeki hareketlerine başlamadan önce yuvarlanma otopilotu tarafından sıfırlandığı ( $p\approx0$ ) kabul edilirse, itki etkisinin sona ermesinden sonraki durum için füzenin yunuslama ve yandönme düzlemlerindeki hareket denklemleri, (28), (29), (31) ve (32) numaralı denklemler kullanılarak aşağıdaki gibi elde edilebilir [7]:

$$\dot{\mathbf{w}} - q \, \mathbf{u} = (Z / m) + g_z \tag{33}$$

$$\dot{q} = M / I_{mt}$$
(34)

$$\dot{\mathbf{v}} + \mathbf{r} \,\mathbf{u} = (\mathbf{Y} / \mathbf{m}) + \mathbf{g}_{\mathbf{y}} \tag{35}$$

$$\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{N} / \mathbf{I}_{\mathrm{mt}} \tag{36}$$

# B. Tehdit Güdüm ve Denetim Modeli

Çalışmada, hava platformuna tehdit olarak yönelen yerden havaya ve havadan havaya füzelerin, firlatıldıkları andan itkilerinin sonlandığı ana kadar güdümsüz olarak uçtuğu, itkisiz uçuşun ilk anından burun kısımlarında bulunan kızılötesi arayıcı başlığın hava platformunu tespit etmesine kadar geçen sürede ara güdüm fazında ilerlediği ve hedef (platform) tespitinin hemen ardından da son (terminal) güdüm aşamasında ataletsel güdüm (İng. inertial guidance) yaklaşımının uygulandığı hesaba katılarak, son güdümde ivme komutlarının aşağıda verilen eşitliklerdeki gibi üretildiği oransal seyrüsefer güdüm (İng. proportional navigation guidance) kuralı ele alınmıştır [7]:

$$a_{p}^{c} = -N_{p} v_{M} \dot{\lambda}_{p} \cos(\lambda_{y} - \eta_{m})$$
(37)

$$a_{y}^{c} = N_{y} v_{M} \left[ \dot{\lambda}_{y} \cos(\gamma_{m}) - \dot{\lambda}_{p} \sin(\gamma_{m}) \sin(\lambda_{y} - \eta_{m}) \right] (38)$$

Yukarıdaki denklemlerde  $v_M$  füze hız vektörünün genliğini,  $\gamma_m$  ve  $\eta_m$  sembolleri de hız vektörünün sırasıyla yunuslama ve yandönme düzlemleriyle yaptığı açıları temsil etmekte olup, p ve y sırasıyla yunuslama ve yandönme düzlemlerini göstermek üzere,  $a_p^c$  ve  $a_v^c$  füze denetim sistemi referans ivme sinyallerini,  $N_p$  ve  $N_y$  etkin seyrüsefer oranını ve  $\lambda_p$  ve  $\lambda_y$  de görüş çizgisi açısını göstermektedir.

Uygulanan güdüm kuralı tarafından oluşturulan komut sinyalini gerçekleyecek füze denetim sistemi füzenin yuvarlanma, yunuslama ve yandönme düzlemleri için avrı avrı tasarlanmıs olup esas olarak denetleyici, kanat tahrik sistemi, dönüölçerler, ivmeölçerler ve planttan (füze) oluşmaktadır. Çalışma kapsamında, işletim sıklıkları füze denetim sistemi bant genişliğinin çok üzerinde olduğundan dönüölçer ve ivmeölçerlerin dinamiği ihmal edilmiş, dinamiklerinin denetim sistemi dinamiğini etkilememesi amacıyla kanat tahrik sistemlerinin bant genişlikleri füze denetim sistemi bant genişliklerinin dört katı mertebesinde seçilmiştir. Ayrıca, kanat tahrik sistemine bağlı kanatların açısal hareketinin de ele alınan füzenin konfigürasyonuna bağlı olarak sınırlı bir aralıkta değiştiği kabul edilmiştir [7].

Yuvarlanma düzlemi denetim sistemi, füzenin yuvarlanma açısını sıfırlayacak şekilde oransal ve türevsel (İng. proportional plus derivative, PD) kuralına göre tasarlanmıştır. Yuvarlanma açısının sıfırlanmasını müteakiben çalışmaya başlayacak yunuslama ve denetim vandönme düzlemleri sistemleri ise yunuslama/yandönme açısal hızı geribeslemesiyle PI denetim kuralına göre oluşturulmuş olup füzenin doğrusal ivme vektörünün sırasıyla yunuslama ve yandönme düzlemlerindeki bileşenlerini denetim değişkeni olarak almaktadır. Her üç denetim düzlemi için tasarlanan füze denetim sistemi, sabit katsayılı bir denetleyiciden olarak, Mach farklı savisi. yunuslama/yandönme hızı ve dinamik basınç değerine bağlı olarak, oransal, tümlevsel ve yunuslama/yandönme denetleyici kazançlarının füzenin hareketi boyunca sürekli olarak güncellendiği bir yapıda oluşturulmuş, böylelikle değişen uçuş koşullarına karşın denetim sisteminin sürekli kararlı kalması sağlanmaya çalışılmıştır [7].

### V. Bilgisayar Benzetimleri

Hava platformu-tehdit angajmanı kapsamında oluşturulan matematiksel modeller kullanılarak, TABLO 1'de verilen sayısal değerler yardımıyla MATLAB<sup>®</sup> Simulink<sup>®</sup> ortamında bilgisayar benzetimleri gerçekleştirilmiştir.

18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, Trabzon, 5-7 Temmuz 2017

| Parametre       | Sayısal Değer                      | Parametre                          | Sayısal Değer       | Parametre                        | Sayısal Değer                      |
|-----------------|------------------------------------|------------------------------------|---------------------|----------------------------------|------------------------------------|
| x <sub>P0</sub> | 1000 m                             | B <sub>a</sub> ve B <sub>e</sub>   | 0.01 N·m·s/rad      | y <sub>M0</sub>                  | 0                                  |
| <b>У</b> Р0     | 50 m                               | K <sub>ta</sub> ve K <sub>te</sub> | 0.2 N·m/A           | Z <sub>M0</sub>                  | 0 ve 1500 m                        |
| z <sub>P0</sub> | 1000 ve 1500 m                     | $\omega_{cia}$ ve $\omega_{cie}$   | 94.2 rad/s (=15 Hz) | v <sub>M0</sub>                  | 408 m/s<br>(≈1470 km/saat)         |
| v <sub>P0</sub> | 33.3 m/s (≈120 km/saat)            | $\omega_{coa}$ ve $\omega_{coe}$   | 31.4 rad/s (=5 Hz)  | I <sub>ma</sub>                  | $0.02 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ |
| Ja              | $0.05 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ | $\zeta_{oa}$ ve $\zeta_{oe}$       | 0.7                 | I <sub>mt</sub>                  | 5.85 kg⋅m <sup>2</sup>             |
| J <sub>e</sub>  | $0.01 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ | x <sub>M0</sub>                    | 0                   | N <sub>p</sub> ve N <sub>y</sub> | 3                                  |

TABLO 1. Bilgisayar benzetimlerinde kullanılan sayısal değerler

Hava platformuna yerden ve havadan yönelen iki farklı tehdidin (füzenin) aynı yapısal özelliklerle göz önüne alındığı benzetimlerde hava platformunun iki farklı irtifada seyrettiği varsayılmış; ayrıca her irtifa durumu için sabit hızlı ve düşey düzlemde ivmeli (manevralı) olmak üzere iki farklı hareket tarzı kurgulanmıştır. Sabit hızlı durumda platformun TABLO 1'de verilen ilk hız değeriyle ve boylamasına eksenle 45° açı yapacak şekilde sabit irtifada yatay düzlemde seyrettiği; ivmeli halde ise yine TABLO 1'deki aynı ilk hız ve 0.5.g (g=9.81 m/s<sup>2</sup>) genliğindeki yanal ivme değeriyle sabit irtifada düşeyde manevra yaparak ilerlediği kabul edilmiştir. Yer tehdidinin yeryüzünden sıfır seviyesinden fırlatıldığı varsayılarak havadan gelen tehditlerin 1500 m irtifadaki bir saldırı platformundan senaryolarının atıldığı öngörülmüştür. Angajman tamamında başlangıç anı (t<sub>0</sub>) sıfır olarak kabul edilmiş ve tehdit olarak platforma yönelen füze üzerine etkiyen yan

rüzgarın etkisi hesaba katılmamıştır. Diğer taraftan, hava platformundan HTB'ye etkiyen rastlantısal ivme yükleri benzetimlerde göz önüne alınmıştır. Sıralanan koşullar için oluşturulan sekiz farklı angajman senaryosu altında HTB yandönüş ve yükseliş kardanlarının karşılaması gereken açısal konum değişkeninin asgari ve azami değerleri ile tehdidin firlatılmasından platforma ulaşmasına kadar geçen toplam süreler (angajman süreleri) TABLO 2'de, açısal hız değişkeninin asgari ve azami değerleri TABLO 3'de ve açısal ivme değişkeninin asgari ve azami değerleri de TABLO 4'de sunulmuştur. Ayrıca, göz önüne alınan angajman senaryolarından 1500 m irtifadaki ivmeli platforma yerden tehdit gönderilmesi ve 1000 m irtifadaki sabit hızlı platforma havadan tehdit gönderilmesi durumlarına ait kinematik büyüklüklerin zamanla değişimleri Şekil 6'dan Şekil 15'e kadar olan grafiklerde verilmiştir.

| T.1.14   | DI - 46     | Platform<br>İrtifası (m) | Angajman<br>Süresi (s) | Kardan Açısal Konumu (°) |        |                  |         |
|----------|-------------|--------------------------|------------------------|--------------------------|--------|------------------|---------|
| Tipi     | Hareketi    |                          |                        | Yandönüş Kardanı         |        | Yükseliş Kardanı |         |
|          |             |                          |                        | Asgari                   | Azami  | Asgari           | Azami   |
| Yerden - | Sobit Harle | 1000                     | 4.902                  | -2.862                   | -2.530 | -46.513          | -44.434 |
|          | Sabit Hizh  | 1500                     | 7.291                  | -2.862                   | -2.492 | -58.278          | -55.566 |
|          | İvmeli      | 1000                     | 4.850                  | -5.673                   | -2.855 | -47.093          | -44.445 |
|          |             | 1500                     | 7.027                  | -6.218                   | -2.855 | -59.458          | -55.586 |
| Havadan  | Sabit Hızlı | 1000                     | 3.301                  | -2.862                   | -2.661 | 23.011           | 26.536  |
|          |             | 1500                     | 2.975                  | -2.862                   | -2.644 | -2.482           | 0       |
|          | İvmeli      | 1000                     | 3.288                  | -3.886                   | -2.855 | 23.173           | 26.536  |
|          |             | 1500                     | 2.966                  | -3.884                   | -2.855 | -2.482           | 0       |
| Genel    |             |                          |                        | -6.218                   | -2.492 | -59.458          | 26.536  |

TABLO 2. Hassas Takip Birimi kardanları açısal konum sınır değerleri

| Tabdit  | Platform<br>Hareketi | Platform<br>İrtifası (m) | Kardan Açısal Hızı (°/s) |       |                  |       |  |
|---------|----------------------|--------------------------|--------------------------|-------|------------------|-------|--|
| Tini    |                      |                          | Yandönüş Kardanı         |       | Yükseliş Kardanı |       |  |
| тр      |                      |                          | Asgari                   | Azami | Asgari           | Azami |  |
| Yerden  | Sabit Hızlı          | 1000                     | -0.057                   | 0.178 | -1.701           | 0.674 |  |
|         |                      | 1500                     | -0.313                   | 0.383 | -1.426           | 0.622 |  |
|         | İvmeli               | 1000                     | -1.773                   | 0.067 | -2.038           | 0.674 |  |
|         |                      | 1500                     | -1.004                   | 0.902 | -1.958           | 0.622 |  |
| Havadan | Sabit Hızlı          | 1000                     | 0                        | 0.104 | -2.023           | 0     |  |
|         |                      | 1500                     | 0                        | 0.140 | -1.887           | 0     |  |
|         | İvmeli               | 1000                     | -0.671                   | 0.067 | -1.811           | 0     |  |
|         |                      | 1500                     | -0.898                   | 0.067 | -1.923           | 0     |  |
| Genel   |                      |                          | -1.773                   | 0.902 | -2.038           | 0.674 |  |

TABLO 3. Hassas Takip Birimi kardanları açısal hız sınır değerleri

18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, Trabzon, 5-7 Temmuz 2017

| Tabdit   | Platform<br>Hareketi | Platform<br>İrtifası (m) | Kardan Açısal İvmesi (°/s²) |         |                  |         |  |
|----------|----------------------|--------------------------|-----------------------------|---------|------------------|---------|--|
| Tini     |                      |                          | Yandönüş Kardanı            |         | Yükseliş Kardanı |         |  |
| прі      |                      |                          | Asgari                      | Azami   | Asgari           | Azami   |  |
| Yerden - | Sabit Hızlı          | 1000                     | -15.202                     | 32.741  | -13.326          | 97.071  |  |
|          |                      | 1500                     | -44.506                     | 45.482  | -7.846           | 62.209  |  |
|          | İvmeli               | 1000                     | -643.276                    | 874.378 | -13.113          | 10.553  |  |
|          |                      | 1500                     | -395.219                    | 101.610 | -39.486          | 130.528 |  |
| Havadan  | Sabit Hızlı          | 1000                     | -5.962                      | 7.331   | -19.111          | 20.575  |  |
|          |                      | 1500                     | -6.107                      | 6.130   | -9.560           | 6.805   |  |
|          | İvmeli               | 1000                     | -19.570                     | 9.847   | -18.594          | 4.375   |  |
|          |                      | 1500                     | -14.404                     | 15.452  | -9.406           | 5.411   |  |
| Genel    |                      |                          | -643.276                    | 874.378 | -39,486          | 130.528 |  |

TABLO 4. Hassas Takip Birimi kardanları açısal ivme sınır değerleri



Şekil 6. 1500 m irtifadaki ivmeli platforma yerden tehdit gönderilmesi durumu için yatay düzlemdeki angajman geometrisi







Şekil 8. 1500 m irtifadaki ivmeli platforma yerden tehdit gönderilmesi durumu için yandönüş açısının nişan hattı mesafesiyle değişimi



Şekil 9. 1500 m irtifadaki ivmeli platforma yerden tehdit gönderilmesi durumu için yükseliş açısının nişan hattı mesafesiyle değişimi

18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, Trabzon, 5-7 Temmuz 2017



Şekil 10. 1500 m irtifadaki ivmeli platforma yerden tehdit gönderilmesi durumu için yandönüş açısal hızının nişan hattı mesafesiyle değişimi



Şekil 11. 1500 m irtifadaki ivmeli platforma yerden tehdit gönderilmesi durumu için yükseliş açısal hızının nişan hattı mesafesiyle değişimi



Şekil 12. 1500 m irtifadaki ivmeli platforma yerden tehdit gönderilmesi durumu için yandönüş açısal ivmesinin nişan hattı mesafesiyle değişimi



Şekil 13. 1500 m irtifadaki ivmeli platforma yerden tehdit gönderilmesi durumu için yükseliş açısal ivmesinin nişan hattı mesafesiyle değişimi



Şekil 14. 1000 m irtifadaki sabit hızlı platforma havadan tehdit gönderilmesi durumu için yatay düzlemdeki angajman geometrisi





#### VI. Değerlendirme ve Sonuç

Bilgisavar benzetimi sonuçlarının sunulduğu TABLO 2, TABLO 3 ve TABLO 4 incelendiginde, platformla arasındaki mesafe başlangıçta daha az olduğundan, bekleneceği üzere havadan gelen tehditlerin platformla angajman sürelerinin yerden gelenlere göre çok daha kısa olduğu görülmektedir. Ayrıca, havadan gelen tehditleri takip eden HTB'nin karşılaması gereken açısal konum, hız ve ivme değerlerinin, aynı irtifa değerleri için yerden gelenlere nazaran daha düşük olduğu göze çarpmaktadır. Platformun düşey düzlemde ivmeli hareket (manevra) yapması durumunda ise HTB kardanlarındaki açısal konum, hız ve ivme isterlerinin ciddi oranda artış gösterdiği de gözlenmektedir. Hava platformunun sabit uçuş irtifasındaki değişimin ise göz önüne alınan senaryolar açısından kayda değer bir farklılığa neden olmadığı da anlaşılmaktadır.

Ulaşılan sayısal verilerden varılan bir diğer sonuç da ele alınan angajman senaryolarının tamamında kardanların açısal hızlarının sıfırlandığıdır. Bir başka deyişle, yandönüş ve yükseliş kardanları için tasarlanan denetim sistemleri, platformdan etkiyen bozucu titreşim yükleri altında dahi kendilerinden beklenen kararlılaştırma gereksinimini yerine getirebilmektedir.

Çalışma sonunda, ele alınan olası yer ve hava tehditlerini takip edebilmesi için seçilen hava platformu HTB'sinin yandönüş ve yükseliş kardanlarının sağlaması gereken açısal konum, hız ve ivme sınır değerleri de çıkarılmıştır.

Açık kaynaklarda, birbirine dik dönüş eksenlerine sahip kardanlardan oluşan mekanizmalar için yapılan modelleme ve benzetimlere rastlanmaktadır. İlgili çalışmalarda genellikle önerilen mekanizmaların önceden belirlenen kinematik veya dinamik gereksinimleri karşılayıp karşılanmadığına bakılmakta ve bu doğrultuda eyletici ve algılayıcı gibi gerekli bileşenler seçilmektedir. Bahsedilen durumdan farklı olarak bu çalışmada, ele aliñan kardanlı yapının açısal konum, hız ve ivme değerleri için belirli sayısal değerler tanımlanamamakta, bahsedilen büyüklükler kurgulanan angaiman senaryolarına göre ortaya cıkmaktadır. Bir baska devisle buradaki temel amaç belirlenen kinematik gereksinimleri karşılayan kardanlı bir mekanizmanın tasarımından ziyade oluşturulan hava platformu-tehdit angajmanları sırasında kardanların ulaşacağı kinematik değişken değerlerini görebilmektir. Dolayısıyla çalışmada, birbirine dik düzlemlerinde denetim algoritması da çalıştırılan HTB'nin toplam sistem başarım analizi yapılmaya çalışılmıştır.

### Kaynakça

- Petersson, M. Real-time DIRCM system modeling. Technologies for Optical Countermeasures, Proceedings of SPIE, 5615:149-160, 2004.
- [2] Pan, B., Zhang, S., Li, L., Sun, F. ve He, Y. Development of an integrative pointing gimbal mechanism for space application.

Proceedings of the 5th International Conference on Electrical Engineering and Automatic Control, 367:817-826, 2016.

- [3] Guo, J., Miao, Y. X., Lin, H. Y. ve Chen, Z. B. Controlling design of airborne DIRCM laser pointing system. Guangxue Jingmi Gongcheng/Optics and Precision Engineering, 17(2):341-349, 2009.
- [4] Graf, F., Reinacher, A., Jakob, H., Lampater, U., Pfueller, E., Wiedemann, M., Wolf, J. ve Fasoulas, S. Pointing and control system performance and improvement strategies for the SOFIA airborne telescope. Ground-based and Airborne Telescopes, Proceedings of SPIE, 9906:1-16, 2016.
- [5] Lee, K. N., Lee, B. H., Lee, J., Kim, J. E. ve Song, J. B. Stabilization system for mobile antenna gimbal based on dynamic characteristics analysis. Transactions of the Korean Society of Mechanical Engineers A, 37(7):851-856, 2013.
- [6] Yu, T., Hu, B. L., Gao, X. H., Wei, R. Y., Jing, J. J. ve Hou, X. H. Research on dynamic tracking and compensation method for hyperspectral interference imaging. Guangzi Xuebao/Acta Photonica Sinica, 45(7):1-6.
- Photonica Sinica, 45(7):1-6.
  [7] Özkan, B., Özgören, M. K. ve Mahmutyazıcıoğlu, G. Havadan karaya kısa menzilli bir füzeye uygulanabilecek ivme ve açı esaslı güdüm kurallarının karşılaştırılması. TOK2008-Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı, İstanbul Teknik Üniversitesi, İstanbul, Kasım 2008.

# Çok Serbestlik Dereceli Esnek Robot Kolunun İvme Geri Beslemeli Aktif Titreşim Denetimi

Levent Malgaca<sup>\*</sup> Dokuz Eylü l Üniversitesi Makine Mühendisliği Bölümü İzmir

Öret—Esnek robot kolları çok serbestlik dereceli topaklanmış parametreli kütle yay sönüm sistemleri şeklinde modellenebilmektedirler. Böyle bir sistemde eyleyici en başta bulunurken, yük en sonda bulunmaktadır. Yapının esnekliği, uç noktada titreşim oluşmasına sebep olmaktadır. Bu çalışmada bahsedilen titreşimin dört serbestlik dereceli yay kütle sönüm sistemindeki aktif denetimi üzerinde durulacaktır. Aktif titreşim denetimi için ivme geri beslemeli bir yöntem önerilmiştir. Önerilen denetim yönteminde denetim kazançlarının değişiminin denetim başarımına etkisi detaylı olarak incelenmiştir. Denetim başarımı Matlab ortamında gerçeklenen benzetimler aracılığıyla ortaya konulmustur.

Anahtar kelimeler: Çok serbestlik dereceli esnek sistemler, kütle yay sönüm sistemleri, aktif titreşim denetimi, ivme geri beslemeli denetim.

**Abstract**—Flexible robot arms can be modeled as multi-degree-of-freedom mass-spring-damping systems. In these type of systems, the actuator at one end positionsthe payload at the other end. Flexibility of the system causes vibration at the end point. This study focusses on the active vibration control of 4 degree-of-freedom mass-spring-damping system. An acceleration feddback approach is proposed for the active vibration control. The effect of the change of the control gains on the control performance are examined in the detailed manner. Control performance is demonstrated via simulation studies realized in Matlab environment.<sup>1</sup>

Keywords: Multi degree-of-freedom flexible systems, mass-springdamping systems, active vibration control, acceleration feedback control.

## I. Giriş

Esnek ve hafif mekanik sistemler, ağır ve esnek olmayanlara kıyasla oldukça avantajlı sistemler olarak ön plana çıkmaktadır. Esnek mekanik sistemlerin günümüzde kullanılan en önemli örnekleri robot kollarıdır. Robot kollarında bahsedilen esneklikten ötürü titreşimler meydana gelmektedir. Bu durum, özellikle yüksek hızlarda yapılan işlemlerde, son noktanın sürekli

\*levent.malgaca@deu.edu.tr

<sup>†</sup>baris.bidikli@ikc.edu.tr

Barış Bıdıklı<sup>†</sup> İzmir Kâtip Çelebi Üniversitesi Mekatronik Mühendisliği Bölümü İzmir

rejime geçiş zamanını ve tutarlılığını olumsuz anlamda etkilemektedir. Titreşimleri farklı denetim yaklaşımları kullanarak azaltmak araştırmacılar için zorlayıcı bir denetim problemidir.

Robot kollarında oluşan titreşim aktif ya da pasif denetim yöntemleri kullanılarak azaltılabilmektedir. Açık çevrimle ilgilenen pasif denetim yöntemleri hareket komutları aracılığıyla sağlanabilmektedir [1-5]. Aktif denetim ise kapalı çevrim modeli ve harici eyleyici gerektirmektedir. Esnek yapıların titreşim denetimi için piezoelektrik bileşenler yaygın bir şekilde kullanılmaktadır [6-10].

Meck ve Seering [1] bu tip sistemler için açık cevrimde "bang bang" denetim fonksiyonunu ve rezonanstan kaçınmak için önerilen diğer bir denetim fonksiyonunu incelemişlerdir. Bahsedilen çalışmada, rampa girişi için denetim başarımı da incelenmiştir. Bu çalış ma Singhose ve diğerleri tarafından darbe serileriyle giriş şekillendirme kullanılarak genişletilmiştir [2]. Belirtilen çalışmada eksi giriş şekillendiricilerin artı giriş şekillendiricilere göre daha hızlı bir yükselme zamanı sağladığı gösterilmiştir. Jayasuriya ve Choura sistem cevap süresini kısaltırken minimum enerji kuralı nedeniyle ortaya çıkan titreşimleri azaltan bir açık çevrim kuvvet fonksivonunu gelistirmislerdir [3]. Shn, Liu ve Sun cok modlu titresim azaltılması için değistirilmis bir giriş şekillendirme yöntemi geliştirmişlerdir [4]. Yöntem tek bağlantılı esnek robot koluna uygulanmış ve araştırmacılar bu yöntemin geleneksel giriş şekillendirme yönteminden çok daha yüksek bir başarım oranı sağlandığını göstermişlerdir. Diğer taraftan, Shin ve Brennan manive la kirişinde oluşan titreşimi azaltmak için denetim altında olmayan tek serbestlik dereceli sistemlerde kullanılabilecek iki yöntem önermişlerdir [5]. Araştırmacılar belirtilen çalışmada önerilen ve giriş sekillendirme vöntemiyle benzerlikler gösteren ikinci yöntemin zaman ve konumu eş zamanlı olarak denetleyebildiğini ispatlamışlardır.

Piezoelektrik algılayıcı ve eyleyicilere sahip 4 bağlantılı mekanizmanın aktif denetimi için azaltılmış kip denetiminin, klasik ve dayanıklı  $H_{\infty}$  denetiminin kullanıldığı sayısal benzetim çalış maları gerçekleştirilmiştir [6]. [7] numaralı çalış mada ise, esnek tek bağlantılı robot kolunun titreşim denetimi için, model temelli tahmin denetimli piezoseramik eyleyicilerin

kullanıldığı benzetim çalışmalarına ve deneysel çalış malara yer verilmiştir. Gaudenzi ve diğerleri aktif manivela kirişinin titreşiminin, piezo parçalar kullanılarak, azaltılması üzerine çalışmışlardır [8]. Bahsedilen çalışmada denetim için tek giriş tek çıkışlı geri beslemeli kapalı çevrim bir denetim sisteminden faydalanılmıştır. Rahman ve Alan akıllı kiriş titreşiminin piezo parça yapısı kullanılarak azaltılması konusunda bir çalış ma sunmuşlardır [9]. Belirtilen çalışmada araştırmacılar, sistemin durum uzay modelini geliştirmiş, fiziksel sistemin dinamiklerini, deneysel sistem üzerinde oran türev tümlev (OTT) yaklaşımı kullanarak, tanımlamışlardır. Khot ve diğerleri manivela kirişinin aktif titreşim denetimi için çıkış geri beslemeli OTT tipi denetleyici önermişlerdir [10].

Robot kollarının dinamik modelleri çok serbestlik dereceli topaklanmış sistemler olarak düşünülebilmektedir [11,12]. Topaklanmış parametreli sistemler için mekanik dalgaları kullanan bir konum denetim algoritması [11] çalışmasında geliştirilmiştir. Vincent ve diğerleri ise ortak merkezli parametreler içeren sistemler için iki kademeli bir denetim algoritması tasarlamışlardır [12]. Algoritmanın ilk kademesi açık çevrim yüksek hızlı konumlama için kullanılırken ikinci kademe kapalı çevrim titreşiminin azaltılması için kullanılacak şekilde tasarlanmıştır.

Bahsedilen tüm çalışmaların yanında [13] çalış masından özellikle bahsedilmesi gerekmektedir. Bahsedilen çalışmada ve çalışmamızda ortak olarak dört serbestlik dereceli kütle yay sönüm yapısının kullanılmış olması, çalış mamızı bu çalışmay la kıyaslanabilir konuma getirmektedir. Çalışmada, titreşim denetiminin sağlanması için Newmark çözümü ile OTT denetim algoritması birleştirilmiş ve kütle konumların ın ortalaması kapalı çevrimin geri beslemesi olarak kullanılarak titreşim denetimi etkin bir biçimde sağlanmıştır. Çalışmamızla ilgili elde edilen sonuçlar sunulurken, belirtilen çalışma ile kıyaslama yapılarak, ivme geri beslemeli denetimin bu tip uygulamalarda yaygın olarak kullanılan OTT tipi denetim ile kıyaslanabilmesi sağlanmıştır.

Bu çalışmada, dört serbestlik dereceli kütle yay sönüm sistemi olarak modellenen esnek robot kolunun uç nokta titreşimin in azaltılması üzerinde durulmuştur. Titreşimi ortada kaldırabilmek için ivme geri beslemeli bir aktif titreşim denetimi algoritması önerilmiştir. Algoritmanın temeli, ivme geri beslemesini kendi sönümleme terimini içeren ikinci dereceden bir süzgeçten geçirerek süzgeç çıkışıyla orantılı bir güç geri beslemesi oluşturmak esasına dayanmaktadır. Denetim kazançlarındaki değişimin denetim başarımı üzerindeki etkisi, farklı kazançlar için sürekli rejime geçiş zamanı, aşım ve sürekli rejim hataları gözlemlenerek incelenmiştir. Denetim başarımının gösterilmesi ve belirtilen gözlemlerin yapılabilmesi amacıyla Matlab ortamında sayısal benzetim çalışmaları gerçekleştirilmiştir.

### II. Sistem Modeli

Uç nokta titreşim denetimi sağlanacak 4 serbestlik dereceli kütle yay sönüm sistem Şekil 1'de verilmiştir [13].



Şekilde  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$  ve  $m_4$  ile gösterilen terimler kütleleri gösterirken, sönüm ve yay sabitleri sırasıyla  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$ ,  $c_4$  ve  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $k_3$ ,  $k_4$  terimleri ile gösterilmiştir. Kütlelerin yer değiştirmeleri  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$ ,  $x_3(t)$ ,  $x_4(t)$ terimleri ile gösterilirken, açık çevrim sistemin girişi olarak kullanılan zemin uyarısı z(t) ile gösterilmiştir.  $x_4(t)$ ile gösterilen uç noktadanın yer değiştirmesi açık çevrim cevabı olarak değerlendirilmektedir.

Açık çevrimin matematik modeli Lagrange eşitlikleri ile belirlen miştir. Çok serbestlik dereceli titreşim sisteminin hareket eşitliği aşağıdaki şekilde verilmektedir

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{u}.$$
 (1)

Bu eşitlikte **M**, **C** ve **K** terimleri sırasıyla kütle, sönüm ve hareketsizlik kare matrislerini göstermektedir. T vektör devriğini göstermek üzere yer değiştirme vektörü  $q=[x_1, x_2, x_3, x_4]^T$  şeklinde ifade edilmektedir. Giriş terimlerini içeren sütun vektörü ise **u** terimi ile gösterilmektedir. Eşitlik (1)'deki matrisler aşağıdaki eşitlikte verilen terimleri içermektedir

$$\begin{split} \mathbf{M} &= \begin{bmatrix} \mathbf{m}_{1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{m}_{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{m}_{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{m}_{4} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{C} &= \begin{bmatrix} \mathbf{c}_{1} + \mathbf{c}_{2} & -\mathbf{c}_{2} & 0 & 0 \\ -\mathbf{c}_{2} & \mathbf{c}_{2} + \mathbf{c}_{3} & -\mathbf{c}_{3} & 0 \\ 0 & -\mathbf{c}_{3} & \mathbf{c}_{3} + \mathbf{c}_{4} & -\mathbf{c}_{4} \\ 0 & 0 & -\mathbf{c}_{4} & \mathbf{c}_{4} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{K} &= \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{1} + \mathbf{k}_{2} & -\mathbf{k}_{2} & 0 & 0 \\ -\mathbf{k}_{2} & \mathbf{k}_{2} + \mathbf{k}_{3} & -\mathbf{k}_{3} & 0 \\ 0 & -\mathbf{k}_{3} & \mathbf{k}_{3} + \mathbf{k}_{4} & -\mathbf{k}_{4} \\ 0 & 0 & -\mathbf{k}_{4} & \mathbf{k}_{4} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{u} &= \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{1} \mathbf{z}(\mathbf{t}) + \mathbf{c}_{1} \dot{\mathbf{z}}(\mathbf{t}) & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}. \end{split}$$

Sönümsüz doğal frekanslar  $\omega$  terimi ile gösterilmekte olup hesaplanmaları için aşağıda verilen özdeğer eşitliğin in çözülmesi gere kmektedir [14]

$$|-\omega^2 \mathbf{M} + \mathbf{K}| = 0 \tag{3}$$

#### III. Denetim Yaklaşımı

Kapalı çevrim denetim sisteminin blok diyagramı Şekil 2'de gösterilmektedir. Bu şekilde s Laplace değişkenini göstermek üzere s<sup>2</sup> ivmeölçer dinamiklerini temsil etmektedir. Üzerinde durulması gereken konu ivmenin blok diyagramda gösterildiği şekli ile konumun s<sup>2</sup> ile iki kere türevi alınarak elde edilmediğidir. Bu gösterim teoride geçerli bir gösterimdir. Gösterimin amacı geri beslemede ivmenin kullanıldığını blok diyagramda açık bir şekilde gösterebilmektir. Deneysel sistemde ivme direkt olarak ölçülüp geri beslemede kullanılmalıdır. Denetleyici dinamikleri ise D(s) ile gösterilmektedir.



Şekil 2. Kapalı çevrim denetim sisteminin blok diyagramı.

Denetim yaklaşımının temel amacı uç noktada oluşan titreşimleri azaltmaktır. Bu sebeple sistem çıkışın x<sub>4</sub>(t) ile gösterilmiş olup, sistem girişinden çıkışına olan açık çevrim transfer fonksiyonu Şekil 2'de verilen blok diyagramında  $H_{41}(s)$  ile gösterilmiştir. Not edilmelidir ki  $H_{41}(s)$  ile gösterilen transfer fonksiyonu gösterim olarak açık çevrim sistemin girişi z(t)'den x<sub>4</sub>(t) çıkışına olan transfer fonksiyonunu göstermekte olup, Şekil 1'de verilen değerler ve (2) eşitliği kullanıldığında aşağıda verilen şekliyle elde edilmektedir

$$H_{41}(s) = \frac{(288s^4 + 355200s^3 + 1.62 \times 10^8 s^2)}{(250s^8 + 10^{10}s + 2.4 \times 10^{12})}.$$
(4)  
+2.33 × 10<sup>6</sup> s<sup>5</sup> + 3.524 × 10<sup>8</sup> s<sup>4</sup>}  
7.074 × 10<sup>8</sup> s<sup>5</sup> + 3.524 × 10<sup>8</sup> s<sup>4</sup>}  
3.24 × 10<sup>10</sup> s + 2.4 × 10<sup>12</sup>)

Şekilden de görülebileceği gibi titreşimi azaltılacak mod için kullanılan ikinci dereceden süzgeç ivme girişi için tasarlanmış bir süzgeç yapısı olup aşağıdaki eşitlikte verilen yapıya sahiptir [15]

$$D(s) = \frac{g}{s^2 + 2\sigma_f \omega_f s + \omega_f^2}.$$
 (5)

Yukarıda verilen eşitlikte g sabit denetim kazancını göstermektedir. Birleştirilmiş sistem bu kazancını tüm artı değerleri için kararlı bölgede kalmaktadır [15]. Diğer süzgeç dinamikleri ise  $\sigma_f$  ve  $\omega_f$  terimleri ile gösterilmiştir. Bahsedilen tüm terimler denetleyicinin ayarlanabilir parametreleri olarak düşünülmektedir. [15] çalışmasında verilen karşılaştırmalı sonuçlar göstermektedir ki  $\sigma_f$ 

teriminin sabit değerleri için sönümlü doğal frekansı  $\omega_f$ terimine yakın olan modların titreşimi daha fazla azaltmaktadır. Şekil 1'de verilen sistem için (3) eşitliği uygulandığında sönümsüz doğal frekanslar 1.042, 2.738, 3.899 ve 5.652 Hz olarak bulunmuştur. Sistemde yapılan gözlemlemeler sonucunda en yüksek miktarda titreşime sönümlü doğal frekansı 1.042 Hz değerine eşit olan modun sebep olduğu görülmüştür. Dolayısıyla titreşimin elemine edilebilmesi için  $\omega_f$  değeri  $\omega_f=2.084\pi$  şeklinde seçilmiştir. Sistem girişinden çıkışına açık çevrim transfer fonksiyonunun ifadesi (1) ve (2) ile verilen sistem modelinde Laplace dönüşümü uygulanarak elde edilmiştir [13].

#### IV. Sayısal Benzetim Sonuçları

Önerilen denetim yaklaşımının başarımının gösterilmesi için Matlab ortanında gerçekleştirilen sayısal benzetim çalışmalarından faydalanılmıştır. Uç noktanın yer değiştirmesi için elde edilen açık çevrim cevabı Şekil 3'te gösterilmektedir. Şekilden de görülebileceği gibi  $x_4(t)$  birim adım girdi için yaklaşık %148 aşım ile başlayarak sürekli rejim cevabına yaklaşık olarak 42.79 saniye sürede ulaşmaktadır. Burada sürekli rejime geçiş zamanı için %5 aşım dilimi baz alınmıştır. Sürekli rejim hatası ise yaklaşık olarak 0.002 m'dir.



Şekil 3. Uç noktanın yer değiştirmesi için açık çevrim cevabı.

İki adet ayarlanabilir denetim kazancının denetim başarımı üzerindeki etkilerini detaylı bir şekilde inceleyebilmek için, kapalı çevrim denetimi farklı denetim kazançları için gerçekleştirilmiştir. Uç noktanın denetim altındaki kapalı çevrim cevapları Şekil 4-9'da incelen miştir.

18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, Trabzon, 5-7 Temmuz 2017



Şekil 4. Uç noktanın yer değiştirmesi için kapalı çevrim cevabı ( $\sigma_f = 0.5$ , g = 0.2).



Şekil 5. Uç noktanın yer değiştirmesi için kapalı çevrim cevabı ( $\sigma_f = 0.8, g = 0.2$ ).



Şekil 6. Uç noktanın yer değiştirmesi için kapalı çevrim cevabı ( $\sigma_f = 1$ , g = 0.2).



Şekil 7. Uç noktanın yer değiştirmesi için kapalı çevrim cevabı ( $\sigma_f = 1$ , g = 0.05).



Şekil 8. Uç noktanın yer değiştirmesi için kapalı çevrim cevabı ( $\sigma_{\rm f}{=}\,1,$   $g{\,=}\,0.1$  ).



Şekil 9. Uç noktanın yer değiştirmesi için kapalı çevrim cevabı ( $\sigma_{\rm f}{=}\,1,$   $g{=}\,0.15).$ 

Elde edilen sayısal sonuçlar Tablo 1'de sunulmuştur. Elde edilen kapalı çevrim cevaplarından ve Tablo 1'den görülmektedir ki sabit g değerleri için  $\sigma_f$  değerleri arttıkça aşım ve sürekli rejime geçiş zamanı azalmakta fakat sürekli rejim hatası kötüye gitmektedir. Sabit  $\sigma_f$ değerleri için g değeri azaldıkça sürekli rejim hatası azalmakta fakat aşım ve sürekli rejime geçiş zamanı kötüye gitmektedir. Belirtilmelidir ki farklı kazanç değerleri için en yüksek sürekli rejim hatası 0.014 m olarak elde edilmiştir. Elde edilen sürekli rejim hataları kolaylıkla göz ardı edilebilecek büyüklükte olduğundan aşımı ve sürekli rejime geçiş zamanını olabildiğince düşük tutmak doğru bir yaklaşım olacaktır. Dolayısıyla  $\sigma_f=1$  ve g=0.2 için elde edilmiş değerler denetim sonucunda elde edilen en iyi değerler olarak düşünülebilir seviyededir. Denetim kazançlarının Tablo 1'de verilen değerlerden daha düşük ya da daha yüksek seçilmesi durumunda ise tüm değerlerin kötüye gittiği gözlemlen miştir.

Elde edilen sayısal değerleri [13] numaralı çalış mada elde edilen değerler ile kıyaslamak denetim başarımını daha net bir şekilde ortaya koymak için oldukça faydalı olacaktır. [13]'te aşım ve sürekli rejime geçiş zamanı için OTT tipi denetim sonucunda elde edilen en düşük değerler sırasıyla %82.43 ve 1.63 saniye olarak elde edilmiştir. Bu değerler şüphesiz ki bu çalışmada elde

edilen değerlerden daha iyi durumdadır. Fakat not edilmelidir ki, bahsedilen çalışmada geri besleme için her bir kütlenin konum değerlerine ihtiyaç duyulmuştur. Yine bu çalışmada açıkça görülebileceği gibi, aktif titreşim denetiminin sağlanabilmesi için tüm kütlelerin titreşimi üzerinde belirli bir denetim sağlanmaya çalışılmıştır. Sadece uç noktadan ölçülen ivme verisine ihtiyaç duyması ve yine sadece uç noktada denetim sağlama temeline dayanması bu çalışmada kullanılan denetim yaklaşımının önemli bir özgün yönüdür. Bu sayede sistemde ihtiyaç duyulan ölçüm cihazlarının sayısı dolayısıyla sistemin karmaşası ve maliveti azaltılabilecektir.

#### V. Sonuçlar

Bu çalışmada, dört serbestlik dereceli esnek robot kolunun uç noktasındaki kütle için aktif titreşim denetimi gerçekleştirilmiştir. Belirtilen denetim için ivme geri beslemeli bir yaklaşım önerilmiştir. Önerilen yaklaşım sadece uç noktadan ölçülen ivme verisini kullanarak yine uç noktada oluşan titreşimi azaltmak konusunda başarılı olmuştur.

Önerilen denetim yaklaşımının başarımını ortaya koymak için Matlab ortamında gerçekleştirilen sayısal benzetim sonuçlarından faydalanılmıştır. Sistemin açık ve kapalı çevrim cevapları detaylı bir şekilde incelenmiş olup sonuçlar sayısal verileri içeren bir tablo ile özetlenmiştir. Önerilen yaklaşım, bilimsel yazında yer alan aynı sistem için önerilen bir başka denetim yaklaşımıyla karşılaştırılmış ve sayısal sonuçlar detaylı bir şekilde yorumlanmıştır.

### Kaynakça

- Meckl P., Seering W.P.. Minimizing residual vibration for point-topoint motion, ASME J. Vib. Acoust. Stress Reliab. Des., 107: 378-382, 1985.
- [2] Singhose W.E., Singer N.C., Seering W.P., Design and implementation of time-optimal negative input shapes. In Proc. of 1994 International Mechanical Engineering Congress and Exposition, ASME Dynamic Systems and Control Division DSC 55-1: 151-157, Chigago, IL, ABD, 1994.
- [3] Jayasuriya S., Choura S. On the finite settling time and residual vibration control of flexible structures. J. Sound Vib., 148(1):117-136, 1991.
- [4] Shan J., Liu H.-T., Sun D.. Modified input shaping for a rotating single-link flexible manipulator. J. Sound Vib., 285: 187-207, 2005.
- [5] Shin K., Brennan M.J., Two simple methods to supress the residual vibrations of a translating or rotating flexible cantilever beam. J. Sound Vib., 312: 140-150, 2008.
  [6] Xianmin Z., Changjan S., Erdman A.G. Active vibration controller
- [6] Xianmin Z., Changjan S., Erdman A.G. Active vibration controller design and comparison study of flexible linkage mechanism systems. Mech. Mach. Theory, 37: 985-997, 2002.
  [7] Hassan M., Dubay R., Li C., Wang R. Active vibration control of a
- [7] Hassan M., Dubay R., Li C., Wang R. Active vibration control of a flexible one-link manipulator using a multivariable predictive controller. Mechatronics, 17:311-323, 2007.

- [8] Gaudenzi P., Carbonaro R., Benzi E.. Control of beam vibrations by means of piezoelectric devices: theory and experiments. Compos. Struct. 50: 373-379, 2000.
- [9] Rahman N., Alam M.N.. Active vibration control of a piezoelectric beam using PID controller: experimental study. Lat. Am. J. Solids Struct, 9(6): 657-673, 2012.
- [10] Khot S. M., Yelve N. P. Tomar R., Desai S., Vittal S. Active vibration control of cantilever beam by using PID based output feedback controller. J. Vib. Control, 18(3): 366-372, 2012.
- [11] O'Connor W., Lang D., Position control of flexible robot arms using mechanical waves. ASME J. Dyn. Syst. Meas. Control, 120: 334-339, 1998.
- [12] Vincent T.L., Joshi S.P., Lin Y.C., Positioning and active damping of mass spring systems. ASME J. Dyn. Syste. Meas. Control, 111: 592-599, 1989.
- [13] Yavuz Ş., Malgaca L., Karagülle H.. Analysis of active vibration control of multi-degree-of-freedom flexible systems by Newmark method. Simulation, Modelling and Practice Theory, 69: 136-148, 2016.
- [14] Kelly S.G. Fundamentals of Mechanical Vibrations. McGraw-Hill, Singapur, 1993.
- [15] Preumont A. Vibration control of active structures: an introduction. Springer & Business Media, 2011.

| <b>G</b> (;    | σ    | A s m [%]            | Sürekli Rejime Gecis | Sürekli Rejim Hatası |
|----------------|------|----------------------|----------------------|----------------------|
| 0 <sub>1</sub> | 5    | 7 <b>1</b> 3111 [70] | Zamanı [s]           | [m]                  |
| 0.5            | 0.2  | 154                  | 5.6                  | 0.002                |
| 0.8            | 0.2  | 118                  | 4.62                 | 0.008                |
| 1              | 0.2  | 100                  | 4.21                 | 0.014                |
| 1              | 0.05 | 115                  | 10.45                | 0.001                |
| 1              | 0.1  | 110                  | 6.55                 | 0                    |
| 1              | 0.15 | 105                  | 4.74                 | 0                    |

Tablo 1. Denetim kazançlarındaki değişimin denetim başarımına etkileri

# Dayanıklı Gecikmeye Bağlı Optimal Kontrolör ile Uçak İniş Takımının Aktif Titreşim Kontrolü

E. Özülkü \* Yıldız Teknik Üniversitesi İstanbul H. Yazıcı<sup>†</sup> Yıldız Teknik Üniversitesi İstanbul

Özet— Bu çalışmada uçak iniş takımlarının titreşim denetimi için, durum geri-beslemeli giriş gecikmesine bağlı dayanıklı L<sub>2</sub> kazançlı eniyi denetleyici tasarımı gerçekleştirilmiştir. Zamanla değişen gecikmeli sistemin kararlılık koşulu, uygun Lyapunov-Krasovskii aday fonksiyoneli seçilip, kararlılık kısıtlarının doğrusal matris eşitsizliği biçiminde geliştirildiği Sınırlı Reel Yardımcı Teoremi (SRYT) ile elde edilmistir. SRYT genisletilerek, kararlılık koşulları L<sub>2</sub> kazançlı eniyi denetleyici sentezini kararlı kılmak amacıyla matris eşitsizliği biçiminde geliştirilmiştir. Normu sınırlı parametre belirsizliği içeren eyleyici gecikmeli sistem için, SRYT ve L<sub>2</sub> kararlı kılma koşullarının genişletilmesiyle  $L_2$  kazançlı eniyi denetleyici tasarımı gerçekleştirilmiştir Tasarımda ortaya çıkan doğrusal olmayan matris eşitsizliği problemi konik tamamlayıcı algoritma ile çözülmüştür. Önerilen denetim metodunun uçak iniş takımındaki titreşimlerin azaltılması problemindeki etkinliği benzetim çalışmaları ile ortaya konmuştur. Sistemin zaman cevapları incelendiğinde etkin bir bozucu bastırma performansı sağlandığı, sistemin eyleyici gecikmesi varlığında ve parametre belirsizliği sınırlarında kararlılığının garanti altında alındığı gözlemlenmiştir.

Anahtar kelimeler: eyleyici gecikmesi, optimal kontrol , parametre belirsizliği ,titreşim

Abstract— In this paper a state feedback robust delay dependent  $L_2$  controller is designed in order to control of landing gear vibration. Based on the selection of suitable Lyapunov-Krasovskii functional, first a Bounded Real Lemma (BRL) is obtained which enables defining stability stability criteria in terms of Linear Matrix Inequality (LMI). Extending BRL, sufficient delay-dependent criteria is developed for a stabilizing  $L_2$  controller synthesis involving a matrix inequality. Then  $L_2$  controller is designed for a system having, norm-bounded uncertainties and actuator delay by the use of extended BRL and  $L_2$ stabilization criteria. This sufficient condition for designing such controller is given by delay-dependent bilinear matrix inequalities and a cone complementary algorithm is also utilized to solve the non-convex optimization problem. To show the effectiveness of proposed controller on landing gear vibration, simulation studies are given. Time responses of system show that the controller guarantee stability of system with time delay and parametric uncertainty and has sufficient disturbance attenuation performance.

Keywords: actuator delay, optimal control, parametric uncertainty, vibration

# I. Giriş<sup>1</sup>

İniş takımları, uçuş güvenliğinde ve konforunda önemli rol oynayan komponenetlerin başında gelir. İniş sırasında meydana gelen enerjiyi sönümlemesinin yanında, yer operasyonlarında uçağın ağırlığını da taşımaktadır [1]. Sert iniş koşullarından dolayı iniş anında meydana gelen yüksek genlikteki titreşimlerin ve taksileme esnasında yoldan kaynaklı titreşimlerin bastırılmasıyla yolcu güvenliğinin ve konforunun artması sağlanır [2]. İniş takımları ayrıca iniş sonrası gerekli kararlılığın ve manevra yeteneğinin sağlanmasına yardımcı olmaktadır.

Geleneksel uçak iniş takımları temel olarak tekerlek ve pasif damperden oluşmaktadır. Pasif damperler değişken operasyonel koşullar karşısında yeterli titreşim sönümleme performansı gösterememektedir. Bu nedenle, uçak iniş takımları ve gövdenin yorulma ömrü kısalmakta ve iniş ve kalkış sırasında meydana gelebilecek kaza riski artmaktadır. Pasif sistemin dezavantajlarını ortadan kaldırmak için yapılan çalışmalar sonucu literatürde yarıaktif ve aktif damper uygulamaları yer almaya başlamıştır. Li vd. yarı-aktif damper için hataya dayanıklı adaptif denetleyici tasarımı gerçekleştirmişlerdir [3]. Hataya dayanıklı  $H_{\infty}$  denetleyici ile normal çalışma koşullarının yanı sıra uçak iniş takımlarında yüksek iniş darbesinden dolayı hasar meydana gelmesi durumunda da sistemin kararlı kalması sağlanmıştır. Zapateiro vd. süspansiyon sapmasını düzenlemek için adaptif geri-adımlamalı  $H_{\infty}$ denetleyici tasarlamışlardır [4]. Denetleyici ile sistemin Lyapunov anlamında kararlılığının sağlandığı gösterilmiştir. Rassal ve tümsek tipi bozucular karşısında aktif, yarı-aktif ve pasif sistem zaman cevapları karşılaştırılmıştır. Aktif ve yarı-aktif sistemin pasif sisteme göre daha başarılı bir bozucu bastırma performansı gösterdiği belirtilmiştir. Hua-Lin vd. MR

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> \*ezgi.ozulku.552@std.yildiz.edu.tr

<sup>†</sup> hyazici@yildiz.edu.tr
damperli uçak iniş takımı denetimi için bulanık mantık PID denetleyici tasarlamışlardır [5]. İki serbestlik dereceli model kullanılarak rassal yol girişi etkisinde önerilen denetleyicinin pasif sisteme göre daha başarılı cevaplar verdiği gösterilmiştir. Sivakumar vd.tam uçak modeli kullanarak PID denetleyici tasarlayıp, titreşim analizi yapmışlardır [6]. Çalışmada pek çok sistemde olduğu gibi uçak iniş takımlarının denetiminde de eyleyici gecikmesine bağlı performans azalmaları meydana gelebileceği, gelecek çalışmalarda eyleyici gecikmesinin ele alınması gereken bir konu olduğu belirtilmiştir.

Uzun iletim hatları, veri akışında oluşan gecikmeler ve veri işleme hızı zaman gecikmesine neden olmaktadır. Denetim problemlerinde performans kaybına hatta kararsız davranışlara neden olan zaman gecikmesi olayı denetleyici tasarımında dikkate alınması gereken önemli bir problemdir [7]. Zhao vd. insan modeli içeren yarı-aktif taşıt süspansiyon sistemi için dayanıklı giriş gecikmesine bağlı eyleyici doyumlu denetleyici tasarlamışlardır [8]. Du vd. eyleyici gecikmesine sahip aktif taşıt süspansiyonu için gecikmeye bağlı  $H_{\infty}$  denetleyici tasarlayarak rassal ve tümsek bozucu girişinde gecikmeye bağlı olmayan tasarıma göre daha başarılı sonuçlar alındığını göstermişlerdir [9].

Literatürdeki bu örneklerle zaman gecikmeli sistemlerin denetimi ile ilgili çalışmalar son zamanlarda artış gösterse de uçak iniş takımlarında zaman gecikmesi problemini ele alan çalışmalara rastlanılmamıştır. Ayrıca sistemde kararlılık ve performans üzerinde önemli etkisi olan bir diğer unsur parametre belirsizliği ile zaman gecikmesi probleminin birlikte ele alındığı çalışmalar oldukça kısıtlıdır. Bu çalışmada, doğrusal matris eşitsizlikleri tabanlı giriş gecikmesine bağlı dayanıklı L2 kazançlı eniyi denetleyici tasarımı ile ele alınan iki serbestlik dereceli uçak iniş takımının aktif titreşim denetimi yapılmıştır. Gecikmeye bağlı kararlılık koşulları uygun Lyapunov-Krasovskii aday fonksiyonellerinin seçimi ile sağlanmıştır. Sonrasında probleme zamanla değişen normu sınırlı parametre belirsizliği yapısı dahil edilerek dayanıklı denetleyici tasarımı gerçekleştirilmiştir. Yeterli kararlılık koşularının doğrusal olmayan matris eşitsizlikleri formunda elde edilmesi problemi konik tamamlayıcı algoritma yardımıyla ortadan kaldırılmıştır. Konik tamamlayıcı algoritma ile dışbükey olmayan en iyileştirme problemi çözülerek alt en iyi denetleyici kazancına, en düşük bozucu bastırma seviyesine, erişilebilir en üst eyleyici gecikmesi ve parametre belirsizliği sınırlarına eş zamanlı olarak ulaşılmıştır. Yapılan benzetim çalışmaları ile denetleyici performansı gösterilmiştir.

#### II. Problemin Tanımlanması

Zamanla değişen eyleyici gecikmeli bir sistem

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_{h}\mathbf{u}(t - h(t)) + \mathbf{B}_{w}\mathbf{w}(t)$$

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t), \quad \mathbf{x}(t) = 0, \ t \in [-\bar{h}, 0]$$
(1)

şeklinde ele alınsın. Burada,  $x(t) \in \Re^n$  sistemin durum vektörünü  $u(t) \in \Re^{m_e}$  sistemin denetim girişini,  $w(t) \in \Re^{m_e}$  sistem üzerideki bozucu girişi ve  $z(t) \in \Re^p$  denetlenmek istenen çıkışları göstermektedir. A, B<sub>h</sub>, B<sub>w</sub>, C, D matrisleri sistemin uygun boyutlu bilinen sabit durum-uzay matrisleridir. Bunu yanında zaman gecikmesi h(t),

$$0 \le h(t) < \overline{h}, \quad \left| \dot{h}(t) \right| < \mu, \qquad \forall t \ge 0.$$

eşitsizliği sağlayan sürekli zamanla değişen bir fonksiyon olarak tanımlanmıştır. Burada,  $\overline{h}$  ve  $\mu$  gecikme zamanın ve türevinin üst sınırını veren bilinen pozitif sabittir. Bu çalışmada sistem üzerinde etkin olan bozucu sinyalin sınırlı enerjiye sahip olduğu kabul edilmiştir. Bu durumda,

$$\mathbf{W}_{\delta} := \{ \mathbf{w} : \mathfrak{R}_{+} \to \mathfrak{R}^{\mathbf{m}_{\mathbf{w}}} : \int_{0}^{\infty} \mathbf{w}^{\mathsf{T}}(t) \mathbf{w}(t) dt < \infty \}$$
(3)

geçerlidir. Bu çalışmada amaç, kapalı-çevrim sistemin küresel asimptotik kararlılığını sağlayacak ve bozuculardan sistem çıkışına en küçük  $L_2$  kazancını veren, u(t) = Kx(t) formunda uygun bir durum geribeslemeli denetim kuralı bulmaktır. Bu türden denetim kuralı vasıtasıyla sistemin kapalı-çevrim durum-uzay modeli,

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_{h}\mathbf{K}\mathbf{x}(t-h(t)) + \mathbf{B}_{w}\mathbf{w}(t)$$

$$\mathbf{z}(t) = (\mathbf{C} + \mathbf{D}\mathbf{K})\mathbf{x}(t), \quad \mathbf{x}(t) = 0, \quad t \in [-\bar{h}, 0]$$
(4)

şeklinde elde edilebilir.

## III. Başlıca Sonuçlar

Nominal zamanla değişen eyleyici gecikmeli bir sistemin *L*, kararlılığının araştırılması için

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + B_c \mathbf{x}(t - h(t)) + \mathbf{B}_w \mathbf{w}(t)$$

$$\mathbf{z}(t) = C_c \mathbf{x}(t), \quad \mathbf{x}(t) = 0, \quad t \in [-\bar{h}, 0]$$
(5)

sistemi ele alınsın. Aşağıdaki SRYT, (5) sistemi için yeterli kararlılık koşullarını sunmaktadır [10].

**Yardımcı Teorem 3.1:** [10]  $\overline{h}$ ,  $\mu$  ve  $\gamma$  gibi pozitif skaler sabitleri verilmiş olsun. Aşağıdaki matris eşitsizliklerini

sağlayan simetrik pozitif tanımlı P, Q, W, Z matrisleri ve uygun boyutlu N<sub>1</sub>, N<sub>2</sub>, S<sub>1</sub>, S<sub>2</sub> matrisleri varsa, nominal zamanla değişen eyleyici gecikmeli (5) sistemi, (2)'yi sağlayan herhangi bir zamanla değişen h(t) zaman gecikmesi değeri için,  $\gamma$  gibi bir bozucu azaltma seviyesi ile küresel asimptotik kararlı olur.

$$\bar{\Sigma} := \begin{bmatrix} \bar{\Sigma}_{11} & \bar{\Sigma}_{12} & -S_1 & PB_w & \bar{h}A^TZ & \bar{h}N_1 & \bar{h}S_1 & C_c^T \\ * & \bar{\Sigma}_{22} & -S_2 & 0 & \bar{h}B_c^TZ & \bar{h}N_2 & \bar{h}S_2 & 0 \\ * & * & -W & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\bar{N}Z & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\bar{h}Z & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -Z & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -Z & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & -I \end{bmatrix} < 0$$
(6)

Burada,

$$\begin{split} \bar{\Sigma}_{11} &:= PA + A^TP + N_1 + N_1^T + Q + W, \quad \bar{\Sigma}_{12} &:= PB_c - N_1 + \\ N_2^T + S_1, \quad \bar{\Sigma}_{22} &:= -(1 - \mu)Q + S_2 + S_2^T - N_2 - N_2^T \\ \text{seklinde ifade edilebilir.} \end{split}$$

İspat: Aşağıdaki gibi bir Lyapunov-Krasovskii aday fonksiyoneli seçilebilir.

$$V(\mathbf{x}(t), t) = \mathbf{x}^{\mathrm{T}}(t)\mathbf{P}\mathbf{x}(t) + \int_{-\bar{h}}^{0} \int_{t+\beta}^{t} \dot{\mathbf{x}}^{\mathrm{T}}(s)Z\dot{\mathbf{x}}(s)dsd\beta$$
$$+ \int_{t-\bar{h}(t)}^{t} \mathbf{x}^{\mathrm{T}}(s)Q\mathbf{x}(s)ds + \int_{t-\bar{h}}^{t} \mathbf{x}^{\mathrm{T}}(s)W\mathbf{x}(s)ds$$

V(x(t), t)'nin (5) sisteminin durum yörüngeleri boyunca t'ye göre türevi (2)'deki şartlara bağlı olarak

$$\dot{V}(\mathbf{x}(t),t) \leq 2\mathbf{x}^{\mathsf{T}}(t)\mathbf{P}(\mathbf{A}\mathbf{x}(t) + B_{c}\mathbf{x}(t-h(t)) + \mathbf{B}_{w}\mathbf{w}(t)) + \bar{h}(\mathbf{A}\mathbf{x}(t) + B_{c}\mathbf{x}(t-h(t)) + \mathbf{B}_{w}\mathbf{w}(t))^{\mathsf{T}}\mathbf{Z}(\mathbf{A}\mathbf{x}(t)$$
(7)  
 
$$+ B_{c}\mathbf{x}(t-h(t)) + \mathbf{B}_{w}\mathbf{w}(t)) - \int_{t-\bar{h}}^{t} \dot{\mathbf{x}}^{\mathsf{T}}(s)\mathbf{Z}\dot{\mathbf{x}}(s)\mathrm{d}s + (1-\dot{h}(t))\mathbf{x}^{\mathsf{T}}(t)\mathbf{Q}\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}^{\mathsf{T}}(t-h(t))\mathbf{Q}\mathbf{x}(t-h(t)) + \mathbf{x}^{\mathsf{T}}(t)\mathbf{W}\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}^{\mathsf{T}}(t-\bar{h})\mathbf{W}(t-\bar{h}).$$

şeklinde sınırlanabilir. Bunun yanında;

$$-\int_{t-\bar{h}}^{t} \dot{\mathbf{x}}^{\mathrm{T}}(s) Z \dot{\mathbf{x}}(s) \mathrm{d}s = -\int_{t-\bar{h}(t)}^{t} \dot{\mathbf{x}}^{\mathrm{T}}(s) Z \dot{\mathbf{x}}(s) \mathrm{d}s - \int_{t-\bar{h}}^{t-\bar{h}(t)} \dot{\mathbf{x}}^{\mathrm{T}}(s) Z \dot{\mathbf{x}}(s) \mathrm{d}s$$
(8)

ve  $N_1, N_2, S_1, S_2$  gibi uygun boyutlu matrisleri için Newton-Leibnitz bağıntısı, bize

$$2(\mathbf{x}^{\mathrm{T}}(t)\mathbf{N}_{1} + \mathbf{x}^{\mathrm{T}}(t - h(t))\mathbf{N}_{2}) \times (\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}(t - h(t)) - \int_{t - h(t)}^{t} \dot{\mathbf{x}}(s)ds) = 0$$
  
$$2(\mathbf{x}^{\mathrm{T}}(t)\mathbf{S}_{1} + \mathbf{x}^{\mathrm{T}}(t - h(t))\mathbf{S}_{2}) \times (\mathbf{x}(t - h(t)) - \mathbf{x}(t - \overline{h}) - \int_{t - \overline{h}}^{t - h(t)} \dot{\mathbf{x}}(s)ds) = 0$$
  
(9)

null eşitsizliklerini yazabilmemizi sağlamaktadır. Daha sonra (9)'da verilen null-eşitsizlikleri, (8) ve (2)'de yararlanılarak (7)'nin sağına eklenmesiyle,

$$\begin{split} \dot{\nabla}(\mathbf{x}(t),t) &\leq 2\mathbf{x}^{\mathsf{T}}(t)\mathbf{P}\mathbf{A}\mathbf{x}(t) + 2\mathbf{x}^{\mathsf{T}}(t)\mathbf{P}\mathbf{B}_{c}\mathbf{x}(t-h(t)) + 2\mathbf{x}^{\mathsf{T}}(t)\mathbf{P}\mathbf{B}_{w}\mathbf{w}(t) \\ &+ \bar{h}\mathbf{x}^{\mathsf{T}}(t)\mathbf{A}^{\mathsf{T}}\mathbf{Z}\mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \bar{h}\mathbf{x}^{\mathsf{T}}(t)\mathbf{A}^{\mathsf{T}}\mathbf{Z}\mathbf{B}_{c}\mathbf{x}(t-h(t)) \\ &+ \bar{h}\mathbf{x}^{\mathsf{T}}(t)\mathbf{A}^{\mathsf{T}}\mathbf{Z}\mathbf{B}_{w}\mathbf{w}(t) + \bar{h}\mathbf{x}^{\mathsf{T}}(t-h(t))\mathbf{B}_{c}^{\mathsf{T}}\mathbf{Z}\mathbf{A}\mathbf{x}(t) \\ &+ \bar{h}\mathbf{x}^{\mathsf{T}}(t-h(t))\mathbf{B}_{c}^{\mathsf{T}}\mathbf{Z}\mathbf{B}_{c}\mathbf{x}(t-h(t)) + \bar{h}\mathbf{x}^{\mathsf{T}}(t-h(t))\mathbf{B}_{c}^{\mathsf{T}}\mathbf{Z}\mathbf{B}_{w}\mathbf{w}(t) \\ &+ \bar{h}\mathbf{w}^{\mathsf{T}}(t)\mathbf{B}_{w}^{\mathsf{T}}\mathbf{Z}\mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \bar{h}\mathbf{w}^{\mathsf{T}}(t)\mathbf{B}_{w}^{\mathsf{T}}\mathbf{Z}\mathbf{B}_{c}\mathbf{x}(t-h(t)) \\ &+ \bar{h}\mathbf{w}^{\mathsf{T}}(t)\mathbf{B}_{w}^{\mathsf{T}}\mathbf{Z}\mathbf{B}_{w}\mathbf{w}(t) - \int_{t-h(t)}^{t} \dot{\mathbf{x}}^{\mathsf{T}}(s)\mathbf{Z}\dot{\mathbf{x}}(s)ds - \int_{t-\bar{h}}^{t-h(t)} \dot{\mathbf{x}}^{\mathsf{T}}(s)\mathbf{Z}\dot{\mathbf{x}}(s)ds \\ &+ 2(\mathbf{x}^{\mathsf{T}}(t)\mathbf{N}_{1} + \mathbf{x}^{\mathsf{T}}(t-h(t))\mathbf{N}_{2}) \times (\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}(t-h(t))) - \int_{t-\bar{h}(t)}^{t} \dot{\mathbf{x}}(s)ds) \\ &+ 2(\mathbf{x}^{\mathsf{T}}(t)\mathbf{S}_{1} + \mathbf{x}^{\mathsf{T}}(t-h(t))\mathbf{S}_{2}) \times (\mathbf{x}(t-h(t))) - \mathbf{x}(t-\bar{h}) \\ &- \int_{t-\bar{h}}^{t-h(t)} \dot{\mathbf{x}}(s)ds + \mathbf{x}^{\mathsf{T}}(t)\mathbf{Q}\mathbf{x}(t) - (1-\mu)\mathbf{x}^{\mathsf{T}}(t-h(t))\mathbf{Q}\mathbf{x}(t-h(t))) \\ &+ \mathbf{x}^{\mathsf{T}}(t)\mathbf{W}\mathbf{x}(t) - \mathbf{x}^{\mathsf{T}}(t-\bar{h})\mathbf{W}\mathbf{x}(t-\bar{h}) \end{split}$$
(10)

eşitsizliği elde edilebilir. Aşağıdaki negatif olmayan terimlerin oluşturulmasında, tam kareye tamamlama işlemindeki yol izlenir.

$$0 \leq -\int_{t-\bar{h}(t)}^{t} (\mathbf{x}^{\mathrm{T}}(s)\mathbf{N}_{1} + \mathbf{x}^{\mathrm{T}}(s-h(s))\mathbf{N}_{2} + \dot{\mathbf{x}}^{\mathrm{T}}(s)Z^{-1}(\mathbf{N}_{1}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}(s) + \mathbf{N}_{2}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}(s) + \mathbf{N}_{2}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}(s-h(s)) + Z\dot{\mathbf{x}}(s))ds \\ + \bar{h}\mathbf{x}^{\mathrm{T}}(t)\mathbf{N}_{1}Z^{-1}\mathbf{N}_{1}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}(t) + 2\bar{h}\mathbf{x}^{\mathrm{T}}(t)\mathbf{N}_{1}Z^{-1}\mathbf{N}_{2}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}(t-h(t)) \\ + \bar{h}\mathbf{x}^{\mathrm{T}}(t-h(t))\mathbf{N}_{2}Z^{-1}\mathbf{N}_{2}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}(t-h(t))$$

ve benzer şekilde

$$0 \leq -\int_{t-\bar{h}}^{t-h(t)} (\mathbf{x}^{\mathrm{T}}(s)\mathbf{S}_{1} + \mathbf{x}^{\mathrm{T}}(s-h(s))\mathbf{S}_{2} + \dot{\mathbf{x}}^{\mathrm{T}}(s)\mathbf{Z}^{-1}(\mathbf{S}_{1}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}(s) + \mathbf{S}_{2}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}(s) + \mathbf{S}_{2}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}(s-h(s)) + \mathbf{Z}\dot{\mathbf{x}}(s))ds + \bar{h}\mathbf{x}^{\mathrm{T}}(t)\mathbf{S}_{1}\mathbf{Z}^{-1}\mathbf{S}_{1}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}(t) + 2\bar{h}\mathbf{x}^{\mathrm{T}}(t)\mathbf{S}_{1}\mathbf{Z}^{-1}\mathbf{S}_{2}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}(t-h(t)) + \bar{h}\mathbf{x}^{\mathrm{T}}(t-h(t))\mathbf{S}_{2}\mathbf{Z}^{-1}\mathbf{S}_{2}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}(t-h(t))$$
(12)

eşitsizlikleri yazılabilir. Buradan (10) eşitsizliğinin (11) ve (12) ile düzenlenmesiyle,

$$\begin{split} \dot{V}(\mathbf{x}(t),t) &\leq 2\mathbf{x}^{\mathrm{T}}(t)\mathbf{P}\mathbf{A}\mathbf{x}(t) + 2\mathbf{x}^{\mathrm{T}}(t)\mathbf{P}\mathbf{B}_{c}\mathbf{x}(t-h(t)) + 2\mathbf{x}^{\mathrm{T}}(t)\mathbf{P}\mathbf{B}_{w}\mathbf{w}(t) \\ &+ \bar{h}\mathbf{x}^{\mathrm{T}}(t)\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{Z}\mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \bar{h}\mathbf{x}^{\mathrm{T}}(t)\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{Z}\mathbf{B}_{c}\mathbf{x}(t-h(t)) \\ &+ \bar{h}\mathbf{x}^{\mathrm{T}}(t)\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{Z}\mathbf{B}_{w}\mathbf{w}(t) + \bar{h}\mathbf{x}^{\mathrm{T}}(t-h(t))\mathbf{B}_{c}^{\mathrm{T}}\mathbf{Z}\mathbf{A}\mathbf{x}(t) \\ &+ \bar{h}\mathbf{x}^{\mathrm{T}}(t-h(t))\mathbf{B}_{w}^{\mathrm{T}}\mathbf{Z}\mathbf{B}_{c}\mathbf{x}(t-h(t)) + \bar{h}\mathbf{x}^{\mathrm{T}}(t-h(t))\mathbf{B}_{c}^{\mathrm{T}}\mathbf{Z}\mathbf{B}_{w}\mathbf{w}(t) \\ &+ \bar{h}\mathbf{w}^{\mathrm{T}}(t)\mathbf{B}_{w}^{\mathrm{T}}\mathbf{Z}\mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \bar{h}\mathbf{w}^{\mathrm{T}}(t)\mathbf{B}_{w}^{\mathrm{T}}\mathbf{Z}\mathbf{B}_{c}\mathbf{x}(t-h(t)) \\ &+ \bar{h}\mathbf{w}^{\mathrm{T}}(t)\mathbf{B}_{w}^{\mathrm{T}}\mathbf{Z}\mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \bar{h}\mathbf{w}^{\mathrm{T}}(t)\mathbf{B}_{w}^{\mathrm{T}}\mathbf{Z}\mathbf{B}_{c}\mathbf{x}(t-h(t)) \\ &+ \bar{h}\mathbf{w}^{\mathrm{T}}(t)\mathbf{B}_{w}^{\mathrm{T}}\mathbf{Z}\mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \bar{h}\mathbf{w}^{\mathrm{T}}(t)\mathbf{B}_{w}^{\mathrm{T}}\mathbf{Z}\mathbf{B}_{c}\mathbf{x}(t-h(t)) \\ &+ \bar{h}\mathbf{w}^{\mathrm{T}}(t)\mathbf{B}_{w}^{\mathrm{T}}\mathbf{Z}\mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \bar{h}\mathbf{w}^{\mathrm{T}}(t)\mathbf{B}_{w}^{\mathrm{T}}\mathbf{Z}\mathbf{B}_{c}\mathbf{x}(t-h(t)) \\ &- 2\mathbf{x}^{\mathrm{T}}(t)\mathbf{h}_{1}\mathbf{x}(t-h(t)) + 2\mathbf{x}^{\mathrm{T}}(t)\mathbf{h}_{1}\mathbf{x}(t) - 2\mathbf{x}^{\mathrm{T}}(t)\mathbf{h}_{1}(t)\mathbf{x}(t) \\ &- 2\mathbf{x}^{\mathrm{T}}(t)\mathbf{h}_{1}\mathbf{x}(t-h(t)) + 2\mathbf{x}^{\mathrm{T}}(t-h(t))\mathbf{h}_{2}\mathbf{x}(t) \\ &+ 2\bar{h}\mathbf{x}^{\mathrm{T}}(t)\mathbf{h}_{1}\mathbf{z}^{-1}\mathbf{N}_{1}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}(t) + \bar{h}\mathbf{x}^{\mathrm{T}}(t-h(t))\mathbf{h}_{2}\mathbf{x}(t-h(t)) \\ &+ 2\bar{h}\mathbf{x}^{\mathrm{T}}(t)\mathbf{h}_{1}\mathbf{z}^{-1}\mathbf{N}_{1}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}(t) + 2\bar{h}\mathbf{x}^{\mathrm{T}}(t)\mathbf{h}_{1}\mathbf{z}^{-1}\mathbf{N}_{1}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}(t) \\ &+ 2\bar{h}\mathbf{x}^{\mathrm{T}}(t)\mathbf{h}_{1}\mathbf{z}^{-1}\mathbf{N}_{1}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}(t) + 2\bar{h}\mathbf{x}^{\mathrm{T}}(t)\mathbf{h}_{1}\mathbf{z}^{\mathrm{T}}\mathbf{h}_{1}\mathbf{x}(t) \\ &+ 2\bar{h}\mathbf{x}^{\mathrm{T}}(t)\mathbf{h}_{1}\mathbf{z}^{-1}\mathbf{N}_{1}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}(t) + 2\bar{h}\mathbf{x}^{\mathrm{T}}(t)\mathbf{h}_{1}\mathbf{z}^{-1}\mathbf{N}_{1}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}(t) \\ &+ \bar{h}\mathbf{x}^{\mathrm{T}}(t-h(t))\mathbf{S}_{2}\mathbf{z}^{-1}\mathbf{S}_{1}^{\mathrm{T}}\mathbf{x}(t)\mathbf{h}_{1}\mathbf{x}^{\mathrm{T}}(t-h(t)) \\ &+ \bar{h}\mathbf{x}^{\mathrm{T}}(t-h(t))\mathbf{S}_{2}\mathbf{x}(t-h(t)) + 2\mathbf{x}^{\mathrm{T}}(t)\mathbf{N}_{1}\mathbf{x}(t-h(t)) \\ &- (1-\mu)\mathbf{x}^{\mathrm{T}}(t-h(t))\mathbf{Q}\mathbf{x}(t-h(t)) + 2\mathbf{x}^{\mathrm{T}}(t)\mathbf{N}_{1}\mathbf{x}(t-h(t)) \\ &- 2\mathbf{x}^{\mathrm{T}}(t)\mathbf{N}_{1}\mathbf{x}(t-\bar{h}) + 2\mathbf{x}^{\mathrm{T}}(t)\mathbf{N}_{1}\mathbf{x}(t-h(t)) \\ &- 2\mathbf{x}^{\mathrm{T}}(t-h(t))\mathbf{S}_{2}\mathbf{x}(t-\bar{h}) + \mathbf{x}^{\mathrm{T}}(t)\mathbf{W}(t) - \mathbf{x}^{\mathrm{T}}(t-\bar{h})\mathbf{W}(t-\bar$$

seçilen Lyapunov-Krakovskii aday fonksiyonelinin türevi elde edilir. Genişletilmiş durum vektörü

$$\begin{split} \hat{\chi}^{\mathrm{T}} &:= [\mathrm{x}^{\mathrm{T}}(t) \ \mathrm{x}^{\mathrm{T}}(t - h(t)) \ \mathrm{x}^{\mathrm{T}}(t - \overline{h}) \ \mathrm{w}^{\mathrm{T}}(t)] \qquad \text{olarak} \\ \text{tanımlanabilir.} \qquad & \text{Eğer} \quad \hat{\Omega} < 0 \qquad \text{sağlanırsa,} \\ \dot{V}(\mathrm{x}(t), \mathrm{t}) + \mathrm{z}^{\mathrm{T}}(t) \mathrm{z}(t) - \gamma^{2} \mathrm{w}^{\mathrm{T}}(t) \mathrm{w}(t) \leq \hat{\chi}^{\mathrm{T}}(t) \hat{\Omega} \hat{\chi}(t) \quad \text{olur.} \end{split}$$

Buradan  $\hat{\Omega}$ ,

$$\hat{\Omega} := \begin{bmatrix} \hat{\Omega}_{11} & \hat{\Omega}_{12} & -S_1 & \hat{\Omega}_{14} \\ * & \hat{\Omega}_{22} & -S_2 & \hat{\Omega}_{24} \\ * & * & -W & 0 \\ * & * & * & \hat{\Omega}_{44} \end{bmatrix}$$
(14)

$$\begin{split} \hat{\Omega}_{11} &= PA + A^{T}P + hA^{T}ZA + N_{1} + N_{1}^{T} + hN_{1}Z^{-1}N_{1}^{T} + hS_{1}Z^{-1}S_{1}^{T} + Q + W \\ &+ C_{c}^{T}C_{c}, \ \hat{\Omega}_{12} &= PB_{c} + \bar{h}A^{T}ZB_{c} - N_{1} + \bar{h}N_{1}Z^{-1}N_{2}^{T} + N_{2}^{T} + S_{1} + \bar{h}S_{1}Z^{-1}S_{2} \\ \hat{\Omega}_{14} &= \bar{h}A^{T}ZB_{w} + PB_{w}, \ \hat{\Omega}_{22} &= \bar{h}B_{c}^{T}ZB_{c} - N_{2} - N_{2}^{T} + \bar{h}N_{2}Z^{-1}N_{2}^{T} + \\ \bar{h}S_{3}Z^{-1}S_{2}^{T} - (1-\mu)Q + S_{2} + S_{1}^{T}, \ \hat{\Omega}_{24} &= \bar{h}B_{c}^{T}ZB_{w}, \ \hat{\Omega}_{44} &= B_{w}^{T}ZB_{w} - \gamma^{2}I \end{split}$$

şeklindedir.  $\forall t \ge 0$  için  $w(t) \equiv 0$  olduğunda,  $\dot{V}(x(t),t) < 0$ , (5) sisteminin küresel asimptotik olarak kararlı olduğunu garanti eder. Ayrıca,  $\dot{V}(x(t),t) + z^{T}(t)z(t) - \gamma^{2}w^{T}(t)w(t) \le 0$  her iki taraftan 0'dan sonsuza kadar entegre edilirse;

$$\lim_{t \to \infty} V(\mathbf{x}(t), t) - V(\mathbf{x}(0), 0) + \int_{0}^{\infty} z^{\mathrm{T}}(t) z(t) dt - \gamma^{2} \int_{0}^{\infty} \mathbf{w}^{\mathrm{T}}(t) \mathbf{w}(t) dt < 0$$

elde edilir.

Burada,  $V(\mathbf{x}(0), 0) = 0$  ve  $\lim_{t\to\infty} V(\mathbf{x}(t), t) > 0$  olduğu için,  $\int_{0}^{\infty} \mathbf{z}^{\mathrm{T}}(t) \mathbf{z}(t) dt - \gamma^{2} \int_{0}^{\infty} \mathbf{w}^{\mathrm{T}}(t) \mathbf{w}(t) dt < 0$  ifadesi geçerlidir ve bu  $\|\mathbf{z}\|_{2} < \gamma \|\mathbf{w}\|_{2} \quad \forall \mathbf{w}(t) \in L_{2}[0, \infty)$  anlamına gelir. Sonuç olarak, Schur tümleyenin [11], (14)'e uygulanmasıyla, (6)'da verilen DME elde edilir. Bu şekilde ispat sonlandırılmış olur.

h(t) (5) Sisteminde B<sub>c</sub>'nın, B<sub>h</sub>K ile C<sub>c</sub>'ın C+DK ile yer değiştirmesiyle (4) kapalı-çevrim sistemi elde edilir.

 $\overline{L} = KX$  olarak tanımlanması ve Yardımcı Teorem 3.1'in genişletilmesiyle u(t) = Kx(t) formunda durum geribeslemeli  $L_2$  kazançlı eniyi denetleyici sentezini veren Teorem 3.1 aşağıdaki gibi elde edilebilir.

**Teorem 3.1:**  $\overline{h}$ ,  $\mu$  ve  $\gamma$  gibi pozitif skaler sabitleri verilmiş olsun. Aşağıdaki matris eşitsizliklerini sağlayan, simetrik pozitif tanımlı X,  $\overline{Q}$ ,  $\overline{W}$ ,  $\overline{Z}$ , T matrisleri ve uygun boyutlu  $\overline{N}_1$ ,  $\overline{N}_2$ ,  $\overline{S}_1$ ,  $\overline{S}_2$ ,  $\overline{L}$  matrisleri varsa, (4) kapalı-çevrim sistemi,  $u(t) = \overline{L}X^{-1}x(t)$  denetim kuralı altında (2)'yi sağlayan herhangi bir zamanla değişen h(t)zaman gecikmesi değeri için,  $\gamma$  gibi bir bozucu azaltma seviyesi ile küresel asimptotik kararlı olur.

$$\Xi_{:=}\begin{bmatrix} \Xi_{11} & \Xi_{12} & -\bar{S}_1 & B_w & 0 & \bar{h}\bar{N}_1 & \bar{h}\bar{S}_1 & \Xi_{18} & 0 & XC^T + \bar{L}^T D^T \\ * & \Xi_{22} & -\bar{S}_1 & 0 & 0 & \bar{h}\bar{N}_2 & \bar{h}\bar{S}_2 & \Xi_{28} & 0 & 0 \\ * & * & -\bar{W} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\bar{\mu}\bar{Z} & 0 & 0 & 0 & \bar{D} \\ * & * & * & * & -\bar{h}\bar{Z} & 0 & 0 & 0 & \bar{O} \\ * & * & * & * & * & -\bar{Z} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\bar{Z} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & -T & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & * & -T \\ * & * & * & * & * & * & * & * & * & -T \end{bmatrix} < 0$$

$$(15)$$

Burada,

$$\begin{split} \Xi_{11} &= \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{X}\mathbf{A}^{\mathrm{T}} + \bar{\mathbf{N}}_{1} + \bar{\mathbf{N}}_{1}^{\mathrm{T}} + \bar{\mathbf{Q}} + \bar{\mathbf{W}}, \quad \Xi_{12} = \mathbf{B}_{\mathrm{h}}\bar{\mathbf{L}} - \bar{\mathbf{N}}_{1} + \bar{\mathbf{N}}_{2}^{\mathrm{T}} + \bar{\mathbf{S}}_{1} \\ \Xi_{18} &= \bar{h}\mathbf{X}\mathbf{A}^{\mathrm{T}}, \quad \Xi_{22} = -(1-\mu)\bar{\mathbf{Q}} + \bar{\mathbf{S}}_{2} + \bar{\mathbf{S}}_{2}^{\mathrm{T}} - \bar{\mathbf{N}}_{2} - \bar{\mathbf{N}}_{2}^{\mathrm{T}}, \quad \Xi_{28} = \bar{h}\bar{\mathbf{L}}^{\mathrm{T}}\mathbf{B}_{\mathrm{h}}^{\mathrm{T}} \\ \text{olmak üzere üzere } \gamma , \quad \forall t \ge 0 \text{ için } \mathbf{w}(t) \text{ 'den } \mathbf{z}(t) \text{ 'ye kapalı-} \\ \text{çevrim sistemin } L_{2} \text{ normunun üst siniridir ve} \\ \mathbf{u}(t) = \bar{\mathbf{L}}\mathbf{X}^{-1}\mathbf{x}(t) , \quad L_{2} \text{ kazançlı eniyi denetleyicinin } \gamma \text{ ile} \\ \text{ilişkili denetim kuralıdır.} \end{split}$$

**İspat:** Schur tümleyenin (14) matris eşitsizliğine uygulanmasıyla  $\hat{\Omega} < 0$  eşdeğer olarak,

|    | $\tilde{\Omega}_{11}$ | $	ilde{\Omega}_{12}$     | $-S_1$ | $PB_w$        | $\overline{h}A^{T}Z$   | $\overline{h}N_1$ | $\overline{h}S_1$ | $C^T + K^T D^T$ | ]    |
|----|-----------------------|--------------------------|--------|---------------|--|-------------------|-------------------|-----------------|------|
|    | *                     | $\tilde{\Omega}_{_{22}}$ | $-S_2$ | 0             | $\overline{h} \mathbf{K}^{\mathrm{T}} \mathbf{B}_{\mathrm{h}}^{\mathrm{T}} \mathbf{Z}$ | $\overline{h}N_2$ | $\overline{h}S_2$ | 0               | (16) |
|    | *                     | *                        | -W     | 0             | 0  | 0                 | 0                 | 0               |      |
| Õ  | *                     | *                        | *      | $-\gamma^2 I$ | $\overline{h} B_w^T Z$   | 0                 | 0                 | 0               | -0   |
| 52 | *                     | *                        | *      | *             | $\overline{h}Z$  | 0                 | 0                 | 0               |      |
|    | *                     | *                        | *      | *             | *  | -Z                | 0                 | 0               |      |
|    | *                     | *                        | *      | *             | *  | *                 | -Z                | 0               |      |
|    | *                     | *                        | *      | *             | *  | *                 | *                 | -I              | ļ    |

şeklinde yazılabilir. Burada,

 $\hat{\Omega}_{11} {:=} PA + A^TP + N_1 + N_1^T + Q + W$  ,  $\hat{\Omega}_{12} {:=} PB_hK - N_1 + N_2^T + S_1$  $\hat{\Omega}_{22} {:=} -(1-\mu)Q + S_2 + S_2^T - N_2 - N_2^T$ 

şeklinde ifade edilebilir. (16) Eşitsizliği X:= P<sup>-1</sup> olmak üzere sağından ve solundan diag{X,X,X,I,X,X,X,I} ile çarpılması durumunda ve  $\overline{N}_1$ := XN<sub>1</sub>X,  $\overline{N}_2$ := XN<sub>2</sub>X,  $\overline{S}_1$ := XS<sub>1</sub>X,  $\overline{S}_2$ := XS<sub>2</sub>X,  $\overline{W}$ := XWX,  $\overline{Z}$ := XZX,  $\overline{Q}$ := XQX benzerlik dönüşümlerinin yapılmasıyla,

|             | $\hat{\Phi}_{11}$ | $\hat{\Phi}_{12}$ | $-\overline{S}_1$        | $\mathbf{B}_{\mathrm{w}}$ | $\overline{h}XA^{T}X^{-1}\overline{Z}$     | $\bar{h}\bar{\mathrm{N}}_{\mathrm{I}}$ | $\bar{h}\overline{S}_1$            | $XC^{T} + XK^{T}D^{T}$ |     |
|-------------|-------------------|-------------------|--------------------------|---------------------------|--|--|------------------------------------|------------------------|-----|
|             | *                 | $\hat{\Phi}_{22}$ | $-\overline{S}_2$        | 0                         | $\bar{h}XK^{T}B_{h}^{T}X^{-1}\overline{Z}$ | $\bar{h}\overline{N}_2$                | $\bar{h}\overline{\mathbf{S}}_{2}$ | 0                      |     |
|             | *                 | *                 | $-\overline{\mathrm{W}}$ | 0                         | 0  | 0                                      | 0                                  | 0                      |     |
| <b>Φ</b> := | *                 | *                 | *                        | $-\gamma^2 \mathbf{I}$    | $\overline{h} B_w^T X^{-1} \overline{Z}$   | 0                                      | 0                                  | 0                      | < 0 |
|             | *                 | *                 | *                        | *                         | $-\overline{h}\overline{Z}$                | 0                                      | 0                                  | 0                      |     |
|             | *                 | *                 | *                        | *                         | *  | $-\overline{Z}$                        | 0                                  | 0                      |     |
|             | *                 | *                 | *                        | *                         | *  | *                                      | $-\bar{Z}$                         | 0                      |     |
|             | *                 | *                 | *                        | *                         | *  | *                                      | *                                  | -I                     |     |
|             |                   |                   |                          |                           |  |  |                                    | (1                     | 7)  |

eşitsizliği elde edilir. Burada,

 $\begin{aligned} \hat{\Phi}_{11} &:= AX + XA^{T} + \bar{N}_{1} + \bar{N}_{1}^{T} + \bar{Q} + \bar{W} , \quad \hat{\Phi}_{12} &:= B_{h}KX - \bar{N}_{1} \\ &+ \bar{N}_{2}^{T} + \bar{S}_{1} , \quad \hat{\Phi}_{22} &:= -(1 - \mu)\bar{Q} + \bar{S}_{2} + \bar{S}_{2}^{T} - \bar{N}_{2} - \bar{N}_{2}^{T} \\ &\text{şeklinde ifade edilebilir.} \quad \hat{\Phi} , \text{ bileşenlerine ayrıştırılarak} \\ \hat{\Phi} &= \hat{\Phi}_{0} + \hat{\Phi}_{1} + \hat{\Phi}_{1}^{T} \text{ ifadesi elde edilir. Burada} \end{aligned}$ 

$$\hat{\Phi}_{0} := \begin{bmatrix} \hat{\Phi}_{11} & \hat{\Phi}_{12} & -\bar{S}_{1} & B_{w} & 0 & \bar{h}\bar{N}_{1} & \bar{h}\bar{S}_{1} & XC^{T} + XK^{T}D^{T} \\ * & \hat{\Phi}_{22} & -\bar{S}_{2} & 0 & 0 & \bar{h}\bar{N}_{2} & \bar{h}\bar{S}_{2} & 0 \\ * & * & -\bar{W} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -\bar{W} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\bar{h}\bar{Z} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -\bar{Z} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\bar{Z} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -\bar{Z} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -\bar{Z} & 0 \end{bmatrix}$$

ve

|      | 0 | 0 | 0 | 0 | $\overline{h}XA^{T}X^{-1}\overline{Z}$          | 0 | 0 | 0 |  |
|------|---|---|---|---|---|---|---|---|--|
|      | 0 | 0 | 0 | 0 | $\overline{h}XK^{T}B_{h}^{T}X^{-1}\overline{Z}$ | 0 | 0 | 0 |  |
|      | 0 | 0 | 0 | 0 | 0   | 0 | 0 | 0 |  |
| Â.:= | 0 | 0 | 0 | 0 | $\overline{h} B_w^T X^{-1} \overline{Z}$        | 0 | 0 | 0 |  |
| 1    | 0 | 0 | 0 | 0 | 0   | 0 | 0 | 0 |  |
|      | 0 | 0 | 0 | 0 | 0   | 0 | 0 | 0 |  |
|      | 0 | 0 | 0 | 0 | 0   | 0 | 0 | 0 |  |
|      | 0 | 0 | 0 | 0 | 0   | 0 | 0 | 0 |  |
|      |   |   |   |   |   |   |   | _ |  |

şeklinde ifade edilebilir. Açıktır ki,  $\hat{\Phi}$ ,  $\hat{\Phi}_1 = \Pi_1^T X^{-1} \Pi_2$ olarak yazılabilir. Burada,

## $\Pi_1 = [\bar{h}AX \ \bar{h}B_hKX \ 0 \ \bar{h}B_w \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$

 $\Pi_{2} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \overline{Z} \ 0 \ 0 \ 0]$ 'dır. Bunun yanında T gibi herhangi bir pozitif tanımlı simetrik matris için eşitsizliği  $\Pi_{1}^{T}X^{-1}\Pi_{2} + (\Pi_{1}^{T}X^{-1}\Pi_{2})^{T} \leq \Pi_{1}^{T}T^{-1}\Pi_{1} + \Pi_{2}^{T}(XT^{-1}X)^{-1}\Pi_{2}$ geçerlidir.Bundan dolayı,  $\hat{\Phi}_0 + \Pi_1^T T^{-1} \Pi_1 + \Pi_2^T (XT^{-1}X)^{-1} \Pi_2 < 0$  $\hat{\Phi} < 0$  şeklinde belirtilir. Daha sonar Schur ifadesi tümleyeni ile  $\hat{\Phi}_0 + \Pi_1^T T^{-1} \Pi_1 + \Pi_2^T (X T^{-1} X)^{-1} \Pi_2 < 0$ ifadesinden, ve  $\overline{L} := KX$  olarak tanımlanması ile (15)'de verilen matris eşitsizliği şartları elde edilir. Teorem 3.1'in ışığında, tüm  $t \ge 0$  için, w(t)'den z(t)'ye en küçük  $L_{2}$ normunu elde etmek amacıyla, X,  $\overline{Q}$ ,  $\overline{W}$ ,  $\overline{Z}$ , T simetrik pozitif tanımlı matrisleri ve uygun boyutlu  $\overline{N}_1$ ,  $\overline{N}_2$ ,  $\overline{S}_1$ ,  $\overline{S}_2$ ,  $\overline{L}$  matrisleri ve pozitif skaler  $\gamma$  için aşağıdaki doğrusal olmayan en iyileştirme problemi çözülebilir.

# $\min \gamma$ kosul:(15)

Eğer yukarıdaki en iyileştirme probleminin çözümü varsa, verilen problem için alt en iyi denetlevici  $u(t) = \overline{L}X^{-1}x(t)$ denetim kuralı tarafından oluşturulabileceği söylenebilir. (15)'deki matris eşitsizliği şartları, doğrusal olmayan -XT-1X teriminden dolayı doğrusal matris eşitsizliği formunda değildir. Bu nedenle, yukarıdaki en iyileştirme problemi için bir küresel en küçük değerini dışbükey en iyileştirme problemi çözümünde kullanılan yöntemlerle bulamayız. Buna karşın konik tamamlayıcı yöntem ile dışbükey bir en iyileştirme algoritması ile problem için alt en iyi denetleyici elde edilebilir. İlk olarak  $R = R^T > 0$  gibi yeni bir değişken  $R \le XT^{-1}X$ şartıyla tanımlanır ve (15)'deki kısıtlar aşağıdaki eşitsizliklerle yer değiştirilir.

$$\bar{\Xi}_{11} = \bar{\Xi}_{12} - \bar{S}_1 - B_w = 0 - \bar{h}\bar{N}_1 - \bar{h}\bar{S}_1 - \Xi_{18} = 0 - XC^T + \bar{L}^T D^T \\ * - \bar{\Xi}_{22} - \bar{S}_1 = 0 - 0 - \bar{h}\bar{N}_2 - \bar{h}\bar{S}_2 - \Xi_{28} = 0 - 0 \\ * - \bar{W} = 0 - 0 - 0 - 0 - 0 - 0 - 0 - 0 \\ * - \bar{W} = -\gamma^2 I - 0 - 0 - 0 - \bar{h}\bar{B}_w^T = 0 - 0 \\ * - \bar{W} = -\gamma^2 I - 0 - 0 - 0 - \bar{h}\bar{B}\bar{B}_w^T = 0 - 0 \\ * - \bar{W} = -\gamma^2 I - 0 - 0 - 0 - \bar{Z} - 0 \\ * - \bar{W} = -\gamma^2 I - \bar{U} = 0 - 0 - 0 \\ * - \bar{W} = -\gamma^2 I - \bar{U} = 0 - 0 \\ * - \bar{W} = -\gamma^2 I - 0 - 0 - 0 \\ * - \bar{W} = -\gamma^2 I - 0 - 0 \\ * - \bar{W} = -\gamma^2 I - 0 - 0 \\ * - \bar{W} = -\gamma^2 I - 0 - 0 \\ * - \bar{W} = -\gamma^2 I - 0 \\ * - \bar{W} =$$

$$\begin{split} \bar{\Xi}_{11} &= \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{X}\mathbf{A}^{\mathrm{T}} + \bar{\mathbf{N}}_{1} + \bar{\mathbf{N}}_{1}^{\mathrm{T}} + \bar{\mathbf{Q}} + \bar{\mathbf{W}}, \quad \bar{\Xi}_{12} &= \mathbf{B}_{\mathrm{h}}\bar{\mathbf{L}} - \bar{\mathbf{N}}_{1} + \bar{\mathbf{N}}_{2}^{\mathrm{T}} + \bar{\mathbf{S}}_{1}, \\ \bar{\Xi}_{18} &= \bar{h}\mathbf{X}\mathbf{A}^{\mathrm{T}}, \quad \bar{\Xi}_{22} &= -(1-\mu)\bar{\mathbf{Q}} + \bar{\mathbf{S}}_{2} + \bar{\mathbf{S}}_{2}^{\mathrm{T}} - \bar{\mathbf{N}}_{2} - \bar{\mathbf{N}}_{2}^{\mathrm{T}}, \quad \bar{\Xi}_{28} &= \bar{h}\bar{\mathbf{L}}^{\mathrm{T}}\mathbf{B}_{\mathrm{h}}^{\mathrm{T}} \end{split}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{R} & \bar{X} \\ \bar{X} & \bar{T} \end{bmatrix} \ge 0, \begin{bmatrix} \bar{R} & I \\ I & T \end{bmatrix} \ge 0, \begin{bmatrix} \bar{X} & I \\ I & X \end{bmatrix} \ge 0, \begin{bmatrix} \bar{T} & I \\ I & T \end{bmatrix} \ge 0$$
(19)

Buradan,  $R^{-1} - X^{-1}TX^{-1} \ge 0$  eşitsizliği elde edilebilir ve Schur tümleyeni ile  $\overline{R} := \overline{R}^{-1}$ ,  $\overline{X} := X^{-1}$ ,  $\overline{T} := T^{-1}$ tanımlamaları (19)'daki, eşitsizliklerin elde edilmesini sağlar.

Denetim sistemine normu sınırlı parametre belirsizliği yapısının eklenmesi ve dayanıklı denetleyici tasarımı ise aşağıdaki gibi gerçekleştirilir. Eyleyici gecikmesine sahip belirsizlik içeren bir sistemin durum-uzay modeli modeli,

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = (\mathbf{A} + \Delta \mathbf{A})\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_{\mathbf{h}}\mathbf{u}(t - h(t)) + \mathbf{B}_{\mathbf{w}}\mathbf{w}(t)$$

$$\mathbf{z}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t), \quad \mathbf{x}(t) = 0, \quad \mathbf{t} \in [-\bar{h}, 0]$$
(20)

şeklinde ifade edilebilir. Burada, ∆A zamanla değişen parametre belirsizliği matrisini göstermektedir. Çalışmada, parametre belirsizliği,

$$\Delta \mathbf{A} = \mathbf{GF}(t)\mathbf{E}_{\mathbf{A}} \tag{21}$$

biçiminde normu sınırlı belirsizlik yapısında oluşturulmuştur. Burada, G ve  $E_A$  bilinen, sabit, gerçek matrisleri ve F(t) her  $t \ge 0$  için  $F^T(t)F(t) \le I$ 'yi sağlayan, Lebesque ölçülebilir sınırlı bilinmeyen matris fonksiyonunu göstermektedir.

Aşağıdaki teorem zamanla değişen eyleyici gecikmesine sahip, belirsizlik içeren, (20) sistemi için yeter kararlılık ve performans koşullarını sunmaktadır.

**Teorem 3.2:**  $\overline{h}$ ,  $\mu$  ve  $\gamma$  gibi pozitif skaler sabitleri verilmiş olsun. Aşağıdaki matris eşitsizliklerini sağlayan, simetrik pozitif tanımlı X,  $\overline{Q}$ ,  $\overline{W}$ ,  $\overline{Z}$ , T matrisleri ve uygun boyutlu  $\overline{N}_1$ ,  $\overline{N}_2$ ,  $\overline{S}_1$ ,  $\overline{S}_2$ ,  $\overline{L}$  matrisleri varsa, ve  $\varepsilon > 0$  olmak üzere, (20) sistemi, durum geri-beslemeli u(t) =  $\overline{L}X^{-1}x(t)$  denetim kuralı altında (2)'yi sağlayan herhangi bir zamanla değişen h(t) zaman gecikmesi değeri için, dayanıklı olarak küresel asimptotik kararlı olur.

Burada,

$$\begin{split} \hat{\Psi}_{11} &= \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{X}\mathbf{A}^{\mathrm{T}} + \mathbf{\bar{N}}_{1} + \mathbf{\bar{N}}_{1}^{\mathrm{T}} + \mathbf{\bar{Q}} + \mathbf{\bar{W}} + \boldsymbol{\varepsilon}\mathbf{G}\mathbf{G}^{\mathrm{T}}, \\ \hat{\Psi}_{18} &= \boldsymbol{\varepsilon}\mathbf{G}\mathbf{G}^{\mathrm{T}} + \mathbf{\bar{h}}\mathbf{X}\mathbf{A}^{\mathrm{T}}, \\ \hat{\Psi}_{88} &= \boldsymbol{\varepsilon}\mathbf{G}\mathbf{G}^{\mathrm{T}} - \mathbf{T}, \\ \hat{\Psi}_{111} &= \mathbf{X}\mathbf{E}_{\mathrm{A}}^{\mathrm{T}}, \\ \hat{\Psi}_{811} &= \mathbf{X}\mathbf{E}_{\mathrm{A}}^{\mathrm{T}} \end{split}$$

olmak üzere,  $\gamma$ ,  $\forall t \ge 0$  için w(t)'den z(t)'ye kapalıçevrim sistemin  $L_2$  normunun üst sınırıdır ve  $u(t) = \overline{L}X^{-1}x(t)$ ,  $L_2$  kazançlı eniyi denetleyicinin  $\gamma$  ile ilişkili denetim kuralıdır.

**İspat: Yardımcı Teorem 3.2:** [12] Verilen uygun boyutlu  $\overline{\Gamma} = \overline{\Gamma}^{T}$ , J ve H matrisleri için

$$\overline{\Gamma} + JF(t)H + H^{T}F^{T}(t)J^{T} < 0$$
(23)

geçerlidir ve F(t),  $F^{T}(t)F(t) \le I$  şartını sağlayan gerçek bir matris fonksiyonu olmak üzere ancak ve ancak  $\varepsilon > 0$ gibi bir skaler varsa,

$$\overline{\Gamma} + \varepsilon^{-1} J J^{\mathrm{T}} + \varepsilon H^{\mathrm{T}} H < 0 \tag{24}$$

eşitsizliği geçerlidir.

Buradan hareketle, A,  $A = A + \Delta A$  olarak değiştirilir ve

$$\begin{aligned} \mathbf{J}^{\mathrm{T}} &:= [\mathbf{G}^{\mathrm{T}} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{G}^{\mathrm{T}} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0}] \\ \mathbf{H} &:= [\mathbf{E}_{\mathrm{A}} \mathbf{X} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0} \ \mathbf{0}], \end{aligned}$$

ifadelerinin tanımlanmasıyla (15)'in yerine  $\Xi + JF(t)H + H^TF^T(t)J^T < 0$  koşulları elde edilir.  $F^T(t) F(t) \le I$  için  $\Xi + JF(t)H + H^TF^T(t)J^T < 0$  geçerlidir ve eğer  $\varepsilon > 0$  mevcut ise,  $\Xi + \varepsilon^{-1}JJ^T + \varepsilon H^TH < 0$ ' dır. Bunun sonucu olarak, Schur tümleyen ile ispatı sonlandıran (22) matris eşitsizliği şartlarının oluşturulması sağlanır.

Teorem 3.2'nin ışığında, tüm  $t \ge 0$  için, w(t)'den z(t)'ye en küçük  $L_2$  normunu elde etmek amacıyla, X,  $\overline{Q}$ ,  $\overline{W}$ ,  $\overline{Z}$ , T matrisleri ve uygun boyutlu  $\overline{N}_1$ ,  $\overline{N}_2$ ,  $\overline{S}_1$ ,  $\overline{S}_2$ ,  $\overline{L}$ matrisleri varsa, ve pozitif skaler  $\gamma$  için aşağıdaki doğrusal olmayan en iyileştirme problemi çözülebilir.

min 
$$\gamma$$
 kosullar: (22)

(22) Eşitsizliğindeki doğrusal olmayan  $-XT^{-1}X$  terimi nedeniyle yukarıda tanımlanan en iyileştirme problemi için bir küresel en küçük değerine, konik tamamlayıcı algoritması kullanılarak ulaşılabilir. (22) Matris eşitsizliğinde  $-XT^{-1}X < 0$  teriminin,  $R = R^{T} > 0$  olmak üzere,  $R \le XT^{-1}X$  şartının sağlanması durumu için -R < 0ile yerdeğiştirilmesi ve buradan hareketle (20)'de verilen sisteminin en küçük  $L_{2}$ , normunu bulmak için,

min *iz* 
$$(\overline{R}R + \overline{X}X + \overline{T}T)$$
  
kosullar: (19), (22)

doğrusallaştırılmış en iyileştirme problemi kullanılabilir. Sonuç olarak,  $\gamma_0$  gibi en küçük  $L_2$  kazancını,  $\overline{p}_0$  gibi en üst parametre belirsizliği sınırını ve  $\overline{h}_0$  gibi en büyük kabul edilebilir gecikme zamanı sınırını sağlayan alt en iyi denetleyici kazancına aşağıdaki konik tamamlayıcı algoritmasının çözülmesiyle ulaşılabilinir [10],[13].

### Algoritma:

**1.** k=0 yap ve (19), (22)'deki DME sağlayan  $\{\bar{X}_0, X_0, \bar{R}_0, R_0, \bar{T}_0, T_0\}$  gibi uygun bir çözüm kümesini; yeterince küçük  $\bar{h}$ ,  $\bar{p}$  büyük bir  $\gamma$  başlangıç değerleri için tara.

**2.**  $\{\overline{X}, X, \overline{R}, R, \overline{T}, T\}$  değişkenleri için aşağıdaki DME en iyileştirme problemini çöz

 $\min iz \left(\overline{R}_{k}R + \overline{X}_{k}X + \overline{T}_{k}T + \overline{R}R_{k} + \overline{X}X_{k} + \overline{T}T_{k}\right)$ kosullar (19), (22)

 $\text{Ve } \overline{X}_{k+1} := \overline{X} \text{, } X_{k+1} := X \text{, } \overline{R}_{k+1} := \overline{R} \text{, } R_{k+1} := R \text{, } \overline{T}_{k+1} := \overline{T} \text{, } T_{k+1} := T \\ \text{atamalarını gerceklestir.}$ 

**3.** Eğer  $R \le XT^{-1}X$  kısıtı yukarıdaki çözüm kümesi için uygunsa, o halde  $\gamma_0 = \gamma$ ,  $\overline{h}_0 = \overline{h}$ ,  $\overline{p}_0 = \overline{p}$  için  $\overline{h}$ ,  $\overline{p}$  bir miktar arttırıldıktan ve  $\gamma$  bir miktar azaltıldıktan ve sonra birinci adıma geri dön. Aksi takdirde küme k = k + 1olarak al ikinci adıma git ve en iyileştirme işlemine gerekli iterasyon sayısı kadar, veya  $R \le XT^{-1}X$  şartını sağlayıncaya kadar devam et. Eğer çözüm yoksa algoritmadan çık.

Bu algoritma ile uygun bir çözüm kümesi bulunabilirse, alt en iyi durum geri-beslemeli dayanıklı  $L_2$  kazançlı eniyi denetleyici  $u(t) = \overline{L}X^{-1}x(t)$  formunda elde edilebilir.

## IV. Benzetim Çalışmaları

Önerilen denetleyicinin performansını göstermek için iki serbestlik dereceli uçak iniş takımı modeli kullanılmıştır. Basitlik açısından uçak iniş takımı Şekil 1'de gösterildiği gibi çeyrek taşıt şeklinde modellenebilir. m<sub>1</sub> uçak gövde kütlesini, m<sub>2</sub> tekerlek kütlesini temsil etmektedir.



Şekil 1: İniş takımı modeli

Kütle değerleri  $m_1 = 11739 \text{ kg}, m_2 = 300 \text{ kg}$ , rijitlik değerleri  $k_t = 300000 \text{ N/m}, k_s = 252000 \text{ N/m}$  ve sönüm değeri  $c_s = 10000 \text{ Ns/m}$  olarak alınmıştır [4]. Sistemin hareket denklemi

$$M\ddot{\mathbf{x}}(t) + C\dot{\mathbf{x}}(t) + K\mathbf{x}(t) = F\mathbf{u}(t-h) + E\mathbf{w}(t) \qquad (25)$$

şeklinde ifade edilebilir. Bu ifade yardımıyla sistemin durum uzay modeli aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_{\mathbf{h}}\mathbf{u}(t - \mathbf{h}(t)) + \mathbf{B}_{\mathbf{w}}\mathbf{w}(t)$$
(26)

Burada,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{k}_{s}/\mathbf{m}_{1} & -\mathbf{k}_{s}/\mathbf{m}_{1} & -\mathbf{c}_{s}/\mathbf{m}_{1} & \mathbf{k}_{s}/\mathbf{m}_{1} \\ -(\mathbf{k}_{s} + \mathbf{k}_{t})/\mathbf{m}_{2} & \mathbf{k}_{s}/\mathbf{m}_{2} & \mathbf{c}_{s}/\mathbf{m}_{2} & -\mathbf{c}_{s}/\mathbf{m}_{2} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}_{w} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ k_{v}/m_{2} \end{bmatrix}, \ \mathbf{B}_{u} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1/m_{1} \\ 1/m_{2} \end{bmatrix}$$

şeklindedir. Denetleyici tasarımı için Matlab paket programında Yalmip arayüzü ve Sedumi çözücüsü kullanılmıştır [14,15]. Bozucu giriş olarak Şekil 2'de gösterilen, birinci derece filtre içeren rassal yol profili uygulanmıştır. Yol pürüzlülük standartlarından D (düşük kalite) profili parametreleri kullanılarak benzetim çalışması yapılmıştır [6].



Şekil 2: Yol pürüzlülüğü



Şekil 3: Nominal sistem zaman cevapları

Gecikmenin sistem üzerindeki etkisini gözlemlemek amacıyla ilk olarak nominal sisteme gecikmeye bağlı olmayan bir  $L_2$  kazançlı eniyi denetleyici uygulanmıştır [11]. Şekil 3'te verilen zaman cevaplarından görebileceğimiz gibi oldukça iyi sönüm performansı alınmasına karşın Şekil 4'te görüldüğü gibi denetim sinyalindeki 0.0081 saniyelik gecikmeden itibaren kapalı çevrim sistem kararlılığını kaybetmektedir.



# *Şekil 4:* Zaman gecikmesinden bağımsız kontrolör için gövde yer değiştirme zaman cevapları

Denetim kuvvetinin gecikmeye bağlı hesaplanmaması çok küçük zaman gecikmelerinde bile kararsızlığa neden olduğundan, denetim kuvvetini gecikmeye bağlı olarak hesaplanması gerekliliği ortaya çıkmaktadır. Bu nedenle çalışmada gecikmeye bağlı dayanıklı  $L_2$  kazançlı eniyi denetleyici sentezi geliştirilmiştir. Denetleyici tasarımında, sistemdeki belirsizliklerin yapısını gösteren matrisleri,

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{M}_s^{-1}\mathbf{K}_s & -\mathbf{M}_s^{-1}\mathbf{C}_s \end{bmatrix}, \ \mathbf{E}_{\mathbf{A}} = \mathbf{I}, \ \mathbf{F}(t) = \overline{p}f_i(t)\mathbf{I}$$

şeklinde seçilmiştir. Burada  $\overline{p} > 0$  şartıyla,  $\overline{p}$  kapalıçevrim sistemin kararlılık sınırlarında sistemdeki parametre belirsizliğinin ulaşabileceği en üst belirsizlik sınırını gösteren değerdir. En büyük iterasyon sayısı  $k_{\text{max}} = 900$  seçilerek, konik tamamlayıcı algoritması ile gecikme zamanının ulaşılabilir en üst sınırı  $\overline{h} = 0.0142$ saniye, en düşük bozucu bastırma seviyesi  $\gamma = 25.58$ , en büyük parametre belirsizliği sınırı  $\overline{p} = \%14$  ve denetim kazancı  $K = 10^{5} \times [1.7879 - 2.9801 - 2.9801 - 0.0245 0.0262]$ olarak es zamanlı olarak hesaplanmıştır. Sekil 5'te uçak gövdesinin yer değiştirme, ivme , süspansiyon sapmasının zaman cevapları ve denetim kuvveti gösterilmektedir. genliklerinin, tasarlanan denetleyici ile Titresim uygulanabilir bir denetim kuvveti yardımıyla başarılı bir şekilde bastırılabildiği zaman cevaplarından görülebilmektedir.



Şekil 5: Gövde yer değiştirme, ivme, süspansiyon sapması ve kontrol kuvveti zaman cevapları

## V. Sonuçlar

Bu çalışmada eyleyici gecikmesine bağlı dayanıklı  $L_2$ kazançlı eniyi denetleyici elde edilmiştir. Bu denetleyicide konik tamamlayıcı algoritma kullanılarak kapalı çevrim kararlılığı garanti edilmiş, ulaşılabilir en yüksek zaman gecikmesi ve parametre belirsizliği, en düşük bozucu

bastırma seviyesi eş zamanlı olarak belirlenmiştir. Denetleyicinin etkinliği uçaklarda en önemli komponentlerin başında gelen iniş takımı modeli kullanılarak gösterilmiştir. Çok küçük zaman gecikmelerinde dahi kararsızlık probleminin ortaya çıkması, uçak iniş takımı için gecikmeye bağlı bir denetleyici tasarımı ihtiyacını ortaya koymuştur. Benzetim çalışmaları ile önerilen denetleyicinin eyleyici gecikmesi ve normu sınırlı parametre belirsizliği durumunda sistemin kararlılığını garanti ettiği ve başarılı bir titreşim sönüm performansına sahip olduğu gösterilmiştir.

#### Kaynakça

- Krüger W.,Besselink I., Cowling D., Doan D.B., Kortüm W. ve Krabacher W. Aircraft Landing Gear Dynamics: Simulation and Control, Vehicle System Dynamics, 28(2-3),119-158,1997
- [2] Currey N.S., Aircraft landing gear design: Principles and practices, American Institute of Aeronautics and Astronautics Inc., 1988
- [3] Li Y., Gao B. ve Guan W., Fault-tolerant Control for Semiautonomous Damper, 25th Chinese Control and Decision Conference, Guiyang, China, 623 – 628, 2013
- [4] Zapateiro M., Pozo F., Rossell J. M., Karimi H.R, Luo N., Landing Gear Suspension Control through Adaptive Backstepping Techniques with H<sub>∞</sub> Performance, 18th IFAC World Congress, Milano, Italy, 4809-4814, 2011
- [5] Hua-Lin L., Yong ., Qi H., Jian L., Fuzzy PID control for landing gear based on magneto-rheological (MR) damper Int. Conf. on Apperceiving Computing and Intelligence Analysis, Chengdu, 22-25, 2009
- [6] Sivakumar S., Haran A. P., Aircraft Random Vibration Analysis Using Active Landing Gears, Journal of Low Frequency Noise Vibration and Active Control, 34(3), 307-322, 2015

- [7] Gu K., Kharitonov V., Chen J., Stability of time delay system, Birkhauser: Basel, Boston, 2003
- [8] Zhao Y., Sun W., Gao H., Robust Control Synthesis for Seat Suspension Systems with Actuator Saturation and Time-Varying Input Delay, Journal of Sound and Vibration, 329(21), 4335–4353 ,2010
- [9] Du H., Zhang, N. H<sub>∞</sub>Control of Active Vehicle Suspensions with Actuator Time Delay, Journal of Sound and Vibration, 301(1-2), 236–252 ,2007
- [10] Yazici H., Guclu R., Kucukdemiral I.B., Parlakci M.N.A, Robust Delay-Dependent H<sub>∞</sub> Control for Uncertain Structural Systems with Actuator Delay, Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control 134(3), 1-15, 2012
- [11] Boyd S., Ghaoui L.E., Feron E., Balakrishnan V., Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory, Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia, 1994
- [12] Petersen I. R., Hollot C.V., A Riccati Equation Approach to the Stabilization of Uncertain Linear Systems, Automatica, 22(4), 397-411, 1986
- [13] Ghaoui L., Qustry F., Rami M., A Cone Linearization Algorithm for Static Output-Feedback and Related Problems, IEEE Transactions on Automatic Control, 42(8),1171-1176, 1997.
- [14] J. Löfberg, Yalmip: A Toolbox for Modeling and Optimzation in MATLAB, Proc. of the CACSD Conference, Taipei, Taiwan, 2004.
- [15] J.F Strum, Using SeDuMi 1.02 a Matlab for Optimization Over Symmetric Cones, Optimization Methods and Software, 11(2), 625-653, 1999

## Titreşim Sönümleme Sistemleri İçin Model Erişimli Gürbüz Uyarlamalı Kontrolcü Tasarımı ve Taşıt Süspansiyon Sistemine Uygulanması

R. Burkan\* İstanbul Üniversitesi İstanbul C. Özbek † Beykent Üniversitesi İstanbul Ö.C. Özgüney ‡ İstanbul Üniversitesi İstanbul

Özet— Model-referans uyarlamalı kontrolcü, kontrol edilen sistemin çıkışlarının belirlenen bir referans modelin çıkışlarını takip etmesi için kullanılır. Model-erişimli uvarlamalı kontrolcü ise, kontrol edilen sistemin çıkışlarının referans model kullanmaksızın hedeflenen herhangi bir harekete erişmesi için kullanılır. Bu çalışmada, titreşim sönümleme sistemleri için model erişimli gürbüz-uyarlamalı kontrol kuralı geliştirilmiştir. Sistemin bilinmeyen, modellenen (kütle, yay, sönümleme gibi) parametreleri ile bilinmeyen, modellenmeyen (sürtünmeler veya dış bozucu büyüklükler gibi) parametreleri için parametre uyarlama kuralları tanımlanmıştır. Daha sonra, Lyapunov esaslı Corless-Leitmann yaklaşımı kullanılarak gürbüz kontrolcü tasarımı sağlanmış ve sistemin kararlılığı garanti edilmiştir. Bilinen kontrolcü ile geliştirilen yeni gürbüzuyarlamalı kontrolcü çeyrek taşıt aktif süspansiyon sistemine uvgulanmıştır. Bilgisavar benzetimi sonrasında, taşıt üzerindeki titreşimlerin önemli ölçüde azaldığı, insanı rahatsız eden ivmelerin en aza indirilerek sürüş konforunun iyileştirildiği ve taşıt ana kütlesinin hedeflenen ideal skyhook hareketine daha hızlı bir şekilde ulaştığı gözlemlenmiştir.

Anahtar kelimeler: uyarlamalı kontrol, gürbüz kontrol, Lyapunov kararlılığı, model erişimli uyarlamalı kontrol, parametre belirsizliği, sürüş konforu, süspansiyon sistemi

Abstract— Model-reference adaptive controller is used to force the outputs of a plant to track the outputs of a specified reference model. Model-reaching adaptive controller is used to achieve any targeted dynamics without using a reference model. In this study, a model reaching robust-adaptive control law is developed for vibration isolation systems. Parameter update laws are defined for unknown, modelled parameters (such as mass, spring and damping) and unknown, unmodelled parameters (such as friction or external disturbances). Then, Lyapunov based Corless-Leitmann approach is used for designing of the robust control law, thus stability of the uncertain system is guaranteed. The known adaptive and the developed robust-adaptive controllers are applied to a quarter car active suspension system. After computer simulations, it is observed that the ride comfort is improved, the accelerations that discomfort human beings is minimized and the vehicle main body is reached more rapidly to the targeted ideal skyhook dynamics.

Keywords: adaptive control, robust control, Lyapunov stability, model reaching adaptive control, parameter uncertainty, ride comfort, suspension system

#### I Giriş

Pasif süspansiyon sistemlerinde sürüş konforu ve araç yol tutuşu arasında bir ödünleşme söz konusudur. Konforun istendiği durumlarda daha yumuşak, araç yol tutuşunun daha iyi olmasının istendiği durumlarda ise daha sert bir süspansiyona gereksinim duyulmaktadır. Dolayısıyla, önceki çalışmalarda süspansiyona ait yay ve sönüm katsayılarının belirlenmesine çalışılmıştır [1]. Ortaya çıkan bu ödünleşmeye karşın taşıt titreşimlerinin büyük ölçüde sönümlenmesine olanak sağlayan aktif süspansiyon sistemleri geliştirilmiştir.Bu süspansiyonların ürettiği kontrol kuvveti ile taşıt titreşimleri azaltılırken aynı zamanda belli bir oranda yol tutuş performansı da sağlanmış olur.

Aktif süspansiyon sistemleri, başlangıçta endüstride çok yaygın olarak kullanılan PID kontrolcüler ile kontrol edilmeye çalışılmışlardır [2], [3], [4]. Bu kontrolcü çeşidine ait kontrolcü katsayılarının sabit olması en önemli dezavantajlardan bir tanesi olmuştur.

Modellenen parametrelerin (kütle, yay ve damper etkilerinin) bilinmemesi veya değişmesi durumunda (örneğin, taşıtların yük veya yolculardan dolayı sürekli değişen kütlesi gibi) veya süspansiyon sürtünmeleri ile dış bozucu büyüklükler söz konusu olduğunda bu kontrolcüler yetersiz kalmaktadır. Bu nedenle uyarlamalı kontrol tekniği, parametreleri bilinmeyen veya zamanla değişen, lineer olmayan sistemlerin kontrolünde etkili olduğundan dolayı titreşim sönümleme ve aktif süspansiyon sistemlerinin kontrolünde ilgi odağı olmuştur [5], [6], [7]. Model-referans uyarlamalı kontrolcü, sistemi referans

<sup>\*</sup> burkanr@istanbul.edu.tr

<sup>+</sup> cengizozbek@beykent.edu.tr

<sup>+</sup> omur.ozguney@istanbul.edu.tr

modeli takip etmeye zorlamaktadır [8]. Daha sonra yapılan çalışmalarda, referans model olmaksızın sistemin hedeflenen dinamiğe erişmesini sağlayan model-erişimli uyarlamalı kontrol tekniği geliştirilmiştir [9]. Modeli izleme yerine, hedeflenen dinamiğin parametreleri tanımlanmıştır. Geliştirilen model-erişimli uyarlamalı kontrol tekniği [9] aktif süspansiyon sistemine uygulanmıştır [10]. Uyarlamalı kontrolcüler, parametrelerin belirsizliği durumunda iyi sonuç vermekte, ancak bozucu girişlere karşı duyarlı olmamaktadırlar.

Lyapunov esaslı, Corless-Leitmann [11] yaklaşımı, dinamik sistemlerin gürbüz kontrolü tasarımında kullanılan popüler metotlardan biridir. Bu metotla gürbüz kontrol kuralları geliştirilmiş ve hassas yörünge izleme kontrolü gerçekleştirilmiştir [12], [13], [14], [15]. [16]. Bu çalışmada, modellenen ve modellenemeyen parametre belirsizliklerine karşı duyarlı olan gürbüz-uyarlamalı kontrol kuralının geliştirilmesi amaçlanmıştır. Bu amaçla Lyapunov esaslı, Corless-Leitmann [11] yaklaşımı, kullanılarak titreşim sönümleme sistemleri için model erişimli gürbüz-uyarlamalı kontrol kuralı geliştirilmiş, aktif süspansiyon sistemine uygulanmıştır. İkinci bölümde, bu çalışma kısaca açıklanmış ve kararlılığı Lyapunov Teoremi'yle kanıtlanmıştır. Üçüncü bölümde, bilgisayar benzetimleri ile elde edilen grafikler yardımıyla bilinen ve geliştirilen kontrolcülerin karşılaştırılmaları yapılmıştır. Uygulanan kontrolcünün başarısına vurgu yapılmıştır. Dördüncü bölümde ise sonuçlar yorumlanarak gelecek çalışmalara öneriler sunulmuştur.

### II. Model Erişimli Uyarlamalı Kontrol:

Yer titreşimlerine maruz kalan n. dereceden aktif bir titreşim platformuna ait hareket denklemi aşağıdaki gibidir:



Şekil. 1. Sistemin; (a) ideal skyhook gösterimi, (b) klasik gösterimi

$$M\ddot{x} + C(\dot{x} - \dot{x}_0) + K(x - x_0) = Bu$$
(1)

Burada, M, C, K sistemin sırasıyla kütle, sönüm ve yay karakteristiği matrisleridir. B ise aktüatör yerleşiminden elde edilen nxr (r>=n) tam satır dereceli matristir. Bu çalışmada, ideal 'skyhook' sistemi hedef dinamik olarak seçilmiştir (Şekil 1). n. dereceden bir skyhook sönümleyicisinin hareket denklemi şu şekildedir [9]:

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + K(x - x_0) = 0$$
(2)

<sup>M</sup> pozitif tanımlı olduğundan bu matris birim matris şeklinde yazılarak hedef skyhook modeli aşağıdaki gibi basitleştirilebilir:

$$\ddot{x} + C\dot{x} + K(x - x_0) = 0$$
 (3)

'Model-Erişimli Uyarlamalı Kontrol' için dinamik manifold ve  $L(s) = (sI + \overline{C})^{-1}\overline{K}$ şeklinde ideal skyhook dinamiği, bilinen çalışmadaki gibi alınmıştır [9]:

$$\sigma = \mathbf{x} + \mathbf{L}(\mathbf{s})(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) \tag{4}$$

Burada, L(s) dinamik lineer operatörü ve s Laplace operatörüdür. Bu hareket, non-lineer, lineer veya başka herhangi bir hareket olabilir. L(s) dinamik manifold içerisinde aşağıdaki gibi yerine yazılır:

$$\sigma = \dot{x} + (sI + C)^{-1} K(x - x_0)$$
(5)

Daha sonra manifold üzerinde ( $\sigma=0$ ), denklem şu hale gelir:

$$\dot{\mathbf{x}} + (\mathbf{sI} + \overline{\mathbf{C}})^{-1}\overline{\mathbf{K}}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) = 0 \tag{6}$$

Bu denklem aşağıda da görüldüğü gibi tamamen hedeflenen skyhook sönüm denklemidir:

$$\ddot{\mathbf{x}} + \overline{\mathbf{C}}\dot{\mathbf{x}} + \overline{\mathbf{K}}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) = 0 \tag{7}$$

Burada  $\overline{C}$  ve  $\overline{K}$  matrisleri, her bir x<sub>i</sub>, i=1,2,...,n değişkenleri için skyhook hedef modeline ulaştığımızı öneren, genelde blok köşegen matrislerdir. Tek veya çok serbestlik dereceli bütün hareketler için  $W_s$  skyhook frekanslı ve  $\zeta_s$  skyhook sönümlemeli hedef dinamikler için  $\overline{K} = k \ddot{c} g(\left|w_s^2, w_s^2, ..., w_s^2\right|)$  ve  $\overline{C} = k \ddot{c} g(\left|2\zeta_s, 2\zeta_s, ..., 2\zeta_s\right|)$ şeklindedir [9].

M, C, K parametreleri bilinmediği zaman, manifold  $\sigma=0$ durumuna erişmek için, sistem dinamiğini çalıştırabilen geri beslemeli adaptif kontrol metodu tanımlanmıştır. M, C, K matrislerindeki bilinmeyen parametreler,  $\pi$  sütün matrisi şeklinde düzenlenmiştir:

$$K(x - x_0) + C(\dot{x} - \dot{x}_0) - M(sI + C)^{-1}Ks(x - x_0) = Y\pi$$
(8)

Burada Y, aşağıdaki gibi bir matristir:

$$Y = [x - x_0, \dot{x} - \dot{x}_0, (sI + \bar{C})^{-1} \bar{K} s(x - x_0)]$$
(9)

Aynı şekilde,  $\pi$  aşağıdaki gibi bir sütun matrisidir:

$$\pi = [K, C, M]^T \tag{10}$$

Bu parametreler ve eşitlikler dikkate alınarak Lyapunov fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$V = \frac{1}{2}\sigma^T M\sigma + \frac{1}{2}\tilde{\pi}^T P^{-1}\tilde{\pi}$$
(11)

Burada  $\sigma$  dinamik manifold, M sistemin pozitif tanımlı kütle matrisi, P önseçimli (adaptasyon katsayılarını içeren) sabit simetrik pozitif tanımlı matristir.  $\hat{\pi}$  vektörü ise  $\pi$ parametrelerine ait çevrimiçi tahminlerinin hata vektörüdür. Tahmin hatası da  $\hat{\pi} = \hat{\pi} - \pi$  şeklindedir. Lyapunov fonksiyonunun türevi aşağıdaki gibi elde edilir:

$$\dot{V} = \frac{1}{2}\sigma^T M \dot{\sigma} + \frac{1}{2}\tilde{\pi}^T P^{-1} \dot{\tilde{\pi}}$$
(12)

Denklem (5), Denklem (12)'de yerine yazılırsa, Denklem (12) aşağıdaki şekli alır:

$$\dot{V} = \sigma^{T} [M\ddot{x} + M(sI + \bar{C})^{-1} \bar{K}(x - x_{0})] + \dot{\tilde{\pi}}^{T} P^{-1} \tilde{\pi} (13)$$

Denklem (4) ve Denklem (8)'den faydalanılarak aşağıdaki denklem elde edilir:

$$\dot{V} = \sigma^{T} [Bu - K(x - x_{0}) - C(\dot{x} - \dot{x}_{0}) + M(sI + \bar{C})^{-1} \bar{K} s(x - x_{0})] + \dot{\pi}^{T} P^{-1} \tilde{\pi}$$
(14)

Denklem (1), Denklem (14)'te yerine yazılırsa Lyapunov foksiyonu aşağıdaki şekli alır:

$$\dot{V} = \sigma^T (Bu - Y\pi) + \dot{\tilde{\pi}}^T P^{-1} \tilde{\pi}$$
(15)

Burada  $k_{p}$ , nxn boyutlu seçilmiş kontrol paratemetrelerinden oluşan pozitif tanımlı bir matristir ve  $k_{p}\sigma$  hata üzerinde PD etkisi gösterir. Kontrol kuvveti aşağıdaki gibi seçilmiştir:

$$u = B^{-1}[Y\hat{\pi} - k_{\rm p}\sigma] \tag{16}$$

Denklem (16), Denklem (15)'te yerine yazılırsa aşağıdaki denklem elde edilir:

$$\dot{V} = -\sigma^T k_{\rm p} \sigma + \left(\sigma^T Y + \tilde{\pi} P^{-1} \dot{\hat{\pi}}\right) \tag{17}$$

Burada parametre adaptasyon kanunu şu şekilde seçilir [9]:

$$\dot{\hat{\pi}} = \dot{\tilde{\pi}}(t) = -PY^T \sigma(t) \tag{18}$$

Lyapunov fonksiyonunun türevi aşağıdaki şekli alır:

$$\dot{V} = -\sigma^T k_{\rm p} \sigma \tag{19}$$

 $\dot{V} \le 0$  olduğundan sistem kararlıdır [9].

#### A. Model-erişimli gürbüz uyarlamalı kontrolcü

Önceki çalışmalarda [9], [10] sadece model parametreleri bilinmeyen sistemin model-erişimli uyarlamalı kontrolü yapılmıştır. Bu çalışmada ise modellenemeyen parametrelerde hesaba katılarak ve [9], [11], [13], [14], [16] çalışmalarından yararlanarak sistemin, süspansiyon içerisindeki sürtünmeler ve dış bozucu etkilere karşı gürbüz olması istenmiştir.

Bu doğrultuda, Şekil.1'deki sisteme dış bozucu etkiler dâhil edilince sistemin denklemi aşağıdaki gibi olmaktadır:

$$M\ddot{x} + C(\dot{x} - \dot{x}_0) + K(x - x_0) + d = u$$
(20)

Burada *d* sistem üzerindeki modellenemeyen sürtünme kuvvetleri ve dış bozucu büyüklüklerdir. Denklem (20) aşağıdaki formda yazılabilir:

$$M\ddot{x} + C(\dot{x} - \dot{x}_0) + K(x - x_0) + d = Y(x, \dot{x}, \ddot{x})\pi + d$$
(21)

Parameterize edilmiş ve parameterize edilmemiş model belirsizlikleri ile bozucu dış büyüklüklere karşı gürbüzlüğü arttırmak için aşağıdaki gibi uyarlamalı kontrol cinsinden bir kontrol kanunu tanımlanmıştır:

$$u = u_a + u_d$$
$$u = Y\hat{\pi} + u_d - k_D\sigma$$
(22)

Burada  $u_a$ , Denklem (16)' daki ile aynıdır.  $u_d$ , sistemdeki sürtünmeler veya dış bozucu büyüklüklere karşı gürbüzlüğü arttırmak için tasarlanan ek kontrol girdisidir. Parameterize edilmemiş model belirsizliği ve bozucu dış büyüklük sabit olmayıp şu şekilde sınırlıdır:

$$\|d\| < \rho_{\rm d1} \tag{23}$$

Burada  $\rho_{d1} \in \mathbb{R}$ , bozucu dış etkiler üzerinde belirsizlik üst sınırıdır ve bilinmediği kabul edildiğinden sistemi uygun bir şekilde kontrol etmek için  $\rho_{d1}$ 'in bir tahmin kanunu ile tahmin edilmesi gerekmektedir.  $\hat{\rho}_{d1}$ ,  $\rho_{d1}$ 'in tahminini gösterir ve  $\tilde{\rho}_{d1}$  tahmin hatası [13]'ye dayalı olarak aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$\tilde{\rho}_{d1} = \rho_{d1} - \hat{\rho}_{d1} \tag{24}$$

Yeni bir kontrolcü tanımlamak için aşağıdaki gibi bir teorem verilmiştir: *Teorem 1:* 

 $\mathcal{E}_d > 0$  şeklinde pozitif sayı olsun. Denklem (22)'deki  $\hat{\pi}$  ve <sup>u</sup><sub>d</sub> şöyle tanımlanmıştır:

$$\mathbf{u}_{d} = \begin{cases} \frac{\sigma}{\|\sigma\|} \hat{\rho}_{d} & Eger \quad \|\sigma\| > \varepsilon_{d} \\ \frac{\sigma}{\varepsilon_{d}} \hat{\rho}_{d} & Eger \quad \|\sigma\| \le \varepsilon_{d} \\ \vdots \dot{\pi} = -P^{-1}Y^{T}\sigma (25) \end{cases}$$

Daha sonra  $\hat{\rho}_{d1}$ ,  $\hat{\rho}_{d2}$  ve  $\hat{\rho}_d$  şöyle tanımlanır:

$$\hat{\rho}_{d2} = \frac{\psi^{2}}{\gamma} (e^{-\gamma \int \|\sigma\|_{d1}} - e^{-2\gamma \int \|\sigma\|_{d1}})_{; \hat{\rho}_{d}} = \hat{\rho}_{d1} + \hat{\rho}_{d2}$$
(26)

Burada  $b_1 \in \mathbb{R}^+$  ve  $\psi$ ,  $\gamma \in \mathbb{R}$  adaptasyon katsayılarıdır. Daha sonra kontrol kanunu (25) süreklidir ve kapalı çevrim sistem kararlı olup izleme hatası uniform sınırlıdır.

Kanıt:

c

Teoremi kanıtlamak için, aşağıdaki gibi bir Lyapunov fonksiyonu tanımlanır:

$$V = \frac{1}{2}\sigma^{T}M\sigma + \frac{1}{2}\tilde{\pi}^{T}P^{-1}\tilde{\pi} + \frac{1}{2b_{1}}\tilde{\rho}_{d1}^{2} + \frac{1}{2}\varphi^{2}\hat{\rho}_{d2}^{2} \ge 0$$
(27)

Burada  $\phi$  zamana bağlı bir matristir. V'nin zamana bağlı türevi şu şekildedir:

$$\begin{split} \dot{\mathbf{V}} &= \boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{T}} \mathbf{M} \dot{\boldsymbol{\sigma}} + \widetilde{\boldsymbol{\pi}}^{\mathrm{T}} \mathbf{P}^{-1} \dot{\widetilde{\boldsymbol{\pi}}} \\ &+ \frac{1}{b_1} \widetilde{\boldsymbol{\rho}}_{d1} \dot{\hat{\boldsymbol{\rho}}}_{d1} + \hat{\boldsymbol{\rho}}_{d2}^2 \boldsymbol{\phi} \dot{\boldsymbol{\phi}} + \hat{\boldsymbol{\rho}}_{d2} \dot{\hat{\boldsymbol{\rho}}}_{d2} \boldsymbol{\phi}^2 \end{split} \tag{28}$$

Denklem (5) ve Denklem (24), Denklem (28)'de yerine yazılırsa aşağıdaki eşitlik elde edilir:

$$\dot{\mathbf{V}} = \sigma^{1} [M\dot{\mathbf{x}} + M(sI + \bar{C})^{-1} \bar{K}s(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{0})] + \tilde{\pi}^{T} P^{-1} \dot{\bar{\pi}}_{1} - \frac{1}{b_{1}} (\rho_{d1} - \hat{\rho}_{d1}) \dot{\bar{\rho}}_{d1} + \hat{\rho}_{d2}^{2} \phi \dot{\phi} + \hat{\rho}_{d2} \dot{\bar{\rho}}_{d2} \phi^{2}$$
(29)

Denklem (8) ve Denklem (20)'den faydalanılarak aşağıdaki denklem elde edilir:

$$\begin{split} \dot{\mathbf{V}} &= \boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{T}} [\mathbf{u} - \mathbf{Y} \boldsymbol{\pi} - \mathbf{d})] \\ &+ \widetilde{\boldsymbol{\pi}} \mathbf{P}^{-1} \dot{\widetilde{\boldsymbol{\pi}}} - \frac{1}{\mathbf{b}_{1}} (\boldsymbol{\rho}_{d1} - \hat{\boldsymbol{\rho}}_{d1}) \dot{\boldsymbol{\rho}}_{d1} \\ &+ \hat{\boldsymbol{\rho}}_{d2}^{2} \boldsymbol{\phi} \dot{\boldsymbol{\phi}} + \hat{\boldsymbol{\rho}}_{d2} \dot{\boldsymbol{\rho}}_{d2} \boldsymbol{\phi}^{2} \end{split}$$
(30)

Denklem (22), Denklem (26)'da yerine yazılırsa Denklem (30) aşağıdaki şekli alır:

$$\begin{split} \dot{\mathbf{V}} &= \boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{T}} [\mathbf{Y} \hat{\boldsymbol{\pi}} - \mathbf{Y} \boldsymbol{\pi})] + \boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{T}} \mathbf{u}_{\mathrm{d}} - \boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{T}} \mathbf{K} \boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{T}} \mathbf{d} \\ &+ \widetilde{\boldsymbol{\pi}}^{\mathrm{T}} \mathbf{P}^{-1} \dot{\vec{\boldsymbol{\pi}}} - \frac{1}{b_{1}} (\rho_{\mathrm{d}1} - \hat{\rho}_{\mathrm{d}1}) \dot{\hat{\rho}}_{\mathrm{d}1} \\ &+ \hat{\rho}_{\mathrm{d}2}^{2} \boldsymbol{\varphi} \dot{\boldsymbol{\varphi}} + \hat{\rho}_{\mathrm{d}2} \dot{\hat{\rho}}_{\mathrm{d}2} \boldsymbol{\varphi}^{2} \end{split}$$
(31)

Denklem (31) aşağıdaki gibi düzenlenir:

Yani [10]:

$$\begin{split} \dot{\mathbf{V}} &= \mathbf{Y}^{\mathrm{T}} \mathbf{\sigma} \widetilde{\pi} + \widetilde{\pi}^{\mathrm{T}} \mathbf{P}^{-1} \dot{\widetilde{\pi}} + \mathbf{\sigma}^{\mathrm{T}} \mathbf{u}_{\mathrm{d}} - \mathbf{\sigma}^{\mathrm{T}} \mathbf{K} \mathbf{\sigma} - \mathbf{\sigma}^{\mathrm{T}} \mathbf{d} - \\ &- \frac{1}{b_{1}} (\rho_{\mathrm{d}1} - \dot{\rho}_{\mathrm{d}1}) \dot{\rho}_{\mathrm{d}1} + \dot{\rho}_{\mathrm{d}2}^{2} \phi \dot{\phi} + \dot{\rho}_{\mathrm{d}2} \dot{\rho}_{\mathrm{d}2} \phi^{2} \end{split}$$
(32)

 $\rho_{d1}$  sabit olduğu için  $\dot{\tilde{\rho}}_{d1} = -\dot{\hat{\rho}}_{d1}$ , dir. Aşağıdaki gibi bir adaptasyon kanunu seçilir:

$$Y^{T}\sigma + P^{-1}\dot{\widetilde{\pi}} = 0 \tag{33}$$

$$\dot{\widetilde{\pi}}_1 = -\mathbf{P}^{-1}\mathbf{Y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\sigma} \tag{34}$$

 $\pi$  sabit olduğu için  $\dot{\tilde{\pi}} = \dot{\hat{\pi}}$  'dir. O halde, Denklem (32)'deki terim şu hale gelir:

$$\dot{\mathbf{V}} = \boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{T}} \mathbf{u}_{\mathrm{d}} - \boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{T}} \mathbf{k}_{\mathrm{D}} \boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{T}} \mathbf{d} - \frac{1}{b_{1}} (\boldsymbol{\rho}_{\mathrm{d1}} - \hat{\boldsymbol{\rho}}_{\mathrm{d1}}) \dot{\boldsymbol{\rho}}_{\mathrm{d1}} + \hat{\boldsymbol{\rho}}_{\mathrm{d2}}^{2} \boldsymbol{\varphi} \dot{\boldsymbol{\varphi}} + \hat{\boldsymbol{\rho}}_{\mathrm{d2}} \dot{\hat{\boldsymbol{\rho}}}_{\mathrm{d2}} \boldsymbol{\varphi}^{2}$$
(35)

Denklem (22)'deki  $\hat{\hat{\rho}}_{d1} = -b_1 \|\sigma\|$  terimi, Denklem (35) içine yazılırsa Denklem (35) aşağıdaki şekli alır.

$$\dot{\mathbf{V}} = \boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{T}} \mathbf{u}_{\mathrm{d}} - \boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{T}} \mathbf{k}_{\mathrm{D}} \boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\sigma}^{\mathrm{T}} \mathbf{d} + \boldsymbol{\rho}_{\mathrm{d1}} \|\boldsymbol{\sigma}\| - \hat{\boldsymbol{\rho}}_{\mathrm{d1}} \|\boldsymbol{\sigma}\| + \hat{\boldsymbol{\rho}}_{\mathrm{d2}}^{2} \boldsymbol{\varphi} \dot{\boldsymbol{\varphi}} + \hat{\boldsymbol{\rho}}_{\mathrm{d2}} \hat{\boldsymbol{\rho}}_{\mathrm{d2}} \boldsymbol{\varphi}^{2}$$
(36)

B1. Bilinmeyen sürtünme kuvvetleri ve dış bozucu büyüklükler için uyarlamalı kompansatörler:

Süspansiyon sistemindeki bilinmeyen sürtünme kuvvetleri ve dış bozucu büyüklükleri kontrol için  $\varphi$  fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanır [16]:

$$\varphi = \frac{e^{\gamma \int \|\sigma\| dt}}{\psi}$$
(37)

 $\dot{V} \leq 0$  ifadesini sağlayan <sup>u</sup>d kontrol girişi için kesin bir kural yoktur. Teoremi kanıtlamak için ve uygun bir φ fonksiyonunu bulmak için sistem durum parametreleri ve matematiksel bakış açısı kullanılır. Denklem (22)'den,  $\hat{\rho}_{d2}$  şu şekilde yazılır:

$$\dot{\hat{\rho}}_{d2} = \frac{\psi^2}{\gamma} (-\mathrm{e}^{-\gamma \int \|\sigma\| \mathrm{d}t} + 2\mathrm{e}^{-2\gamma \int \|\sigma\| \mathrm{d}t})(\gamma \|\sigma\|)$$
(38)

Eğer  $\hat{\rho}_{d2}$ ,  $\dot{\hat{\rho}}_{d2}$ ,  $\varphi$  ve  $\dot{\varphi}$  Denklem (36)'da yerine yazılırsa,  $\hat{\rho}_{d2}^2 \varphi \dot{\varphi} + \hat{\rho}_{d2} \dot{\hat{\rho}}_{d2} \varphi^2$  terimi şu hale gelir:

$$\begin{split} \hat{\rho}_{d2}^{2} \varphi \dot{\varphi} + \hat{\rho}_{d2} \dot{\hat{\rho}}_{d2} \varphi^{2} &= \frac{\psi^{4}}{\gamma^{2}} \left( e^{-\gamma \int ||\sigma| dt} - e^{-2\gamma \int ||\sigma| dt} \right)^{2} \psi^{-2} e^{2\gamma \int ||\sigma| dt} (\gamma ||\sigma||) \\ &+ \frac{\psi^{4}}{\gamma^{2}} \left( e^{-\gamma \int ||\sigma| dt} - e^{-2\gamma \int ||\sigma| dt} \right) \psi^{-2} e^{2\gamma \int ||\sigma| dt} (-e^{-\gamma \int ||\sigma| dt} + 2 e^{-2\gamma \int ||\sigma| dt}) (\gamma ||\sigma||) \\ &= \frac{\psi^{4}}{\gamma^{2}} \left( e^{-2\gamma \int ||\sigma| dt} - 2 e^{-3\gamma \int ||\sigma| dt} + e^{-4\gamma \int ||\sigma| dt} - e^{-2\gamma \int ||\sigma| dt} + 3 e^{-3\gamma \int ||\sigma| dt} \\ &- 2 e^{-4\gamma \int ||\sigma| dt} \right) \psi^{-2} e^{2\gamma \int ||\sigma| dt} (\gamma ||\sigma||) \\ &= \frac{\psi^{2}}{\gamma} \left( e^{-\gamma \int ||\sigma| dt} - e^{-2\gamma \int ||\sigma| dt} \right) ||\sigma|| \end{split}$$

$$(39)$$

Daha sonra Denklem (36) şu şekilde elde edilir:

$$\begin{split} \dot{\mathbf{V}} &= -\sigma^{\mathrm{T}} \mathbf{k}_{\mathrm{D}} \sigma + \|\sigma\|\rho_{d1} - \sigma^{\mathrm{T}} \mathbf{d} + \|\sigma\|\hat{\rho}_{d1} + \sigma^{\mathrm{T}} \mathbf{u}_{d} \\ &+ \frac{\Psi^{2}}{\gamma} (\mathbf{e}^{-\gamma \int \|\sigma\| \mathrm{d} \mathbf{t}} - \mathbf{e}^{-2\gamma \int \|\sigma\| \mathrm{d} \mathbf{t}}) \|\sigma\| \\ &\leq -\sigma^{\mathrm{T}} \mathbf{k}_{\mathrm{D}} \sigma + \|\sigma\| (-\|\mathbf{d}\| + \rho_{d1}) \\ &+ \|\sigma\|\hat{\rho}_{d1} + \sigma^{\mathrm{T}} \mathbf{u}_{d} + \|\sigma\|\hat{\rho}_{d2} \\ &\leq -\sigma^{\mathrm{T}} \mathbf{k}_{\mathrm{D}} \sigma + \|\sigma\| (\hat{\rho}_{d1} + \hat{\rho}_{d2}) + \sigma^{\mathrm{T}} \mathbf{u}_{d} \\ &\leq -\sigma^{\mathrm{T}} \mathbf{k}_{\mathrm{D}} \sigma + \|\sigma\|\hat{\rho}_{d} + \sigma^{\mathrm{T}} \mathbf{u}_{d} \end{split} \tag{40}$$

 $\hat{\rho}_{d2} = \frac{\psi^2}{\gamma} (\mathrm{e}^{-\gamma \int \|\sigma\| \mathrm{d}t} - \mathrm{e}^{-2\gamma \int \|\sigma\| \mathrm{d}t})$ 

Burada

 $\hat{\rho}_d = \hat{\rho}_{d1} + \hat{\rho}_{d2}$ şeklindedir. Teoremi kanıtlamak için burada iki durum göz önünde bulundurulmuştur:

Durum 1: 
$$\|\sigma\| \ge \varepsilon_d$$
  
Durum 1 için, kontrol girişi  $u_d = -\frac{\sigma}{\|\sigma\|}\hat{\rho}_d$  şeklinde

tanımlanır. Daha sonra, Denklem (35) şu şekilde elde edilir:

$$\dot{\mathbf{V}} = -\sigma^{\mathrm{T}} \mathbf{k}_{\mathrm{D}} \sigma + \|\sigma\|\hat{\rho}_{d} - \frac{\sigma^{T} \sigma \hat{\rho}_{d}}{\|\sigma\|}$$
  
$$\leq -\sigma^{\mathrm{T}} \mathbf{k}_{\mathrm{D}} \sigma + \|\sigma\|(\hat{\rho}_{d} - \hat{\rho}_{d}) \leq 0$$
(41)

Burada, k<sub>D</sub> pozitif olduğu için  $V \le 0$  ve sistem kararlıdır. Denklem (41), V'nin pozitif sürekli fonksiyon olduğunu gösterir ve V,  $t \to \infty$  için bir sabite yönelir. Ayrıca V sınırlı kalır. Bu  $\sigma$ 'nın sınırlı olduğunu ve sıfıra yakınsadığını belirtir. Bu durum  $\rho_1$  ve  $\rho_d$  'nin sınırlı olduğunu gösterir.

Durum 2: 
$$\|\sigma\| \le \varepsilon$$
  
Durum 2 için, kontrol girişi  $u_d = -\frac{\sigma}{\varepsilon_d} \hat{\rho}_d$ şeklinde

tanımlanır. Daha sonra, Denklem (35) şu şekilde elde edilir:

$$\begin{split} \dot{V} &\leq -\sigma^{\mathrm{T}} \mathbf{k}_{\mathrm{D}} \sigma + \|\sigma\|\hat{\rho}_{\mathrm{d}} - \sigma^{\mathrm{T}} \frac{\sigma}{\varepsilon_{\mathrm{d}}} \hat{\rho}_{\mathrm{d}} \\ &\leq -\sigma^{\mathrm{T}} \mathbf{k}_{\mathrm{D}} \sigma + \|\sigma\|(\hat{\rho}_{\mathrm{d}} - \frac{\|\sigma\|}{\varepsilon_{\mathrm{d}}} \hat{\rho}_{\mathrm{d}}) \end{split}$$
(42)

 $\|\sigma\| = \varepsilon_d/2$  olduğu zaman bu son terim  $\varepsilon_d \rho_d/4$  maksimum değerine ulaşır. Şu şekilde bir denklem tanımlanır:

$$\dot{\mathbf{V}} \leq -\sigma^{\mathrm{T}} k_D \sigma + \varepsilon_d \, \frac{\dot{\rho}_d}{4} \tag{43}$$

[13] ve [16] çalışmalarına dayanarak  $\|\sigma\|$ >w için  $\dot{V} \leq 0$  olduğu gösterilir. Burada w şu şekildedir:

$$w = \sqrt{\frac{\varepsilon_{\rm d}\hat{\rho}_{\rm d}}{4\delta_{\rm min}(k_{\rm D})}} \tag{44}$$

Burada δmin(k<sub>D</sub>), k<sub>D</sub>'nin minimum öz değerini gösterir.

#### III. Benzetim Sonuçları

Önceki çalışmalarda [9], [10] sadece model parametreleri bilinmeyen sistemin model erişimli uyarlamalı kontrolü gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmada ise Corless-Leitmann [11] yaklaşımı ile [13], [15] ve [16] çalışmaları esas alınarak model erişimli gürbüz uyarlamalı kontrol kuralı geliştirilmiştir. Böylelikle, sistem içerisindeki sürtünmeler ve dış bozucu etkilere karşı sistemin gürbüz olması sağlanmıştır. Şekil 2'de modelerişimli uyarlamalı kontrolcünün çeyrek taşıt aktif süspansiyon sistemine uygulanması şematik olarak gösterilmiştir. Teorik olarak, ana gövde üzerine yerleştirilen hız sensörü ile ana gövdenin düşey hızı ölçülür. Yine ana gövde üzerinde bulunan açıklık sensörü ile süspansiyon açıklığı ölçülür. Sistemin ölçülen bu durumları  $\sigma$  denkleminde hesaplanır.  $\sigma$ 'nın aldığı değerlere göre aktüatör kuvvet üretir. σ=0 değerine ulaştığında ise taşıt ana gövdesi, hedeflenen ideal skyhook hareketine ulaşmış olur.

ve



Şekil. 2. Model erişimli gürbüz-uyarlamalı kontrolcünün çeyrek taşıta uygulanması [10]

Çeyrek taşıt aktif süspansiyon sistemine ait hareket denklemleri Lagrange Metodu'yla elde edilmiş olup aşağıda verilmiştir [10]:

$$m_{1}\ddot{\mathbf{x}}_{1} + c_{1}(\dot{\mathbf{x}}_{1} - \dot{\mathbf{x}}_{2}) + k_{1}(\mathbf{x}_{1} - \mathbf{x}_{2}) = \mathbf{u}$$
(45)

$$m_2\ddot{\mathbf{x}}_2 + c_1(\dot{\mathbf{x}}_2 - \dot{\mathbf{x}}_1) + k_1(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1) + k_2(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_0) = -\mathbf{u}$$
(46)

Burada;  $m_1$ : Taşıt ana gövdesinin <sup>1</sup>/<sub>4</sub> kütlesi,  $k_1$ : Süspansiyon yay katsayısı,  $k_2$ : Tekerlek yay katsayısı,  $c_1$ : Süspansiyon sönümleme katsayısı,  $\mathbf{x}_0$ :Yol girişi,  $\mathbf{x}_1$ : Taşıt ana gövdesinin düşey hareketi,  $\mathbf{x}_2$ : Lastik-aks kütlesinin düşey hareketi,  $\mathbf{u}$ : Kontrolcü kuvvetidir. Bilgisayar benzetimleri için, taşıt  $x_0 = A.\sin(w.t)$ , ve

Bilgisayar benzetimleri için, taşıt  $x_0 = 1.5$  m(*w.r.*), ve A=0.05 m, w=9 rad/s şeklinde sinüzoidal bir bozucu yol girişine maruz bırakılmıştır (Şekil 3). Çeyrek taşıt modeline ait parametreler Tablo 1'de verilmiştir [17]:

| Taşıt Parametreleri | Büyüklükleri |
|---------------------|--------------|
| $m_1$               | 253 kg       |
| $m_2$               | 42 kg        |
| $k_l$               | 16434 N/m    |
| $k_2$               | 97939 N/m    |
| C 1                 | 1345 Ns/m    |

TABLO 1. Çeyrek taşıt modeline ait parametreler [17]



Kontrolcü kuvveti, çeyrek taşıt aktif süspansiyon sistemine uygulandığında Şekil 4-10'daki gibi sonuçlar elde edilmiştir. Burada, kontrolcüye ait parametreler

$$\begin{split} \overline{K} &= 1.44 . \ \overline{C} = 1.67; \quad \text{ve } k_D = 7500 . \ P = k \ddot{o} \$ [2e6 \ 5e4 \ 1e3] \\ . \ \varepsilon_d &= k \ddot{o} \$ [111] . \ \psi = k \ddot{o} \$ [100 \ 100 \ 100] , \ \gamma = k \ddot{o} \$ [10 \ 101 \ 10] , \\ \dot{b}_1 &= k \ddot{o} \$ [100 \ 100 \ 100] \\ \$ \text{ seklinde deneme-yanılma yoluyla} \end{split}$$

elde edilmiştir.

















Şekil. 10. Düşey ivmenin frekans cevabı

Bu çalışmanın iki önemli amacı vardır. Birincisi çeyrek taşıt modelinin hedeflenen ideal skyhook dinamiğini yakalaması, ikincisi ise önceki çalışmalardan [9], [10] farklı olarak sisteme etkiyen dış bozucu büyüklüklere karşı duyarlı olacak şekilde taşıtta seyir konforunun iyileştirilmesidir. Taşıt seyir konforunun iyileştirilmesi için, taşıt ana kütlesinin düşey salınımı ve ivmesinin mümkün olduğunca azaltılması gerekmektedir [18]. Şekil 4 ve Şekil 5'te görüldüğü gibi m1 kütlesinin düşey yer değiştirmesi ve ivmesi, geliştirilen gürbüz-uyarlamalı kontrolcü ile pasif sisteme göre oldukça azaltılmış ve uyarlamalı kontrolcüye göre çok daha hızlı bir şekilde 0 civarında olan ideal skyhook hareketine ait hedeflenen değerleri yakalamıştır. Burada, net bir şekilde taşıt ana kütlesinin hedeflenen dinamiği hızla yakaladığı gözlemlenmektedir.

Yukarıda belirtildiği gibi, eğer dinamik manifold  $\sigma = 0$ ise hedeflenen harekete ulaşılmıştır. Dolayısıyla, Şekil 6'da görüldüğü gibi, gürbüz-uyarlamalı kontrolcünün uyarlamalı kontrolcüye göre çok daha iyi sonuç vererek neredeyse ilk andan itibaren hedeflenen harekete ulaştığı açıkça görülmektedir. Hedeflenen dinamik ve gürbüzuyarlamalı kontrolcünün ivmesi 0 noktası civarındadır. Süspansiyon açıklığının pasif sisteme göre azaldığı Şekil 7'de gösterilmiştir. Her iki kontrolcünün de hedeflenen hareketin süspansiyon açıklığını takip ettiği görülmektedir.

Gürbüz-uyarlamalı kontrolcü ile sistemin kontrolü için daha fazla enerji gereksinimine ihtiyaç olduğu Şekil 8'de gözlemlenmiştir. Uyarlamalı kontrolcü yaklaşık olarak 1000 N kuvvete gereksinim duyarken, gürbüz-uyarlamalı kontrolcü 1600 N civarında kuvvete ihtiyaç duyar.

Frekans cevabı grafiğinin ilk tepe kısmı taşıt ana kütlesini ifade etmektedir [19]. Şekil 9 ve Şekil 10'da pasif ve uyarlamalı kontrolcülü sistemin 1 Hz civarında olan rezonans frekansı gürbüz-uyarlamalı kontrolcü ile önemli bir şekilde bastırıldığı görülmektedir. Bu da bize taşıt seyir

konforunun gürbüz-uyarlamalı kontrolcü ile daha da iyileştirildiğini göstermektedir.

## IV. Sonuçlar

Bu calısmada, tasıt sönümleme sistemleri icin veni model erişimli gürbüz-uyarlamalı kontrolcü tasarlanmış ve Lyapunov esaslı Corless-Leitmann yaklaşımı esas alınarak sistemin kararlılığı gösterilmiştir. Böylece sadece modellenen parametrelerin belirsizliği durumunda kullanılan 'Model-Erişimli Uyarlamalı Kontrolcü' geliştirilerek, dış bozucu girişlere ve sürtünmeye karşı gürbüz hale getirilmiştir. Bilgisayar benzetim sonuçları, sistemin kontrolünün yeni geliştirilen bu gürbüzuyarlamalı kontrolcü ile daha iyi bir sekilde gerçekleştirildiğini ve taşıt seyir konforunun iyileştirildiğini göstermiştir. Hedeflenen harekete ait değerlere daha hızlı bir şekilde ulaşıldığı gözlemlenmiştir. Dolayısıyla, yeni geliştirilen 'Model Erişimli Gürbüz-Uyarlamalı' kontrolcünün başarılı bir şekilde sisteme uygulanması ve taşıt kontrol değerlerinin uygun bir şekle getirilmesi hedefine ulaşıldığı kolaylıkla söylenebilir.

Gelecekte yapılacak olan çalışmalara, buradaki sabit kontrol parametrelerinin bulanık mantıkla bulunması ve daha karmaşık olan yarım taşıt veya tam taşıt aktif süspansiyon sistemlerine uygulanması önerilir. Ayrıca, tank süspansiyon sistemlerinin, özellikle seyir halindeyken atış esnasında gelecek olan bir bozucu büyüklüğün etkisini yok edecek uygun bir kontrolü için bu çalışma önerilebilir.

#### Kaynakça

- [1] Shirahatt A., Prasad P.S.S., Panzade P. ve Kulkarni M.M. Optimal design of passenger car suspension for ride and road holding. Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, 30(1):66-76,2008.
- [2] Mouleeswaran S. Design and development of PID controller-based active suspension system for automobiles- PID Controller Design Approaches - Theory, Tuning and Application to Frontier Areas, Dr. Marialena Vagia (Ed.), InTech, DOI: 10.5772/32293. Erişilebilir: http://www.intechopen.com/books/pid-controller-design pproachestheory-tuning-and-application-to-frontier-areas/stabilizing-pidcontrollers-for-a-class-of-time-delay-systems
- [3] Ekoru J. E. D., Dahunsi O. A. ve Pedro J. O. PID control of a nonlinear half-car active suspension system via force feedback. IEEE Africon 2011, Livingstone-Zambia, 13-15 Eylül 2011.
- [4] Alleyne A., Liu R. ve Wright H. On the limitations of force tracking control for hydraulic active suspensions. Proceedings of the American Control Conference, Philadelphia, Haziran 1998.
- [5] Alleyne, A. ve Hedrick, J. K. Nonlinear adaptive control of active suspensions. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 3(1): 94-101, 1995.
- [6] Pan H., Sun W., Gao H., Kaynak O., Alsaadi F. ve Hayat, T. Robust adaptive control of non-linear time-delay systems with saturation constraints. IET Control Theory and Applications, 9(1):103-113, 2015.
- [7] Huang Y., Na J., Wu X., Gao G. B. ve Guo Y. Robust adaptive control for vehicle active suspension systems with uncertain dynamics. Transactions of the Institute of Measurement and Control, 1-13, 2016.

- [8] Sunwoo Y., Ceok K. ve Huang N. Model reference adaptive control for vehicle suspension systems. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 38:217–222, 1991.
- [9] Zuo L., Slotine J. J. E. ve Nayfeh S. A. Model reaching adaptive control for vibration isolation. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 13(4):611-617, 2005.
- [10] Ozbek C., Burkan R. ve Özgüney Ö.C. Taşıt aktif süspansiyon sistemlerinin adaptif kontrolü. TOK 2014 Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı, Kocaeli, 11-13 Eylül 2014.
- [11] Corless M. ve Leitmann G. Continuous feedback guaranteeing uniform ultimate boundedness for uncertain dynamic systems. IEEE Transactions on Automatic Control, 26:1139–1144, 1981.
- [12]Spong M.W. On the robust control of robot manipulators. IEEE Transactions on Automatic Control, 37:1782–1786, 1992.
- [13]Koo K. M. ve Kim J. H. Robust control of robot manipulators with parametric uncertainty. IEEE Transactions on Automatic Control, 39:1230–1233, 1994.
- [14] Liu G. ve Goldenberg A.A. Uncertainty decomposition-based robust control of robot manipulators. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 4:384-393, 1996.
- [15]Burkan R. Design parameters and uncertainty bound estimation functions for adaptive-robust control of robot manipulators. Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Sciences, 20(1):169-186, 2012.
- [16] Burkan R. Design of adaptive compensators for the control of robot manipulators robust to unknown structured and unstructured parameters. Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Sciences, 21:452 – 469, 2013.
- [17] Nguyen T.T. ve Kim S.B. Control of active suspension system by using H∞ theory. Transection on Control Automation and Systems Engineering, 2(1):1-6, 2000.
- [18] Ikenaga S., Lewis F. L., Campos J. ve Davis L. Active suspension control of ground vehicle based on a full-vehicle model. In Proceedings of the American Control Conference, Chicago, USA, 4019 – 4024, 2000.
- [19] Arslan Y. Z., Sezgin A. ve Yağız N. Improving the ride comfort of vehicle passenger using fuzzy sliding mode controller. Journal of Vibration and Control, 21(9):1667–1679, 2015.

## Minyatür Kontrol Tahrik Sistemi Tasarımı ve Gürbüz Kontrolü

E. Daș<sup>\*</sup> TÜBİTAK SAGE Ankara İ. İ. Delice<sup>†</sup> TÜBİTAK SAGE Ankara M. Keleş<sup>††</sup> TÜBİTAK SAGE Ankara

Özet—Güdümlü mühimmatların kanat veva kanatcıklarını hareket ettirmek amacıyla kullanılan Kontrol Tahrik Sistemi (KTS)<sup>1</sup>lerde genellikle santrik tipte ters krank biyel mekanizması tercih edilmektedir. Ancak, bu çalışmada ele alınan minyatür KTS için ayrılan hacime, istenilen indirgeme oranını sağlayan santrik ters krank biyel tipi bir mekanizması yerleştirilemediği için döner mafsalların birbine göre kaçık olduğu eksantrik tipte bir ters krank biyel mekanizması önerilmiştir. Bu mekanizma kullanılarak, hava platformlarından kara hedeflerine atılan güdümlü bir mühimmat için minyatür boyutlu KTS analizi, modellenmesi ve bu sistemin  $H_{\infty}$  tipi gürbüz kontrolcü ile konum kontrolü araştırılmıştır. Sürekli mıknatışlı fırcasız DC elektrik motor ile tahrik edilen mekanizmanın mekanik ve elektronik kısımlarının analizleri yapıldıktan sonra sistemin doğrusal modeli türetilmiştir. Bu model kullanılarak benzetim ortamında sentezlenen gürbüz konum kontrolcüsü gerçek zamanlı döngüde donanım testlerinde sisteme uygulanmıştır. Önerilen mekanizmanın uygunluğu ve sentezlenen gürbüz konum kontrolcüsünün başarımı; önceden belirlenen performans isterleri ile testlerden elde edilen sonuçlar kıyaslanarak doğrulanmıştır.

Anahtar kelimeler: kontrol tahrik sistemi, gürbüz kontrol,  $H_{\rm x}$ , eksantrik ters krank biyel, fırçasız DC

Abstract— Centric type inverted slider mechanism generally preferred in Control Actuation Systems (CAS) that are used to move the canards or fins of the guided ammunition. However, the volume allocated for miniature CAS discussed in this study centric type inverted slider mechanism cannot be placed. For this reason, an eccentric type inverted slider crank mechanism is proposed in which the rotary joints are misaligned with each other. In this study, analysis and modelling of an eccentric type inverted slider crank mechanism based electromechanical miniature CAS for an air to ground ammunition and  $H_{\infty}$  type robust position control of this system are investigated. Linear model of the permanent magnet brushless DC electric motor driven inverted slider crank mechanism based electromechanical actuation system is derived after the analysis of the mechanical and electronic parts. Using obtained model, the robust position controller synthesized in the simulation environment and applied to

the real system in hardware in the loop tests. The effectiveness of the proposed mechanism and the performance of the synthesized robust position controller are verified by comparing of the pre-determined performance requirements and the obtained tests results. Keywords: control actuation system, robust control,  $H_{xy}$ , eccentric inverted slider crank, BLDC

#### I. Giriş

Güdümlü mühimmatlar, stratejik ve ekonomik değeri yüksek olan nokta hedeflerin tahrip edilmesinde kullanılan en önemli silah türlerindendir. Bu mühimmatlar, önceden belirlenmiş hedeflere karşı uygun bir güdüm ve denetim algoritması sayesinde güdümsüz türlerine göre oldukça yüksek bir vuruş hassasiyetine sahiptirler. Hassas vuruş kabiliyeti sayesinde, belirli bir hedefin imhası sırasındaki hedef olmayan çevreye verilen zararlar en aza indirilir ve kullanılması gereken mühimmat miktarı minimize edilerek toplam operasyon maliyeti azaltılmış olunur [1,2].

Güdümlü mühimmatlarda yönelim hareketi aerodinamik prensiplere dayanan sistemler vasıtasıyla sağlanır. Mühimmatın hareketi için gerekli aerodinamik kuvveti oluşturmak amacıyla mühimmatın belli bir kısmında kanat ve/veya kanatçık adı verilen ayrı hareket yüzeylerinin oluşturulması gerekir. Bu kanat ve kanatçıkların hareket etmesinde kullanılan eyletim bütünleri, Kontrol Tahrik Sistemi (KTS) olarak adlandırılır. Mühimmatın uçuşu boyunca değişen koşullar altında, KTS çıkışlarının kontrol ettiği hareketli yüzeyler, eksenel kuvvetlere ve menteşe momentine maruz kalır. Serbest uçuş boyunca KTS'nin, mühimmatın hedefi vurması için gerekli açı ve hız değerlerini aerodinamik yük altında sağlaması gerekir. Bu nedenle, KTS konum kontrolü için sentezlenen kontrolcülerin değişen koşullar ve aerodinamik yükler altında, mühimmatın başarılı bir uçuş yapması için belirlenen başarım performanslarını sağlıyor olması gerekmektedir [3,4,5].

Elektromekanik tabanlı eyletim sistemlerinin savunma, havacılık ve robotik sektöründeki kullanımı gittikçe artmaktadır. Bu artışın temel sebebi olarak; elektromekanik eyleyicilerin dinamik sistem davranışı başarımı, kolay kontrol edilebilirliği, basit yapılı oluşu, ucuzluğu ve güvenilirliği gösterilebilir [6,7,8].

Güdümlü füzelerin kanat veya kanatçıklarını hareket ettirmek amacıyla kullanılan KTS mekanizmalarında genellikle santrik tipte ters krank biyel mekanizması tercih edilmektedir [3,7]. Ancak, bu çalışmada ele alınan minyatür ebatlı KTS tasarımlarındaki hacim kısıtından dolayı santrik ters krank biyel mekanizması

<sup>\*</sup> ersin.das@tubitak.gov.tr.tr

<sup>†</sup> ilker.delice@tubitak.gov.tr.tr

<sup>\*\*</sup> murat.keles@tubitak.gov.tr.tr

kullanılamamaktadır. Buna rağmen, minyatür KTS mekanizmasından istenilen kol dönme açısı ile normal ebatlı bir mühimmat için tasarlanan KTS mekanizmasından beklenen kol dönme acısı benzerdir. Bu çalışma kapsamında ele alınan KTS için ayrılan hacime santrik ters krank biyel tipi bir mekanizma yerleştirilemediği için döner mafsalların birbine göre kaçık olduğu eksantrik tipte bir ters krank biyel mekanizması önerilmiştir. Bu mekanizma; istenilen kol dönme açısı, kol salınım açısı ve çıkış kolu momentini sağlamak amacıyla, çevrim oranı isterlere göre optimize edilmiş, firçasız tipli doğru akım motoru (İng. BLDC) ile tahrik edilen elektromekanik bir eyletim sistemidir.

Değişen çevre şartları, çalışma noktası değişimi, tanımlanamayan sistem dinamikleri, simetrik olmayan sistem davranışları, malzeme ömrü ve yaşlanma gibi nedenlerden dolayı ele alınan KTS matematiksel modeli farklılık gösterebilir. Sistem üzerinde etkili olan bu belirsizlikler ve değişimler, istenilen KTS performansının elde edilememesine ve bazı durumlarda sistemin kararsız olmasına sebep olabilmektedir. Tek bir model için sentezlenen kontrolcüler ile bu olumsuzlar altında sistem başarımını garanti etmek her zaman mümkün olmamaktadır. Elektromekanik sistemlerin, çalışma bölgesinin tamamında kararlı bir şekilde istenilen pozisyon hareketlerini yapması amacıyla gürbüz kontrolcü sentezi sıklıkla kullanılmaktadır [9,10,11,12]. Bu çalışma kapsamında ele alınan minyatür boyutlu elektromekanik KTS'nin calısma sartları ve performans isterleri göz önüne alınarak, model belirsizlikleri ve bozucu etkiler altında istenilen performansı belirlenen çalışma aralığı dâhilinde elde etmek amacıyla  $H_{\infty}$  türü gürbüz kontrol yapısı tercih edilmiştir [13,14,15,16,17].

Eksantrik tipli ters krank biyel mekanizması temelli KTS mekanizmasının analizi yapıldıktan sonra mekanizma kaynaklı doğrusalsızlıklar ortaya konulup sisteme uygulanan belirli motor akımı girişleri ile elde edilen KTS konum çıktıları arasındaki matematiksel ilişkiyi gösteren transfer fonksiyonu, sistem tanımlama metoduyla deneysel olarak elde edilmiştir. KTS modelinin olası değişim aralıkları göz önüne alınarak gürbüz konum kontrolcüsü sentezi MATLAB<sup>®</sup> ortamında gerçekleştirilmiştir. Benzetim ortamında, KTS modeli ile birlikte test edilen  $H_{\infty}$  türü konum kontrolcüsü, gerçek zamanlı olarak döngüde donanım testlerinde deneysel sisteme uygulanmıştır.

#### II. Mekanizma Analizi

Bu bölümde, güdümlü bir mühimmat için tasarlanan ve elektrik motoru ile tahrik edilen bir eksantrik ters krank biyel mekanizması olan minyatür KTS için kinematik hesaplamalar ve dinamik yük hesapları yapılarak; mekanizmanın indirgeme oranı, bilyavida kursu, bilyavida somunu üzerindeki besleme kuvvetini oluşturmak için gerekli motor momenti ve mekanizma açılarının zamana bağlı değişimi hesaplanmıştır.



Şekil 1. Eksantrik ters krank biyel mekanizması şematik çizimi ve parametrelerinin gösterimi

KTS mekanizmasının, Şekil 1'deki çizim üzerinde gösterilen parametreler cinsinden konum analizi için devre kapalılık denklemleri (*İng.* loop closure equations) düzenlenmiştir. Mekanizmaya ait konum denklemleri türetildikten sonra bu denklemler kullanılarak hız ve ivme değerlerini veren ifadeler elde edilmiştir.

Şekil 1'de gösterilen s, bilyavida somununun yer değiştirmesini,  $a_2$  somun ile kanatçıklar arasına yerleştirilen aktarma kolunun uzunluğunu, d eksantrik kaçıklığı,  $\theta_{14}$  x-eksenine göre kol salınım açısını,  $a_1$  döner eklemler arası yatay uzaklığı,  $\tau$  menteşe momentini, c ise döner eklemler arası dikey uzaklığı temsil etmektedir.

KTS mekanizmasının hareket girdisi, mühimmat kanatçığının yatay eksenle yaptığı açıyı temsil eden  $\theta_{12}$  açısı olduğu için konum analizinde  $\theta_{14}$  ve s'in  $\theta_{12}$  cinsinden ifadeleri bulunması gerekmektedir. Eksantrik ters krank biyel mekanizmasının Şekil 1'de gösterilen parametreler cinsinden devre kapalılık ifadesi Denklem (1)'de verildiği gibi yazılabilir [18].

$$a_{1} \cdot e^{j(\pi)} + c \cdot e^{j\left(\frac{\pi}{2}\right)} + a_{2} \cdot e^{j\theta_{12}}$$
  
=  $d \cdot e^{j\theta_{14}} + s \cdot e^{j\left(\frac{\pi}{2} + \theta_{14}\right)}$  (1)

Bu denklem kullanılarak x ve y eksenlerine indirgenmiş konum eşitlikleri sırasıyla Denklem (2) ve (3)'te verildiği gibidir.

$$-a_1 + a_2 \cdot \cos \theta_{12} = d \cdot \cos \theta_{14} - s \cdot \sin \theta_{14} \qquad (2)$$

$$c + a_2 \cdot \sin \theta_{12} = d \cdot \sin \theta_{14} + s \cdot \cos \theta_{14}$$
(3)

(2) ve (3) numaralı eşitliklerin her iki tarafının kareleri alınarak taraf tarafa toplanıp gerekli sadeleştirmeler yapılırsa; somunun bilyavida ekseni boyunca, motor dönme ekseni ile eksen kaçıklığının kesiştiği noktaya olan uzaklığı olan s değişkeni ve gerekli sadeleştirmeler yapılarak  $\theta_{14}$  açısı Denklem (4) ve Denklem (5)'te verildiği gibi elde edilir. Bu eşitliklerden de anlaşılacağı gibi mekanizmanın s ve  $\theta_{14}$  parametreleri mekanizmasının hareket girdisi  $\theta_{12}$ 'ye bağlı olarak

doğrusal olmayan bir formda değişmektedirler. Bu durum, mekanizma indirgeme oranın mekanizma girdisine bağlı olarak değişimini de etkileyerek doğrusalsızlaştırmaktadır.

$$s = \sqrt{\frac{a_1^2 + a_2^2 + c^2 - d^2 +}{2 \cdot a_2 \cdot (c \cdot \sin \theta_{12} - a_1 \cdot \cos \theta_{12})}}$$
(4)

$$\begin{split} \theta_{14} &= \tan^{-1}\left(\frac{d}{s}\right) + \\ \tan^{-1}\!\left(\pm \frac{\sqrt{d^2 + s^2 - (c + a_2 \cdot \sin \theta_{12})^2}}{(c + a_2 \cdot \sin \theta_{12})}\right) \end{split} \tag{5}$$

Denklem (2) ve Denklem (3)'te verilen konum eşitliklerin her iki tarafının da zamana göre birinci türevleri alınırsa Denklem (6) ve Denklem (7)'de verilen eşitlikler elde edilir.

$$-a_{2} \cdot \dot{\theta}_{12} \cdot \sin \theta_{12} = -d \cdot \dot{\theta}_{14} \cdot \sin \theta_{14} - \dot{s} \cdot \sin \theta_{14} - s \cdot \dot{\theta}_{14} \cdot \cos \theta_{14}$$
(6)

$$a_{2} \cdot \dot{\theta}_{12} \cdot \cos \theta_{12} = d \cdot \dot{\theta}_{14} \cdot \cos \theta_{14} + \dot{s} \cdot \cos \theta_{14} - s \cdot \dot{\theta}_{14} \cdot \sin \theta_{14}$$
(7)

Denklem (6)'da gerekli sadeleştirmeler yapılırsa,  $\dot{\theta}_{14}$  ifadesi Denklem (8)'de verildiği gibi elde edilir.

$$\dot{\theta}_{14} = \frac{a_2 \cdot \dot{\theta}_{12} \cdot \sin \theta_{12} - \dot{s} \cdot \sin \theta_{14}}{d \cdot \sin \theta_{14} + s \cdot \cos \theta_{14}}$$
(8)

Denklem (8)'de bulanan  $\hat{\theta}_{14}$  ifadesi Denklem (7)'deki yerine yazılarak gerekli sadeleştirmeler yapılırsa, s ifadesi Denklem (9)'da verildiği gibi elde edilir.

$$\dot{s} = \frac{a_2 \cdot \dot{\theta}_{12} \cdot (d \cdot \sin(\theta_{14} - \theta_{12}))}{s} + (9)$$
$$a_2 \cdot \dot{\theta}_{12} \cdot \cos(\theta_{14} - \theta_{12})$$

Doğrusal somun yer değiştirmesinin zamana göre değişimini veren Denklem (9)'un zamana göre türevi alınarak doğrusal somun ivmesi, s Denklem (10)'da verildiği gibi formülüze edilebilir. Denklem (6) ve Denklem (7)'in her iki tarafının zaman göre birinci türevleri alınarak taraf tarafa toplanırsa,  $\ddot{\theta}_{14}$  ifadesi Denklem (11)'de verildiği gibi formülüze edilebilir. Böylece, mekanizmanın kinematik analizi ve dinamik yük analizi için gerekli olan s, s, s,  $\theta_{14}$ ,  $\dot{\theta}_{14}$ ,  $\ddot{\theta}_{14}$  ifadeleri  $\theta_{12}$ 'ye bağlı olarak bu aşamaya kadar türetilmiştir.  $\theta_{12}$ 

$$\ddot{s} = \frac{A}{s}$$

$$A = -\dot{s}^{2} + a_{2} \cdot \ddot{\theta}_{12} \cdot (d \cdot \sin(\theta_{14} - \theta_{12}) + s \cdot \cos(\theta_{14} - \theta_{12})) + a_{2} \cdot \dot{\theta}_{12} \cdot (\dot{\theta}_{14} - \dot{\theta}_{12}) \cdot (d \cdot \cos(\theta_{14} - \theta_{12}) - s \cdot \sin(\theta_{14} - \theta_{12}) + \dot{s} \cdot \cos(\theta_{14} - \theta_{12}))$$
(10)

 $\ddot{\theta}_{14}$ 

$$= \frac{B}{d \cdot (\cos \theta_{14} - \sin \theta_{14}) - s \cdot (\cos \theta_{14} + \sin \theta_{14})}$$

$$B = a_2 \cdot \ddot{\theta}_{12} \cdot (\cos \theta_{12} - \sin \theta_{12}) - a_2 \cdot \dot{\theta}_{12}^2 \cdot (\cos \theta_{12} + \sin \theta_{12}) + a_2 \cdot \dot{\theta}_{14}^2 \cdot (\cos \theta_{14} + \sin \theta_{14}) + a_2 \cdot \dot{\theta}_{14}^2 \cdot (\sin \theta_{14} - \cos \theta_{14}) + a_2 \cdot \dot{s} \cdot \dot{\theta}_{14} (\cos \theta_{14} + \sin \theta_{14}) - \ddot{s} \cdot (\cos \theta_{14} - \sin \theta_{14})$$

$$(11)$$

KTS eyleyicisi olarak kullanılan BLDC motorun, mekanizma hız analizi sonrası elde edilen somun hızı ve somun kuvveti gereksinimini karşılaması gerekir. Motor açısal hızı  $\dot{\theta}_m$ , bilyavida vasıtasıyla doğrusal somun yer değiştirmesi s'ye dönüştürülür. Bilyavida hatvesi, motor konumu ve doğrusal somun yer değiştirmesi arasındaki matematiksel bağıntının verildiği ifadenin ve eşitliğin her iki tarafının türevi alınarak elde edilen parametrik ilişkiler Denklem (12)'de verilmiştir. Bu denklemdeki s<sub>0</sub> somunun ilk konumunu,  $\theta_m$  motor konumunu,  $\rho$  ise bilyavida adımını sembolize etmektedir.

$$s = s_0 + \rho \cdot \theta_m; \quad \dot{s} = \rho \cdot \theta_m$$
 (12)

Mekanizma indirgeme oranı, motor açısal hızının kanatçık açısal hızına oranı veya kanatçık momentinin motor çıkış momentine oranı olarak tanımlanır. Bu ifadeler, matematiksel olarak Denklem (13)'te verilmiştir.

$$N(\theta_{12}) = \frac{\dot{\theta}_{m}}{\dot{\theta}_{12}} = \frac{\dot{s}/\rho}{\dot{\theta}_{12}} = \frac{\tau_{kanatçık}}{\tau_{motor}}$$
(13)

Denklem (9) ile verilen doğrusal somun hızı ifadesi Denklem (13)'te yerine yazılarsa; mekanizma indirgeme oranı N'nin  $\theta_{12}$ 'ye bağlı değişimi Denklem (14)'deki gibi elde edilir. Bu denklemden de anlaşılacağı gibi N ifadesi, mekanizma uzuvlarının boyutlarına ve kanatçık açısının alacağı değerlere göre değişim göstermektedir.

$$N(\theta_{12}) = \frac{-a_2 \cdot (a_1 \cdot \sin \theta_{12} + c \cdot \cos \theta_{12})}{\rho \cdot \sqrt{C}}$$
$$C = a_1^2 - d^2 + c^2 + a_2^2 + 2 \cdot a_2 \cdot c \cdot \sin \theta_{12} - (14)$$
$$2 \cdot a_1 \cdot a_2 \cdot \cos \theta_{12}$$

Kanatçık açısı  $\theta_{12}$ 'ye göre değişen N, s, s, s,  $\dot{B}_{14}$ ,  $\dot{\theta}_{14}$ ,  $\ddot{\theta}_{14}$  değişkenlerinin mekanizmanın hareketi boyunca aldığı değerlerin hesaplanması için gerekli olan sistem parametrelerinin değerleri Tablo 1'de verildiği gibidir.

| Parametre              | Değer       | Birim            |
|------------------------|-------------|------------------|
| ρ                      | 2           | mm/rad           |
| a <sub>1</sub>         | 60          | mm               |
| a <sub>2</sub>         | 20          | mm               |
| d                      | 22          | mm               |
| С                      | 4           | mm               |
| $\theta_{12}$          | $80 \pm 20$ | 0                |
|                        | 80          | °/s              |
| <i>θ</i> <sub>12</sub> | 0           | °/s <sup>2</sup> |

Tablo 1. Sistem parametrelerinin değerleri.

Tablo 1'de verilen parametre değerlerinden gerekli olanlarının Denklem (14)'de yerlerine yazılması elde edilen mekanizma indirgeme oranının  $\theta_{12}$  ile değişimi Şekil 2'de verilmiştir. Bu şekilden de görüleceği gibi, indirgeme oranı, mekanizmanın bağlı olduğu kanatçıkların başlangıç pozisyonlarına göre yaptıkları açısal hareketlere bağlı olarak doğrusal olmayan bir formda değişmektedir.

Denklem (4)-(11) aralığında oluşturulan mekanizma kinematik eşitlikleri ve Tablo 1'de verilen parametre değerleri kullanılarak elde edilen somun yer değiştirme hareketi s, hızı s ve ivmesinin s kanatçık açısına bağlı değişimleri sırasıyla Şekil 3'te sunulmuştur. Somun hızının başlangıç değeri sıfır alınmadığı için somun ivmesi sıfırdan başlamamaktadır. Benzer durum  $\ddot{\theta}_{14}$  için de geçerlidir.







Dördüncü uzvun x-ekseni boyunca yaptığı açısal hareketi  $\theta_{14}$ , açısal hızı  $\dot{\theta}_{14}$ , ve ivmesinin  $\ddot{\theta}_{14}$  kanatçık açısına bağlı değişimi sırasıyla Şekil 4'te verilmiştir.



Şekil 4. 014, 014, Ö14 İfadelerinin kanatçık açısına bağlı değişimi

Mekanizma uzuvlarının serbest cisim diyagramları eksen takımları ile birlikte Şekil 5'te verilmiştir. Bu şekil üzerinde gösterilen K ve M sembolleri sırasıyla uzuvlarda oluşan kuvvet ve moment özelliklerini belirtmektedir. Kırmızı oklar ile dinamik kuvvet bileşenleri gösterilmiştir. Mekanizma kuvvet ve moment analizinin temel girdisi kanatçık momenti T'dir. Bu şekilde verilen serbest cisim diyagramı kullanılarak her uzuv için kuvvet ve moment denklemleri Denklem (15), (16), (17)'de sırasıyla her bir uzuv için oluşturulmuştur.

Bu denklemler Newton 2. hareket kanununu kullanılarak elde edilmiştir. Bu denklemlerdeki G<sup>t</sup> ve F<sup>t</sup> her bir mafsaldaki eksenel kuvvetleri, G<sup>n</sup> ve F<sup>n</sup> her bir mafsaldaki normal kuvvetleri, m<sub>1</sub>, m<sub>2</sub>, m<sub>3</sub> her bir uzvun kütlesini, I<sub>G2</sub>, I<sub>G3</sub>, I<sub>G4</sub> her bir uzvun eylemsizlik momentini, M<sub>34</sub> üçüncü ve dördüncü uzvu arasında oluşan tepki momentini, r<sub>2</sub>, r<sub>4</sub> ikinci ve dördüncü uzvun ağırlık merkezleri ile kuvvetlerin etkidiği noktalar arsındaki mesafeyi, g yerçekimi ivmesini, T ise aerodinamik olarak sisteme etkiyen menteşe momentini temsil etmektedir.



Şekil 5. Mekanizma bileşenlerinin serbest cisim diyagramı

#### 2.uzuv

$$\begin{aligned} G_{12}^t + F_{32}^t - m_2 \cdot r_2 \cdot \ddot{\theta}_{12} - m_2 \cdot g \cdot \cos(\theta_{12}) \\ &= 0 \end{aligned}$$

$$G_{12}^{n} + F_{32}^{n} + m_2 \cdot r_2 \cdot \dot{\theta}_{12}^2 - m_2 \cdot g \cdot \sin(\theta_{12}) = 0$$
(15)

$$T - I_{G2} \cdot \ddot{\theta}_{12} + a_2 \cdot F_{32}^t - m_2 \cdot r_2^2 \cdot \ddot{\theta}_{12} - m_2 \cdot g \cdot r_2 \cdot \cos(\theta_{12}) = 0$$

### 3.uzuv

$$F_{43}^{n} \cdot \cos \theta_{12} - F_{23}^{t} \cdot \sin \theta_{12} - F_{43}^{n} \cdot \sin \theta_{14} + F_{43}^{t} \cdot \cos \theta_{14} + \cos \theta_{14} \cdot (m_3 \cdot s \cdot \ddot{\theta}_{14} + 2 \cdot m_3 \cdot \dot{s} \cdot \dot{\theta}_{14}) + \sin \theta_{14} \cdot (m_3 \cdot \ddot{s} - m_3 \cdot s \cdot \dot{\theta}_{14}^{2}) = 0$$

$$\begin{split} F_{23}^{n} & \sin \theta_{12} + F_{23}^{t} \cdot \cos \theta_{12} + \\ F_{43}^{n} & \cos \theta_{14} + F_{43}^{t} \cdot \sin \theta_{14} + \\ \sin \theta_{14} \cdot \left( m_{3} \cdot s \cdot \ddot{\theta}_{14} + 2 \cdot m_{3} \cdot \dot{s} \cdot \dot{\theta}_{14} \right) + \\ & \cos \theta_{14} \cdot \left( m_{3} \cdot s \cdot \dot{\theta}_{14}^{2} - m_{3} \cdot \ddot{s} \right) = 0 \end{split}$$

$$-M_{43} - I_{G3} \cdot \ddot{\theta}_{14} = 0$$

## 4.uzuv

$$G_{14}^{t} + F_{43}^{t} + m_{4} \cdot r_{4} \cdot \ddot{\theta}_{14} - m_{4} \cdot g \cdot \sin(\theta_{14}) = 0$$

$$G_{14}^{n} - F_{34}^{n} - m_{4} \cdot r_{4} \cdot \dot{\theta}_{14}^{2} + m_{4} \cdot g \cdot \cos(\theta_{14}) = 0$$

$$-M_{34} - I_{64} \cdot \ddot{\theta}_{14} + G_{14}^{t} \cdot s + G_{14}^{n} \cdot d + m_{4} \cdot r_{4} \cdot s \cdot \ddot{\theta}_{14} - m_{4} \cdot g \cdot s \cdot \sin(\theta_{14}) = 0$$
(17)

Denklem (15), (16) ve (17)'de verilen ikişer kuvvet ve birer moment eşitlikleri incelendiğinde toplam 13 bilinmeyen olduğu görülür. Mekanizmanın yapısı gereği Denklem (18) ile verilen kuvvet eşitlikleri yazılarak bilinen ve bilinmeyen sayıları eşitlenebilir.

$$\begin{aligned} F_{32}^t &= F_{23}^t, \qquad F_{32}^n &= F_{23}^n \\ F_{43}^t &= F_{34}^t, \qquad F_{34}^n &= F_{43}^n \end{aligned}$$

Bu durumda 9 bilinmeyen ve 9 denklemden oluşan dinamik sistem çözüm eşitliği aşağıda verildiği gibi matris formunda yazılarak MATLAB<sup>®</sup> programı yardımıyla çözülebilir.

|    |   |                    |                    |                    |                    |   |   |     | гСп л                        |  |
|----|---|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|---|---|-----|------------------------------|--|
| г0 | 1 | 0                  | 1                  | 0                  | 0                  | 0 | 0 | 0 1 | <sup>U12</sup>               |  |
| 1  | 0 | 1                  | 0                  | 0                  | 0                  | 0 | 0 | 0   | G <sup>t</sup> <sub>12</sub> |  |
| 0  | 0 | 0                  | a <sub>2</sub>     | 0                  | 0                  | 0 | 0 | 0   | F <sup>n</sup> <sub>32</sub> |  |
| 0  | 0 | $\cos \theta_{12}$ | $-\sin\theta_{12}$ | $-\sin\theta_{14}$ | $\cos \theta_{14}$ | 0 | 0 | 0   | F <sup>t</sup> <sub>32</sub> |  |
| 0  | 0 | $\sin \theta_{12}$ | $\cos \theta_{12}$ | $\cos \theta_{14}$ | $\sin \theta_{14}$ | 0 | 0 | 0   | F <sup>n</sup> <sub>43</sub> |  |
| 0  | 0 | 0                  | 1                  | 0                  | 0                  | 0 | 0 | -1  | F <sup>t</sup> <sub>43</sub> |  |
| 0  | 0 | 0                  | 0                  | 0                  | 1                  | 0 | 1 | 0   | G <sub>14</sub> <sup>n</sup> |  |
| 0  | 0 | 0                  | 0                  | -1                 | 0                  | 1 | 0 | 0   | Gt                           |  |
| L0 | 1 | 0                  | 1                  | 0                  | 0                  | d | s | -1  | M <sub>24</sub>              |  |
|    |   |                    |                    |                    |                    |   |   |     | 34                           |  |

$$= \begin{bmatrix} m_2 \cdot r_2 \cdot \ddot{\theta}_{12} + m_2 \cdot g \cdot \cos\theta_{12} \\ -m_2 \cdot r_2 \cdot \dot{\theta}_{12}^2 + m_2 \cdot g \cdot \sin\theta_{12} \\ -T + I_{62} \cdot \ddot{\theta}_{12} + m_2 \cdot r_2^2 \cdot \ddot{\theta}_{12} + m_2 \cdot g \cdot r_2 \cdot \cos\theta_{12} \\ -\cos\theta_{14} \cdot (m_3 \cdot s \cdot \ddot{\theta}_{14} + 2 \cdot m_3 \cdot \dot{s} \cdot \dot{\theta}_{14}) - \sin\theta_{14} \cdot (m_3 \cdot \ddot{s} - m_3 \cdot s \cdot \dot{\theta}_{14}^2) \\ -\sin\theta_{14} \cdot (m_3 \cdot s \cdot \ddot{\theta}_{14} + 2 \cdot m_3 \cdot \dot{s} \cdot \dot{\theta}_{14}) - \cos\theta_{14} \cdot (m_3 \cdot s \cdot \dot{\theta}_{14}^2 - m_3 \cdot \ddot{s}) \\ I_{63} \cdot \ddot{\theta}_{14} \\ -m_4 \cdot r_4 \cdot \dot{\theta}_{14}^2 - m_4 \cdot g \cdot \sin\theta_{14} \\ m_4 \cdot r_4 \cdot \dot{\theta}_{14}^2 - m_4 \cdot g \cdot \cos\theta_{14} \\ I_{64} \cdot \ddot{\theta}_{14} - m_4 \cdot r_4 \cdot s \cdot \ddot{\theta}_{14} + m_4 \cdot g \cdot s \cdot \sin\theta_{14} \end{bmatrix}$$

Mekanizmanın yapısı gereği dişli çıkışına yerleştirilen bilyavidanın döndürülerek somunun doğrusal ilerlemesinin sağlamak amacıyla kullanılan BLDC motorun, kanatçık açısına bağlı olarak üretmesi gereken moment değeri Denklem (19) kullanılarak hesaplanır. Bu denklemdeki η, 0.75 olarak kabul edilen sistem verimini temsil etmektedir.

$$\Gamma_{\rm m} = \frac{F_{43}^{\rm n} \cdot \rho}{\eta} \tag{19}$$

Hesaplamalarda kullanılan parametrelerin değerleri Tablo 2'de verilmiştir.

| Parametre       | Değer              | Birim          |
|-----------------|--------------------|----------------|
| r <sub>2</sub>  | 8.5                | mm             |
| r <sub>4</sub>  | 20                 | mm             |
| I <sub>G2</sub> | $3 \cdot 10^{-6}$  | $kg \cdot m^2$ |
| I <sub>G3</sub> | $4 \cdot 10^{-6}$  | $kg \cdot m^2$ |
| I <sub>G4</sub> | $21 \cdot 10^{-6}$ | $kg \cdot m^2$ |
| m <sub>2</sub>  | 0.2                | kg             |
| m <sub>3</sub>  | 0.1                | kg             |
| m <sub>4</sub>  | 0.3                | kg             |
| Т               | 8                  | Nm             |

Tablo 2. KTS parametrelerinin değerleri.

Mekanizmayı hareket ettirmek için kullanılan elektrik motorunun, menteşe momentleri yenmek için üretmesi gereken momentinin  $\theta_{12}$ 'ye göre değişimi Şekil 6'da verilmiştir.



Şekil 6. Gerekli motor momentinin  $\theta_{12}$ 'ye göre değişimi

## III. Sistemin Modellenmesi ve Tanımlanması

Bu bölümde, elektrik motoru ve mekanizmadan oluşan sistemin sürekli transfer fonksiyonu teorik ve deneysel olarak türetilmiştir.

Bu çalışma kapsamında ele alınan sistemin test düzeneğinde kullanılan motor sürücüsü, akım kontrollü firçasız doğru akım motor sürücüsüdür. Sürücü girişine uygulanan referans akım sinyaline göre motor sargılarına akım uygulanarak rotor milinde moment ve hız üretilir. Sistem tanımlama çalışmaları, motor fazlarına uygulanan akım sinyaline karşılık elde edilen motor konumları referans alınarak gerçekleştirilmiştir. Bu sebeple, sistem transfer fonksiyonunun uygulanan akım fonksiyonu ile ölçülen motor mili çıkış açısı değerleri arasındaki transfer fonksiyonu olması gerekir. Şekil 7'de verilen blok diyagramda akım değerinin oluştuğu kısım giriş, motor konumu çıkış olarak alınırsa sistemin parametrik transfer fonksiyonu Denklem (20)'de verildiği gibi elde edilmiştir. Bu eşitlikteki  $I_m$  zıt emk üretilmesini sağlayan akım değeri,  $K_t$  motor moment sabiti, J motor miline indirgenmiş eylemsizlik momenti, B ise sistemin toplam sürtünme katsayını,  $T_L$  bozucu moment girişini göstermektedir. Sistem tanımlama aşamasında,  $T_L=0$ olarak alınmıştır [19,20].



Şekil 7. Sistemin blok diyagram ile gösterimi

$$G(s) = \frac{\theta_{\rm m}}{l_{\rm m}} = \frac{\frac{K_{\rm t}}{B}}{s \cdot \left(\frac{J}{B}s + 1\right)} = \frac{K_{\rm m}}{s \cdot (\tau_{\rm m}s + 1)}$$
(20)

Sistem tanımlamanın amacı; dinamik bir sistemden toplanan verileri kullanarak bu sistemin matematiksel modelinin elde edilmesidir. Elde edilen modelin kompakt ve kullanılacağı amaç için yeterli niteliğe sahip olması gerekir. Gerçek zamanlı sisteme giriş uygulanarak sistem çıkışları ölçülür daha sonra giriş-çıkış arasındaki ilişki sistemin matematiksel modelini türetmek için kullanılır. Bu nedenle, sistem tanımlama yoluyla elde edilen modellerin fiziksel sistemi temsil etme başarısı büyük oranda giriş sinyalinin ne kadar uygun seçildiğine bağlıdır. [21].

Motor fazlarına uygulanan akım giriş sinyalleri için beyaz gürültü (İng. white noise) ve PRBS (İng. pseudo random binary sequence) türü sinyaller oluşturularak sistem tanımlama yöntemleri uygulanmıştır. Sistem tanımlama çalışmalarının başlangıcında veri toplama işlemleri yapılmıştır. Veri toplama testlerinde, MATLAB® ve xPC Target<sup>®</sup> yazılımı modülü kullanılmıştır. Bu programlardan, giriş sinyali oluşturulurken ve çıkış değerlerini kaydedilirken yararlanılmıştır. Sistem çıkışında toplanan veriler, konum algılayıcısından elde edilen motor mili açı değerleridir.

Matematiksel model çıkarılırken uygulanan giriş sinyallerinden biri model çıkarmak için kullanılırken başka bir sinyal modeli test etmek için kullanılırıştır. KTS matematiksel modelinin gerçeğe en yakın oranda bulunabilmesi için çok sayıda test yapılmıştır. Yapılan bu testlerin sonucunda; teorik modeli Denklem (20)'de verilen KTS transfer fonksiyonu, deneysel verilere dayanan sistem tanımlama çalışmaları sonucunda, % 94.7 uyum oranıyla, Denklem (21)'de verildiği gibi elde edilmiştir.

$$G(s) = \frac{10000}{s(0.15s+1)} \left[\frac{\circ}{A}\right]$$
(21)

Sistem tanımlama yoluyla elde edilen KTS matematiksel modeli ile teorik KTS modeli karşılaştırıldığında; her iki sistemin de ikinci derece olduğu, sıfır içermediği, integratör içerdiği ve birinci dereceden başka bir kutbunun daha olduğu anlaşılmaktadır.

Sisteme uygulan ±0.1 A genlikli PRBS türü giriş akım sinyaline karşılık elde edilen gerçek zamanlı KTS elektrik motoru konum çıkışı ve KTS deneysel modeli olarak elde edilen modelin aynı sinyal girişinde ürettiği benzetim modeli çıkışı Şekil 8'de sunulmuştur.



Şekil 8. Aynı girişe karşı gerçek KTS ve model çıkışları

## IV. Gürbüz Kontrolcü Sentezi

Bu çalışma kapsamında, kanatçık konum kontrolü yapılmak istenen sistemin yapısında bulunan bozucu menteşe momenti girişleri ve sistemin geniş çalışma aralığından kaynaklanan model belirsizlikleri, geleneksel kontrol yöntemlerinin kullanımını kısıtlamaktadır. Bu nedenle tercih edilen gürbüz kontrolcü sentezindeki amaç; diğer kontrol yöntemlerinde olduğu gibi sistemi istenilen başarım kriterleri düzeyinde çalıştırmak ve sistemde var olan gürültü, bozucu etki ve belirsizliklerin sistem performansına olan etkilerini izin verilen değerin altında tutmaktır. Gürbüz kontrol yöntemiyle, değişen sistem modeli ve bozucu etkiler altındaki başarım performansı nominal sistem modeli durumundaki ile benzer olacak şekilde ve sistem kararlılığı her durum için garanti edilerek kontrolcü sentezlenebilir. Böylece, gürbüz kontrol yöntemleri kullanılırken oluşması muhtemel belirsizliklerin ve bozucu etkilerin kontrolcü yapısına dahil edilmesi, sistemde olabilecek muhtemel değişimlerin kontrolcü performansını düşürmesini engellenmektedir.

Elektromekanik KTS'nin başarımı için gerekli olan performans isterleri Tablo 2'deki gibidir. Bu tabloda verilen yükselme zamanı isterinden sistemin bant genişliği türetilebilir. Motor girişlerine uygulanan akım

değeri sınırlanarak güç tüketiminin kısıtlanması sağlanmıştır.

| Parametre             |                     | Değer   |
|-----------------------|---------------------|---------|
| Yükselme zamanı       | $[t_r]$             | <200 ms |
| Oturma zamanı         | $[t_s]$             | <320 ms |
| Kalıcı durum hatası   | $[e_{ss}]$          | 0       |
| Yüzde aşım            | $[M_p]$             | <%10    |
| En yüksek akım değeri | [u <sub>max</sub> ] | ±2 A    |

#### Tablo 2. Sistem performans isterleri

KTS için gürbüz kontrolcü sentezi, Şekil 9'da verilen blok diyagram referans alınarak tasarlanmıştır. Oluşturulan genelleştirilmiş sistem ve kontrolcü giriş ve çıkış sinyalleri de aynı şeklin sağ tarafında verilmiştir. Kontrol sisteminin tasarlanması için gerekli olan genelleştirilmiş sistem modeli bu şekil kullanılarak çıkarılmıştır. Matematiksel olarak sistem giriş ve çıkışlarının fonksiyon halinde yazımı Denklem (22) verildiği yazılabilir. Bu denklemde; P genelleştirilmiş sistem yapısı,  $w_{\Delta} \rightarrow z_{\Delta}$  belirsizlik kanalı,  $w_p \rightarrow z_p$ performans kanalı olarak isimlendirilir.

$$\begin{bmatrix} z_{\Delta} \\ z_{p} \\ e \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} w_{\Delta} \\ w_{p} \\ u \end{bmatrix}$$
 (22)

| -                     |  |
|-----------------------|--|
| Wr                    | Referans kanatçık açısı ağırlık fonksiyonu |
| We                    | Hata sinyali ağırlık fonksiyonu            |
| Wu                    | Eyleyici akım limiti ağırlık fonksiyonu    |
| Wb                    | Bozucu moment ağırlık fonksiyonu           |
| W <sub>h</sub>        | Konum ölçüm hatası ağırlık fonksiyonu      |
| Wm                    | Model belirsizliği                         |
| w <sub>1</sub>        | Referans sinyali girişi                    |
| <b>W</b> <sub>2</sub> | Sistem bozucu etki girişi                  |
| w <sub>3</sub>        | Kodlayıcı üzerindeki gürültü               |
| Z <sub>1</sub>        | Normalize edilmiş hata sinyali çıkışı      |
| Z <sub>2</sub>        | Normalize edilmiş kontrol sinyali çıkışı   |
| Wr                    | Referans kanatçık açısı ağırlık fonksiyonu |

Tablo 3. H∞ gürbüz kontrolcü başarımları

KTS için sentezlenen gürbüz kontrol sisteminin amacı; belirsizlikler altında mümkün olan en iyi ölçüde  $w_1$ ,  $w_2$ ,  $w_3$  ile gösterilen ve sırasıyla referans sinyali, sistem bozucu etki girişi ile kodlayıcı gürültüsünün KTS üzerindeki etkilerini bastıracak bir *K* kontrolcüsünün bulunmasıdır. Başka bir ifade ile  $z_1$ ,  $z_2$ 'yi azaltacak bir kontrolcünün bulunmasıdır. Burada  $z_1$ ,  $z_2$ , sırasıyla hata sinyalinin ve kontrolcü çıkış sinyalinin cezalandırılmasını temsil etmektedir.

Gürbüz kontrolcü sentezinde ağırlık fonksiyonlarının belirlenmesi başarım için en temel konudur. Sisteme ait; performans gereksinimleri, sistem limitleri, bozucu etkiler ve belirsizlikler ağırlık fonksiyonları kullanılarak

18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, Trabzon, 5-7 Temmuz 2017



Şekil 9. Gürbüz kontrol sistemi blok diyagramı ve genelleştirilmiş sistem seması

yerleştirilmesi, ağırlık fonksiyonlarının tipi ve nümerik değerleri oldukça kritiktir. Bu çalışma kapsamında, model belirsizliği  $W_m$  %50 olarak kabul edilmesinin sistem tanımlamadan elde edilen sonuçlara göre uygun olduğu değerlendirlerek geri kalan belirsizlikler tanımlanmıştır. Bu belirsizliklerin tanımlanması başka bir çalışmaya bırakılarak bu çalışma kapsamında ele alınmamıştır.

Sentezlenen kontrolcünün başarımını doğrulamak amacıyla gerçek zamanlı testler yapılmıştır. Sistem girişine uygulan referans sinyaline karşı KTS çıkışlarında elde edilen kanatçık açısı çıktısı Şekil 10'da verilmiştir.



Şekil 10. Aynı referans girişe karşı, benzetim ve gerçek KTS ve model çıkışları

Bu şekilden de anlaşılacağı gibi sentezlenen gürbüz konum kontrolcüsünün Tablo 2'de belirtilen isterleri sağladığı görülmüştür. Bir başka deyişle; istenen yüzde aşım miktarı, kalıcı durum hatası ve en yüksek mutlak akım değeri için belirlenen gereksinimler sentezlenen kontrol sistemi sayesinde karşılanmıştır. Kapalı çevrim gerçek zamanlı kontrol sisteminden elde edilen sistem  $H_{\infty}$ gürbüz kontrolcü başarımları ve kontrolcü çıkışı olarak sisteme uygulanan en yüksek akım değeri Tablo 4'te verilmiştir.

| Parametre             |                     | Değer  |
|-----------------------|---------------------|--------|
| Yükselme zamanı       | [t <sub>r</sub> ]   | 180 ms |
| Oturma zamanı         | $[t_s]$             | 300 ms |
| Kalıcı durum hatası   | $[e_{ss}]$          | 0      |
| Yüzde aşım            | $[M_p]$             | %6     |
| En yüksek akım değeri | [u <sub>max</sub> ] | 1.8 A  |

Tablo 4. H<sub>20</sub> gürbüz kontrolcü başarımları

## V. Sonuçlar

Minvatür mühimmatın hareketli boyutlu bir yüzeylerinin güdüm bilgisayarından gelen emirlere göre kapalı döngü konum kontrolünü gerçekleştirmek amacıyla kullanılan ve belirli bir hacme sığması gereken optimum KTS tasarımı ve gürbüz konum kontrolü bu çalışma kapsamında incelenmiştir. Güdümlü mühimmatlar için KTS tasarımlarında tercih edilen santrik tipte ters krank biyel mekanizması yerine döner mafsallarının birbirine göre kaçık olduğu eksantrik tipte bir ters krank biyel mekanizma yapısı BLDC motor vasıtasıyla hareket ettirilerek yeni bir elektromekanik KTS yapısı önerilmiştir. Mühimmatın uçuşu esnasında KTS'nin sağlaması gereken; kanatçık açısı, kanatçık hızı, kanatcık ivmesi ve mentese momenti gibi sistem girdileri dikkate alınarak KTS mekanizmasının kinematik ve dinamik yük analizleri yapılmıştır. Kinematik analizden elde edilen sonuçlara göre mekanizmanın doğrusalsızlıkları ortaya konularak nihai indirgeme oranı formülüze edilmiştir. BLDC motor ve mekanik bilesenlerden olusan sistemin teorik modeli oluşturulduktan sonra sistem tanımlama yöntemleri kullanılarak KTS transfer fonksiyonu türetilmiştir. Sistem basarımı icin önceden belirlenen basarım kriterlerini sağlamak amacıyla, H<sub>∞</sub> türü gürbüz kontrolcü sentezi deneysel KTS modeli kullanılarak benzetim ortamında

gerçekleştirilmiştir. Sentezlenen kontrolcü, gercek zamanlı olarak döngüde donanım testlerinde sisteme uygulanarak önerilen KTS yapısı ve kontrolcü türünün başarımı deneysel olarak doğrulanmıştır.

#### Teşekkür

Bu çalışma boyunca sağladığı olanak ve katkılardan dolayı TÜBİTAK SAGE'ye teşekkür ederiz.

## Kaynakça

- [1] Fleeman E. Tactical Missile Design, AIAA Education Series, 2001.
- Siouris G. Missile Guidance and Control Systems, Springer, 2003. [3] Ölçer, U. Tuncay., H2/H∞ Mixed Robust Controller Syntehesis
- For A Fin Actuation System, ODTÜ, Ankara, Turkiye, 2013. [4] Daş, E., Delice, İ. İ., Gören, L., Güdümlü Bir Mühimmat Kanatçık Tahrik Sistemi İçin İki Döngülü Kontrol Sistemi Tasarımı, İTÜ, 2014.
- [5] Yoo, C.-H., Lee, Y.-C. and Lee, S.-Y., "A Robust Controller for an Electro-Mechanical Fin Actuator," in Proceeding of the American Control Conference, Boston, Massachusetts, 5, June 30-July 2, 2004 4010-4015
- [6] Salloum, R., Arvan, M.R., Moaveni, B., Robust Lead Compansator Design for an Electromechanical Actuator Based H∞ Theory, Automatic Control and Information Sciences, 2014. [7] Liscouët, J., MaréJ. C. and Budinger, M., "An integrated
- methodology for the preliminary design of highly reliable electromechanical actuators: Search for architecture solutions, Aerospace Science and Technology, 22 (1). 9-18. Oct-Nov. 2012.
- [8] Ristanović, M., Čojbašić, Ž. and Lazić, D., "Intelligent control of DC motor driven electromechanical fin actuator," J. Control Engineering Practice, 20 (6). 610-617. Mar. 2012.
- [9] Doyle J., Francis B., ve Tannenbaum A., Feedback Control Theory, California, Macmillan Publishing Co., 1st ed., 1990.
- [10] Zhou, K., Doyle, J. C. and Glover, K., Robust and Optimal Control, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1996.
- [11] Raafat, S. M., Akmeliawati, R. and Abdulljabaar, I., "Robust Hoo Controller for High Precision Positioning System, Design, Analysis, and Implementation," Intelligent Control and Automation, 3 (3). 262-273. Aug. 2012.
  [12] Han, X., Liu, B., Jia, H., Ge, W., Design and Analysis of Power
- System of Microelectromechanical Actuator, International Conference on Industrial Mechatronics and Automation, 2010.
- Ristanović, M., Lazić, D., Indin, I., Experimental Validation of [13] Improved Performances of an Electromechanical Aerofin Control System With a PWM Controlled DC Motor, FME Transactions 2006.
- [14] Hastürk, Ö., Applications of Slider Chain Inversion in Control Actuation Systems, IEEE International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM), 2016.
- Kim, Sang Hwa, and Min-Jea Tahk. "Modeling and Experimental Study on the Dynamic Stiffness of an [15] Electromechanical Actuator." Journal of Spacecraft and Rockets (2016).
- [16] Liu, Xiaodong, et al. "A global sliding mode controller for missile electromechanical actuator servo system." Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering 228.7 (2014).
- [17] Gao, Yuan, Liang-xian Gu, and Lei Pan. "Application of variable structure control in missile electromechanical actuator system. Intelligent Computation Technology and Automation (ICICTA), 2008 International Conference on. Vol. 1. IEEE, 2008. Söylemez E. Makina Teorisi 1 – Mekanizma Tekniği, Birsen
- [18] Yayınevi, 4. Baskı, 2013. Ogata, K., Discrete-Time Control Systems, Second Edition,
- [19] Prentice-Hall. 2000.

- [20] Ogata, K., Modern Control Engineering, Third Edition, Prentice Hall, 1997.
- [21] Ljung. L, System Identification: Theory for the User, 2 ed., Prentice-Hall, 1999

## Dizel Partikül Filtrelerinin Akustik Modellenmesi

S. Öztürk<sup>\*</sup> İstanbul Teknik Üniversitesi İstanbul H. Erol<sup>†</sup> İstanbul Teknik Üniversitesi İstanbul

Özet-Dizel motorların araç pazarındaki payının giderek artmasıyla, hava kirliliği ve gürültü gibi çevresel etkileri de inceleme konusu olmaya başlamıştır. Hava kirliliğinde önemli bir payı olan dizel egzoz gazlarının kötü etkilerini azaltmak için otomobillerde dizel partikül filtresi (DPF) kullanımı birçok ülkede standart haline gelmektedir. DPF'lerin esas amacının duman partiküllerinin zararlı emisvonunu azaltmak olmasına rağmen, aynı zamanda akustik emisyonu da etkilerler. Bu çalışmada DPF'lerin akustik davranışını belirlemek üzere bir deney düzeneği oluşturulmuş ve ticari bir program olan SIDLAB® kullanılarak oluşturulan model ile deneysel çalışmanın sonucu karşılaştırılmıştır. Model frekansa bağlı ses iletim kaybını vermektedir ve düzlem dalga bölgesinde ölçülen verilerle uyum sağlamaktadır. Anahtar kelimeler: dizel partikül filtresi, ses iletim kaybı (TL), SIDLAB.

Abstract— By the increase of diesel engine in its share of the market, environmental effects such as noise and air pollution has also become the subject of investigation. In order to reduce the worst effects of diesel exhaust gases, which have a significant share in air pollution, the use of a diesel particulate filter (DPF) in automobiles is becoming the standard in many countries. Although the essential purpose of a DPF is to reduce harmful emissions of smoke particles, it also affects the acoustic emissions. In this study, an experiment setup was built in order to determine the acoustical behaviour of DPFs and the experimental results were compared with the results obtained by the model which was built by using a commercial program called SIDLAB<sup>®</sup>. The DPF model gives the results for transmission loss realted to the frequency and it provides compatibility with the measured data in the plane wave region.

#### Keywords: diesel particulate filter, transmission loss (TL), SIDLAB.

## I Giriş

Mukavemetleri ve yüksek verimlilikleri nedeniyle en önemli güç kaynağı olarak kullanılan dizel motorların, yanmadan kaynaklanan partikül emisyonları dünya genelinde önemli bir sorun olmaktadır. Son yıllarda çevresel yönetmelikler ve egzost emisyon standartları nedeniyle, bu emisyonları yakalayan dizel partikül filtreleri (DPF) geliştirilmiştir ve bunların bazıları %90'a varan oldukça etkileyici filtreleme verimi gösterirler. Bir DPF'nin asıl amacı duman parçacıklarının zararlı emisyonlarını azaltmak olmasına rağmen, aynı zamanda akustik emisyonu da etkilerler. Bu, araştırmacıları DPF'nin akustik performansına incelemeye yönlendirmiştir. Son yirmi yılda, DPF'nin performansı birçok teorik ve deneysel çalışmanın konusu olmuştur, örneğin [1-18]. Literatürde var olan Dizel Partikül Filtreleri'ne (DPF) uygulanmasına yönelik deneysel ve teorik çalışmaların bazıları aşağıda özetlenmiştir.

Konstandopoulous ve diğerleri [1] duvar-akış dizel partikül filtreleri basınç düşüşü ve soğutma verimliliği üzerine çalışmış ve komşu kanallar arasındaki bağlantıyı, gözenekli ortam boyunca akışı modellemek üzere, Darcy kanunu ile tanımlamışlardır. Peal [2] kılcal tüpler içinde ses yayılması üzerindeki ortalama akıs etkisine bir yaklaşım geliştirmiştir. Astley ve Cumings [3] kılcal tüplerdeki ses yayılma problemi için, visko-termal bir sıvıdaki dalgalar için basitleştirilmiş denklemlere dayalı FEM çözümleri sunmuştur. Dokumacı [4] basitleştirilmiş denklemlerin aynı seti kullanılarak bir tampon akış ve daire şeklinde bir enine-kesiti durum için kesin bir çözüm mümkün olduğunu göstermiştir. Bu modeli kullanarak bir katalitik konvertör ünitesi için akustik 2-port elde edilmiştir. Daha sonra Dokumacı [5] üst üste ortalama akışı olan dairesel ve dikdörtgensel dar borularda ses iletimini incelemistir. Petek delikleri icin önceki çalışmalarda dairesel boru düşünülürken, burada ilk defa dikdörtgensel boru modellenmiştir. Ih ve diğerleri [6] parçacık hızı radyal bileşeni ihmal ederek, parabolik bir ortalama akışla kapiler silindirik tüplerin ses yayılması için analitik çözümler geliştirmiştir. Jeong ve Ih [7] radyal parçacık hızını da dahil etmenin küçük ama kayda değer etkiye sahip olduğunu, ana denklemlerin sayısal çözümleri ile göstermiştir.

Rodarte ve diğerleri [8] visko-termal etkilere rağmen tüplerdeki ses azalımını incelemişlerdir. Dairesel silindirik yapılardaki gazlarda ses dalgalarının yayılımını inceleyerek, yayılma sabitini çözmek için bir bilgisayar kodu vermişlerdir. Allam ve Abom [9] dizel beslemeli yolcu aracı için bir bütün işlem sonrası cihazın (aftertreatment device - ATD) akustik modelini sunmuşlardır. 2-port modeller, hem her bir eleman için ayrı ayrı hem de bütün ATD birimi için, soğuk şartlardaki testlerle doğrulanmıştır. ATD'lerin tüm toplam akustik davranışının iyi bir doğrulukla tahmin edilebildiğini ortaya koymuşlardır. Allam ve Abom [10]'in çalışmaları, DPF'lerin akustik davranışını belirlemek ve

<sup>\*</sup> ozturksi@itu.edu.tr

<sup>†</sup> erolha@itu.edu.tr

hesaplanabilir akustik 2-port'a izin veren modeller sunmak açısından, literatürde bu konudaki ilk girişimdir. DPF'nin akustik modellenmesi ve testleri üzerine çalışmışlardır ve bunu bir özdeğer 1D problemi olarak kabul etmişlerdir. Bu amaçla, düşük frekanslar için geçerli olan basit bir model ve bütün düzlem dalga alanı için geçerli olan daha detaylı bir model olmak üzere iki model sunmuşlardır. Allam ve Abom [11] dar bir tüp içinde bir düzlem dalga için klasik (tam) Kirchhoff çözüm kullanarak 1D modeli modifiye etmişlerdir. Elnady ve diğerleri [12] susturuculardaki akustik ve akış dağılımı hesaplarının bir arada yapıldığı bir yayın ortaya çıkarmışlardır. Akışa karşı direnç gösteren elemanı tanımlamak için, durum değişkenleri olarak durgun haldeki basınç ve hacimsel akışı alarak, indirgenmiş 2port kullanmış ve modelleme için elektrik devresiyle benzer bir analoji kurmuşlardır.

Bensaid ve diğerleri [13] DPF'ler boyunca kurum filtreleme tanımı için bir model sunmuşlardır. Bu çalışmayla, partikül biriktirmenin esas olarak gazın duvardan geçiş hızı, kurum hacim oranı ve filtreleme verimliliğinden etkilendiği bulunmuştur. Düşük Mach sayılı sınır tabaka ve akustik dalgalar arasındaki etkilesimden kaynaklanan ses azalımı, sönümü, düşük frekanslarda veya dar tüplerde önemli olabilir. Bunun için Knutsson ve Abom [14] türbülans ve akustik dalgalar arasındaki etkileşim için frekansa bağlı eksen simetrik nümerik model önermislerdir. Dokumacı [15] akustik serbest alana açılan gözenekli duvarları olan borulardaki düzlem ses geçişinin analizi için integro-diferansiyel bir sistem önerir ve onun hem genel nümerik çözümünü hem de yaklaşık analitik cözümünü verir. Wenzhi ve Liming [16] DPF'nin akustik performansını tahmin etmek için, sonlu elemanlar analizi ve viskozite düzeltmesinden oluşan birleşik bir yaklaşım önerir. Bütün DPF'nin basitleştirilmiş bir modelini kurmuşlardır ve bu model, DPF'nin ses yayılma karakteristiğini analiz etmede kullanılır. Payri ve diğerleri [17] kararlı akış testinde basınç düşüşü ve iki teorik yaklasımın kombinasyonuna dayanan, geçirgenlik, gözeneklilik ve delik boyutu gibi deliğin yapısal özelliklerini belirlemek için DPF'lerde bir metedoloji önermişlerdir. Fayyad ve diğerleri [18] DPF'lerde ses yayılımını 2D bir model ile sunmuşlardır. Bu 2D model, ses yayılma sabiti değerlerini hesaplamak ve DPF'nin akustik empedansını bulmak için kullanılmıştır. Sonuçlar, araştırmacıların deneysel baska sonuçlarıyla karşılaştırılmış ve iyi bir uyum elde edilmiştir.

Bu çalışmada, bir DPF sistemi için Elnady Engineering tarafından geliştirilen SIDLAB® programı kullanılarak bir model oluşturulmuş ve deneysel çalışmalar gerçekleştirilmiştir. DPF'e ait ses iletim kaybı değerleri deneysel veriler kullanılarak MATLAB programı ile hesaplanmış ve sonuç SIDLAB® modeli ile karşılaştırılmıştır. Karşılaştırma sonucunda iki modelin iyi bir uyum gösterdiği tespit edilmiştir.

#### II. Teori

Bu bölümde DPF'nin ses iletim kaybının hesaplanmasında kullanılacak olan denklemlere yer verilmiştir. Şekil 1 dizel partikül filtresinin iki komşu hücresinin yapısını göstermektedir. Şekil 1'den de görülebildiği üzere, bir DPF 5 bölüme ayrılır; giriş (IN) ve çıkış (OUT) kesitleri, geçirgen olmayan duvarlar (I-III) ve monolit filter bölümü.



Şekil 1 Bir DPF biriminin kesit görünümü.

Her bir bölüm ayrı ayrı 2-portlu transfer matrisleriyle (T) tanımlanabilir. Bir bütün DPF için ise transfer matrisi

$$\mathbf{T}_{DPF} = \mathbf{T}_{IN} \mathbf{T}_{I} \mathbf{T}_{II} \mathbf{T}_{III} \mathbf{T}_{OUT}$$
(1)

şeklindedir. Her bir filtre bölümü için sistemdeki dalga yayınım davranışı, akustik dalga yayınımı için gerekli olan lineerleştirilmiş süreklilik, momentum ve enerji denklemlerinin çözümü ile sağlanır.

Süreklilik denklemi:

$$\frac{\partial \rho_j}{\partial t} + U_{oj} \frac{\partial \rho_j}{\partial x} + \rho_{oj} \frac{\partial u_j}{\partial x} = (-1)^j \frac{4\rho_w}{d_{hj}} u_w$$
(2)

Momentum denklemi:

$$\rho_{0j}\left(\frac{\partial}{\partial t} + U_{0j}\frac{\partial}{\partial x}\right)u_j = -\frac{\partial p_j}{\partial x} - \alpha_j u_j \tag{3}$$

Burada,  $\rho_0$ ,  $U_0$ , u, sırasıyla, zaman ortalama yoğunluk, eksenel ortalama akış hızı ve akustik parçacık hızını göstermektedir. x kanal eksenini ve j = 1,2 giriş ve çıkış borularını temsil eder.  $u_w$  duvar boyunca parçacık dalgalanmasını,  $r_w$  gözenekli duvardaki gaz yoğunluğunu ve  $d_h$  ise kuadratik kanalların genişliğini ifade eder.

Komşu hücreler arasındaki ilişki Darcy kanunun dalgalanan alanlara uygulanması ile tanımlanabilir:

$$p_1 - p_2 = R_w u_w \tag{4}$$

Problemin çözümü için parametreler zamana bağlı harmonikler olarak tanımlanır:

$$p_{j}(x) = \hat{p}_{j}e^{-i\kappa x}, \qquad u_{j}(x) = \hat{u}_{j}e^{-i\kappa x},$$
$$\hat{p}_{j} = c_{j}^{2}\hat{\rho}_{j}, \qquad (5)$$

 $\hat{p}_j = Z_j \hat{u}_j,$ 

Denklem (5)'teki zamana bağlı harmonik parametreler süreklilik ve momentum denklemlerinde yerlerine yazılırsa:

$$\frac{i\omega}{c_j^2} \hat{p}_j + \frac{U_{0j}}{c_j^2} (-iK) \hat{p}_j + \rho_{0j} Z_j^{-1} \hat{p}_j (-iK) = (-1)^j \frac{4\rho_w}{d-R} (\hat{p}_1 - \hat{p}_2)$$
(6)

denklemi elde edilir.

$$\rho_{0j} \left( i\omega + U_{0j} \left( -iK \right) \right) Z_j^{-1} = iK - \alpha_j Z_j^{-1}$$
(7)  
Denklem (7)'deki karakteristik dalga empedansı

$$Z_{j} = \frac{\rho_{0j}\omega - i\alpha_{j} - \rho_{0j}U_{0j}K}{K} = \frac{\rho_{0j}c_{j}\left(k_{j}' - M_{j}K\right)}{K} \qquad (8)$$

şeklinde yazılabilir. Burada

$$M_{j} = U_{0j} / c_{j}, \, k'_{j} = k_{j} - i\alpha_{j} / \rho_{0j}c_{j}, \, k_{j} = \omega / c_{j}$$

Aşağıdaki tanımlamayla birlikte  $B_j = c_j \rho_w / d_{hj} R_w$ , Denklem (7) yeniden düzenlenirse,

$$-(k_{j}-M_{j}K)\hat{p}_{j}+\frac{K^{2}}{(k_{j}'-M_{j}K)}\hat{p}_{j}=(-1)^{j}iB_{j}(\hat{p}_{1}-\hat{p}_{2}) \quad (9)$$

lineer denklem sistemi elde edilir ve bu da

$$\begin{pmatrix} K_1^2 + 4iB_1(k_1' - M_1K) & -4iB_1(k_1' - M_1K) \\ -4iB_1(k_2' - M_2K) & K_2^2 + 4iB_2(k_2' - M_2K) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{p}_1 \\ \hat{p}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$
(10)

şeklinde yazılabilir. Burada

 $K_{j}^{2} = K^{2} - (k_{j} - M_{j}K)(k_{j}' - M_{j}K).$ 

 $K_n$ 'nin özdeğerlerinin her bir kökü için 2-D modu (özvektörü) mevcuttur. Bu özvektörleri ve modları kullanarak, bu özvektörlere ait genel ifade aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\begin{pmatrix} \hat{p}_{1}(x) \\ \hat{p}_{2}(x) \end{pmatrix} = \sum_{n=1}^{4} \hat{a}_{n} e^{-iK_{n}x} \mathbf{e}_{j,n}$$
(11)

 $\hat{a}_n$  modal genliktir. Her bir akustik basınç için Denklem (12) ile ifade edilen bir akustik hacimsel hız mevcuttur.

$$\begin{pmatrix} \hat{q}_1(x) \\ \hat{q}_2(x) \end{pmatrix} = \sum_{n=1}^4 \hat{a}_n e^{-iK_n x} \mathbf{e}'_{j,n}$$
(12)

burada  $\mathbf{e}'_{j,n} = \mathbf{e}_{j,n} dh_j^2 / Z_{j,n}$ . Daha sonra Denklem (11) ve (12) kullanılarak 4-portlu matris yazılabilir:

$$\begin{pmatrix} \hat{p}_{1}(x) \\ \hat{p}_{2}(x) \\ \hat{q}_{1}(x) \\ \hat{q}_{2}(x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e^{-iK_{1}x}\mathbf{e}_{1} & e^{-iK_{2}x}\mathbf{e}_{2} & e^{-iK_{3}x}\mathbf{e}_{3} & e^{-iK_{4}x}\mathbf{e}_{4} \\ e^{-iK_{1}x}\mathbf{e}_{1}' & e^{-iK_{2}x}\mathbf{e}_{2}' & e^{-iK_{3}x}\mathbf{e}_{3}' & e^{-iK_{4}x}\mathbf{e}_{4}' \\ \hat{a}_{3} \\ \hat{a}_{4} \end{pmatrix}$$
(13)

Bu denkleme x = 0 ve x = L uygulanırsa

$$\begin{pmatrix} \hat{p}_{1}(0) \\ \hat{p}_{2}(0) \\ \hat{q}_{1}(0) \\ \hat{q}_{2}(0) \end{pmatrix} = \mathbf{H}(0) \begin{pmatrix} \hat{a}_{1} \\ \hat{a}_{2} \\ \hat{a}_{3} \\ \hat{a}_{4} \end{pmatrix}$$
(14)

ve

$$\begin{pmatrix} \hat{p}_{1}(L) \\ \hat{p}_{2}(L) \\ \hat{q}_{1}(L) \\ \hat{q}_{2}(L) \end{pmatrix} = \mathbf{H}(L) \begin{pmatrix} \hat{a}_{1} \\ \hat{a}_{2} \\ \hat{a}_{3} \\ \hat{a}_{4} \end{pmatrix}$$
(15)

olur. Denklem (14) ve (15) düzenlendiğinde

$$\begin{pmatrix} \hat{p}_{1}(0) \\ \hat{p}_{2}(0) \\ \hat{q}_{1}(0) \\ \hat{q}_{2}(0) \end{pmatrix} = \mathbf{H}(0)\mathbf{H}^{-1}(L) \begin{pmatrix} \hat{p}_{1}(L) \\ \hat{p}_{2}(L) \\ \hat{q}_{1}(L) \\ \hat{q}_{2}(L) \end{pmatrix}$$
(16)

ifadesine ulaşılır. Yeni bir tanımlamayla

 $\mathbf{S} = \mathbf{H}(0)\mathbf{H}^{-1}(L)$ (17) ve 1. ve 2. kanallardaki rijit duvar sınır koşulları

$$\hat{q}_2(0) = 0$$
 ve  $\hat{q}_1(L) = 0$  (18)

ifadeleri dikkate alındığında 2-portlu T matrisi

$$= \begin{pmatrix} S_{12} - S_{42}S_{11} / S_{41} & S_{14} - S_{44}S_{11} / S_{41} \\ S_{32} - S_{42}S_{31} / S_{41} & S_{34} - S_{44}S_{31} / S_{41} \end{pmatrix}$$
(19)

Bütün açık kanalların etkisini göz önüne alırsak, tüm DPF için ses iletim kayıpları

$$T_{II} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} / N \\ N T_{21} & T_{22} \end{pmatrix}$$
(20)

denklemi ile hesaplanır. 5 bölümden oluşan tüm DPF sistemi için ise ses iletim kaybı denklemi

$$TL = 10\log_{10}\left\{ \left( \frac{1+M_{in}}{1+M_{out}} \right)^2 \frac{Z_{in}}{4Z_{out}} \middle| T_{11}^{DPF} + \frac{T_{12}^{DPF}}{Z_{out}} + Z_{in}T_{21}^{DPF} + \frac{Z_{in}T_{22}^{DPF}}{Z_{out}} \middle|^2 \right\}$$
(21)

şeklindedir.

## III. Deneysel Çalışmalar

Т

Ses iletim kaybı ölçümleri oda sıcaklığında temiz bir DPF ile gerçekleştirilmiştir. Ölçüm düzeneği ve kullanılan ekipmanlar Şekil 2'de gösterildiği gibidir.



Şekil 2 Ses iletim kaybı ölçüm düzeneği.

Şekilde gösterilen ölçüm düzeneğinde, analizör tarafından üretilen beyaz gürültü sinyali yükseltici yardımı ile istenen gürültünün yaratılması için hoparlöre gönderilir. Hoparlör tarafından beyaz gürültü susturucuya gönderilir. Susturucu giriş çıkışında yer alan 4 mikrofon ile zamana bağlı olarak sinyaller toplanır ve mikrofon ön yükselticilerinde yükseltildikten sonra analizörde bu sinyallerin FFT dönüşümü yapılarak frekansa bağlı

olarak otospektrum ve krosspektrum değerleri elde edilir. Analizörden alınan bu veriler, bilgisayarda işlenir ve iletim kaybı eğrileri oluşturulur.



Şekil 3 Ölçüm düzeneği.



Şekil 4 Difüzör-DPF sistemi.

DPF'yi ve difüzörlerini içeren tüm sistem Şekil 4'te görülmektedir.

Ölçümler düzlem dalga aralığında gerçekleştirilmiştir. Giriş ve çıkış sinyalleri arasındaki transfer fonksiyonları, akışın olmadığı durumda temiz bir filtre için hesaplanmıştır. Daha sonra bu transfer fonksiyonlarından MATLAB programı yardımıyla TL değerleri hesaplanmıştır.

Deneysel olarak TL ölçümü gerçekleştirilen ve Şekil 3 ve 4'te görülen DPF'yi modellemek için SIDLAB®'de oluşturulan model Şekil 5'teki gibidir.



Şekil 5 SIDLAB modeli.

Sanayiden temin edilen ve deneysel çalışmalarda kullanılan DPF'ye ait parametrik değişkenler ve değerleri Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1 DPF ve difüzörler için parametrik değerler.

| DPF       |        | Difüzör   |        |
|-----------|--------|-----------|--------|
| Parametre | Değeri | Parametre | Değeri |
| L         | 300 mm | L         | 200 mm |
| D         | 228 mm | d1        | 49 mm  |
| ht        | 0.9 mm | d2        | 228 mm |
| CPSI      | 165    |           |        |

#### IV. Sonuçlar ve Tartışma

Bu çalışmada, bir dizel partikül filtresinin akustik davranışını belirlemek için ses iletim kaybı hesaplanmıştır. Deneyi gerçekleştirilen filtre giriş ve çıkış çapları, test düzeneğinin borularının çapından daha büyük olduğundan, DPF'nin giriş ve çıkışına birer difüzör bağlanmıştır. Bu nedenle hesaplanan ses iletim kayıpları, difüzörleri de içeren tüm sistem için geçerlidir.

DPF'nin TL'si 0-2500 Hz aralığında hesaplanmıştır. Ancak SIDLAB® simülasyonu kesme frekansının altındaki frekans değerleri için geçerlidir. Bu nedenle, SIDLAB® simülasyonu ve deneysel sonuçlar karşılaştırılırken özellikle kesme frekansının altındaki değerler dikkate alınmıştır. Kesme frekansı bu sistem için Denklem (22) kullanılarak 881 Hz olarak hesaplanmıştır.

$$f_{kesme} = \frac{1.84c}{\pi D} \tag{22}$$

DPF için SIDLAB® programı kullanılarak elde edilen TL grafiği Şekil 6'da siyah eğri ile gösterilmektedir. Şekilde, DPF için ölçülen 2-portlu veriler kullanılarak MATLAB programı ile hesaplanan TL grafiği ise mavi renkteki eğridir.



Şekil 6 DPF için, SIDLAB®'den elde edilen TL-f grafiği (siyah) ve deneysel çalışmadan elde edilen TL-f grafiği (mavi).

Şekil 6'dan görüldüğü üzere, SIDLAB® programı ve ölçüm sonucunda elde edilen TL değerleri düşük frekanslar için oldukça uyumludur, ancak kesme frekansının üzerindeki frekanslarda küçük farklar görülmektedir.

Gelecekte, bir DPF-difüzör sistemi yerine yalnız DPF üzerinde bir çalışma gerçekleştirilebilir. Aynı zamanda temiz filtre ile çalışmak yerine kurum tabakasının DPF'in akustik davranışı üzerine etkisini araştırmak için çalışma koşullarındaki DPF'ler ile deneysel çalışmalar gerçekleştirilebilir.

#### Kaynakça

- G. Konstandopoulos, J. H. Johnson, "Wall-flow diesel particulate filters - their pressure drop and collection efficiency", Society of Automotive Engineering, SAE Paper No. 890405, 1989.
- [2] K. S. Peat, "A first approximation to the effects of mean flow on sound propagation in capillary tubes", Journal of Sound and Vibration Vol. 175, 1994, 475–489.
- [3] R. J. Astley, A. Cummings, A., "Wave propagation in catalytic converter formulation of the problem and finite element scheme". Journal of Sound and vibration, Vol.188, No. 5, 1995, 635–657.

- [4] E. Dokumaci, "Sound transmission in narrow pipes with superimposed uniform mean flow and acoustic modeling of automobile catalytic converters", Journal of Sound and Vibration, Vol. 182, 799–808, 1995.
  [5] Dokumacı (1997). On transmission of sound in circular and
- [5] Dokumacı (1997). On transmission of sound in circular and rectangular narrow pipes with superimposed mean flow, *Journal of Sound and Vibration*, 210(3), 375-389.
  [6] J.-G Ih, C. M. Park, H-J. Kim, "A model for sound propagation
- [6] J.-G Ih, C. M. Park, H-J. Kim, "A model for sound propagation in capillary ducts with mean flow". Journal of Sound and Vibration Vol. 190, No.2, 163–175, 1996.
- [7] K.-W. Joeng, J.-G. Ih, (1996). "A numerical study on the propagation of sound through capillary tubes with mean flow", Journal of Sound and Vibration, Vol. 198, No. 1, 67–79, 1996.
- [8] Rodarte ve digerleri (1999). Sound attenuation in tubes due to visco-thermal effects, *Journal of Sound and Vibration*, 231(5), 1221-1242.
- [9] Allam ve Abom (2004). Modeling and Testing of After-Treatment Devices,
- [10] Allam ve Abom (2005). Acoustic modelling and testing of diesel particulate filters, *Journal of Sound and Vibration*, 288, 255-273.
- [11] Allam ve Abom (2005). Sound propagation in an array of narrow porous channels with application to DPFs, *Journal of Sound and Vibration*, 291, 882-901.
- [12] Elnady ve diğerleri (2008). Flow and pressure drop calculation using two-ports, *The Fifteenth International Congress on Sound* and Vibration, Daejeon, Korea, 6-10 July.
- [13] Bensaid ve digerleri (2009). Modelling of diesel particulate filtration in wall-flow traps, *Chemical Engineering Journal*, 154, 211-218.
- [14] Knutsson ve Abom (2010). The effect of turbulance damping on acoustic wave propagation, *Journal of Sound and Vibration*, 329, 4719-4739.
- [15] Dokumacı (2010). Sound transmission in pipes with porous walls, *Journal of Sound and Vibration*, 329, 5346-5355.
- [16] Wenzhi ve Liming (2011). FEM analysis on acoustic performance of wall flow diesel particulate filters, *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 24.
- [17] Payri ve diğerleri (2011). Experimental-theoretical methodology for determination of inertial pressure drop distribution and pore structure properties in wall-flow diesel particulate filters (DPF), *Energy*, 36, 6731-6744.
- [18] Fayyad ve diğerleri (2011). Four-port noise model for the diesel particulate filters (DPF), Jordan Journal of Mechanical and Industrial Engineering, 5, 495-507.

## Empedans Tüpü ile Malzemelerin Farklı Geliş Açılarındaki Ses Yutma Katsayısının Belirlenmesi

A. Seçgin\* M. Kara† Dokuz Eylül Üniversitesi İzmir İzmir

Öret— Ses yutma katsayısı, yankı odalarında veya empedans tüp düzeneklerinde ölçülebilmektedir. Empedans tüp düzeneklerinde durağan dalga yöntemi veya iki mikrofon yöntemi kullanılabilir. Bu çalışmada, iki mikrofon yöntemi ile ölçüm yapılabilmesi için gerekli olan tüp azaltımı deneysel olarak elde edilmiştir. Daha sonra elde edilen tüp azaltımı kullanılarak sesin numuneye farklı geliş açılarındaki yutma katsayısı açılı üretilen numune tutular yardımıyla ölçülmüştür. Sonuçlar sesin numuneye normal yönde gelmesi durumunda ölçülen spesifik akustik empedans oranı yardımıyla hesaplanan farklı geliş açılarındaki ses yutma katsayıları ile karşılaştırılmıştır.

Anahtar kelimeler: tüp azaltımı, ses yutma katsayısı, empedans tüpü

**Abstract**—Sound absorption coefficient can be measured in reverberation rooms or impedance tube apparatus. Standing wave method or two microphone method can be used in impedance tube apparatus. In this study, tube attenuation that is required to perform measurements via two microphone method is determined experimentally. After that, random incidence sound absorption coefficient is measured with the aid of produced angled holders using evaluated tube attenuation. Results are compared with the calculation of random incidence sound absorption coefficient using normal incidence specific acoustic impedance ratio.

Keywords: tube attenuation, sound absorption coefficient, impedance tube

### I Giriş

Bir ortamdaki akustik konfor, sesin çınlaması ile ilişkilidir. Çınlamanın istenilen ortama göre yüksek veya düşük olması ortamın akustik konforunu bozarak sesin algılanabilirliğini dahi tamamen yitirmesine neden olabilir. Bu nedenle ortamların konforunun akustik açıdan düzenlenmesi (acoustic treatment) oldukça önemlidir. Bir odada yapılan akustik düzenlemeler, genellikle sesin bir ortamda 60 dB azalma süresi olarak tanımlanan çınlama süresinin (RT60) kontrolü ile sağlanmaktadır. Bu süre Sabine ve Eyring gibi ortam içerisinde bulunan malzemelerin ses yutma katsayısı ile Y. İhtiyaroğlu‡ A. Ozankanş Prüftechnik Türkiye Dokuz Eylül Üniversitesi İstanbul İzmir

doğrudan ilişkili bazı ampirik yaklaşımlar ile belirlenebilmektedir [1]. Bu nedenle malzemelerin ses yutma katsayılarının belirlenmesi akustik düzenlemeler açısından oldukça önemlidir.

Bir malzemenin ses yutma katsayısı, kendisine gelen sesin ne kadarını yuttuğu gösterir ve yoğunluk, elastisite, kalınlık, akış direnci gibi parametrelere göre değişir.

Ses yutma katsayısı, yankı odalarında veya empedans tüpleri yardımıyla ölçülebilmektedir. Yankı odalarında yapılan ölçümlerde rastgele geliş açısındaki (random incidence) ses yutma katsayısı [2] belirlenebilmektedir. Yapılan ölçümlerde doğanın iyi simule edilebilmesinden dolayı kesin sonuçlar ölçülebilmesine rağmen bu laboratuarların kurulumu oldukça pahalı olduğundan dolayı farklı ölçüm tekniklerine gereksinim duyulmaktadır.

Empedans tüpü ile yapılan ölçümlerde dik geliş açısındaki (normal incidence) ses yutma katsayısı belirlenebilmektedir [3,4]. Bu nedenle ölçümlerde malzemenin ses yutma karakteri ile ilgili bilgi edinebilmektedir. Bunun yanında normal geliş açısındaki ses yutma katsayısı kullanılarak farklı geliş açılarındaki ses yutma katsayısı analitik olarak elde edilebilmektedir[5].

Empedans tüplerinde ses yutma katsayısı belirlenirken, iki mikrofon yöntemi ve durağan dalga yöntemi olmak üzere 2 farklı ölçüm tekniği bulunmaktadır. Durağan dalga yönteminde hareketli bir mikrofon yardımıyla tüp içerisindeki maksimum ve minimum ses basınçları ölçülerek ses yutma katsayısı belirlenirken, iki mikrofon yönteminde tüpün farklı eksenel konumlarında bulunan mikrofonlar yardımı ile ölçülen frekans cevap fonksiyonları (FRF) yardımıyla ses yutma katsayısı belirlenir. Bu yöntemde doğru ölçümler yapılabilmesi için tüpün iç yutumunun belirlenmesi oldukça önemlidir. Tüpün iç yutumu ampirik olarak ASTM E1050-98 standardı ile belirlenebilmektedir [4]. Fakat bu formülasyonun reel sistemler için uygulanabilirliği uygun değildir.

Bu çalışmada, empedans tüp düzeneklerinde yapılan ölçüm tekniklerinden bahsedilerek Dokuz Eylül Üniversitesi Makine Mühendisliği bölümünde tasarımı ve üretimi yapılan bir empedans tüp düzeneğinin azaltım katsayısı (iç yutumu) deneysel olarak belirlenmiştir. Elde edilen sonuçlar uygulanarak üretilen tüp sisteminin yazılımına uygulanmış ve malzemelerin ses yutma

<sup>\*</sup> abdullah.secgin@deu.edu.tr

<sup>†</sup> kara.murat@deu.edu.tr

<sup>‡</sup> yusuf.iht@gmail.com § altavozankan@hotmail.com

<sup>§</sup> altayozankan@notmall.co

katsayısı belirlenmiştir. Elde edilen sonuçlar, durağan dalga yöntemi ile karşılaştırılmıştır. Ayrıca üretilen özel numune tutucular ile farklı geliş açılarındaki ses yutma katsayısı empedans tüp düzeneği ile ölçülerek, dik geliş açısındaki ses yutma katsayısı kullanılarak analitik olarak elde edilen farklı geliş açılarındaki ses yutma katsayısı karşılaştırılmıştır.

#### II. Matematiksel Bağıntılar

Bu bölümde, empedans tüpünde gerçekleştirilen durağan dalga ve iki mikrofon yöntemi ile ses yutma katsayılarının ölçüm teknikleri yer almaktadır. Ayrıca belirlenen dik geliş açısındaki ses yutma katsayısı kullanılarak herhangi bir geliş açısındaki ses yutma katsayısının belirlenmesi kısaca anlatılmıştır.

A. Durağan dalga yöntemi ile ses yutma katsayısının belirlenmesi

Tüp içerisinde yayınan bir düzlemsel dalga, testi yapılan numuneye çarparak geri yansır ve gelen ve yansıyan dalgaların girişimi sonucunda uzamda dalganın hareket etmediği bir durum olan durağan dalga oluşur (Şekil 1).



Tüp içerisinde oluşan bu durağan dalganın maksimum ve minimum ses basınçları Şekil 2'de görülen bir hareketli mikrofon yardımıyla ölçülerek ses yutma katsayısı şu şekilde belirlenir [3]:

$$\alpha = 1 - \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^2 \tag{1}$$

Burada,  $n = p_{\text{max}}(0)/p_{\text{min}}(0)$ ;  $p_{\text{max}}(0)$  ve  $p_{\text{min}}(0)$ düşük iç yutumlu bir tüp için sırasıyla tüp içerisindeki numuneye en yakın maksimum ve minimum ses basıncı olarak alınabilir.



Şekil. 2. Durağan dalga aparatı [6]

#### B. İki mikrofon yöntemi ile ses yutma katsayısının belirlenmesi

Bu yöntem ile ses yutma katsayısı, ASTM E 1050 – 98 standardına uygun olarak belirlenebilir [4]. Bu standart Şekil 3'de görülen şematik olarak iki mikrofon yöntemiyle bir tüp içerisinde yayınan sesi giden ve yansıyan parçalarına ayırarak akustik performans parametrelerinin belirlenmesini anlatır. Mikrofonların pozisyonun belirlenmesi, formülasyonlar, frekans aralığının belirlenmesi gibi parametreler de standartta yer almaktadır.



Şekil. 3. İki mikrofon yöntemi ile ses yutma katsayısını belirlemek için kullanılan deneysel düzenek

Bu standarda göre empedans tüpü ile ilgili bazı ölçüler şu şekilde belirlenir:

1. Ölçüm yapılan tüpün frekans aralığı,

$$f_l < f < f_u \tag{2}$$

olmalıdır. Burada  $f_u$  frekans üst sınırını,  $f_i$  ise frekans alt sınırıdır.

- Frekansın alt sınırı, mikrofonlar arasındaki uzaklık en düşük frekansın dalga boyunun %1'inden büyük olması ile belirlenir.
- 3. Frekans üst sınırı ise  $f_u < 0.586c/d$  ile belirlenmektedir (c: ses hızı, d: boru çapı). Bu şart düzlemsel dalga şartı olarak da bilinmektedir.
- Tüpün boyu ise "kaynak ile en yakın mikrofonun uzaklığı en az 3 tüp çapı kadar olmalıdır" ile belirlenir.
- 5. Ayrıca seçilen mikrofonların çapı, yüksek frekans dalga boyunun %20'inden küçük olmalıdır.
- Bunun yanında mikrofonlar arasındaki uzaklık (s) c/2f<sub>u</sub> 'dan oldukça küçük olmalıdır ve maksimum

mikrofon uzaklığı  $c/2f_u$ 'nun %80'inden büyük olmamalıdır.

İki mikrofon yöntemi ile ölçümlerde yansıma katsayısı,

$$R = |R|e^{j\phi} = R_r + jR_i = \frac{H - e^{-jks}}{e^{jks} - H}e^{j2k(l+s)}, \qquad (3)$$

ile ifade edilir [4]. Burada, |R| yansıma katsayısının genliği,  $\phi$  yansıma katsayısının faz açısı,  $R_r$  yansıma katsayısının reel kısmı,  $R_i$  yansıma katsayısının sanal kısmı,  $H = P_2/P_1$  kompleks frekans cevap fonksiyonu, s mikrofonlar arasındaki uzaklık, l numune ile 2. mikrofon arasındaki uzaklık, k = k' - jk'' kompleks dalga sayısı, k'' ise azaltım katsayısıdır (attenuation constant) ve birimi Neper.m<sup>-1</sup>'dir. Tüpün azaltım katsayısının (yutumunun) hesaplanması bir sonraki bölümde ele alınacaktır. Hesaplanan yansıma katsayısına göre ses yutma katsayısı ve numunenin spesifik akustik empedans oranı şu şekilde ifade edilir:

$$\alpha = 1 - \left| R \right|^2, \tag{4}$$

$$\frac{z}{\rho c} = \frac{r}{\rho c} + j \frac{x}{\rho c} = r' + j x' = \frac{1+R}{1-R} .$$
 (5)

Burada  $\rho$  havanın yoğunluğudur.

Daha önce ifade edildiği gibi empedans tüplerinde ses yutma katsayısı sesin numuneye dik geldiği durumda ölçülmektedir. Bunun yanında ölçülen akustik empedansın reel ve sanal kısımları kullanılarak farklı geliş açılarındaki ses yutma katsayısı şu şekilde ifade edilebilir [5]:

$$\alpha(\phi) = \frac{4r'\cos(\phi)}{\left(1 + r'\cos(\phi)\right)^2 + \left(x'\cos(\phi)\right)^2}.$$
 (6)

Burada  $\phi$  sesin numunenin normali ile yaptığı açıdır.

#### C. Tüp azaltımının belirlenmesi

Bir tüp boyunca yayınan ses dalgaları viskoz ve termal kayıplar nedeniyle sönümlenir. Bu tüp yutumunu düzeltmek için dalga sayısı;

$$k = k' - jk'' \tag{7}$$

olarak modellenir. Burada,  $k' = 2\pi f/c$  ile elde edilirken k'' azaltım katsayısıdır. Azaltım katsayısı, ampirik olarak,

$$k'' = A\sqrt{f} / cd , \qquad (8)$$

hesaplanır [4]. Burada, f frekans, c ses hızı, d tüp çapı ve A ise azaltım sabitidir ve genellikle A=0.02203 olarak alınır.

Fakat ampirik olarak hesaplamalar sırasında tüpün malzemesinin yutum değeri hesaba katılmadığından hesaplanan değerlerin doğruluğu tartışılabilir. Bu nedenle tüp azaltımının deneysel olarak belirlenmesi daha doğru bir yaklaşım olacaktır. Deneysel olarak tüp azaltımının belirlenirken rijit son durumunda yansıma katsayısı 1 olacağından, ölçülen transfer fonksiyonu yardımıyla Newton-Raphson yöntemi kullanılarak k'' belirlenebilir. Buna göre,

$$R = \frac{H - e^{-jks}}{e^{jks} - H} e^{j2k(l+s)} = 1.$$
 (9)

Denklem (9) düzenlenirse,

$$e^{jks} + e^{jk(2l+s)} = H(1 + e^{j2k(l+s)}), \quad (10)$$

elde edilir. Newton-Raphson algoritmasına göre,

$$\frac{\partial f_1}{\partial k''} \varepsilon_{k'} = f_1, \qquad (11)$$

$$f_{1} = H(1 + \exp(j2k'(l+s) + 2k''(l+s))) -\exp(jk's + k''s) - \exp(jk'(2l+s) + k''(2l+s)) = 0,$$
(12)

$$\frac{\partial f_1}{\partial k''} = H2(l+s)\exp\left(j2k'(l+s) + 2k''(l+s)\right)$$
  
$$-s \cdot \exp\left(jk's + k''s\right) - (2l+s)\exp\left(jk'(2l+s) + k''(2l+s)\right)$$
 (13)

Burada, exp eksponansiyel fonksiyondur ve 2,7183 olarak alınır.

## III. Empedans Tüpü ile Yapılan Ölçümler ve Analizler

Bu bölümde Tübitak tarafından desteklenen 114M753 nolu proje kapsamında Dokuz Eylül Üniversitesi tarafından tasarlanan ve üretilen bir empedans tüp düzeneğinin (Şekil 4) tüp azaltımı deneysel olarak belirlenmiş ve ampirik sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Ayrıca üretilen empedans tüp düzeneği ile ölçülen ses yutma katsayıları, daha önce laboratuvarda bulunan bir durağan dalga aparatı ile yapılan ölçümler ile karşılaştırılmıştır. Son olarak malzemelerin farklı geliş açılarındaki ses yutma katsayısı, üretilen özel numune tutucular yardımıyla ölçülerek yarı-analitik sonuçlar ile karşılaştırılmıştır.



#### A. Empedans tüp düzeneğinin tüp azaltımının belirlenmesi

Bu bölümde, üretilen empedans tüp düzeneğinin ses yutma katsayısı ve empedans ölçümleri için oluşturulan düşük frekans setinin tüp azaltımı elde edilmiştir. Tüp azaltımı Bölüm II.C'de belirtilen ampirik (denklem (8)) ve deneysel yöntemler ile ayrı ayrı belirlenmiş ve dalga sayısının imajiner kısmı Şekil 5'de sunulmuştur. Daha sonra elde edilen ampirik ve deneysel tüp azaltımları denklem (7)'da yerine koyularak rijit durum için elde edilen ses yutma katsayısı Şekil 6'da sunulmuştur. Şekil 6'da tüp azaltımının uygulanmadığı durumdaki rijit son için hesaplanan ses yutma katsayısı da gösterilmiştir.

Şekil 5 ve 6 incelendiğinde, ampirik formülasyonun kullanılması durumunda yeterli tüp azaltım değerleri elde edilememiştir. Deneysel tüp azaltımı ile 300 Hz civarında elde edilen yüksek yutum değerleri giderilerek rijit durum için 0 ses yutma katsayısı elde edilmiştir.





Şekil. 6. Rijit durum için ölçülen ses yutma katsayısı (düz: tüp azaltımı kullanmadan, kesikli: ampirik tüp azaltımı kullanılarak, noktalı: deneysel tüp azaltımı kullanılarak)

#### B. Malzemelerin ses yutma katsayısının ölçümü

Bu bölümde, üretilen empedans tüp sistemi ile yapılan malzeme ölçümleri sunulmuştur. Yapılan ölçümler aşağıdaki gibidir:

- Malzemelerin normal geliş (normal incidence) ses yutma katsayısı, empedans ve yansıma katsayısı ölçülmüştür. Elde edilen ses yutma katsayısı ölçüm sonuçları, durağan dalga yöntemi kullanılarak pirinç tüp ile yapılan ses yutma katsayısı ölçümleri ile karşılaştırılmıştır.
- Malzemelerin farklı geliş açılarındaki (random incidence) ses yutma katsayısı, empedans ve ses yutma katsayısı ölçümleri üretilen aparat yardımıyla ölçülmüştür. Elde edilen sonuçlar ile sabit açılı (15<sup>0</sup>, 30<sup>0</sup> ve 40<sup>0</sup>) olarak üretilen flanşlar yardımıyla gerçekleştirilen ölçüm sonuçları ile karşılaştırılmıştır.

#### B1. Normal geliş ses yutma katsayısı ölçümleri

Bu bölümde yapılan ölçümlerle ile farklı orandaki köpük ve keçe karışımlarından oluşturulan ve farklı kalınlıklarda Ax, Bx ve Cx olarak isimlendirilen kaplama malzemelerin normal geliş ses yutma katsayısı iki mikrofon yöntemi ile belirlenmiş ve 1/3 oktav bandı merkez frekanslarında yapılan durağan dalga yöntemi ölçümleri ile karşılaştırılarak sonuçlar doğrulanmıştır (Şekil 7).

18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, Trabzon, 5-7 Temmuz 2017



18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, Trabzon, 5-7 Temmuz 2017



Şekil 7. Keçe ve köpük esaslı kaplama malzemesi ses yutma katsayısı a) Ax numunesi kalınlık: 5 mm b) Bx numunesi kalınlık: 5 mm c) Cx numunesi kalınlık: 4 mm

Şekil 7 incelendiğinde ölçüm sonuçlarının durağan dalga yöntemi ile elde edilen ses yutma katsayısı ile benzer karakteristikler verdiği görülmüştür. Transfer fonksiyonu yöntemi ile genel olarak daha düşük ses yutma katsayılarının elde edilmesinin nedeni ise, durağan dalga yönteminde minimum ses basıncının doğru olarak ölçülememesidir.

# B2. Farklı geliş açılarındaki ses yutma katsayısı ölçümleri

Bu bölümde sesin numuneye belirli bir açıyla gelmesi durumundaki ses yutma katsayısı ölçümleri Şekil 8'de görülen sabit açılı flanşlar yardımıyla 0-1000 Hz arasında gerçekleştirilmiştir. Geliş açıları, sesin numuneye normal yöndeki gelişinin (0<sup>0</sup>) yanında  $15^{0}$ ,  $30^{0}$  ve  $40^{0}$  olarak ayarlanmıştır.

Farklı geliş açılarındaki ses yutma katsayısı Şekil 9'da görülen kalınlıkları sırasıyla 19, 35 ve 45 mm olan petrol bazlı ısı yalıtım malzemesi (Şekil 9a), üçgen piramit yüzeyli malzeme (Şekil 9b) ve cam yünü (Şekil 9c) için ölçülmüştür. Normal yöndeki yapılan ölçümlerin 1/3 bandı ortalamalı sonuçları Şekil oktav 10'da sunulmuştur. Şekil 8'de görülen flanşlar yardımıyla farklı geliş açılarındaki ses yutma katsayıları ölçülerek Şekil 11-13'de karşılaştırılmıştır. Bunun yanında aynı malzemelerin normal yöndeki spesifik akustik empedans oranının reel ve sanal kısımlarının Denklem (6)'da kullanılması ile elde edilen sonuçlar yine Şekil 11-13'de sunularak deneysel sonuçlar ile karşılaştırılmıştır.



Şekil 8. Sabit açılı numune tutucular a)  $15^{\circ}$ , b)  $30^{\circ}$ , c)  $40^{\circ}$
18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, Trabzon, 5-7 Temmuz 2017



a) b) c) Şekil 9. Ölçümü gerçekleştirilen malzemeler a) petrol bazlı ısı yalıtım malzemesi, b) piramit, c) cam yünü



Şekil 10. Normal geliş için ses yutma katsayıları

18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, Trabzon, 5-7 Temmuz 2017



Şekil 12. Piramit geometrili sünger için farklı geliş açılarındaki ses yutma katsayıları



Şekil 13. Cam yünü için farklı geliş açılarındaki ses yutma katsayıları

Şekil 10-13 incelendiğinde şu sonuçlar elde edilebilir:

- Malzemelerin ses yutma katsayısı frekansın artmasıdalga boyunun küçülmesi- sonucunda numune kalınlığı ile sesin dalga boyu oranı arttığından genel olarak artış göstermiştir.
- Denklem (6) kullanılması durumdaki ses yutma katsayısı sonuçları geliş açısının artmasıyla birlikte artmaktadır.
- 3. Deneysel olarak farklı geliş açılarındaki ses yutma katsayısı sonuçları geliş açısının artmasıyla birlikte sürekli olarak artmamaktadır. Dolayısıyla malzemelerin farklı geliş açılarındaki ses yutma katsayılarının Denklem (6) kullanılarak belirlenmesi yerine deneysel olarak belirlenmesi daha uygundur.

## IV. Sonuçlar

Bu çalışmada, üretilen bir empedans tüp düzeneğinin tüp azaltımı deneysel ölçüm sonucuna Newton-Raphson algoritması uygulanarak belirlenmiştir. Elde edilen tüp azaltımı ampirik sonuçlara kıyasla daha güvenilir olduğu gösterilmiştir. Elde edilen tüp azaltımı kullanılarak bazı malzemelerin ses yutma katsayıları iki mikrofon yöntemi ile ölçülerek, tüp azaltımı kullanılmadan durağan dalga yöntemi ile yapılan ölçümler karşılaştırılarak sonuçlar doğrulanmıştır. Daha sonra sesin numuneye farklı geliş açılarındaki ses yutma katsayıları üretilen özel numune tutular yardımı ile iki mikrofon yönteminin kullanılması sonucunda belirlenmiştir. Elde edilen sonuçlar, sesin numuneye normal yönde gelmesi durumunda ölçülen spesifik akustik empedans oranı yardımıyla hesaplanan farklı geliş açılarındaki ses yutma katsayıları ile karşılaştırılmıştır. Sonuçlar farklı geliş açılarındaki ses yutma katsayılarının deneysel olarak belirlenmesinin daha güvenilir olduğu göstermiştir.

## Teşekkür

Bu çalışma, 114M753 No.lu TÜBİTAK 1005 Araştırma Projesi kapsamında gerçekleştirilmiştir.

#### Kaynakça

- Hodgson M., Bradley J. Sound in Rooms. In L.L. Beranek & I.L. Ver (Eds.). Noise and Vibration Control Engineering. John Wiley & Sons Inc, 25-44, 1992.
- [2] ASTM C423-09, Standard Test Method for Sound Absorption and Sound Absorption Coefficients by the Reverberation Room Method, 2009.
- [3] ASTM C384-04, Standard Test Method for Impedance and Absorption of Acoustical Materials by Impedance Tube Method, 2004.
- [4] ASTM E1050-98, Standard Test Method for Impedance and Absorption of Acoustical Materials Using A Tube, Two Microphones and A Digital Frequency Analysis System, 1998.
- [5] Fahy F. Foundation of Engineering Acoustics. Elsevier Academic Press, 2001.
- [6] Bruel & Kjaer, "Standing Wave Apparatus", Technical note, www.bandk.com.

# Akustik Yalıtım Malzemelerinin Ses Yutma Katsayılarının Farklı Sıcaklık Koşulları Altındaki Değişiminin Deneysel Olarak İncelenmesi

| A. Seçgin*               | Y. İhtiyaroğlu†     | M. Kara‡                 | A. Ozankan§              |
|--------------------------|---------------------|--------------------------|--------------------------|
| Dokuz Eylül Üniversitesi | Prüftechnik Türkiye | Dokuz Eylül Üniversitesi | Dokuz Eylül Üniversitesi |
| İzmir                    | İstanbul            | İzmir                    | İzmir                    |

Özet—Günümüzde, ürünlerin akustik performansı otomotiv, beyaz eşya, ısıtma havalandırma ve havacılık gibi endüstriyel alanlarda ayırt edici ve önemli bir parametre haline gelmiştir. Yapıların akustik performansını arttırmak amacıyla kullanılan yalıtım malzemelerinin akustik performans parametreleri özel akustik odalarda veya empedans tüp düzenekleri kullanılarak belirlenebilmektedir. Özellikle uzav ve havacılık endüstrisinde, akustik performans parametrelerinin sıcaklığa bağlı değişiminin ortaya koyulması önemlidir. Bu çalışmada değişimi ortaya koymak adına tasarlanan ve geliştirilen bir sistem yardımıyla empedans tüp düzeneğinin iç ortamı şartlandırılarak deneyler gerçekleştirilmiş ve sonuçlar ortaya koyulmuştur. Ayrıca malzemelerde farklı sıcaklıklar için şartlandırılmış ve sonuçlar deneysel olarak elde edilmiştir. Sonuçlar, akustik performans parametrelerinin sıcaklığa bağlı olarak değişimini net olarak göstermiştir.

Anahtar kelimeler: akustik performans parametresi, empedans tüp, sıcaklığa bağlı ses yutumu

Abstract-Nowadays, acoustic performance of products is dioristic and important parameter for many sectors and applications like automotive, white goods, aeronautical, heating and ventilating. Acoustic performance parameters of insulation materials those are used for increasing acoustic performance of systems can be determined in special acoustic rooms or via impedance tube apparatus. Especially in aeronautical industry, determination of acoustic performances of materials depending on the temperature is very significant. In this paper, an air conditioning system has been developed for conditioning the inner of the impedance tube. Sound absorption coefficients of materials are determined in different tube conditions and also materials have been conditioned for different temperatures, therefore the experiments are performed again. The results show that the acoustic performance parameters depend on thermal conditions.

Keywords: acoustic performance parameter, impedance tube, sound absorption coefficient depends on temperature

## I. Giriş

Malzemelerin akustik performans parametrelerini belirlemek için kullanılacak bir empedans tüp setinin sahip olması gereken tasarımsal kriterler ve kısıtlar ilgili standartlar ile belirlenmiştir [1, 2]. Ayrıca yine aynı standart içerisinde deneylerin yapılışı ve parametrelerin deneysel sonuçlara göre hesaplanması açıkça yer almaktadır. Deneylerin gerçekleştirildiği tüplerin vibroakustik performans testleri [3,4], tüplerin standartlara uygun olduğunu göstermektedir. Ayrıca deneysel sonuçların empedans tüpün iç yutumuna göre normalize edilmesi gerekmektedir. Normalizasyon işlemi için ampirik formüller kullanılabilir [1], ancak daha kesin sonuçlar için tüp yutumunu deneysel olarak hesaplanması gerekmektedir [5].

Yalıtım malzemelerinin akustik performanslarının bulunduğu ortama göre gösterdiği değişim uzun yıllardır araştırılmaktadır. Bu amaçla Harris, sesin havadaki yutumunu farklı nem ve sıcaklık koşulları altında incelemiştir [6]. Hamilton ve arkadaşları sıcaklığın durağan dalgaların yayınımı üzerindeki etkisini ele almıştır [7].

Ortam sıcaklığının yanı sıra malzemelerin farklı sıcaklık ve nem koşulları altındaki akustik performansları da literatür de incelenmiştir. Bareille ve arkadaşları kompozit bir plakanın farklı sıcaklıklardaki ses geçirgenliğini deneysel ve analitik yöntemler ile irdelemişlerdir [8]. Ayrıca Ando ve Kasoka yaptıkları deneysel çalışmada sabit sıcaklık altında ve farklı nem koşullarındaki malzemelerin akustik karakterlerindeki değişimi ortaya koymuşlardır [9].

Bu çalışmada geliştirilen bir şartlandırma sistemi yardımıyla hem ortam koşulları hem de malzemelerin iç koşulları değiştirilmiş ve bu durumun malzemelerin ses yutma katsayısına etkisi empedans tüp sistemi ile ölçülmüştür.

## II. Matematiksel Bağıntılar

Ses yutma katsayı empedans tüp düzenekleri içerisinde durağan dalga yaklaşımı ile hesaplanır. Bir ses dalgasının durağan dalga olarak kabul edilebilmesi için gerekli şartlar ilgili standartta açıkça belirtilmiştir [1]. Standartta belirtildiği üzere bu çalışmada iki mikrofon yöntemi kullanılmıştır.

<sup>\*</sup> abdullah.secgin@deu.edu.tr

<sup>†</sup> yusuf.iht@gmail.com

<sup>‡</sup> kara.murat@deu.edu.tr

<sup>§</sup> altayozankan@hotmail.com

İki mikrofon yönteminde empedans tüpüne dik olarak yerleştirilmiş iki mikrofondan alınan ses basınç bilgilerinin birbirine oranı (transfer fonksiyonu) bir veri toplama kartı yardımıyla dijital ortama aktarılır. Frekansa bağlı, transfer fonksiyonu yardımıyla malzemenin yansıma katsayısı şu şekilde hesaplanabilir.

$$R = |R|e^{j\phi} = R_r + jR_i = \frac{H - e^{-jks}}{e^{jks} - H}e^{j2k(l+s)}$$
(1)

Burada, s mikrofonlar arası mesafe ve l ise ikinci mikrofon ile test numunesinin yüzeyi arasındaki mesafedir. H karmaşık transfer fonksiyonudur ve Denklem (2) kullanılarak hesaplanabilir.

$$H = \frac{P_2}{P_1} = |H| e^{j\phi}$$
(2)

mikrofonlarının Basinc genlik ve faz uyumsuzluklarının ortadan kaldırılması için bir kalibrasyon işlemi uygulanmalıdır [1]. İlgili standartta yöntemi belirtilen bu işlemde, ilk ölçüm mikrofonların standart konfigürasyonunda yapılırken, ikinci ölçümde mikrofonların yeri değiştirilerek ölçüm tekrarlanmalıdır. Ardından alınan bu iki ölçüm sonucunda, yansıma katsayısı (*R*) hesabında kullanılacak transfer fonksiyonunun genlik ve faz değeri Denklem (3) ve (4)'teki gibi tekrar hesaplanmalıdır.

$$H = \sqrt{H_I H_{II}} \tag{3}$$

$$\phi = \frac{\phi_I + \phi_{II}}{2} \tag{4}$$

Burada,  $H_I$  ve  $\Phi_I$  standart ölçüm konfigürasyonunda ölçülen karmaşık transfer fonksiyonun genlik ve fazı,  $H_{II}$ ve  $\Phi_{II}$  ise ikinci ölçüm konfigürasyonunda ölçülen kompleks transfer fonksiyonun genlik ve fazıdır. k dalga sayısıdır ve frekansa bağlı olarak şu şekilde hesaplanabilir.

$$k = \frac{2\pi f}{c} \tag{5}$$

Burada, f frekansı c ise ses hızını temsil etmektedir. Sesin atmosfer basıncındaki havada yayınım hızı sıcaklığa bağlı olarak şu şekilde hesaplanabilir.

$$c = 20,05\sqrt{^{o}C + 273} \tag{6}$$

Farklı sıcaklıklarda deneyler gerçekleştirileceği için bu çalışmada formüllerdeki ses hızı sıcaklığa bağlı olarak hesaplanmıştır. Hesaplanan yansıma katsayısı (*R*) kullanılarak malzemenin ses yutma katsayısı (*α*) Denklem (7) kullanılarak belirlenebilir.

$$\alpha = 1 - \left| R \right|^2 \tag{7}$$

Bu çalışmada tüpün iç yutumu deneysel yöntemler ile hesaplanmış ve sonuçlar iç yutuma göre normalize edilerek sunulmuştur. Tüpün iç yutumunun hesaba katılmasıyla Denklem (5)'te formülü verilen reel dalga sayısı k karmaşık bir sayı haline gelmektedir.

$$k' = k - jk'' \tag{8}$$

Burada k'' tüp azaltımıdır ve şu şekilde ampirik olarak belirlenebilir.

$$k'' = \frac{A\sqrt{f}}{cd} \tag{9}$$

Burada d tüp çapı, A ise bir sabittir. A ampirik olarak 0,0203 olarak kabul edilebileceği gibi, Han ve arkadaşları [5] tarafından önerilen deneysel yöntem kullanılarak daha kesin olarak hesaplanabilir. Bu çalışmada A sabiti deneysel olarak hesaplanmıştır.

## III. Deneysel Analiz

## A. Deney düzenekleri

Deneysel çalışmalar DEU Titreşim ve Ses Laboratuvarı tarafından TÜBİTAK'ın desteği ile tasarlanan ve üretilen DEU Sonic empedans tüp düzeneği üzerinde gerçekleştirilmiştir. Malzemelerin ses yutma katsayısının ölçümünde düşük frekans bölgesi (100-1000 Hz) ve yüksek frekans bölgesi (1-5 kHz) için kullanılan iki tüp sistemi Şekil 1'de gösterilmiştir.



Şekil. 1. Ses yutma katsayısı ölçümleri için iki mikrofon empedans tüp düzenekleri: a) düşük frekans sistemi (100-1000 Hz) b) yüksek frekans sistemi (1-5 kHz)

Mikrofon olarak GRAS ¼" basınç alanı (pressure field) mikrofonları kullanılmıştır. Ölçülen veriler NI DAQ sistemi ile dijital ortama aktarılıp, Labview tabanlı geliştirilen bir program ile işlenmiştir. Ayrıca deneyler hoparlöre yollanan beyaz gürültü sinyali altında

yapılmıştır. Deneysel sistemin şematik gösterimi Şekil 2'de verilmiştir.



Şekil. 2. Ses yutma katsayısı ölçümleri deney düzeneği şematik gösterimi

Deneylerde iki farklı durum irdelenmektedir. İlk olarak tüpün iç ortamı farklı sıcaklıklarla şartlandırılmış ve iki farklı malzemenin ses yutma katsayısındaki değişim izlenmiştir. Tüp ortamının şartlandırılması için bir şartlandırma ünitesi tasarlanmış ve üretilmiştir. Şartlandırma ünitesi içerisinde bulunan bir kompresör yardımıyla soğutma çevrimi gerçekleştirmekte ve evaporatör yardımıyla hava soğutulmaktadır. Ayrıca bir rezistans yardımıyla da hava yüksek sıcaklıklara ısıtılabilmektedir. Şartlandırılan hava bir üfleme ve bir emiş fanı yardımıyla tüp içerisinde devir daim olmaktadır. Tüpün iç ortam durumu bir sıcaklık nem probu ile yazılımdan anlık olarak takip edilebilmektedir. Şartlandırma sistemi şematik olarak Şekil 3'te gösterilmiştir. Kurulan deneysel düzenek ise Şekil 4'te gösterilmiştir.



Şekil. 3. Şartlandırma sistemi tasarımı



Şekil. 4. Şartlandırma sistemi ve deney düzeneği

İkinci durumda ise tüpün iç ortamı oda sıcaklığında tutulmuş, malzemeler farklı sıcaklıklara şartlandırılmış ve ölcümler gerçekleştirilmiştir. Numunelerin şartlandırılması için buzdolabı ve firından yararlanılmıştır. Numunenin şartlandırıldıktan sonra deneyler sırasındaki soğuma ve ısınma durumları incelendiğinde, deneylerin çok kısa bir sürede sebebiyle tamamlanması istenilen sıcaklıklarda deneylerin yapılabildiği görülmüştür. Numune sıcaklıkları termokupl yardımıyla ölçülmüştür ve ölçümler numune yüzeyinden değil numunenin merkezinden yapılmıştır. Homojen sıcaklık dağılımının oluşumuna dikkat edilmiştir. Numune sıcaklığına bağlı durum hem düşük hem de yüksek frekans bölgeleri için yapılmış ve 100 - 5000 Hz genişliğindeki bantta sonuçlar elde edilmiştir.

## B. Deneysel sonuçlar

Bu çalışmada farklı sıcaklıklardaki ölçümlerin sonuçları sunulmadan önce, iki mikrofon yöntemi ile yapılan deneysel ölçümler, yine deneysel bir yöntem olan durağan dalga yöntemi [10] ile doğrulanmıştır. Bu bağlamda farklı orandaki köpük ve keçe karışımlarından oluşturulan, farklı kalınlıklardaki Ax, Bx ve Cx olarak isimlendirilen kaplama malzemelerin normal geliş ses yutma katsayısı belirlenerek karşılaştırılmıştır (Şekil 5).

18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, Trabzon, 5-7 Temmuz 2017



18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, Trabzon, 5-7 Temmuz 2017



Şekil 5. Keçe ve köpük esaslı kaplama malzemesi ses yutma katsayısı a) Ax numunesi kalınlık: 5 mm b) Bx numunesi kalınlık: 5 mm c) Cx numunesi kalınlık: 4 mm

Şekil 5 incelendiğinde ölçüm sonuçlarının durağan dalga yöntemi ile elde edilen ses yutma katsayısı ile benzer karakteristikler verdiği görülmüştür. İki mikrofon yöntemi ile genel olarak daha düşük ses yutma katsayılarının elde edilmesinin nedeni ise, durağan dalga yönteminde minimum ses basıncının doğru olarak ölçülememesidir.

Sıcaklığa bağlı deney sonuçları, ortam sıcaklığına bağlı ve numune sıcaklığına bağlı olarak iki ayrı başlık altında incelenmiştir. Deneylerde iki faklı numune kullanılmıştır. Bunlar 18 mm kalınlığında kauçuk sünger ve 40 mm kalınlığında akustik piramit süngerdir. Numuneler Şekil 6'te gösterilmiştir.



Şekil. 6. Numuneler a) akustik piramit sünger b) kauçuk sünger

#### B1. Ortam sıcaklığına bağlı ses yutumu

Ortam sıcaklığındaki değişimin malzemelerin ses yutma katsayısına etkisini incelemek adına geliştirilen deneysel sistem Şekil 4'te gösterilmiştir. Deneyler empedans tüpünün iç sıcaklığı 16 °C, 25 °C ve 44 °C'de sabit olduğu durumlarda gerçekleştirilmiştir.

Numunelere ait sonuçlar Şekil 7'de görüldüğü gibidir.

Şekil 7'de görüldüğü üzere ortam sıcaklığındaki değişimin malzemelerin ses yutma katsayısı üzerinde çok fazla değişikliğe neden olmadığı açıkça görülmektedir.

# B2. Numune sıcaklığına bağlı ses yutumu

Numune sıcaklığına bağlı deneyler için numuneler homojen ısıtma ve soğutma işlemine tabii tutulmuştur. Bunun için bir firin ve buzdolabından faydalanılmıştır.

Deneyler numune sıcaklıkları -9 °C 10 °C, 26 °C ve 50 °C için gerçekleştirilmiştir. Numune sıcaklıkları termokupl yardımıyla ölçülmüş ve homojen sıcaklık dağılımına dikkat edilmiştir.

Ses yutma katsayısının numune sıcaklığına bağlı değişimi Şekil 8'de sunulmuştur.

Şekil 8 incelendiğinde, numunenin sıcaklığının değiştirilmesi durumunda malzemenin ses yutma karakterinin düşük frekanslarda (400 Hz'e kadar) benzer davranış fakat yüksek frekanslarda farklı davranış gösterdiği görülmektedir.

## C. Sonuçlar

Sonuçlar incelendiğinde ses yutma katsayısı karakteristiğinin ortam şartlandırılması ile kayda değer bir miktarda değişmediği ancak numune sıcaklığının malzemelerin ses yutma katsayısı karakteristiği üzerinde ciddi bir değişime sebep olduğu açıkça görülmektedir. Bu durum malzemenin sıcaklığının artmasıyla içyapısının değişmesi ile açıklanabilir.

18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, Trabzon, 5-7 Temmuz 2017



18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, Trabzon, 5-7 Temmuz 2017



Bu sonuçlar da ortaya koymaktadır ki, uzun süre farklı sıcaklıklar altında bekleyen ve sıcaklığı değişen malzemelerin, akustik performans parametreleri belirlenirken numune sıcaklığına da dikkat edilmelidir. Günümüzde, gerek akustik odalarda gerekse empedans tüplerinde gerçekleştirilen deneyler oda sıcaklığında yapılmaktadır. Ancak uzmanların malzeme seçimlerinde daha iyi seçimler yapabilmesi için numune sıcaklığına bağlı ses yutum karakteristiklerine dikkat etmeleri gerektiği görülmektedir.

#### Teşekkür

Bu çalışma 114M753 numaralı TÜBİTAK 1005 Araştırma Projesi kapsamında gerçekleştirilmiştir.

## Kaynakça

- [1] ASTM-E 1050-98. Standart test method for impedance and absorption of acoustical materials using a tube, two microphones and a digital frequency analysis system.
- [2] ASTM-E 2611-09. Standart test method for measuremnt of normal incidence sound transmission of acoustical materials based on the transfer matrix method.
- [3] Seçgin A., İhtiyaroğlu Y. ve Kara M. Experimental vibro-acoustic modal analysis of a composite tube. International Conference on Advances in Applied and Computational Mechanics, Izmir, 5-7 Ağustos 2015.
- Seçgin A., İhtiyaroğlu Y. ve Yapanmış B. Comparison of vibro-acoustic performances of composite and brass tubes under acoustic excitation. International Conference on Advances in [4] Applied and Computational Mechanics, Izmir, 5-7 Agustos 2015. Han J., Herrin D.W. ve Seybert A.F. Accurate measurement of
- [5] small absorption coefficients", SAE International, 2007. Harris C.M. Absorption of sound in air versus humidity and
- [6] temprature. The Journal of Acoustical Society of America, 1966. Hamilton M.F., Yurii A.I. ve Evgania A.Z. Thermal effects on
- [7] acoustic streaming in standing waves. The Journal of Acoustical Society of America, 2003.
- [8] Chronopoulos D., Ichcou, Troclet B. ve Bareille O. Thermal effects on the sound transmission through aerospace composite structures. Aerospace Science and Technology, 2013. Ando Y. ve Kosaka K. Effects of humudity on sound absorption
- [9] of porous materials. Applied Acoustics, 1970.
- [10] ASTM C384-04, Standard Test Method for Impedance and Absorption of Acoustical Materials by Impedance Tube Method, 2004.

# Akustik Yalıtımlı Eğri Boruların Ses Azaltımı için Sayısal Modelleme Çalışması

A.S. Sarıgül\* Dokuz Eylül Üniversitesi İzmir

Özet— Akustik olarak kaplanmış, dikdörtgen kesitli eğri boruların, iç yüzey Helmholtz integrali ile sayısal çözümü için yapılan modelleme çalışmasının sonuçları sunulmuştur. Helmholtz integral denklemi, sınır elemanları metodu ile çözülürken boru sınırlarındaki yalıtıma bağlı olarak oluşturulabilecek farklı modellerin sonuçları tartışılmıştır. İncelenen boruların ses azaltım spektrumlarının analitik çözümle karşılaştırılması temelinde elde edilen en uygun modelin özellikleri belirlenmiştir.

Anahtar kelimeler: Akustik yalıtım, eğri boru, Helmholtz integrali, ses azatlımı, sınır elemanları metodu

**Abstract**— The results of a modelling study for the numerical solution of interior surface Helmholtz integral for acoustically lined curved pipes with rectangular cross-section are presented. The results of different possible models with regard to the lining on the boundaries, for the solution of Helmholtz integral equation by using boundary element method are discussed. The features of the most proper model obtained on the basis of the comparison of the sound attenuation spectra with analytical solution are determined.

Keywords: Acoustic lining, boundary element, curved pipe Helmholtz integral, sound attenuation

## I Giriş

Borulardaki ses yayınımı teorik akustiğin önemli bir konusudur. Boru ve kanallar, endüstride susturuculardan havalandırma sistemlerine farklı biçimlerde yaygın olarak kullanıldığı için uygulamalı akustiğin de temel alanlarından birini oluşturmaktadır. Eğri borular, düz borulara göre farklı ses yayınımı özellikleri gösterir. Bu durum onları önemli çalışmaların öznesi haline getirmiştir [1-8]. Eğriliğin pratik bir sonucu, bazı sert duvarlı borularda belirli bir düzeyde ses azaltımı oluşmasıdır [9]. Ses azaltımı için temel olarak etkili olan uygulama, boruyu akustik malzemeyle kaplamaktır. Ses yutucu malzeme ile boru eğriliğinin birleşimi, incelemeye değer ilginç ve karmaşık bir akustik problem oluşturur [10-15].

Bu çalışmanın amacı, Kaynak [9]'da sert duvarlı, 90° açılı torus biçimindeki borular için yapılan ses azaltımı çalışmasını, yalıtımlı borulara doğru genişletmektir. Dalga denklemi, torus geometrisini ifade eden toroidal koordinatlarda yazılamadığından, bu tip borular için ancak yaklaşık çözümler mümkün olabilmektedir. Sınır elemanları metodu bu konuda iyi sonuç verebilecek sayısal yöntemlerden birisidir. Buna karşın, yalıtımlı borular için kullanılacak modelin geliştirilmesi çözüm için en önemli zorluğu oluşturmaktadır. Bu çalışmada, doğruluğu analitik çözümleri bilinen dikdörtgen kesitli silindirik borularla karşılaştırılarak belirlenen farklı boru modelleri için elde edilen sonuçlar verilmiştir. Frekans spektrumunda analitik sonuçlara en yakın değerleri veren çözüm modeli belirlenmiş ve bu modelin özellikleri sunulmuştur.

Bu çözümlerde, iç yüzey Hemholtz integral denklemi temel oluşturmaktadır. İntegral denkleminin sayısal çözümünde izoparametrik sınır elemanları metodu kullanılır. Çözümlerde, boruda akış olmadığı kabul edilmiştir. Boru girişi akustik dalgalar oluşturmak üzere bir piston gibi titreşirken, boru çıkışında kullanılan yankısız yüzey yansımanın olmadığı sınır koşulunu tanımlamaktadır. Boru, lokal reaksiyonlu ses yutucu malzeme ile kaplanmıştır.

## II. Problem Formülasyonu

İlgilenilen bölgenin, S sınırına ve n birim dış normaline sahip bir cismin iç akustik alanı olması durumunda iç yüzey Helmholtz integral denklemi aşağıdaki biçimde yazılabilir:

$$C(\mathbf{x})p(\mathbf{x}) = \int_{S} \{p(\mathbf{y})[\partial G(\mathbf{R},k)/\partial n(\mathbf{y})] + iz_{o}ku_{n}(\mathbf{y})G(\mathbf{R},k)\} ds(\mathbf{y})$$
(1)

Burada, *p* ses basınç genliği, *u<sub>n</sub>* sınırdaki akışkan parçacığının normal yöndeki hız genliği, *x* ve *y* iç yüzey *S* üzerindeki noktalardır.  $\mathbf{R} = |\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}|$ ,  $i = \sqrt{-1}$ , *k* dalga sayısı  $= 2\pi f/c$  olup, *f* frekans, *c* ses hızıdır. Çözümde zamanın  $exp(i2\pi ft)$  biçiminde harmonik olarak değiştiği kabul edilir. *ds* diferansiyel sınır elemanı, *z<sub>o</sub>* ortamın karakteristik empedansı  $= \rho_o c$ ,  $\rho_o$  hareketsiz ortamın yoğunluğudur. *G*(*R*,*k*) Helmholtz operatörü için üç

<sup>\*</sup>saide.sarigul@deu.edu.tr

boyutlu serbest uzay Green fonksiyonu = exp(-ikR/R)dur. C(x), yüzeydeki kenar, köşe etkilerini hesaplayan bir katsayıdır [16]:

$$C(\mathbf{x}) = \int_{S} \left[ \partial(1/\mathbf{R}) / \partial n(\mathbf{y}) \right] ds(\mathbf{y})$$
(2)

Denklem (1)'deki iç yüzey Helmholtz integralinin sayısal çözümünden önce sınır koşullarının uygulanması gerekir. Yüzeydeki normal hız genliği u ile gösterilirse, sınır koşulları katı duvarlar için,

$$u_n(\mathbf{y}) = u(\mathbf{y}) \tag{3}$$

ses yutucu yüzeyler için,

$$u_n(\mathbf{y}) = u(\mathbf{y}) + \beta(\mathbf{y})p(\mathbf{y}) \tag{4}$$

biçiminde yazılır. Burada  $\beta$  ses yutucu malzemenin akustik admitansıdır [17].

Sınır koşullarının uygulanmasından sonra Denklem (1)'deki integral denklemi, sınırdaki ses basıncı ve normal hız genlikleri arasında bağıntı sağlar. Denklem (1)'e sınır elemanları metodunun sayısal olarak uygulanması ile aşağıdaki biçimde yazılabilecek karmaşık bir cebirsel denklem sistemi elde edilir:

$$\left[E - K(f)\right]p = H(f)u \tag{5}$$

Burada, p ve u düğümlerdeki sırası ile ses basıncı ve bilinen normal hız vektörleridir. Diyagonal olan E, K(f)ve H(f) kare matrislerinin boyutu NxN olup, N toplam düğüm sayısıdır. Ses yutucu yüzeylerdeki düğümlerin akustik admitans değerleri K(f) matrisi içinde yer alır. Sayısal çözüm, Denklem (5)'i gelişigüzel biçime ve herhangi sınır koşullarına sahip, üç boyutlu cisimler için oluşturabilen bir bilgisayar programı kullanılarak gerçekleştirilir. Program, yüzeylerin modellenmesinde dörtgen, sekiz düğümlü, izoparametrik sınır elemanları kullanır. Sayısal integrasyon, Gauss integrasyon tekniği kullanılarak gerçekleştirilir. Çözümlerde, tüm elemanlarda 16 Gauss noktası kullanılmıştır.

#### III. Borulardaki Ses Azaltımı

Bu çalışmadaki borular, Şekil 1'de gösterildiği gibi 45° silindirik yanal geometriye sahip olup dikdörtgen kesitlidir. Boruların giriş yüzeyi, sabit bir normal hız genliği ile titreşirken çıkış yüzeyi akustik admitansı  $\beta=1/z_o$  olan yankısız bir yüzey gibi davranır. Giriş kesitindeki sınır koşulu, düzlemsel dalga yayınımını ifade



ŞEKİL 1. Bu çalışmada kullanılan eğri boru



ŞEKİL 2. Boru geometrisi

etmekte, çıkış kesitindeki koşul hiç yansıma olmadığını göstermektedir. Yanal duvarlar, arkası kapalı peteksi yapı ve üzerindeki lifli kaplama dokusundan oluşan akustik bir malzeme ile kaplanmıştır.

Ko'nun [13] bu çalışmada ele alınan boruları, Şekil 2'de verilen geometrik parametrelere sahiptir. Boru 45° eğrilik açısına sahip olup, a dış duvar yarıçapı, b iç duvar yarıçapı,  $\ell$  kaplama kalınlığı d hariç olmak üzere boru genişliğinin yarısıdır. Yanal duvarlardaki kaplamanın akustik admitansı,

$$\beta = \frac{1}{z_o \left[ R_* \left( 1 + i f_* / f_{o^*} \right) - i \cot(2\pi f_* d_*) \right]}$$
(6)

formülü ile verilmiştir [13]. Burada,  $R_*=R'z_o$  özgül akustik direnç oranı,  $f_*=fD/c$  boyutsuz frekans, D=2a dış duvar çapı,  $f_{o*}=f_oD/c$  boyutsuz karakteristik frekans,  $d_*=d/D$  boyutsuz kaplama çekirdek kalınlığı, R' ve  $f_o$  ilgili boyutlu büyüklüklerdir.

Boruların ses azaltım değerleri, giriş ve çıkış yüzeylerindeki düğümlerin ses basınçlarının ortalama değerleri kullanılarak bulunmuştur. Boruların kesit alanı sabit olduğu için ses iletim kaybı sadece ortalama basınçlar ile ifade edilebilir. Bu nedenle, ses iletim kaybı yerine, ses azaltım düzeyi terimi kullanılır:

ses azaltım düzeyi = 20 log 
$$\left(\frac{p_{giriş}}{p_{gikış}}\right) dB$$
 (7)

#### IV. Yalıtımlı Borunun Model ve Çözüm Seçenekleri

Boruların giriş ve çıkış yüzeylerinin, kapalı bir hacim oluşturmadaki önemleri ve hassasiyet gerektiren sınır koşullarına sahip olmaları nedeni ile yan duvarlara göre daha küçük elemanlarla modellenmesi gerektiği; ayrıca bu yüzeylerin yan duvarlarla birleşiminde bulunan düğümler için duvar sınır koşullarının kullanılmasının daha uygun sonuçlar verdiği ortaya koyulmuştur [9]. Yalıtımlı borular için yan duvarların oluşturulmasında, giriş ve çıkış yüzeylerindeki sınır koşullarının uygulama ve çözümünde farklı seçenekler ortaya çıkmaktadır. Bu seçeneklerinden hangisinin daha gerçekçi olduğu ise ancak analitik çözümlerle karşılaştırma temelinde ortaya koyulabilecek olup, bu çalışmanın konusunu oluşturmaktadır. Bu çalışma sonucunda elde edilen modeller, sonraki çalışmalarda incelenecek farklı tipteki yalıtımlı borularda güvenle kullanılabilecektir. Ayrıca bu modeller, kenar veya köşeleri olan yalıtımlı yüzeyler için de örnek teşkil edebilecektir.

#### A. Model Seçenekleri

Bu çalışmada, Ko'nun [13] çözümü ile karşılaştırmak amacıyla onun tarafından kullanılan kare kesitli bir boru ele alınmıştır. Bu boruya yalıtım uygulandığı zaman Şekil 3'de gösterilen üç farklı model elde edilebilir.

## A1. Büyük kesitli boru

Bu boru, Şekil 3.a'da gösterildiği gibi dış çeperin içine kaplama geçirilerek oluşturulmuştur. Sınır elemanları ve düğümleri dış çeper üzerine yerleştirildiği için, bu boru kesiti en büyük modeli temsil etmektedir.

## A2. Küçük kesitli boru

Şekil 3.b'de gösterilen bu boru modeli, dış çeperin üzerine kaplama geçirilerek elde edilmiştir. Bu biçimdeki boru kesiti en küçük modeli oluşturmaktadır.



ŞEKİL 3. Boru modelleri. a) Büyük kesitli, b) Küçük kesitli, c) Orta kesitli

#### A3. Orta kesitli boru

Bu boru modelinde, Şekil 3.c'de görüldüğü gibi kaplamanın yarısı dış çeperin üzerine yarısı da içine yerleştirilmiştir. Böylelikle oluşturulan boru kesiti ile orta boyutlu model elde edilmiştir.

## B. Sınır Koşulları ve Çözüm Seçenekleri

Boru giriş yüzeyi düzgün olarak titreşmektedir. Çıkış yüzeyi ise yankısız özelliğe sahiptir. Ancak, yan duvarlara yalıtım uygulandığında kesitte oluşan değişime bağlı olarak bu sınır koşullarının hangi düğümlere uygulanacağı ve Denklem (7)'de kullanılacak basınç ortalamalarının hangi düğümler üzerinden alınacağı sorusu yine analitik sonuçlarla karşılaştırma temelinde çözülecek bir problemdir. Bu problemde, giriş ve çıkış yüzeyindeki sınır koşulları uygulanacak ve ortalama alınacak düğümlerde aşağıdaki soruların yanıtları aranmaktadır.

1-Titreşen yüzeye doğru uzanan yanal duvarlardaki yalıtım nedeni ile, giriş yüzeyindeki düzgün titreşen düğümlerin hangileri olacağı.

2-Aynı nedenle, titreşen yüzeyde yalıtım kullanılacak düğüm olup olmayacağı, olursa hangilerinin olacağı.

3-Yankısız yüzeye doğru uzanan yanal duvarlardaki yalıtım nedeni ile, çıkış yüzeyindeki yankısız sınır koşuluna sahip olan düğümlerin hangileri olacağı.

4-Aynı nedenle, yankısız yüzeyde yalıtım kullanılacak düğüm olup olmayacağı, olursa hangilerinin olacağı.

5-Giriş yüzeyi ses basıncı ortalaması  $(p_{in})$  için hangi düğümlerin kullanılacağı.

6-Çıkış yüzeyi ses basıncı ortalaması  $(p_{out})$  için hangi düğümlerin kullanılacağı.

Çalışmada uygulanan çözüm seçeneklerinden dört tanesi aşağıda açıklanmıştır:

#### B1. Birinci Seçenek

l-Kesitin yalıtım sınırının dışında kalan ilk elemanındaki düğümlerden başlayarak titreşim koşulları uygulanır.

2-Titreşen yüzeydeki düğümlerde duvara uygulanan yalıtım yoktur.

3-Yankısız yüzeydeki düğümlerde duvara uygulanan yalıtım yoktur.

4-Yankısız yüzeydeki düğümlerin tümüne, yankısız sınır koşulu uygulanır.

5-Giriş yüzeyi basınç ortalaması için, kesitin yalıtım sınırının dışında kalan elemanlarındaki düğümler kullanılır.

6-Çıkış yüzeyi basınç ortalaması için, kesitin yalıtım sınırının dışında kalan elemanlarındaki düğümler kullanılır.

## B2.İkinci Seçenek

l-Kesitin yalıtım sınırının dışında kalan ilk düğümünden başlayarak titreşim koşulları uygulanır.

2-Giriş yüzeyinde yalıtım sınırının içinde kalan düğümlere yalıtım koşulu uygulanır.

3-Yankısız yüzeydeki düğümlerde duvara uygulanan yalıtım yoktur.

4-Yankısız yüzeydeki düğümlerin tümüne, yankısız sınır koşulu uygulanır.

5-Giriş yüzeyi basınç ortalaması için yalıtım sınırının dışında kalan düğümler kullanılır.

6-Çıkış yüzeyi basınç ortalaması için yalıtım sınırının dışında kalan düğümler kullanılır.

#### B3. Üçüncü Seçenek

1-Kesitin yalıtım sınırının dışında kalan ilk düğümünden başlayarak titreşim koşulları uygulanır.

2-Titreşen yüzeydeki düğümlerde duvara uygulanan yalıtım yoktur.

3-Yankısız yüzeydeki düğümlerde duvara uygulanan yalıtım yoktur.

4-Yankısız yüzeydeki düğümlerin tümüne, yankısız sınır koşulu uygulanır.

5-Giriş yüzeyi basınç ortalaması için yalıtım sınırının dışında kalan düğümler kullanılır.

6-Çıkış yüzeyi basınç ortalaması için yalıtım sınırının dışında kalan düğümler kullanılır.

## B4. Dördüncü Seçenek

l-Kesitin yalıtım sınırının dışında kalan ilk elemanındaki düğümlerden başlayarak titreşim koşulları uygulanır.

2-Titreşen yüzeydeki düğümlerde duvara uygulanan yalıtım yoktur.

3-Yankısız yüzeydeki düğümlerde duvara uygulanan yalıtım yoktur.

4-Yankısız yüzeydeki düğümlerin tümüne, yankısız sınır koşulu uygulanır.

5-Giriş yüzeyi basınç ortalaması için, yalıtım sınırının dışında kalan düğümler kullanılır.

6-Çıkış yüzeyi basınç ortalaması için, yalıtım sınırının dışında kalan düğümler kullanılır.

#### V. Sonuçlar

Yukarıda A ve B kısımlarında verilen seçeneklerin farklı kombinasyonlarından elde edilen sonuçlar burada analitik çözümle karşılaştırma temelinde sunulmuş ve en uygun kombinasyon bulunmuştur. Çözümlerde Kaynak

[13]'deki a=10'', b=7'',  $\ell=1.5$ '', d=1'',  $f_o=15000$ Hz, c=1120 ft/s (d=0.05,  $f_o=22.32$ , R=1.5) sayısal değerlerikullanılmıştır. Karşılaştırma için ses azaltım (dB) değerlerinin f\* boyutsuz frekansına göre spektrumu, [13]'deki analitik sonuçları gösteren spektrumla birlikte sunulmuştur. Analitik spektrum, maksimum ses azaltım değerinden sonra düzgün olarak azalmakta ve f\*=10 değeri için sıfır olmaktadır. Sayısal sonuçlar kullanılarak çizilen spektrumların hiçbirinde bu durum gerçekleşmemiş, maksimum yapan eğriler bir yere kadar azaldıktan sonra, iniş çıkışlar göstermeye başlamış ve

sıfır sonucuna ulaşamamışlardır. Kullanılan sınır elemanlarının duyarlığı, bu oldukça yüksek frekanslara karşılık gelen bölgeleri çözmekte yetersiz kalmıştır. Burada önemli olan nokta, en yüksek azaltım miktarının ve yerinin bulunması olduğu için, sayısal spektrum bozulmanın başladığı yerden sonra devam ettirilmemiştir.

#### 1. Büyük Kesitli Boru Çözümleri

*A1* olarak tanımlanan büyük kesitli boru için burada sunulan tüm yalıtım koşulu ve çözüm seçenekleri kullanılmış ve çözümler farklı eleman sayıları ile daha da çeşitlendirilmiştir.

## 1.1. A1-B1Çözümü

Bu çözümde kullanılan boruda, yanal duvarda 400, giriş ve çıkış yüzeylerinde 125'er olmak üzere toplam 650 düğüm bulunmaktadır. Bu durum için elde edilen frekans spektrumu Şekil 4'de görülmektedir. Büyük kesit için oluşturulan spektrumda sola doğru kayma olup, en büyük ses azaltımı değeri analitik sonuca oldukça yakındır.

## 1.2. A1-B2 Çözümü

Bu kombinasyon, iki farklı sınır elemanı modeli kullanılarak uygulanmıştır.

## 1.2.a. 650 düğümlü model

Çözüm öncelikle 650 düğümlü boru modeli kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Frekans spektrumu Şekil 5'de sunulmuştur. Düşük frekanslarda sağa doğru yönelme ile birlikte, spektrum genelinde sola kayma mevcuttur. En büyük ses azaltımı değerinde küçük bir azalma vardır.

## 1.2.b. 1058 düğümlü model

650 düğümlü model, yanal duvar eleman sayısının iki katına çıkarılması, giriş ve çıkış yüzeyi elemanlarının değiştirilmesi ve birkaç düğüm artırılması ile geliştirilmiştir. Bu modelde, yanal duvarda 800, giriş ve çıkış yüzeylerinde 129'ar olmak üzere toplam 1058 düğüm bulunmaktadır. Bu model için elde edilen sonuç Şekil 6'da gösterilmiştir. Düğüm sayısının artırılması, düşük frekanslarda hafif bir düzelme sağlamış olmakla birlikte, en büyük ses azaltımı değerinde sapma yaparak büyümeye yol açması ilginç bir sonuç ortaya koymuştur.

#### 1.3 A1-B3 Çözümü

Bu kombinasyon da iki farklı sınır elemanı modeli kullanılarak uygulanmıştır.

#### 1.3.a. 650 düğümlü model

650 düğümlü boru için elde edilen sonuç Şekil 7'de görülmektedir. Eğri maksimumu azalmıştır.

#### 1.3.b. 1058 düğümlü model

1058 düğümlü boru için elde edilen sonuç Şekil 8'de gösterilmiştir. Düğüm sayısının artırılmasının düşük frekanslardaki hafif etkisi ile, eğri maksimumunun yerinde olmasa bile büyüklüğünde önemli bir düzeltme sağladığı görülmektedir.

## 1.4 A1-B4 Çözümü

Bu çözümde 1058 düğümlü model kullanılmıştır. Frekans spektrumu Şekil 9'da sunulmuştur. Bu spektrumdaki sola kayma daha belirgindir ve maksimum ses azaltımı analitik sonuçtan oldukça büyüktür. Bu büyüme, kesitin büyüklüğüne rağmen titreşimin oldukça küçük bir bölgeden verilmesinden kaynaklanmıştır.

#### 2.Küçük Kesitli Boru Çözümleri

A2 olarak tanımlanan küçük kesitli boru için yeni bir model oluşturulmuştur. Bu modelde, borunun 1058 düğümlü model için kullanılan yanal duvar elemanları ve buradaki 800 düğüm aynı tutulmuş, giriş ve çıkış yüzeyindeki düğüm sayıları 193'e çıkarılmıştır. Böylece, toplam düğüm sayısı 1186 olmuştur. Bu boru için iki ayrı yalıtım koşulu ve çözüm seçeneği kullanılmıştır.

## 2.1. A2-B2 Çözümü

Bu durum için elde edilen frekans spektrumu Şekil 10'da gösterilmiştir. Boru kesitinin küçülmesi, spektrumun tümünde sağa kaymaya neden olmuştur.

#### 2.2. A2-B3 Çözümü

Bu çözümün sonucu Şekil 11'de görülmektedir. B3 koşullarının B2'den tek farkı olan, titreşen yüzeyde yalıtım kullanılmamasına bağlı olarak eğri maksimumunda küçük bir azalma olmuştur.

## 3.Orta Kesitli Boru Çözümleri

*A3* olarak tanımlanan orta kesitli boru için burada sunulan tüm yalıtım koşulu ve çözüm seçenekleri ile hesaplama yapılmıştır. Bütün çözümlerde 1186 düğümlü boru modeli kullanılmıştır.

#### 3.1. A3-B1 Çözümü

Bu durum için elde edilen frekans spektrumu Şekil 12'de gösterilmiştir. Düşük frekanslar oldukça iyi belirlenmiştir. Eğri maksimumu biraz büyük olmakla birlikte yeri doğru olarak bulunmuştur.

#### 3.2. A3-B2 Çözümü

Bu kombinasyon için bulunan sonuç Şekil 13'de sunulmuştur. Bu durum, düşük frekansların dışında çok iyi sonuç vermektedir. Eğri maksimumunda analitik sonuca daha yakın olacak şekilde bir azalma oluşmuştur. Bunun nedeni, B2 koşulunda B1'e göre daha fazla düğümün titreştirilmesidir.

#### 3.3. A3-B3 Çözümü

Bu durumun sonucu Şekil 14'de görülmektedir. Düşük frekanslarda halen istenen düzelme sağlanamamıştır. Ayrıca, maksimum değerde hafif bir düşüş oluşmuştur. Bunun nedeni yine titreşen yüzeyde yalıtım olmamasıdır.

## 3.4. A3-B4 Çözümü

Bu çözümde elde edilen frekans spektrumu Şekil 15'de sunulmuştur. Çözümde düşük frekanslar yeterince düzelmiş, eğri maksimumunun konumu ve değeri analitik sonuçla çok iyi örtüşmüş, tüm spektrum boyunca iki eğri arasında mükemmel bir uyum elde edilmiştir. Bu boru kesiti ile sınır koşulu ve çözüm seçeneği, analitik sonuçlara en yakın değerleri veren durum olmuştur.





ŞEKİL 5. A1-B2 çözümü (650 düğüm) için ses azaltımı (--)





ŞEKİL 7. A1-B3 (650 düğüm) çözümü için ses azaltımı (--)





ŞEKİL 9. A1-B4 çözümü için ses azaltımı (--)



ŞEKİL 10. A2-B2 çözümü için ses azaltımı (--)

18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, Trabzon, 5-7 Temmuz 2017



ŞEKİL 11. A2-B3 çözümü için ses azaltımı (--)



ŞEKİL 12. A3-B1 çözümü için ses azaltımı (--)



ŞEKİL 13. A3-B2 çözümü için ses azaltımı (--)



ŞEKİL 14. A3-B3 çözümü için ses azaltımı (--)



ŞEKİL 15. A3-B4 çözümü için ses azaltımı (--)

## VI. Tartışma

Yalıtımlı boruların sayısal çözümü için en uygun model, sınır koşulu ve çözüm kombinasyonunun belirlenmesini hedefleyen bu çalışma süresince yapılan onlarca çözümden sadece 12 tanesi paylaşılmış ve bir örnekleme mantığı içinde sunulmuştur. Bu sonuçlar, doğru modelin doğru sonuç elde etmede en önemli etmen olduğunu göstermektedir. Sınır koşulları ve çözüm seçeneklerindeki ayrıntılar ise çözümlerin daha hassaslaştırılmasında etkili olmaktadır.

Yalıtımlı boru için kullanılan büyük kesitli modelde düşük frekanslarda, dalga boyu daha büyük dalgaların yayınım serbestliğinden dolayı, tüm çözümlerde spektrum sola doğru kaymıştır. Bu boru için boyutsuz frekansın, f = 6 değerinden sonra sapmalar oluşmuştur.

Küçük kesitli olarak modellenen boruda, daha düşük dalga boyundaki dalgaların yayınımına bağlı olarak spektrum sağa doğru kaymış ve maksimum değer daha yüksek frekanslarda ortaya çıkmıştır. Kesit küçülmesine bağlı olarak f = 7 değerine kadar güvenilir sonuçlar alınmıştır.

Çalışma sonucunda, en uygun modelin kaplamanın yarısının dış çeperin üzerine yarısının da içine uygulandığı, orta kesitli boru olduğu bulunmuştur. Ancak, bu model için en iyi sonuçların elde edilmesinde seçilen sınır koşulları ve çözüm alternatifinin de boru modeli ile uyumunun etkisi büyük olmuştur. Giriş yüzeyinde titreştirilen düğümlerin yalıtımın dışında kalan elemanlarından başladığı, giriş sınır ve çıkış yüzeylerindeki düğümlerin yanal yüzeydeki kaplamadan etkilenmediği, çıkış yüzeyindeki yankısız koşulunun tüm düğümlere uygulandığı, giriş ve çıkış yüzeylerindeki basınç ortalamaları için yalıtımın dışında kalan tüm düğümlerin kullanıldığı bu alternatif orta kesitli boru için en uygununu oluşturmuştur.

Aslında, yalıtımlı boru için gerçekleştirilen tüm çözümlerde, analitik sonuçla genel bir spektral uyumluluk sağlanmıştır. Ancak sayısal çözümlerle daha hassas ve güvenilir sonuç elde etmek adına kapsamlı bir model, sınır koşulu ve çözüm seçeneği arayışı üstlenilmiştir. Bu arayış başarıyla sonuçlanmış olup, farklı yalıtımlı boru veya yüzey uygulamalarında bu sonuçların göz önünde bulundurulması, daha hassas çözümlerin daha az çaba ve zaman harcanarak geliştirilmesini sağlayacaktır.

## Kaynakça

- Cummings A. Sound transmission in curved duct bends. Journal of Sound and Vibration, 35(4): 451-477, 1974.
- [2] Cabelli A. The acoustic characteristics of duct bends. Journal of Sound and Vibration, 68(3): 369-388, 1980.
- [3] Keefe D-H. ve Benade A-H. Wave propagation in strongly curved ducts. Journal of the Acoustical Society of America, 74(1): 320-332, 1983.
- [4] Firth D. ve Fahy F-J. Acoustic characteristics of circular bends in pipes. Journal of Sound and Vibration, 97(2): 287-303, 1984.
  [5] Furnell G-D. ve Bies D-A. Matrix analysis of acoustic wave
- [5] Furnell G-D. ve Bies D-A. Matrix analysis of acoustic wave propagation within curved ducting systems. Journal of Sound and Vibration, 132(2): 245-263, 1989.
- [6] Campos L-M-B-C. ve Serrão P-G-T-A. On helicoidal rectangular coordinates for the acoustics of bent and twisted tubes. Wave Motion, 38: 53-66, 2003.
- [7] Dequand S., Hulshoff S-J, Auregan Y., et al. Acoustics of 90 degree sharp bends. Part 1: Low-frequency acoustical response. Acta Acustica United with Acustica, 89(6): 1025-1037, 2003.
- [8] Bakkali M-E., Lhémery A., Baronian V. ve Grondel S. A modal formulation for the propagation of guided waves in straight and curved pipes and the scattering at their junction. Journal of Physics: Conference Series, 498: 012010, 2014.
- [9] Sarıgül A-S. Sound attenuation characteristics of right-angle pipe bends. Journal of Sound and Vibration, 228(4): 837-844, 1999.
- [10]Grigor'yan F-E. Soundproofing by means of ducts with curved porous walls. Soviet Physics Acoustics, 16(2): 192-196, 1970.
   [11]Myers M-K. ve Mungur P. Sound propagation in curved ducts.
- [11]Myers M-K. ve Mungur P. Sound propagation in curved ducts. AIAA Progress in Astronautics and Aeronautics, 44: 347-362, 1976.
- [12] Ko S-H. ve Ho L-T. Sound attenuation in acoustically lined curved ducts in the absence of fluid flow. Journal of Sound and Vibration, 53(2): 189-201, 1977.
- [13]Ko S-H. Three-dimensional acoustic waves propagating in acoustically lined cylindrically curved ducts without fluid flow. Journal of Sound and Vibration, 66(2): 165-179, 1979.
- [14]Rostafinski W. Propagation of long waves in acoustically treated curved ducts. Journal of the Acoustical Society of America, 71(1): 36-41, 1982.
- [15]Felix S. ve Pagneux V. Sound attenuation in lined bends. Journal of the Acoustical Society of America, 116(4): 1921-1931, 2004.
- [16] Cheng C-Y-R ve Seybert A-F. Recent applications of the boundary element method to problems in acoustics. SAE Paper, No. 870997, 3.165-3.174, 1988.
- [17]Suzuki S. Applications in the automotive industry. Chap.7 in Boundary Element Methods in Acoustics, edited by Ciskowski RD, Brebbia CA, Southampton, Computational Mechanics Publications, 1991.

# Yatay Eksenli Bir Çamaşır Makinesinin Dinamik Modellenmesi Ve Titreşim Karakteristiklerinin Belirlenmesi

K.G. Aktaş<sup>\*</sup> Karabük Üniversitesi Karabük İ.Esen<sup>†</sup> Karabük Üniversitesi Karabük F. Pehlivan<sup>+</sup> Karabük Üniversitesi Karabük

Özet—Çamaşır makinelerinde ortaya cıkan problemlerin başında titreşim gelmektedir. Titreşim, makinelerin gürültülü çalışmasına neden olmakta ve parçaların ömrünü kısaltmaktadır. Titreşimin temel sebebi, yüksek sıkma devirlerinde çamaşır kütlesinin dengesiz biçimde dağılarak dengesiz kütleyi oluşturmasıdır. Dengesiz kütle merkezkaç kuvvetlerini oluşturarak yüksek titreşim genliklerinin ortaya çıkmasına neden olmaktadır. Bu çalışmada, çamaşır makinesi titreşim karakteristiği hakkında kısa sürede ve yüksek hassasivette verilerin elde edilebileceği bir matematiksel model oluşturulması hedeflenmiştir. Titreşimin incelenebilmesi için ilk olarak, çamaşır makinesinin sekiz serbestlik dereceli matematiksel modeli oluşturulup hareket denklemleri elde edilmiştir. Ardından, çamaşır makinesinin katı modeli SOLIDWORKS<sup>®</sup> vazılımında oluşturulmuştur. Oluşturulan model MSC ADAMS® dinamik analiz yazılımına aktarılmış ve uygun mafsal tipleri seçilerek parçaların serbestlik derecesi kısıtları belirlenmiştir. Son olarak da oluşturulan modellerin 0-1200 d/dk aralığında titreşim analizi yapılmıştır. Analiz sonuçlarına göre; ADAMS<sup>®</sup> modelinden elde edilen ivme değerleriyle sekiz serbestlik dereceli modelden elde edilen değerler kıyaslanmış ve sonuçların birbirleriyle uyumlu olduğu görülmüştür. Modeller arasındaki hata oranın ise %3,69 olduğu tespit edilmiştir.

Anahtar kelimeler: titreşim, gürültü, dinamik analiz, hareket denklemi, MSC ADAMS<sup>®</sup>.

**Abstract**—Vibration is the primary problem arisen in washing machines. It brings about rough running and shortens lifetime of the machine parts. The main reason for vibrations is that unequal distribution of the laundry causes unbalanced mass during high spin cycle. The unbalanced mass causes high vibration amplitudes by generating centrifugal forces. In this study, it was aimed to create a mathematical model in which the data about the washing machine vibration characteristic can be obtained in a short time and with high sensitivity. Firstly, eight degree of freedom mathematical model was formed and equations of motion were obtained to examine vibration. Then, a solid model of washing machine was created by using SOLIDWORKS<sup>®</sup> software. The model was transferred to the ADAMS<sup>®</sup> dynamic analysis software, and degree of freedom constraints of parts were determined by selecting appropriate joints. Finally vibration analysis of the created model was performed in the range of 0-1200 rpm. According to analysis results, vibration values of ADAMS model were compared with eight degree of freedom model and it was seen that the results are in good agreement with each other. It was determined that the error rate between ADAMS model and eight degree of freedom model is 3.69 %.

Keywords: vibration, noise, dynamic analysis, equation of motion, MSC ADAMS<sup>®</sup>.

## I. Giriş

Son yıllarda teknolojinin hızlı gelişimi ve hayat standartlarının artması ile birlikte müşterilerin bilinci ve teknolojik cihazlardan beklentileri yükselmeye başlamıştır. Avrupa'da enerji verimliliği ve düşük su tüketimi gibi avantajları sebebiyle yatay eksenli çamaşır makineleri tercih edilmektedir. Yatay eksenli çamaşır makinelerinin pazardaki payının artmasıyla firmalar arasındaki rekabet de oldukca artmıştır. Firmalar kışa sürelerde ürünlerini geliştirerek bu rekabet ortamına ayak uydurmaya çalışmaktadırlar. Genel olarak bir çamaşır makinesinden talep edilen özellikler; yüksek yıkama kapasitesi, yüksek sıkma devir hızı, düşük enerji ve su tüketimi, düşük gürültü ve titreşim düzeyi, hafif ve küçük boyutlar olarak sıralanabilir. Tüm bu taleplerin karsılanmasında birtakım problemler ortaya cıkmaktadır. Örneğin daha yüksek yıkama kapasitesi ve devir hızı denildiğinde iki tane temel problem ön plana çıkmaktadır. Birincisi, devir hızı ve yıkama kapasitesinin artırılmasıyla çamaşır makinesi daha yüksek merkezkaç kuvvetlerine maruz kalacak ve titreşim genlikleri büyüyecektir. Bu da makinenin titreşim ve gürültülü çalışmasına neden olacaktır. İkincisi, daha yüksek yıkama kapasitesi, daha büyük tambur ve kazan demektir. Bu da çamaşır makinelerinin standart boyutlarda üretildiği düşünüldüğünde diğer alt sistemler ve titreşim azaltıcı sistemler için daha az alan kalması anlamına gelmektedir. Bu da maliyetleri çok fazla artırmadan müşteri taleplerini karşılamak zorunda kalan üreticiler için büyük sorun teşkil etmektedir. Anlaşılacağı gibi çamaşır makinesi tasarımı ve

<sup>\*</sup> kerimgokhanaktas@karabuk.edu.tr

<sup>†</sup> iesen@karabuk.edu.tr

<sup>+</sup> fatihpehlivan@karabuk.edu.tr

analizi birçok parametreye bağlıdır. Bu sebeple çamaşır makinesi modeli oluşturulurken yayların direngenlik katsayılarının, damperlerin sönüm katsayılarının, yay ve damperlerin kazan bağlantı açılarının, denge ağırlıklarının kütlelerinin ve kazan grubu ağırlık merkezinin kolay bir şekil değiştirilmesine ve kısa sürelerde analizine olanak tanıyan bir model oluşturulması büyük öneme sahiptir.

Literatürde çamaşır makinesindeki titreşimin temel sebebinin, tambur içerisindeki çamaşırın eşit bir şekilde dağılmayarak dengesiz kütleyi oluşturması olduğu üzerinde durulmuştur. Sowards [1], bu problemin önüne geçilebilmesi için ya dengeleme mekanizması kullanılarak dengesiz yükün dengelenmesi gerektiğini ya da yay gibi titreşim yalıtım elemanları kullanılarak iletilen kuvvetlerin azaltılması gerektiğini belirtmiştir.

Conrad ve Soedel [2], yatay ve dikey eksenli çamaşır makinelerindeki yürüme hareketini basit analitik dinamik model kullanarak incelemişlerdir. Çalışmada yatay eksenli çamaşır makinelerinin dikey eksenli çamaşır makinesine göre daha düşük devir hızlarında yürüme davranışı gösterdiği tespit edilmiştir. Fakat çalışmada oluşturulan çamaşır makinesi modelinde elastik bileşenler kullanılmamış olup süspansiyon bileşenlerinin etkileri ihmal edilmiştir.

Conrad [3], doktora tezi çalışmasında yatay ve dikey eksenli çamaşır makinesinde daha ileri bir dinamik matematiksel model üzerinde çalışmış ve yay, damper gibi dinamik bileşenleri modele dahil etmiştir. Çalışmada yatay ve dikey eksenli çamaşır makineleri için süspansiyon sisteminin temel karakteristikleri belirlenmiştir. Çamaşır makinesinde devir hızlarının artırılması süspansiyon sisteminin varlığı ile sağlanabileceği belirtilmiştir.

Papadopoulos ve Papadimitrou [4], çalışmalarında yatay eksenli bir çamaşır makinesinin dinamik modelini oluşturmuşlar ve bu modeli çamaşır makinesinin sıkma devirlerindeki yürüme eşik değerinin tespit edilmesinde kullanmışlardır. Çalışmada dizayn ve kontrol esaslı olmak üzere iki adet dengeleme metodu kullanılmıştır. Dizayn esaslı metotta ideal bir çamaşır makinesi ağırlık merkezinin, tambur içerisindeki çamaşırın dönme düzleminde olması gerektiği tespit edilmiştir. Kontrol esaslı metotta ise titreşimleri minimize etmek için aktif dengeleme yöntemi geliştirilmiştir. Yay ve sönümleyici elemanlar modele dâhil edilmemiştir. Bu sebeple, oluşturulan model ile çamaşır makinası dinamik davranışının incelenmesi tam olarak sağlanamamıştır.

Çamaşır makinesinde büyük titreşim genliklerini sınırlandırmak için ilave beton kütleler kullanılmaktaydı ve bu beton kütleler makinelere ilave yük getirmekteydi. Günümüzde elektrikli ev aletlerinin hafif olması talep edilmektedir. Bu sebeple beton kütlelerin artırılması çok fazla tercih edilmemektedir. Bunun yerine yay ve damper gibi süspansiyon sistemi elemanlarının optimize edilmesi, yarı aktif veya aktif kontrol metotlarıyla damperlerin kontrol edilmesi ya da dengeleyicilerin kullanılması gibi metotlar tercih edilmektedir.

Türkay ve ark.[5], yaptıkları çalışmada örgü (grid) ve Sequential Quadratic Programming (SQP) optimizasyon metotlarını kullanarak süspansiyon sistemi optimizasyonu ile ilgili formülasyonları incelemis ve uygulamıslardır. Çamaşır makinasının yürümesine izin verilmeyecek şekilde, ayaklara gelen yatay ve düşey yükler için en uygun yük dağılımını sağlayan koşullar belirlenmiştir. Çalışmada çamaşır makinesi altı serbestlik dereceli matematiksel modeli çıkarılmış ve Newton'un 2. Kanunu kullanılarak hareket denklemleri elde edilmiştir. Sonuç olarak camasır makinesinde titresim genlikleri azalırken, makinenin yürüme eğiliminin arttığı tespit edilmiştir. Bu yüzden, çamaşır makinesinin yürüme hareketi yapmaması için süspansiyon sisteminin çok sert olmaması gerektiği ve çok yüksek genlikteki titreşimlere sebebiyet vermemek için de süspansiyon sisteminin çok yumuşak olamaması gerektiği belirtilmistir.

Yalçın ve Erol [6], yaptıkları çalışmada yatay eksenli bir çamaşır makinesinde dinamik dengesizlik problemiyle başa çıkabilmek için yarı aktif süspansiyon kontrol metodu geliştirmişlerdir. Bu metot çamaşır makinesi yarı aktif titresim verilerinin değerlendirilerek tarafından üretilen kuvvet süspansiyon sistemi değerlerinin ayarlanmasına dayanmaktadır. Sonuç olarak sıkma devirlerinde çamaşır makinesi gürültü seviyesi ölçüldüğünde, yarı aktif süspansiyon sistemi ile kontrol edilen çamaşır makinesinin kontrol edilmeyen çamaşır makinesine göre daha istikrarlı ses performansına sahip olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca titreşim sönümleme değerleri bakımından yarı aktif süspansiyon sistemi ile kontrol edilen çamaşır makinesi ile kontrol edilmeyen makine arasında önemli derecede fark varken gürültü seviyeleri bakımından önemli derecede fark olmadığı tespit edilmiştir.

Boyraz ve Gündüz [7], yaptıkları çalışmada sıkma devri karakteristiğini incelemek titresim ve genetik algoritmaları temel alan yeni bir optimizasyon tekniği dizayn önerisi geliştirmek için dönme düzleminin de göz önünde bulundurulduğu yatay eksenli bir çamaşır makinesinin dinamik modelini oluşturmuşlardır. Dinamik modelin sayısal olarak simülasyonu yapılmış ve çıktıları yatay eksenli bir çamaşır makinesi motoru ve tamburunu içeren test düzeneğinden elde edilen deneysel titreşim verileriyle karşılaştırılmıştır. Sonuç olarak yatay eksenli çamaşır makinesi titreşim karakteristiği optimizasyonu için genetik algoritma kullanarak yeni bir tasarım metodu geliştirmişlerdir.

Sonoda ve ark.[8], yapmış oldukları çalışmada çamaşır makinesi sıkma devirlerinde çamaşırların dengesiz bir şekilde dağılmasından dolayı ortaya çıkan titreşim ve gürültüyü azaltmak için G-Fall Balancer olarak tanımladıkları yeni bir dengeleyici sistem geliştirmişlerdir. Tambur ile birlikte hareket eden dengeleme bloklarının içerisindeki denge sıvısı, tambur içerisinde oluşan

dengesiz yükün oluşturduğu merkezkaç kuvvetine zıt bir şekilde hareket ederek tamburun dengede kalmasını sağlamaktadır. Bu yaklaşım ile yapılan çalışmalar sonucunda titreşimin %70 oranında, yere iletilen gücün ise %50 oranında azaltılması sağlanmıştır.

Bayraktar ve Belek [9], yaptıkları çalışmada çamaşır makinesinin titreşim davranışını optimize etmek için bir yöntem geliştirmişlerdir. Çamaşır makinesinin toplu ve yayılı parametreli elemanların bulunduğu bir titreşim modelini kurmuşlardır. Sonuç olarak çamaşır makinesi modelini sınamak için sayısal analiz ve ölçümler yapılmış, modelden elde edilen veriler ile ölçümlerden elde edilen verilerin uyumlu olduğunu tespit etmişlerdir. Sayısal modelde yapılan bazı tasarımsal değişiklikler sonucunda çamaşır makinesi sol panelinde önemli derecede titreşim azaltılması sağlanmıştır.

## II. 8 Serbestlik Dereceli Matematiksel Model

Ev tipi yatay eksenli bir camasır makinesi temel olarak tambur, kazan, tambur yıldızı, kasnak, denge ağırlıkları, yay ve damper elemanlarından oluşmaktadır. Bu sebeple çalışmada, diğer makine parçalarının etkileri ihmal edilmistir. Bu bölümde camasır makinesi sekiz serbestlik dereceli olarak modellenmiş ve hareket denklemleri elde edilmiştir. Tambur ve kazanın z ve x eksenlerindeki ötelenme hareketleri göz dönme ve önünde bulundurularak, dörder serbestlik dereceli rijit gövdeler olarak modellenmiştir. Rulmanların sisteme etkisi, rulmanlara direngenlik katsayısı tayin ederek dahil edilmiştir. Hareket denklemlerinin elde edilmesinde Lagrange metodu kullanılmıştır. Lagrange metodu enerjinin korunumu kanununu temel alan yöntemlerden birisidir. Lagrange metodunda, kinetik ve potansiyel enerji ifadeleri göz önünde bulundurularak sönüm ve dış kuvvetlerin sistemin genel koordinatları üzerinde gerçekleştirmiş oldukları sanal işlerin genel kuvvetleri meydana getirmesi ve buradan yola çıkarak hareket denklemlerinin elde edilmesi sağlanmaktadır.

Bir sisteme ait Lagrange ifadesi, sistemin kinetik enerjisi ile potansiyel enerjisinin farkına eşittir [10].

$$L = E_k - E_p \tag{1}$$

Lagrange ifadesinin, genelleştirilmiş koordinatın hızına göre türevinin zamana göre değişiminin, Lagrange ifadesinin genelleştirilmiş koordinata göre türevinin farkı genelleştirilmiş kuvvet ifadesine eşittir [11].

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i \tag{2}$$

Eşitlik (1) ve (2)'den Lagrange ifadesi eşitlik (3)'deki gibi elde edilir.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial E_p}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial E_k}{\partial q_i} + \frac{\partial E_p}{\partial q_i} = Q_i$$
(3)

Kinetik enerjinin genel koordinat değişimi ve potansiyel enerjinin de genel koordinat hızına göre ilişkisi olmadığından Lagrange denklemindeki bu terimler sıfır alınarak Langrange ifadesi eşitlik (4)'deki gibi elde edilir.

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_k}{\partial \dot{q}_i}\right) + \frac{\partial E_p}{\partial q_i} = Q_i \tag{4}$$

Çamaşır makinesinin çalışma ve denge durumu için matematiksel model ön görünüşü Şekil 1'de, yan görünüşü ise Şekil 2'de gösterilmiştir. Şekilde tambur ve kazan koordinat sistemleri, yay ve damperlerin bağlantı açıları, dengesiz çamaşır kütlesi ve dönme yarıçapı gösterilmiştir.



Şekil. 2. Çamaşır makinesi matematiksel modeli yan görünüş.

Hareket denklemlerinin elde edilmesinde tambur ve kazanın y ekseninde hareket etmediği, tambur ve kazanın rijit olduğu, dengesiz kütlenin dönme yarıçapı ile kütlesinin sabit olduğu ve yay ile damperin aynı düzlemde üzerinde olduğu kabulleri yapılmıştır.  $\emptyset$  ve  $\theta$  açılarının incelenebilmesi için dengesiz kütle yay ve damperden farklı düzlemde seçilmiştir. Sekiz serbestlik dereceli çamaşır makinesi modelinin hareket kabiliyeti Tablo 1'de gösterilmiştir.

| Makine   | Serbestlik Derecesi Türü |           |       |       |
|----------|--------------------------|-----------|-------|-------|
| Bileșeni | Ötelenme                 | Ötelenme  | Dönme | Dönme |
| Tambur   | Ζ                        | x         | Ø     | θ     |
| Kazan    | <i>z</i> ′               | <i>x'</i> | Φ     | Θ     |

TABLO 1. Sekiz serbestlik dereceli çamaşır makinesi modelinin hareket kabiliyeti.

Şekil 1 ve Tablo 1' de görüldüğü gibi tambur ve kazana ait iki ayrı koordinat düzlemi tayin edilmiş ve dörder tane serbestlik derecesi tanımlanmıştır. Tamburun z ve x eksenindeki ötelenme hareketleri z ve x ile x ekseninde ve z ekseninde dönme hareketleri ise  $\emptyset$  ve  $\theta$  ile ifade edilmiştir. Benzer şekilde kazanın z' ve x' eksenindeki ötelenme hareketleri z' ve x' ile x' ekseninde ve z' ekseninde dönme hareketleri ise  $\Phi$  ve  $\Theta$  ile ifade edilmiştir.

## A. Tambur hareket denklemlerinin elde edilmesi

Tambur hareket denklemlerinin elde edilmesi için ilk olarak tamburun ötelenme ve dönme kinetik enerjileri bulunmuştur. Ardından potansiyel enerji ve genel kuvvet ifadeleri elde edilerek gerekli işlem basamakları yapıldıktan sonra 4 serbestlik derecesi için dört adet hareket denklemi elde edilmiştir.

Tambur için y-z düzleminde kinetik enerji ifadesi denklem (6)'daki gibi elde edilmiştir.

$$E_k = \frac{1}{2}m(v)^2 + \frac{1}{2}I(w)^2$$
(5)

$$E_{k} = \left[ \left( \frac{1}{2} m_{t} (\dot{z} + L_{t} \dot{\phi})^{2} + \frac{1}{2} I_{t} (\dot{\phi})^{2} \right) + \left( \frac{1}{2} m_{c} (\dot{z} + L_{c} \dot{\phi})^{2} \right) + \left( \frac{1}{2} m_{d} (\dot{z} + L_{d} \dot{\phi})^{2} \right) + \left( \frac{1}{2} m_{ty} (\dot{z} + L_{ty} \dot{\phi})^{2} + \frac{1}{2} I_{ty} (\dot{\phi})^{2} \right) + \left( \frac{1}{2} m_{k} (\dot{z} + L_{k} \dot{\phi})^{2} + \frac{1}{2} I_{k} (\dot{\phi})^{2} \right) \right]$$
(6)

Burada  $m_t, m_c, m_d, m_{ty}$  ve  $m_k$  sırasıyla tambur, çamaşır, dengesiz kütle, tambur yıldızı ve kasnak kütlelerini,  $I_t, I_{ty}, I_k$  tambur, tambur yıldızı ve kasnağın atalet momentlerini,  $L_t, L_c, L_d, L_{ty}, L_k$  ise sırasıyla tambur, çamaşır, dengesiz kütle, tambur yıldızı ve kasnağın ağırlık merkezlerinin yatak merkezi O noktasına uzaklığını ifade etmektedir.

Tambur için y-z düzleminde potansiyel enerji ifadesi denklem (8)'deki gibi elde edilir.

$$E_p = \frac{1}{2}k(x)^2$$
(7)

$$E_{p} = \frac{1}{2} K_{r\bar{o}} ((z - z') + L_{r\bar{o}} (\emptyset - \Phi))^{2} + \frac{1}{2} K_{ra} ((z - z') - L_{ra} (\emptyset - \Phi))^{2}$$
(8)

Burada  $K_{r\bar{o}}$  ve  $K_{ra}$  sırasıyla ön ve arka rulmanların direngenlik katsayısını,  $L_{r\bar{o}}$  ve  $L_{ra}$  ise rulmanların O noktasına olan uzaklığını ifade etmektedir.

Tamburun z eksenindeki ötelenmesinden kaynaklı hareket denklemi, denklem (9)'daki gibi elde edilir.

$$(m_{1})\ddot{z} + K_{r\delta}((z - z') + L_{r\delta}(\emptyset - \Phi)) + K_{ra}((z - z') - L_{ra}(\emptyset - \Phi)) + [m_{5}]\ddot{\emptyset}$$
(9)  
=  $(F_{n}\sin(\beta) + F_{t}\cos(\beta))$ 

Burada  $F_n$  ve  $F_t$  tambura etki eden merkezkaç kuvvetini ve teğetsel kuvveti ifade etmektedir. Açısal hız bir fonksiyon olarak denkem (10)'daki gibi ifade edilmiştir. Burada W tamburun final devir hızını (d/dk) ifade etmektedir.

$$\omega = \dot{\beta} = W(1 - e^{-0.5t}) \tag{10}$$



Şekil. 3. Dengesiz kütle sebebiyle tambura etki eden kuvvetler.

r<sub>d</sub> yarıçaplı yörüngede dairesel hareket yapan bir kütlenin, hız vektörünün doğrultusundaki değişiminden kaynaklanan merkezcil ivmesi ve hızının değişiminden kaynaklanan teğetsel ivmesi mevcuttur.

$$a_n = v^2 / r_d = r_d \omega^2 = r_d (\dot{\beta})^2 \tag{11}$$

$$a_t = r_d \dot{\omega} = r_d \ddot{\beta} \tag{12}$$

Newton'un 2. Kanununa göre tambura etki eden merkezkaç kuvveti ve teğetsel kuvvet, denklem (13) ve (14) ile ifade edilmiştir.

$$F_n = m_d a_n = m_d r_d (\dot{\beta})^2 \tag{13}$$

$$F_t = m_d a_t = m_d r_d \ddot{\beta} \tag{14}$$

Tamburun x eksenindeki dönme hareketinden kaynaklı hareket denklemi, denklem (15)'deki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned} & [m_3]\ddot{\varphi} + [m_5]\ddot{z} + K_{r\delta}L_{r\delta}[(z-z') + L_{r\delta}(\phi-\phi)] \\ & -K_{ra}L_{ra}[(z-z') - L_{ra}(\phi-\phi)] \\ & = (F_n\sin(\beta)L_d + F_t\cos(\beta)L_d) \end{aligned}$$
(15)

Tamburun x eksenindeki ötelenmeden kaynaklı hareket denklemi, denklem (16)'daki gibi elde edilir.

$$(m_1)\ddot{x} + K_{r\bar{o}}((x - x') + L_{r\bar{o}}(\theta - \theta)) + K_{ra}((x - x') - L_{ra}(\theta - \theta)) + [m_5]\ddot{\theta} = (F_n \cos(\beta) - F_t \sin(\beta))$$
(16)

Tamburun z eksenindeki dönme hareketinden kaynaklı hareket denklemi, denklem (17)'deki gibi elde edilir.

$$\begin{split} & [m_3]\ddot{\theta} + [m_5]\ddot{x} + K_{r\delta}L_{r\delta}[(x-x') + L_{r\delta}(\theta-\theta)] \\ & -K_{ra}L_{ra}[(x-x') - L_{ra}(\theta-\theta)] \\ & = (F_n\cos(\beta)L_d - F_t\sin(\beta)L_d) \end{split}$$
(17)

#### B. Kazan hareket denklemlerinin elde edilmesi

Kazan hareket denklemlerinin elde edilmesi için kazanın ötelenme ve dönme kinetik enerjileri bulunmuştur. Ardından potansiyel enerji ve genel kuvvet ifadeleri elde edilerek gerekli işlem basamakları yapıldıktan sonra dört serbestlik derecesi için dört adet hareket denklemi elde edilmiştir. Kazana doğrudan iki adet yay elemanı bağlı olduğu için tamburdan farklı olarak kazan potansiyel enerjisi hesabına yay potansiyel enerjileri eklenmiştir.

Tambur için y-z düzleminde kinetik enerji ifadesi denklem (18)'deki gibi elde edilmiştir.

$$E_{k} = \left[ \left( \frac{1}{2} m_{ka} (\dot{z}' + L_{ka} \dot{\Phi})^{2} + \frac{1}{2} I_{ka} (\dot{\Phi})^{2} \right) \\ + \left( \frac{1}{2} m_{da\bar{u}} (\dot{z}' + L_{da\bar{u}} \dot{\Phi})^{2} + \frac{1}{2} I_{da\bar{u}} (\dot{\Phi})^{2} \right) \\ + \left( \frac{1}{2} m_{da\bar{u}} (\dot{z}' + L_{da\bar{u}} \dot{\Phi})^{2} + \frac{1}{2} I_{da\bar{u}} (\dot{\Phi})^{2} \right) \right]$$
(18)

Burada  $m_{ka}, m_{d\bar{o}}$  ve  $m_{da\bar{u}}$  sırasıyla kazan, ön denge ağırlığı ve üst denge ağırlığı kütlelerini,  $I_{ka}, I_{da\bar{o}}, I_{da\bar{u}}$ kazan, ön ve üst denge ağırlığı atalet momentlerini,  $L_{ka}, L_{da\bar{o}}, L_{da\bar{u}}$  ise sırasıyla kazan, ön denge ağırlığı ve üst denge ağırlığı ağırlık merkezlerinin yatak merkezi O noktasına uzaklığını ifade etmektedir.

Tambur için y-z düzleminde potansiyel enerji ifadesi denklem (19)'daki gibi elde edilir.

$$E_{p} = \frac{1}{2} K_{r\bar{o}} ((z - z') + L_{r\bar{o}} (\emptyset - \Phi))^{2} + \frac{1}{2} K_{ra} ((z - z') - L_{ra} (\emptyset - \Phi))^{2} + \frac{1}{2} K_{yr} \cos(\theta_{y}) (z' + L_{ya} \Phi)^{2} + \frac{1}{2} K_{yl} \cos(\theta_{y}) (z' + L_{ya} \Phi)^{2}$$
(19)

Burada  $K_{yr}$  ve  $K_{yl}$  sırasıyla sağ ve sol yayın direngenlik katsayısını,  $\theta_y$  yayların bağlantı açısını ve  $L_{ya}$  ise yayların askı noktasının yatak merkezi O noktasına olan uzaklığını ifade etmektedir. Kazanın z'eksenindeki ötelenmesinden kaynaklı hareket denklemi, denklem (20)'deki gibi elde edilir. Burada  $C_{dr}$  ve  $C_{dl}$  damperlerin sönüm katsayısını ifade etmektedir.

$$(m_{2})\dot{z'} - K_{r\delta}((z - z') + L_{r\delta}(\phi - \phi)) -K_{ra}((z - z') - L_{ra}(\phi - \phi)) + [m_{6}]\ddot{\phi} + K_{yr}\cos(\theta_{y})(z' + L_{ya}\phi) + K_{yl}\cos(\theta_{y})(z' + L_{ya}\phi) = -C_{dr}\cos(\theta_{d})(\dot{z'} + L_{da}\dot{\phi}) -C_{dl}\cos(\theta_{d})(\dot{z'} + L_{da}\dot{\phi})$$
(20)

Kazanın x' eksenindeki dönme hareketinden kaynaklı hareket denklemi, denklem (21)'deki gibi elde edilir.

$$[m_{4}]\ddot{\phi} + [m_{6}]z' - K_{r\bar{o}}(L_{r\bar{o}}((z-z') + L_{r\bar{o}}(\emptyset - \Phi))) + K_{ra}L_{ra}((z-z') - L_{ra}(\emptyset - \Phi)) + K_{yr}\cos(\theta_{y})L_{ya}(z' + L_{ya}\Phi) = -C_{dr}\cos(\theta_{d})L_{da}(\dot{z}' + L_{da}\dot{\Phi}) - C_{dl}\cos(\theta_{d})L_{da}(\dot{z}' + L_{da}\dot{\Phi})$$

$$(21)$$

Kazanın x' eksenindeki ötelenmeden kaynaklı hareket denklemi, denklem (22)'deki gibi elde edilir.

$$(m_{2})\ddot{x}' - K_{r\delta}((x - x') + L_{r\delta}(\theta - \theta)) + [m_{6}]\ddot{\theta} -K_{ra}((x - x') - L_{ra}(\theta - \theta)) + K_{yr}\sin(\theta_{y})(x' + L_{ya}\theta) + K_{yl}\sin(\theta_{y})(-x' - L_{ya}\theta)$$
(22)  
$$= -C_{dr}\sin(\theta_{d})(\dot{x}' + L_{da}\dot{\theta}) -C_{dl}\sin(\theta_{d})(\dot{x}' + L_{da}\dot{\theta})$$

Kazanın z'eksenindeki dönme hareketinden kaynaklı hareket denklemi, denklem (23)'deki gibi elde edilir.

$$[m_{4}]\ddot{\theta} + [m_{6}]\ddot{x}' - K_{r\bar{o}}L_{r\bar{o}}((x - x') + L_{r\bar{o}}(\theta - \theta)) + K_{ra}L_{ra}((x - x') - L_{ra}(\theta - \theta)) + K_{yr}\sin(\theta_{y})L_{ya}(x' + L_{ya}\theta) + K_{yl}\sin(\theta_{y})L_{ya}(x' + L_{ya}\theta) = -C_{dr}\sin(\theta_{d})L_{da}(\dot{x}' + L_{da}\dot{\theta}) - C_{dl}\sin(\theta_{d})L_{da}(\dot{x}' + L_{da}\dot{\theta})$$

$$(23)$$

## III. Durum Uzay Modeli

Durum uzay modeli, sistemin dinamik davranışını tanımlayan ve durum denklemleri olarak adlandırılan birinci derece denklemlerden oluşan bir denklem takımıdır [12]. Durum denklemleri, matris ve vektör gösterim biçimleri kullanılarak ifade edilir. Bu yöntemde n tane ikinci dereceden diferansiyel denklem içeren n serbestlik derecesine sahip bir sistem, 2n tane birinci dereceden diferansiyel denkleme dönüştürülmektedir. Genel olarak bir sistemin durum denklemi ve çıkış denklemi aşağıdaki gibi yazılabilir [13].

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{24}$$

$$y = Cx + Du \tag{25}$$

Sistemin durum uzay modelini elde etmek için elde edilen sekiz tane ikinci dereceden diferansiyel denklem, on altı tane birinci dereceden diferansiyel denkleme (durum denklemi) çevrilmiştir. Durum denklemlerini elde ederken durum değişkeni olarak "x" ifadesi kullanılmıştır. Sekiz tanesi konum sekiz tanesi de hız durumu olmak üzere elde edilen on altı durum aşağıdaki gibidir;

- Tamburun z yönündeki konumu  $x_1 = z$  $x_2 = \dot{z}$ Tamburun z yönündeki hızı Kazanın z' yönündeki konumu  $x_3 = z'$  $x_4 = \dot{z'}$ Kazanın z' yönündeki hızı  $\begin{array}{c} x_5 = x \\ x_6 = \dot{x} \end{array}$ Tamburun x yönündeki konumu Tamburun x yönündeki hızı  $x_7 = x'$ Kazanın x' yönündeki konumu  $x_8=\dot{x'}$ Kazanın x' yönündeki hızı  $x_9 = \emptyset$ Tamburun y-z düzlemindeki açısal konumu  $x_{10} = \dot{0}$ Tamburun y-z düzlemindeki açısal hızı  $x_{11} = \Phi$ Kazanın y-z düzlemindeki açısal konumu  $x_{12}=\dot{\Phi}$ Kazanın y-z düzlemindeki açısal hızı  $x_{13} = \theta$ Tamburun x-y düzlemindeki açısal konumu  $x_{14}=\dot{\theta}$ Tamburun x-y düzlemindeki açısal hızı  $x_{15}=\Theta$ Kazanın x-y düzlemindeki açısal konumu
- $x_{16} = \dot{\Theta}$  Kazanın x-y düzlemindeki açısal hızı

Durumlar ile birinci türevleri arasındaki ilişki aşağıdaki gibidir;

| $\dot{x}_1 = \dot{z}$  | $\dot{x}_9 = \dot{\emptyset}$ |
|------------------------|-------------------------------|
| $\dot{x}_3 = \dot{z'}$ | $\dot{x}_{11} = \dot{\Phi}$   |
| $\dot{x}_5 = \dot{x}$  | $\dot{x}_{13} = \dot{\theta}$ |
| $\dot{x}_7 = \dot{x'}$ | $\dot{x}_{15} = \dot{\Theta}$ |

(9), (15), (16), (17), (20), (21), (22) ve (23) numaralı denklemlerde elde edilen sekiz adet hareket denklemi durum uzay modelinde; denklem (26), (27), (28), (29), (30), (31), (32) ve (33) ile ifade edilmiştir.

$$\dot{x}_{2} = \left[ (F_{n} \sin(\beta) + F_{t} \cos(\beta)) - m_{5} \dot{x}_{10} - K_{r\ddot{o}} \left[ (x_{1} - x_{3}) + L_{r\ddot{o}} (x_{9} - x_{11}) \right] - K_{ra} \left[ (x_{1} - x_{3}) - L_{ra} (x_{9} - x_{11}) \right] \right] 1/m_{1}$$

$$(26)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_{4} &= \left[ -(K_{yr} + K_{yl}) \cos(\theta_{y}) \left( x_{3} + L_{ya} x_{11} \right) \right. \\ &- m_{6} \dot{x}_{12} - (C_{dr} + C_{dl}) \cos(\theta_{d}) \left( x_{4} + L_{da} x_{12} \right) \\ &+ K_{r\bar{o}} \left[ (x_{1} - x_{3}) + L_{r\bar{o}} (x_{9} - x_{11}) \right] \\ &+ K_{ra} \left[ (x_{1} - x_{3}) - L_{ra} (x_{9} - x_{11}) \right] \left. \right] 1/m_{2} \end{aligned}$$
(27)

$$\dot{x}_{6} = \left[ (F_{n} \cos(\beta) - F_{t} \sin(\beta)) - m_{5} \dot{x}_{14} - K_{r\bar{0}} \left[ (x_{5} - x_{7}) + L_{r\bar{0}} (x_{13} - x_{15}) \right] - K_{ra} \left[ (x_{5} - x_{7}) - L_{ra} (x_{13} - x_{15}) \right] 1/m_{1}$$
(28)

$$\dot{x}_{8} = \left[ \left( -K_{yr} - K_{yl} \right) \sin(\theta_{y}) \left( x_{7} + L_{ya} x_{15} \right) -m_{6} \dot{x}_{16} + \left( -C_{dr} - C_{dl} \right) \sin(\theta_{d}) \left( x_{8} + L_{da} x_{16} \right) +K_{r\bar{0}} \left[ \left( x_{5} - x_{7} \right) + L_{r\bar{0}} \left( x_{13} - x_{15} \right) \right] +K_{r\bar{0}} \left[ \left( x_{5} - x_{7} \right) - L_{x\bar{0}} \left( x_{13} - x_{15} \right) \right] 1/m_{2}$$

$$(29)$$

$$\dot{x}_{10} = \left[ (F_n \sin(\beta)L_d + F_t \cos(\beta)L_d) - m_5 \dot{x}_2 - K_{r\bar{o}}L_{r\bar{o}}[(x_1 - x_3) + L_{r\bar{o}}(x_9 - x_{11})] + K_{ra}L_{ra}[(x_1 - x_3) - L_{ra}(x_9 - x_{11})] \right] 1/m_3$$
(30)

$$\begin{aligned} \dot{x}_{12} &= \left[ -(K_{yr} + K_{yl})\cos(\theta_{y})L_{ya}(x_{3} + L_{ya}x_{11}) \right. \\ &- m_{6}\dot{x}_{4} + (-C_{dr} - C_{dl})\cos(\theta_{d})L_{da}(x_{4} + L_{da}x_{12}) \\ &+ K_{r\bar{o}}L_{r\bar{o}}[(x_{1} - x_{3}) + L_{r\bar{o}}(x_{9} - x_{11})] \\ &- K_{ra}L_{ra}[(x_{1} - x_{3}) - L_{ra}(x_{9} - x_{11})] \right] 1/m_{4} \end{aligned}$$
(31)

$$\dot{x}_{14} = [(F_n \cos(\beta)L_d - F_t \sin(\beta)L_d) - m_5 \dot{x}_6 -K_{r\ddot{o}} L_{r\ddot{o}} [(x_5 - x_7) + L_{r\ddot{o}} (x_{13} - x_{15})] +K_{ra} L_{ra} [(x_5 - x_7) - L_{ra} (x_{13} - x_{15})]] 1/m_3$$
(32)

$$\begin{aligned} \dot{x}_{16} &= \left[ \left( -K_{yr} - K_{yl} \right) \sin(\theta_y) L_{ya} \left( x_7 + L_{ya} x_{15} \right) \\ -m_6 \dot{x}_8 + \left( -C_{dr} - C_{dl} \right) \sin(\theta_d) L_{da} \left( x_8 + L_{da} x_{16} \right) \\ +K_{r\bar{o}} L_{r\bar{o}} \left[ \left( x_5 - x_7 \right) + L_{r\bar{o}} \left( x_{13} - x_{15} \right) \right] \\ -K_{ra} L_{ra} \left[ \left( x_5 - x_7 \right) - L_{ra} \left( x_{13} - x_{15} \right) \right] \right] 1/m_4 \end{aligned}$$
(33)

Yukarıda elde edilen durum denklemleri göz önünde bulundurularak sekiz serbestlik dereceli çamaşır makinesi durum uzay modeli sistem matrisi (A) ve giriş matrisi (B) denklem (34)'deki gibi elde edilmiştir.

Çıkış matrisi (C) birim matristir ( $I_{16x16}$ ). Sistem matrisi elemanları ve kuvvet vektörü elemanları Ek Açıklamalar kısmında gösterilmiştir.

#### IV. Matematiksel Modelin Sayısal Çözümü

Sekiz serbestlik dereceli çamaşır makinesi modelinin MATLAB ortamında Runge-Kutta nümerik metodunu temel alan ode45 komutu kullanılarak gerçekleştirilen simülasyonunun sonucunda oluşan titreşimler, Şekil (4-10) ile gösterilmiştir. Analiz çalışmalarında yay direngenlik katsayısı 8.0 N/mm, rulman direngenlik katsayıları 200 N/mm, damper sönüm katsayısı 0.1 N.s/mm, dengesiz kütle 0.5 kg, ön denge ağırlığı 8.3 kg, üst denge ağırlığı 8.0 kg olarak alınmıştır. Analiz sonuçlarına göre tambur ve kazan titreşimlerinin yüksek oranda benzerlik göstermesi sebebiyle bu çalışmada sadece kazan titreşimlerine yer verilmiştir. Elde edilen sonuçlar ADAMS® modelinden elde edilen sonuçlar ile kıyaslanıp yorumlanmıştır.





Şekil. 5. Sekiz serbestlik dereceli model x' ekseni ivme değerleri.











# V. ADAMS® MODELİ

Elde edilen matematiksel modelin doğrulanması için çamaşır makinesi katı modeli oluşturulmuştur. Katı model ADAMS® dinamik analiz yazılımına aktarılarak uygun mafsallar seçilmiş ve parçaların serbestlik derecesi kısıtları belirlenmiştir. Son olarak da oluşturulan dinamik modelin 0-1200 d/dk aralığında titreşim analizi yapılmıştır. Kazan, tambur, tambur yıldızı, kasnak ve denge ağırlıkları modellerinin kütle ve atalet değerleri Tablo 2'de, mekanik özellikleri ise Tablo 3'de gösterilmiştir.

18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, Trabzon, 5-7 Temmuz 2017

| Parça                   | Kütle (kg) | $I_{xx}$ (kg.mm <sup>2</sup> ) | $I_{yy}(\text{kg.mm}^2)$ | $I_{zz}(\text{kg.mm}^2)$ |
|-------------------------|------------|--------------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Kazan                   | 4.32       | 2.021E+005                     | 2.001E+005               | 1.312E+005               |
| Tambur                  | 8.536      | 3.693E+005                     | 3.691E+005               | 3.078E+005               |
| Tambur Yıldızı (Mil)    | 0.611      | 3974.055                       | 2264.108                 | 2265.558                 |
| Tambur Yıldızı (Yıldız) | 0.455      | 3901.636                       | 1983.917                 | 1973.546                 |
| Kasnak                  | 0.445      | 2755.659                       | 2756.168                 | 5475.736                 |
| Ön D.A                  | 8.3        | 180106.954                     | 180106.947               | 357025.782               |
| Üst D.A                 | 8.0        | 65874.115                      | 24078.106                | 86092.646                |

TABLO 2. Kazan, tambur, tambur yıldızı, kasnak ve denge ağırlıkları modellerinin kütle ve atalet değerleri.

| Parça              | Malzeme           | Elastikiyet<br>Modülü (E)<br>(GPa) | Poisson<br>Oranı<br>(µ) | Yoğunluk<br>(kg/m³) | Akma<br>Dayanımı<br>(MPa) | Çekme<br>Dayanımı<br>(MPa) |
|--------------------|-------------------|------------------------------------|-------------------------|---------------------|---------------------------|----------------------------|
| Kazan              | Plastik           | 2                                  | 0.394                   | 1020                | -                         | 30                         |
| Tambur             | Paslanmaz çelik   | 200                                | 0.28                    | 7900                | 400                       | 600                        |
| Mil                | Alaşımlı çelik    | 205                                | 0.285                   | 7850                | 470                       | 745                        |
| Yıldız             | Alüminyum Alaşımı | 71                                 | 0.33                    | 2760                | 159                       | 317                        |
| Kasnak             | Alüminyum alaşımı | 69                                 | 0.33                    | 2700                | 160                       | 320                        |
| Ön denge ağırlığı  | Beton Alaşımı     | 27                                 | 0.2                     | 2800                | -                         | 1.5                        |
| Üst denge ağırlığı | Beton Alaşımı     | 27                                 | 0.2                     | 2800                | -                         | 1.5                        |

TABLO 3. Kazan, tambur, tambur yıldızı, kasnak ve denge ağırlıkları modellerinin mekanik özellikleri.

Montajda kasnak tambur yıldızına, tambur yıldızı da tambura sabit mafsal ile sabitlenmiştir. Kazan, ön ve arka kısım olmak üzere iki parçadan oluşmaktadır. Bu sebeple iki parçanın bağlantısı sabit mafsal ile yapılmıştır. Birbirine sabit mafsal ile bağlanan tambur, tambur yıldızı ve kasnak parçalarının kazan bağlantısı, kazan ile yıldız mili arasına döner mafsal koyarak sağlanmıştır. Damperler üst kısımlarından kazana küresel mafsal ile alt kısımından ise döner mafsal ile bağlanmıştır. Damper dış ve iç silindir arasındaki hareket, kayar mafsal ile sağlanmıştır. Gövde kısmı kabin, arka kapak, üst kapak ve ayak bağlantıları sabit mafsal ile yapılmıştır. Yay askı sacı da kabine sabit mafsal ile bağlanmıştır. Yaylar yazılım kütüphanesinden hazır olarak alındığı için herhangi bir mafsal tanımlamaya gerek kalmamıştır. Parçaların mafsal bağlantıları Şekil 11'de gösterilmiştir.



Şekil. 11. Çamaşır makinesi alt sistemlerinin mafsal bağlantı tipleri.

Çamaşır makinesi titreşiminde önemli unsurlardan biri olan dengesiz kütle, silindirik bir katı cisim olarak tambur merkezi ile arasındaki mesafe 100 mm olacak şekilde tambur yüzeyine sabitlenmiş, analiz süresince tambur ile birlikte dönmesi sağlanmıştır. Tamburun devir hızı bir fonksiyon ile tanımlanarak 0-1200 d/dk aralığındaki tüm değerlerin taranması sağlanmıştır (Şekil 12).





#### VI. Sonuçlar

Çamaşır makinesi endüstrisindeki rekabet sebebiyle üreticiler ürünlerin maliyetlerini minimumda tutarak titreşim ve gürültü problemlerini ortadan kaldırmaya çalışmaktadırlar. Maliyetin büyük bir kısmını tasarım, prototip üretimi ve test çalışmaları oluşturmaktadır. Bu sebeple tasarım aşaması, çamaşır makinesi üretiminde çok önemli bir yere sahiptir. Bütün bunlar göz önünde bulundurularak yapılan çalışmada belirli bir model çamaşır makinesinin titreşim karakteristiklerinin kolay ve kısa sürelerde elde edilebileceği bir dinamik model oluşturulmuş ve titreşim analizleri yapılmıştır.

Yapılan analizler sonucunda sekiz serbestlik dereceli modelden elde edilen ivme, hız ve deplasman değerlerinin, ADAMS<sup>®</sup> modelinden elde edilen değerler ile yakın olduğu görülmüştür. z' ekseni ivme, hız ve deplasman değerlerinin x' ekseni değerlerine göre daha baskın olması sebebiyle iki modeli kıyaslarken sadece z' ekseninden elde edilen ivme, hız ve deplasman değerleri kullanılmıştır. Adams modeli ivme değeri ile sekiz serbestlik dereceli model ivme değerleri %3,69'luk hata oranıyla benzerlik gösterirken, hız değerleri %3,89, deplasman değerleri ise %4,62 hata oranıyla benzerlik göstermiştir. Bu sonuçlara göre iki modelinde başaralı olduğu söylenebilir. İvme, hız ve deplasman değerlerinin karşılaştırılması Tablo 4'de gösterildiği gibidir.

|           | 8 Serbestlik dereceli model | ADAMS modeli |
|-----------|-----------------------------|--------------|
| İvme      | 41.2 m/s2                   | 42.78        |
| Hız       | 0,347 m/s                   | 0.334 m/s    |
| Deplasman | 6.8 mm                      | 6.5 mm       |

TABLO 4. İvme, hız ve deplasman değerlerinin karşılaştırılması.

## Teşekkür

UMTS'nin sürekliliğini sağlayan tüm sempozyum düzenleyicileri ve katılımcılarına teşekkür ederiz.

#### Kaynakça

- Sowards, B., Spring-damper suspension system analysis for horizontal axis washing machines. Student Project, Michigan University, USA, 1-15 (1972).
- [2] Conrad, D. C. and Soedel, W., On the problem of oscillatory walk of automatic washing machines. Journal of Sound and Vibration, 188 (3): 301–314 (1995).
- [3] Conrad, D. C., The fundamentals of automatic washing machine design based upon dynamic constraints. Ph. D. thesis, Purdue University, USA, 10-30 (1994).
- [4] Papadopoulos, E. and Papadimitriou, L., Modeling, design and control of a portable washing machine during the spinning cycle. IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, Italy, 899–904 (2001).
- [5] Türkay, O. S., Kıray, B., Tuğcu, A. K. and Sümer, İ. T., Formulation and implementation of parametric optimisation of a washing machine suspension system. Mechanical Systems and Signal Processing, 9 (4): 359–377 (1995).
- [6] Yalçın, B. C. and Erol, H., Semiactive Vibration Control for Horizontal Axis Washing Machine. Hindawi Publishing Corporation Shock and Vibration, (2015).
- [7] Boyraz, P. and Gündüz, M., Dynamic modeling of a horizontal washing machine and optimization of vibration characteristics using Genetic Algorithms. Mechatronics, 23 (6): 581-593 (2013).
- [8] Sonoda, Y., Yamamoto, H. and Yokoi, Y., Development of the vibration control system "G-Fall Balancer" for a drum type washer/dryer. IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, Japan, 2: 1140-1144 (2003).
- [9] Bayraktar, F. ve Belek, H. T., Çamaşır makinası dinamik davranışının deneysel ve teorik incelenmesi. İTÜ Dergisi/d Mühendislik, 5 (2): 135-144 (2006).
- [10] Kıral, Z., Mekanik Titreşimler Ders Notları. Eser Sahibinin Kendi Yayını (2012).
  [11] Mızrak, C., Orta Hızlı Çalışan Raylı Sistem Bojilerinin
- [11] Mızrak, C., Orta Hızlı Çalışan Raylı Sistem Bojilerinin Titreşimlerinin Modellenmesi ve Optimizasyonu. Doktora tezi, (2015)
- [12] İnternet: Hatun, M., Diferansiyel denklem modeli, transfer fonksiyonu modeli ve durum uzayı modeli. http:// metinh.home.uludag.edu.tr/ kontrol/ modelleme1. pdf (2016).
- [13] Hatch, R. H., Vibration simulation using MATLAB and ANSYS. Chapman & Hall/CRC, USA, (2001).

## Ek Açıklamalar

$$\begin{aligned} A_{21} &= \left[ -K_{r_0} \left( \underbrace{1 - (m_5/m_3)L_{r_0}}_{A} \right) - K_{r_0} \left( \underbrace{1 + (m_5/m_3)L_{r_0}}_{B} \right) \right] / \left( \underbrace{m_1 - (m_5^2/m_3)}_{C} \right) \\ A_{23} &= (K_{r_0}A + K_{r_0}B)/C \end{aligned}$$

$$A_{29} = (-K_{r\bar{o}}L_{r\bar{o}}A + K_{ra}L_{ra}B)/C$$

 $A_{211} = (+K_{r\bar{o}}L_{r\bar{o}}A - K_{ra}L_{ra}B)/C$ 

$$\begin{split} A_{41} &= \left[ K_{r_0} \left( \frac{1 - (m_6/m_4)L_{r_0}}{b} \right) + K_{r_\alpha} \left( \frac{1 + (m_6/m_4)L_{r_\alpha}}{E} \right) \right] / \left( \frac{m_2 - (m_6^2/m_4)}{F} \right) \\ A_{43} &= \left[ \frac{(-K_{yr} - K_{yl}) \cos(\theta_y)}{c} \left( \frac{1 - (m_6/m_4)L_{y_0}}{it} \right) - K_{r_0} D - K_{r_\alpha} E \right] / F \end{split}$$

$$A_{44} = \left[\underbrace{(-\mathcal{C}_{dr} - \mathcal{C}_{dl})\cos(\theta_d)}_{i} \left(\underbrace{1 - (m_6/m_4)L_{da}}_{j}\right)\right]/$$

 $A_{49} = (K_{r\bar{o}}L_{r\bar{o}}D - K_{ra}L_{ra}E)/F$ 

 $A_{411} = \left(GL_{ya}H - K_{r\bar{o}}L_{r\bar{o}}D + K_{ra}L_{ra}E\right)/F$ 

 $A_{412} = (IL_{da}J)/F$ 

 $A_{65} = (-K_{r\bar{o}}A - K_{ra}B)/C$ 

$$A_{67} = (K_{ro}A + K_{ra}B)/C$$

 $A_{613} = (-K_{r\bar{o}}L_{r\bar{o}}A + K_{ra}L_{ra}B)/C$ 

$$A_{615} = (K_{r\bar{o}}L_{r\bar{o}}A - K_{ra}L_{ra}B)/C$$

$$A_{85} = (K_{ro}D + K_{ra}E)/F$$

$$A_{B7} = \left[\underbrace{(-K_{yr} - K_{yl})\sin(\theta_y)}_{K}H - K_{ra}D - K_{ra}E\right]/F$$
$$A_{B7} = \left((-C_{etc} - C_{etc})\sin(\theta_z)I\right)/F$$

$$A_{BB} = \left(\underbrace{(-C_{dr} - c_{dl})\sin(\theta_d)}_{L}J\right) /$$

 $A_{813} = (K_{r\bar{o}}L_{r\bar{o}}D - K_{ra}L_{ra}E)/F$ 

 $A_{815} = \left(-K_{r\bar{o}}L_{r\bar{o}}D + K_{ra}L_{ra}E + KL_{ya}H\right)/F$ 

 $A_{816} = (L \ L_{da} J)/F$ 

$$A_{101} = \left[-K_{r0}\left(\underbrace{L_{r0} - (m_5/m_1)}_{M}\right) - K_{ra}\left(-\underbrace{L_{ra} - (m_5/m_1)}_{N}\right)\right] / \left(\underbrace{\frac{m_3 - (m_5^2/m_1)}{o}}_{O}\right)$$

 $A_{103} = (K_{r\bar{o}}M - K_{ra}N)/O$ 

 $A_{109} = (-K_{r\bar{o}}L_{r\bar{o}}M + K_{ra}L_{ra}N)/O$ 

$$A_{1011} = (K_{r\bar{o}}L_{r\bar{o}}M - K_{ra}L_{ra}N)/O$$

$$\begin{split} A_{121} &= \left[ K_{ra} \left( \frac{L_{ra} - (m_6/m_2)}{p} \right) + K_{ra} \left( -\frac{L_{ra} - (m_6/m_2)}{k} \right) \right] / \left( \frac{m_4 - (m_6^2/m_2)}{s} \right) \\ A_{123} &= \left[ G \left( \frac{L_{ya} - (m_6/m_2)}{\bar{\tau}} \right) - K_{r6} P - K_{ra} R \right] / S \end{split}$$

$$A_{124} = \left[ I\left( \underbrace{L_{da} - (m_6/m_2)}_{U} \right) \right] / S$$
$$A_{129} = (K_{rs}L_{rs}P - K_{rs}L_{rs}R) / S$$

 $A_{1211} = \left(-K_{r\bar{o}}L_{r\bar{o}}P + K_{ra}L_{ra}R + GL_{ya}T\right)/S$ 

$$A_{1212} = (IL_{da}U)/S$$

$$A_{145} = (-K_{r\bar{o}}M - K_{ra}N)/O$$

$$A_{147} = (K_{ro}M + K_{ra}N)/O$$

 $A_{1413} = (-K_{r\delta}L_{r\delta}M + K_{ra}L_{ra}N)/O$ 

 $A_{1415} = (K_{r\bar{o}}L_{r\bar{o}}M - K_{ra}L_{ra}N)/O$  $f_{a} = E_{c} \sin(\omega t) + E_{c} \cos(\omega t)$ 

$$J_{21} = P_n \sin(wt) + P_t \cos(wt)$$

- $f_{61} = F_n \cos(wt) F_t \sin(wt)$
- $f_{101} = F_n \sin(wt)L_d + F_t \cos(wt)L_d$
- $f_{141} = F_n \cos(wt) L_d F_t \sin(wt) L_d$

$$m_1 = (m_t + m_c + m_d + m_{ty} + m_k)$$

 $m_2 = (m_{ka} + m_{da\bar{u}} + m_{da\bar{u}})$ 

- $m_{3} = I_{t} + I_{ty} + I_{k} + (m_{t}L_{t}^{2}) + (m_{\varsigma}L_{\varsigma}^{2}) + (m_{d}L_{d}^{2}) + (m_{t}L_{ty}^{2}) + (m_{k}L_{k}^{2})$
- $m_4 = I_{ka} + I_{da\bar{o}} + I_{da\bar{o}} + (m_{ka}L_{ka}^2) + (m_{da\bar{o}}L_{da\bar{o}}^2) + (m_{da\bar{o}}L_{da\bar{o}}^2)$
- $m_5 = (m_t L_t) + (m_c L_c) + (m_d L_d) + (m_{ty} L_{ty}) + (m_k L_k)$
- $m_6 = (m_{ka}L_{ka}) + (m_{da\bar{u}}L_{da\bar{u}}) + (m_{da\bar{u}}L_{da\bar{u}})$

# Esnek Bağlantılı Atalet Artırımı Mekanizmasının Titreşim Yalıtımı Frekans Aralığının Topoloji Eniyilemesi ile Genişletilmesi

O. Yüksel<sup>\*</sup> Boğaziçi Üniversitesi İstanbul

Özet — Bu çalışmada, esnek bağlantılı bir mekanizmada topoloji eniyilemesi yapılarak, atalet artırımı vöntemi ile elde edilen titresim valıtımı frekans aralığı genişletilmiştir. İlk olarak, titreşim yalıtımı gösteren periyodik yapılarda birim hücre olarak kullanılabilen bu mekanizmanın toplu ve dağıtık parametreli modelleri sunulmuştur. Ardından, titreşim yalıtımının yapıldığı frekans aralığını maksimize etmeye yönelik topoloji eniyilemesi problemi tanımlanmıştır. Gerçekleştirilen sayısal çalışmalarda, topolojik olarak artırımı eniyilenmiş esnek bağlantılı atalet mekanizmasının, aynı kütledeki orijinal mekanizmadan daha geniş bir frekans aralığında titreşim yalıtımı sağladığı gözlemlenmistir.

Anahta kelimeler: atalet artırımı, esnek bağlantılı mekanizma, titreşim yalıtımı, topoloji eniyilemesi

**Abstract** — In this study, by performing topology optimization on a compliant mechanism, inertial amplification induced vibration isolation frequency gap is widened. At first, lumped and distributed parameter models of this mechanism, which can be used as a unit cell in periodic vibration isolation structures, are presented. Then, the topology optimization problem that maximizes the vibration isolation frequency range is defined. In the numerical studies, it is observed that the topologically optimized compliant inertial amplification mechanism provides wider vibration isolation frequency range compared to the original mechanism that has the same mass.

## I. Giriş

Titreşim yalıtımına yönelik yeni tasarımlar yapılması makina mühendisliğinin temel uğraş alanlarından birisidir. Titreşim yalıtımı sağlayan tasarımlar; istenmeyen mekanik titreşimlerin iletimine mani olarak makinaların ömrünü artırırlar ve kullanıcı konforunu sağlarlar. Bu tasarımlar, statik yapıların yıkıcı titreşimlere

† cetin.yilmaz@boun.edu.tr

Ç. Yılmaz<sup>†</sup> Boğaziçi Üniversitesi İstanbul

maruz kalmamaları için de kullanılabilir. Temel pasif titreşim yalıtıcı tasarım örneklerine Referans [1]'den ulaşılabilir. Son yıllarda ise, periyodik yapıların pasif titreşim yalıtım sistemleri olarak tasarlandığı görülmektedir [2,3].

Mekanik titreşim dalgaları katı yapılarda elastik, akışkanlarda ise akustik dalga olarak yayılırlar. Bant aralığı ise, elastik veya akustik dalga iletiminin engellendiği frekans aralıklarına verilen isimdir. Belirli iki frekans arasında düşük miktarda mekanik titreşim veya akustik dalga iletiminin gerçekleşebildiği bu yapılara bant aralığı gösteren yapılar veya akustik metamalzemeler denilmektedir. Birim hücre olarak adlandırılan yapılar vasıtasıyla, periyodik yapılar oluşturulabilir [2,3]. Bu periyodik yapılar, pasif mekanik titreşim yalıtıcıları olarak tasarlanıp kullanılabilirler [2,3].

Bant aralığı elde etmek için kullanılan yöntemlerden biri atalet artırımıdır [4,5]. Bu yöntem ile düşük frekanslar için titreşim iletimini engelleyici bant aralıkları elde edilebilmektedir. Düşük frekanslar için titreşim yalıtımı ciddi bir problemdir ve mevcut pasif titreşim yalıtım teknikleri bu frekanslar için yeterli çözüm sağlayamamaktadır. Sonuç olarak, atalet artırımı yöntemi ile elde edilen bant aralığı gösteren periyodik yapılar, düşük frekanslarda titreşim yalıtımı sağlamaya yönelik olarak kullanılabilir. Birim hücrenin rezonans frekanslarının, periyodik yapının bant aralığını belirlediği literatürde gösterilmiştir [2,3,6,7]. Dolayısıyla, birim hücrenin uygun bir şekilde tasarlanması önem arz etmektedir.

Referanslar [4] ve [5]'te, toplu parametre modellenmiş bir birim hücre atalet artırımı mekanizması incelenmiştir. Referanslar [2] ve [6]'da ise bu toplu parametreli model, esnek bağlantılı bir mekanizma kullanılarak dağıtık parametreli bir modele dönüştürülmüştür. Referanslar [2] ve [6]'da, bu esnek bağlantılı atalet artırımı mekanizmasında boyut ve şekil eniyilemesi çalışmaları gerçekleştirilmiş ve elde edilen tasarım, bir periyodik yapıda birim hücre olarak kullanılmıştır. Şekil

<sup>\*</sup> osman.yuksel@boun.edu.tr

eniyilemesi neticesinde elde edilen tasarımın, boyut eniyilemesinde elde edilen tasarımdan daha geniş frekans aralığında yalıtım sağladığı gösterilmiştir.

Bu bildiride, Referanslar [2] ve [6]'da gerçekleştirilen adımların devamı olarak, esnek bağlantılı bir atalet artırımı mekanizmasında topoloji eniyilemesi [8] çalışmaları gerçekleştirilmiş ve titreşim yalıtımının gerçekleştiği frekans aralığı genişletilmiştir.

## II. Atalet Artırımı Mekanizması

Bu çalışmada kullanılan atalet artırımı mekanizmasının toplu parametreli modeli Şekil 1'de gösterilmiştir.



Şekil 1. Atalet artırımı mekanizmasının toplu parametre modeli

Bu mekanizmanın sağında ve solunda yer alan mkütleleri, k direngenlikli bir yay vasıtasıyla birbirlerine bağlanmışlardır. Mekanizmanın ortasında yer alan  $m_a$ kütlesi ile m kütleleri arasındaki bağlantıyı sağlayan uzuvlar rijittir.  $\theta$  açısı şekilden de görüldüğü üzere rijit uzuv ile yay arasında kalan açıdır. Son olarak, y girdi deplasmanını, x ise çıktı deplasmanını belirtmektedir.

Şekil 1'de gösterilen mekanizmanın hareket denklemi Lagrange yöntemi ile bulunabilir. Bu amaçla, sistemin toplam kinetik enerjisi (*KE*) ve toplam potansiyel enerjisi (*PE*) sırasıyla aşağıdaki denklemlerde belirtilmiştir:

$$KE = \frac{m_a}{2} \left( \left( \frac{\dot{x} + \dot{y}}{2} \right)^2 + \left( \frac{\dot{y} - \dot{x}}{2} \cot \theta \right)^2 \right) + \frac{m}{2} \dot{x}^2 + \frac{m}{2} \dot{y}^2 \quad (1)$$

$$PE = \frac{1}{2}k(x - y)^{2}$$
(2)

Lagrange fonksiyonu, Denklemler (1) ve (2) kullanılarak şu şekilde tanımlanmaktadır:

$$L = KE - PE \tag{3}$$

Lagrange denklemi ise x koordinatı için şu şekildedir:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x} = 0 \tag{4}$$

Denklem (3)'te elde edilen Lagrange fonksiyonu Denklem (4)'te belirtilen Lagrange denklemi için çözüldüğünde bu mekanizmanın hareket denklemi şu şekilde bulunmaktadır [2,3,6,7]:

$$\left(m_a\left(\cot^2\theta+1\right)+4m\right)\ddot{x}+4kx=m_a\left(\cot^2\theta-1\right)\ddot{y}+4ky\qquad(5)$$

Bu ifadeye göre Şekil 1'deki yapının birinci rezonans ve birinci antirezonans frekansları sırasıyla aşağıdaki gibi olmaktadır:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{k}{m + m_a (\cot^2 \theta + 1)/4}} \tag{6}$$

$$v_{Z1} = \sqrt{\frac{k}{m_a (\cot^2 \theta - 1)/4}} \tag{7}$$

(

Ayrıca, atalet artırımı mekanizmasında oluşan titreşim yalıtımı frekans aralığının başlangıcını veren ifade ise şu şekildedir [2,3,6,7]:

$$\omega_{s} = \sqrt{\frac{2\omega_{1}^{2}\omega_{z1}^{2}}{\omega_{1}^{2} + \omega_{z1}^{2}}}$$
(8)

Denklemler (6), (7) ve (8)'ten de görüldüğü üzere küçük  $\theta$  açıları için mekanizmanın etkin ataleti katlanarak artmakta ve neticede titreşim yalıtımının başlangıç frekansı düşmektedir.



Şekil 2. Esnek bağlantılı atalet artırımı mekanizması.

Şekil 1'de verilen atalet artırımı mekanizmasının dağıtık parametreli modeli Şekil 2'deki gibi oluşturulmuştur. Bu iki boyutlu modelde *l* ifadeleri kiriş uzunluklarını, *t* ifadeleri ise kiriş kalınlıklarının belirtmektedir. Şekil 2'de gösterilen esnek bağlantılı mekanizmada yer alan 2 ve 4 numaralı ince kirişler atalet artırımına neden olan esnek mafsallardır. Topoloji eniyilemesi çalışmaları Şekil 2'de gösterilen esnek bağlantılı atalet artırımı mekanizması üzerinde gerçekleştirilmiştir.

## III. Topoloji Enivilemesi Problemi

Topoloji eniyilemesi [8], belirli bir tasarım alanında, önceden belirlenmiş bir hedef fonksiyonunu minimize (veya maksimize) eden, ve çeşitli kısıt koşullarını sağlayan en iyi yapı topolojisinin (en iyi malzeme dağılımının) elde edilmesi olarak tanımlanabilir. Topoloji eniyilemesinde, tasarım alanları sonlu elemanlar yöntemi ile modellenir. Bu çalışmada kullanılan topoloji

eniyilemesi tekniği modifiye edilmiş Cezalandırmalı Katı İzotropik Malzeme yöntemidir [9]. Bu yöntemde, herhangi bir sonlu elemanın elastisite modülü ve özkütle özellikleri sırasıyla aşağıdaki denklemler vasıtası ile elde edilir:

$$E_{e}(x_{e}) = E_{\min} + x_{e}^{p}(E_{0} - E_{\min}) \qquad x_{e} \in [0,1]$$
(9)

$$\rho_{e}(x_{e}) = \rho_{\min} + x_{e}^{d}(\rho_{0} - \rho_{\min}) \qquad x_{e} \in [0,1]$$
(10)

Bu denklemlerde,  $x_e$  sonlu eleman yoğunluğunu,  $E_e$  sonlu elemanın elastisite modülünü,  $\rho_e$  sonlu elemanın fiziksel yoğunluğunu (özkütlesini),  $E_0$  izotropik malzemenin elastisite modülünü,  $\rho_0$  izotropik malzemenin fiziksel yoğunluğunu,  $E_{min}$  sayısal tutarsızlıkları önlemek için kullanılan minimum elastisite modülünü,  $\rho_{min}$  sayısal tutarsızlıkları önlemek için kullanılan minimum fiziksel yoğunluk sabitini, p direngenlik ceza sayısını, d ise kütle ceza sayısını ifade etmektedir.

Denklem (9) ve (10)'da belirtilen sonlu eleman yoğunluğu ( $x_e$ ), sayısal olarak 0 ile 1 arasında herhangi bir değeri alabilmektedir. Sonlu eleman yoğunluğunun 0 olduğu durum, fiziksel olarak o elemanda malzeme bulunmadığı anlamına gelir. Sonlu eleman yoğunluğunun 1 olduğu durumda ise o elemanda izotropik malzeme mevcuttur. 0 ile 1 arasında kalan yoğunluk değerleri, eniyileme süresince üstel ceza sayıları sebebiyle 0 veya 1 olmaya zorlanmaktadır. Bu şekilde, topoloji eniyilemesi sonunda, tasarım alanındaki sonlu elemanlar ya katı malzeme içermekte veya boş olmaktadırlar. Neticede topolojik olarak eniyilenmiş tasarıma ulaşılmış olunur. Cezalandırmalı katı izotropik malzeme yöntemi ile alakalı detaylı bilgilendirmelere Referans [8]'den ulaşılabilir.

Tasarım alanı için global direngenlik ve kütle matrisleri sırasıyla şu şekilde oluşturulmuştur:

$$K = \sum_{e=1}^{N} E_{e}(x_{e}) K_{0}$$
(11)

$$M = \sum_{e=1}^{N} \rho_{e}(x_{e}) M_{0}$$
 (12)

Bu denklemlerde K global direngenlik matrisini,  $K_{\theta}$  birim elastisite sabiti çarpanlı eleman direngenlik matrisini, Mglobal kütle matrisini,  $M_{\theta}$  birim fiziksel yoğunluk çarpanlı eleman kütle matrisini, N sonlu elemanların toplam sayısını ifade etmektedir.

Yapının toplam katı alanını veren ifade ise şudur:

$$V(x) = \sum_{e=1}^{N} x_e \tag{13}$$

Burada, x vektörü sonlu elemanların yoğunluk değerlerini ( $x_e$ 'leri) içeren vektördür.

Şekil 2'deki esnek bağlantılı atalet artırımı mekanizmasında birinci ve ikinci doğal frekanslar arasında elde edilen frekans aralığı, topoloji eniyilemesi ile genişletilebilir. Bu amaçla, sabit kütle kısıt koşulu için, yapının ikinci doğal frekansı ile birinci doğal frekansı arasındaki oranın maksimize edildiği eniyileme problemi aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

Hedef fonksiyon: min 
$$-[\omega_2(\mathbf{x})/\omega_1(\mathbf{x})]$$
 (14)  
Kısıtlar:  $Ku_2 - \omega_2^2 Mu_2 = \mathbf{0}$   
 $Ku_1 - \omega_1^2 Mu_1 = \mathbf{0}$   
 $V(\mathbf{x}) - aV_0 = \mathbf{0}$   
 $1 \ge x_e \ge \mathbf{0}$  e = 1, 2, ...., N

Burada,  $\omega_1$  yapının birinci doğal frekansını,  $\omega_2$  yapının ikinci doğal frekansını,  $u_1$  birinci mod şekli vektörünü,  $u_2$ ikinci mod şekli vektörünü,  $V_0$  tasarım alanının toplam alanını, *a* alan oranını (toplam katı eleman alanının toplam tasarım alanına oranı) ifade etmektedir.

Bu çalışmada, Denklem (14)'te belirtilen topoloji eniyilemesi problemi, Referans [10]'da belirtilen, statik problemlerin çözümünde kullanılmış bir MATLAB® programı modifiye edilerek çözülmüştür. Eniyileyici algoritma olarak Referans [10]'daki gibi eniyileme kriteri yöntemi kullanılmıştır. Topoloji eniyilemesi problemlerinde görülen sonlu elemanlar ağına bağımlılık ve dama tahtası görünümü oluşumu (detaylar için Referans [11]'e bakınız) tarzı sayısal sorunların giderilmesi için duyarlılık filtresi [12] kullanılmıştır. Dinamik topoloji eniyilemesi problemlerinde karşılaşılan sahte mod oluşması sorunu Referans [13]'teki gibi düşük yoğunluklu elemanlar için yüksek kütle ceza sayısı kullanılarak aşılmıştır. Yine dinamik problemlerde karşılaşılan bir sorun olarak, tekrar eden özdeğerlerin doğru duyarlılık değerlerinin hesaplanabilmesi için Referans [14]'te önerilen yöntem uygulanmıştır. Eniyileme sonrasında, Referans [15]'te belirtilen bir filtre vasıtasıyla, sonlu elemanların yoğunluk değerleri, sadece katı izotropik malzeme içerecek veya boş olacak şekilde ayarlanmıştır.

## IV. Sayısal Çalışmalar

Denklemler (6) ve (7)'de belirtildiği üzere Şekil 1'deki toplu parametreli modelin düşük frekanslarda titreşim yalıtımı sağlaması için  $\theta$  açısının küçük olması gerekmektedir. Referanslar [2] ve [6]'da, Şekil 2'deki model temel alınarak gerçekleştirilen çalışmalarda, dağıtık parametreli model için  $\theta$  açısının 2 ve 4 numaralı esnek mafsalların merkezlerini birleştiren doğru ile yatay eksen arasında kalan açı olduğu belirlenmiştir. Yine aynı çalışmalarda, bu esnek mafsallardaki gerilimleri aşırı artırmadan, titreşim yalıtımı frekans aralığının geniş olması için  $l_2/t_2$  oranının 5,  $l_4/t_4$  oranının 10 olması gerektiği saptanmıştır. Bu bilgiler ışığında, Şekil 3'teki atalet artırımı mekanizması oluşturulmuş ve bu mekanizmada elde edilen titreşim yalıtımı frekans aralığının topoloji eniyilemesi neticesinde genişletilmesi

amaçlanmıştır. Şekil 3'te gösterilen mekanizmanın boyutları şu şekildedir:

 $l_1 = 0.1 \text{ m}, t_1 = 0.1 \text{ m}, l_2 = 0.125 \text{ m}, t_2 = 0.025 \text{ m}, l_3 = 0.8 \text{ m}, t_3 = 0.25 \text{ m}, l_4 = 0.25 \text{ m}, t_4 = 0.025 \text{ m}$ 

Sayısal çalışmalarda kullanılan izotropik malzeme özellikleri ise şunlardır:

Elastisite modülü = 210 GPa, Malzeme yoğunluğu = 7800 kg/m<sup>3</sup> Poisson oranı = 0.3



Şekil 3. Topoloji eniyilemesi ile titreşim yalıtımı frekans aralığının genişletileceği esnek bağlantılı atalet artırımı mekanizması.

Topoloji eniyilemesi çalışması öncesinde, Şekil 3'te gösterilen mekanizmada, ticari bir sonlu elemanlar yazılımı kullanılarak modal analiz gerçekleştirilmiştir. 3 boyutlu sonlu elemanlar kullanılarak yapılan analizde, 0.2 m'lik bir düzlem dışı kalınlığının, mekanizmanın düzlem dışı modunu ilk üç doğal frekansın dışına ötelediği görülmüştür. Aynı mekanizmada düzlemsel gerilim ve düzlemsel gerinim sonlu elemanları kullanılarak yapılan modal analizlerde ise ilk üç doğal frekansın ve mod şeklinin, 3 boyutlu modelde elde edilenlerle birebir örtüştüğü gözlemlenmiştir. Sözü edilen bu sonuç, dinamik topoloji eniyilemesi çalışmaları büyük boyutlarda RAM kullanımına ihtiyaç duyduğu için önem arz etmektedir. Netice olarak, atalet artırımı mekanizmasında, 2 boyutlu düzlemsel sonlu elemanların kullanılması sonucu değiştirmeyecektir. Literatürde de, düşük serbestlik derecesine sahip sonlu elemanlar ile boyut veya şekil eniyilemesi yapıldıktan sonra uygun düzlem dışı kalınlıkta üretilmiş ve düzlem dışı modunu elde edilen titreşim yalıtımı frekans aralığının dışına atan tasarımlar mevcuttur [2]. Bunun dışında düzlemsel gerilim veya düzlemsel gerinim elemanları kullanmanın da elde edilen sonuçları değiştirmediği yapılan çalışmalarda görülmüştür. Bu sebeple, topoloji eniyilemesi çalışmalarında sadece 4 düğüm noktalı 8 serbestlik derecesine sahip kare düzlemsel gerilim sonlu elemanları kullanılmıştır.



Şekil 4. Topoloji eniyilemesi ile titreşim yalıtımı frekans aralığının genişletileceği esnek bağlantılı atalet artırımı mekanizmasının ilk üç mod şekli.

Bahsi geçen kare düzlemsel gerilim elemanları kullanılarak Şekil 3'te gösterilen mekanizmanın modal analizi gerçekleştirilmiştir. Bu tasarımın ilk üç mod şekli Şekil 4'te verilmiştir. Tasarımın ilk doğal frekansı ( $f_1$ ) 17.2 Hz'te, ikinci doğal frekansı ( $f_2$ ) 66.9 Hz'te, üçüncü doğal frekansı ( $f_3$ ) da 68.2 Hz'tedir. Titreşim yalıtımı birinci ve ikinci doğal frekanslar arasında gerçekleşecektir. Titreşim yalıtımının yapıldığı frekans aralığının genişliğini göstermek için literatürde yaygın olarak kullanılan [2,3,6,7], ikinci doğal frekansın birinci doğal frekansa oranı ( $f_2/f_1$ ) 3.89 olarak hesaplanmıştır.

Şekil 3'teki atalet artırımı mekanizması ile elde edilen titreşim yalıtımı frekans aralığı topoloji eniyilemesi ile genişletilebilir ve Şekil 3'teki tasarımla aynı kütleye sahip ancak daha geniş bir frekans aralığında titreşim yalıtımı sağlayan yeni bir tasarım elde edilebilir. Bu sebeple Şekil 5'te gösterilen tasarım alanında topoloji eniyilemesi çalışması gerçekleştirilmiştir. Şekil 5'teki tasarım alanında siyah ile gösterilen bölgeler eniyilemesi sadece gri ile gösterilen alanlarda gerçekleştirilmiştir. Şekil 5'teki tasarım alanının Şekil 3'teki tasarımdan boyut olarak tek farkı  $t_3$  kalınlığının 0.5 m olmasıdır. Bu sayede tasarım alanının % 50'si malzeme ile doldurulup (a = 0.5) optimum topoloji elde edilebilecektir.





Şekil 5. Topoloji eniyilemesi tasarım alanı.

Bu calısmada cözülen topoloji enivilemesi problemi Denklem (14)'te verilmiştir. Buna göre, sabit kütle kısıt koşulu altında, esnek bağlantılı atalet artırımı mekanizmasının ikinci ve birinci doğal frekanslarının oranı maksimize edilmiştir. Burada sabit kütle denilmesinden kasıt, topolojik olarak eniyilenmiş tasarım ile Şekil 3'teki tasarımın kütlelerinin aynı olduğudur. Şekil 5'te verilen tasarım alanında yapılan topoloji eniyilemesi çalışması sonucunda Şekil 6'da gösterilen mekanizma elde edilmiştir. Bu mekanizmanın ilk üç mod şekli Şekil 7'de sunulmuştur. Şekil 7'de elde edilen mod sekilleri ile Sekil 4'tekiler beklenildiği üzere benzerdir. Şekil 6'da verilen topolojik olarak eniyilenmiş tasarımın birinci doğal frekansı  $(f_1)$  14.5 Hz'te, ikinci doğal frekansı ( $f_2$ ) 75.2 Hz'te, üçüncü doğal frekansı ( $f_3$ ) ise 78.8 Hz'tedir.



Şekil 6. Topolojik olarak eniyilenmiş esnek bağlantılı atalet artırımı mekanizması.

| Tasarım      | $f_I$   | $f_2$   | $f_2/f_1$ |
|--------------|---------|---------|-----------|
| Şekil 3'teki | 17.2 Hz | 66.9 Hz | 3.89      |
| Şekil 6'daki | 14.5 Hz | 75.2 Hz | 5.19      |

TABLO 1. Aynı kütleye sahip Şekil 3 ve Şekil 6'daki tasarımların doğal frekanslarının kıyaslaması.

Topoloji eniyilemesi vasıtasıyla, atalet artırımı mekanizmasının birinci doğal frekansı aşağıya çekilmiş, ikinci doğal frekansı yukarıya çıkarılmış ve neticede elde edilen titreşim yalıtımı frekans aralığı genişletilmiştir. Şekil 6'da elde edilen tasarım için ikinci doğal frekansın birinci doğal frekansa oranı ( $f_2/f_1$ ) 5.19 olarak hesaplanmıştır. Bu oran Şekil 3'teki tasarımda elde edilen orana göre % 33 daha fazladır. Şekil 3 ve Şekil 6'daki mekanizmalarda elde edilen doğal frekanslar ve oranları Tablo 1 yardımıyla karşılaştırılabilir.





Şekil 7. Topolojik olarak eniyilenmiş esnek bağlantılı atalet artırımı mekanizmasının ilk üç mod şekli.

Topolojik olarak eniyilenmiş mekanizma (Şekil 6) ile orijinal mekanizmaya (Şekil 3) ait titreşim iletlenlikleri grafiği Şekil 8'de sunulmuştur. Tablo 1 ile uyumlu olarak orijinal mekanizma için 17.2 Hz - 66.9 Hz arasında rezonans görülmezken, topolojik olarak eniyilenmiş mekanizmada 14.5 Hz - 75.2 Hz arasında rezonans görülmemektedir. Bununla birlikte, titreşim yalıtımı frekans aralığı, titreşim iletkenliği değerinin 1'den küçük olduğu frekanslarda oluşmaktadır. Titreşim yalıtımının başlangıç frekansı Şekil 8'den bulunabileceği gibi Denklem (8) kullanılarak da hesaplanabilir [2,3,6,7]. Buna göre, Şekil 6'da gösterilen topolojik olarak eniyilenmiş atalet artırımı mekanizmasında elde edilen titreşim yalıtımı başlangıç frekansı 14.9 Hz olarak bulunmuştur. Şekil 8'de görüldüğü üzere yapının ikinci doğal frekansı civarında titreşim iletkenliği çok hızlı bir

şekilde artmaktadır. Bu nedenle literatürde titreşim yalıtımının bitiş frekansı olarak yapının ikinci doğal frekansı alınır [2,3,6,7]. Netice itibariyle, Şekil 6'da gösterilen topolojik olarak eniyilenmiş atalet artırımı mekanizmasında elde edilen titreşim yalıtımı frekans aralığı 14.9 Hz – 75.2 Hz arasındadır.



Şekil 8. Orijinal atalet artırımı mekanizması ile topolojik olarak eniyilenmiş atalet artırımı mekanizmalarının titreşim iletkenlikleri grafiği.

Sonuçlardan da anlaşılacağı üzere, Şekil 6'daki topolojik olarak eniyilenmiş tasarım, Şekil 3'teki tasarımla aynı kütleye sahip olmasına karşın, daha geniş bir titreşim yalıtımı frekans aralığı sağlamaktadır.

Şekil 6'da gösterilen topolojik olarak eniyilenmiş atalet artırımı mekanizması, Şekil 9'daki gösterildiği şekilde periyodik olarak kullanıldığında, titreşim yalıtımının gerçekleştiği frekans aralığı (14.9 Hz – 75.2 Hz) net olarak gözlemlenmektedir.



Şekil 9. Dört adet topolojik olarak eniyilenmiş atalet artırımı mekanizmasının art arda sıralanmasıyla elde edilmiş periyodik yapı

Herhangi bir periyodik yapıdaki titreşim yalıtımı frekans aralığı ve titreşim iletkenliği özellikleri, o periyodik yapıda kullanılan birim hücre tarafından belirlenir. Şekil 10'da 2, 4 ve 6 adet topolojik olarak eniyilenmiş atalet artırımı mekanizması kullanılarak oluşturulmuş olan bir boyutlu periyodik yapılar (4 mekanizmalı olanı için Şekil 9'a bakınız) için titreşim iletkenlikleri hesaplanmıştır. Bu üç periyodik yapı için de titreşim yalıtımının yapıldığı frekans aralığı aynı olup birim hücrenin ilk iki doğal frekansının arasına tekabül etmektedir.



Şekil 10. Çeşitli sayılardaki topolojik olarak eniyilenmiş atalet artırımı mekanizmalarının art arda sıralanmasıyla elde edilmiş periyodik yapılara ait titreşim iletkenlikleri grafiği.

Buna mukabil, periyodik yapılardaki titreşim iletkenliği seviyesi kullanılan birim hücrelerin sayısı arttıkça düşmektedir. Diğer bir ifadeyle, periyodik yapılarda kullanılan birim hücrelerin çoğaltılması titreşim yalıtımını artırmaktadır.

| Mekanizma<br>sayısı | Maksimum titreşim<br>iletkenliği (%) | Minimum titreşim<br>yalıtımı (%) |
|---------------------|--------------------------------------|----------------------------------|
| 1                   | 88                                   | 12                               |
| 2                   | 74                                   | 26                               |
| 4                   | 43                                   | 57                               |
| 6                   | 21                                   | 79                               |

TABLO 2. Mekanizma sayısına bağlı olarak 14.9–75.2 Hz frekans aralığında oluşan maksimum titreşim iletkenliği ve minimum titreşim yalıtım seviyeleri.

Tablo 2'de 14.9–75.2 Hz frekans aralığında oluşan maksimum titreşim iletkenliği ve minimum titreşim yalıtım seviyeleri gösterilmektedir. Titreşim yalıtım seviyesi, titreşim iletkenliğinin birden farkı olarak hesaplanmıştır. Bu tablo incelendiğinde tek bir mekanizmanın girişteki sarsıntının en fazla % 88'ini çıkışa ilettiği görülmektedir. Dolayısıyla, girişteki titreşimin en az % 12'si yalıtılmış olacaktır. Periyodik yapıda 4 adet mekanizma olursa girişteki titreşimin en az % 57'si yalıtılmış olacaktır. Öte yandan 6 adet mekanizma kullanıldığında titreşim yalıtım seviyesi en az % 79 olacaktır.

## IV. Sonuçlar

Bu çalışmada, düşük frekanslardaki titreşimleri yalıtmaya yarayan esnek bağlantılı bir mekanizma incelenmiştir. Bahsi geçen mekanizmada atalet artırımı yöntemi ile titreşim yalıtımı sağlanmıştır. Mekanizmada, kütlenin sabit tutulduğu durum için topoloji eniyilemesi çalışması yapılmıştır. Topoloji eniyilemesi neticesinde elde edilen yeni atalet artırımı mekanizması ile aynı kütle için daha geniş bir titreşim yalıtımı frekans aralığı elde

edilmiştir. Topolojik olarak eniyilenmiş bu birim hücre tasarımı kullanılarak periyodik bir yapı oluşturulmuştur. Bu periyodik yapı çelikten tel erozyon yöntemiyle üretilerek belirli frekans aralığında çalışan bir titreşim yalıtım sistemi olarak kullanılabilir.

## Teşekkür

Bu çalışma 110M663 numaralı TÜBİTAK projesi tarafından desteklenmiştir.

## Kaynakça

- [1] Rao S.S. Mechanical Vibrations, Pearson, 5th Edition, 2011.
- [2] Yuksel O. ve Yilmaz C. Shape optimization of phononic band gap structures incorporating inertial amplification mechanisms. Journal of Sound and Vibration, 355:232-245, 2015.
- [3] Acar G. ve Yilmaz C. Experimental and numerical evidence for the existence of wide and deep phononic gaps induced by inertial amplification in two-dimensional solid structures. Journal of Sound and Vibration, 332:6389-6404, 2013.
- and Vibration, 332:6389-6404, 2013.
  [4] Yilmaz C., Hulbert G.M. ve Kikuchi N. Phononic band gaps induced by inertial amplification in periodic media. Physical Review B, 76(5):054309, 2007.
- [5] Yilmaz C. ve Hulbert G.M. Theory of phononic gaps induced by inertial amplification in finite structures. Physics Letters A, 374(34):3576-3584, 2010.
- [6] Yuksel O. ve Yilmaz C. Obtaining inertial amplification induced phononic gaps via structural optimization of a compliant mechanism. 11th International Conference on Vibration Problems, Lisbon, 9-12 September 2013.
- [7] Yılmaz Ç. ve Acar G. Esnek bağlantılı köprü tipi mekanizmanın titreşim yalıtımına yönelik tasarımı ve analizi. 16. Ulusal Makine Teorisi Sempozyumu Erzurum 12-13 Evlül 2013
- Teorisi Sempozyumu, Erzurum, 12-13 Eylül 2013.
  [8] Bendsoe M.P. ve Sigmund O. Topology Optimization, Springer-Verlag, 2nd Edition, 2004.
- [9] Sigmund O. Morphology based black and white filters for topology optimization. Structural and Multidisciplinary Optimization, 33(4):401-424, 2007.
- [10] Andreassen E., Clausen A., Schevenels M., Lazarov B.S. ve Sigmund O. Efficient topology optimization in MATLAB using 88 lines of code. Structural and Multidisciplinary Optimization, 43:1-16, 2011.
- [11]Sigmund O. ve Petersson J. Numerical instabilities in topology optimization: a survey on procedures dealing with checkerboards, mesh-dependencies and local minima. Structural Optimization, 16:68-75, 1998.
- [12]Sigmund O. On the design of compliant mechanisms using topology optimization. Mechanics of Structures and Machines, 25(4):493-524, 1997.
- [13]Du J. ve Olhoff N. Topological design of freely vibrating continuum structures for maximum values of simple and multiple eigenfrequencies and frequency gaps. Structural and Multidisciplinary Optimization, 34:91-110, 2007.
- [14] Jensen J.S. ve Pedersen N.L. On maximal eigenfrequency separaton in two-material structures: the 1D and 2D scalar cases. Journal of Sound and Vibration, 289:967-986, 2006.
- [15]Sigmund O. ve Maute K. Topology optimization approaches. Structural and Multidisciplinary Optimization, 48:1031-1055, 2013.
# Gazlı ve Manyetik Dinamik Titreşim Yutucular: Modelleme, Analiz ve Ölçümler

Rıdvan Doğru<sup>\*</sup> Borusan Teknoloji Geliştirme ve Arge, İstanbul Yunus Emre Aydoğdu<sup>†</sup> Arçelik A.Ş. İstanbul Kenan Yüce Şanlıtürk<sup>‡</sup> İstanbul Teknik Üniversitesi İstanbul

Özet—Dinamik titreşim vutucular (DTY),uvgulandıkları sistemlerin doğal frekanslarında va da çalışma frekanslarında oluşan istenmeyen titreşimleri azaltmak için kullanılan alt sistemlerdir. Kütle, yay ve gerektiği durumlarda sönüm elemanından oluşan geleneksel DTY'ler mekanik etkiler nedeniyle istenmeyen gürültü üretebilmektedirler ve bu nedenle konforun ön planda olduğu durumlarda uygun çözüm olarak kabul edilmeyebilirler. Bu çalışmada, geleneksel DTY'lerin mekanik yay etkilerinden uzak olan gazlı ve manyetik DTY'ler, gazların sıkıştırılabilirliği ve manyetik kuvvet prensipleri kullanılarak incelenmiştir. Bu iki DTY üzerinde oluşan lineer olmavan kuvvetler teorik olarak belirlenmiş ve bu kuvvetler Fourier serileri yardımıyla lineerleştirilmiştir. Daha sonra bu kuvvetlerden, eş değer yay katsayıları hesaplanarak DTY'lerin istenilen frekansa ayarlanabilmesi sağlanmıştır Deneysel çalışmalarda kullanılmak üzere, daha önce hesaplanan eşdeğer yay katsayıları kullanılarak gazlı ve manyetik DTY'ler tasarlanmış, deneysel çalışmalar ile eşdeğer yay katsayıları doğrulanmıştır. Daha sonra, tasarlanıp prototipleri ortaya konan gazlı ve manyetik DTY'ler ankastre bir çubuk üzerine uygulanmış ve bu sistemlerin etkin şekilde çalıştığı deneysel olarak da gösterilmiştir.

Anahtar kelimeler: ayarlanabilir kütle damperi, dinamik titreşim yutucu, Fourier serisi, manyetik kuvvet, sıkıştırılabilirlik

Abstract—Dynamic vibration absorbers (DVAs) are frequently used to suppress the undesirable vibrations at either natural or operating frequencies of the systems to which DVAs are installed. Conventional DVAs comprising mass, spring and damping (when required) elements, can produce undesirable noise due to mechanical effects hence they may not be considered as viable solutions when comfort is of primary concern. In this paper, alternative gas and magnetic DVAs, without the mechanical springs, are investigated using compressibility of gases and magnetic force principles. The nonlinear forces acting on these DVAs are determined theoretically and linearized using the Fourier series. After that, equivalent spring coefficients are calculated, which allowed the tuning of

\* dogrur@gmail.com

these DVAs to desired frequencies. Then, pneumatic and magnetic DVAs are designed, prototyped and tested on cantilever beam. Experimental results show that pneumatic and magnetic DVAs are behaving as expected; they are quite effective in reducing vibrations around the tuned frequency.

Keywords: tuned mass damper, dynamic vibration absorber, Fourier series, magnetic force, compressibility

### I.Giriş

Titreşim, günümüzde kullanılan pek çok makinada ve hüvük mimarı yapılarda karşılaşılan önemli problemlerden biridir. Oluşan bu titreşimler nedeniyle, makinalar daha gürültülü çalışmakta, çevresine ve makinanın kendisine önlenemeyecek zararlar verebilmektedir. Bu titresimlerin binalar, köprüler ve kuleler gibi büyük yapılarda meydana gelmesi can ve mal kaybına da neden olabilmektedir. Bu tarz titreşimlere maruz kalmamak için, makinaların ve yapıların tasarım aşamalarında önlemler alınmaktadır. Fakat sistemler üzerinde öngörülemeyen titreşimlerin oluşması veya yapılan tasarımın yeterince hassas yapılamaması sonucu istenmeyen titreşimler oluşabilmektedir. Bu titreşimleri engellemek için sistemler üzerinde kapsamlı değişimlerin yapılamaması ya da yapılacak değişimlerin yüksek maliyetli olması, sistemlere sonradan eklenebilen Dinamik Titreşim Yutucu (DTY) uygulamalarını avantajlı kılmaktadır. Dinamik Titreşim Yutucuları uygun kullanıldıkları takdirde yapılarda oluşabilecek hasarı ve kişi konforuna olan olumsuz etkileri önleyebilirler. Başlıca kullanım alanlarının güç aktarım organları, otomobiller ve binalar olduğu görülmektedir. Dinamik titreşim yutucuları, genellikle mekanik yapıların rezonans frekanslarındaki titreşim genliklerini düşürerek kontrol altına almaya yarayan ve ana titreşim sistemine monte edilerek kullanılan ikincil mekanik titresim sistemleridir. Bu sistemler basitçe; kütle, yay ve gerektiği durumlarda sönüm elemanından oluşman ve genellikle tek serbestlik derecesine sahip sistem olarak modellenebilmektedirler.

<sup>†</sup> yunusemre.aydogdu@arcelik.com

<sup>‡</sup> sanliturk@itu.edu.tr

Dinamik titreşim yutucusu, sistemde oluşan tek yönlü titreşimlerin yutulmasını veya azaltılmasını, titreşim yutucusunun elemanları vasıtasıyla sisteme uyguladığı kuvvetler ile sağlamaktadır. Bu kuvvetler mekanik yay ile ve hatta sıvı kütlesiyle sağlanabileceği gibi [1-4] manyetik kuvvetler ile de sağlanabilmektedir [5-7]. Bu tür sistemlerde mekanik yay kullanmak yerine, mekanik temas gerektirmeyen manyetik ve alternatif yöntemlerin kullanılması DYT'lerin mekanik yaylar ile kullanılmasından gürültüyü kaynaklanan de önleyebilecektir. Nagaya ve Sugiura 1995 yılında yayınladıkları makalede; yayların özelliklerini, mıknatıs ve/veya elektromiknatislarla taklit edebileceklerini belirtmişlerdir. Bu şekilde tasarlanmış DTY'den bahseden araştırmacılar, tasarladıkları DTY ile kütle-yay modeli kadar iyi sonuçlar elde etmişlerdir [5]. Sayyad ve Gadhave 2013 yılında 3 mıknatısı aynı kutupları birbirlerine karşı gelecek sekilde verlestirerek bir DTY tasarlamışlardır. Çalışmalarının amacı, ankastre bir çubuk üzerine etkiyen harmonik bir kuvveti tasarlamış oldukları titreşim yutucusu ile yutmaya çalışmaktır. Ayrıca çalışmalarında mıknatıslar arasındaki uzaklığı değiştirerek titreşim yutucusunun çalışma frekansının değiştiğini belirlemişler, bunun geleneksel titresim vutucusundan farklı olarak çalışma anında da istenilen frekansa ayarlanabileceğinden bahsetmişlerdir [6]. Wu, Chen ve Shan, manyetik prensibe dayanan bir titreşim izolatörü üzerinde çalışmışlardır. Bunun için küp şeklindeki 3 mıknatısı birbirlerini itecek sekilde verlestirmislerdir, Manyetik yük modelini kullanarak mıknatıslar arasında oluşan manyetik direngenliği (eşdeğer yay katsayısı) belirlemişlerdir. Lineer olmayan bir yapıya sahip olan manyetik direngenliğin küçük salınımlar etrafında lineer kabul edilebileceğini göstermişlerdir [7].

Manyetik DTY sistemlerinde olduğu gibi, bir hazne içinde sıkıştırılan gazın yay özelliği kullanılarak da mekanik yay kullanmaksızın DTY tasarlamak mümkündür. Ayrıca bu modelde hazne içerisine verleştirilen sızdırmazlık elemanlarının hazne duvarlarına sürtünmesinden kaynaklı mekanik kayıplar oluşabilmektedir. Bu sayede sönüm istenilen durumlarda, sönüm elemanı kullanılmasına da gerek kalmamaktadır. Moon ve Lee 2010 yılında yapmış oldukları çalışmada, çok kullanılmalarına rağmen deneme yanılma yöntemiyle tasarlanan pnömatik titreşim izolasyonu sistemleri için bir matematiksel model oluşturma ve bu sistemin hassasiyeti üzerinde analizler yapmışlardır. Şekil 1'da görülen sistemdeki performansa etki eden diyaframın ve hava akış kısıtlayıcısının daha önceki çalışmalarda yapılan matematik modellerinin zayıf kaldığından ve yeni matematik modeller gelistirdiklerinden bahsetmislerdir. Daha sonra oluşturdukları matematiksel model ile yapmış oldukları deneysel çalışmaları karşılaştırmışlardır. Elde ettikleri sonuçlara göre oluşturdukları modelin daha basit ve hassas sonuçlar verdiğini belirtmişlerdir [8].



**Şekil 1:** Moon ve Lee'nin pnömatik titreşim izolatörünün şematik gösterimi [8].

He ve diğerleri 2013 yılında hava yayı sistemlerini kullanarak, gemi tahrik ünitesinde oluşan titreşimlerin giderilmesi yönünde çalışmışlardır. Hava yayı sistemi üzerinde oluşacak kuvvetlerin dağılımını ve sistemin doğal frekansını analiz etmişlerdir. Daha sonra teorik model oluşturarak hava yayı sisteminin titreşim yutumuna etkisini incelemişlerdir. Daha sonra prototipini yaptıkları hava yayı sistemini, özel olarak hazırladıkları deney düzeneğinde denemişler ve etkisini teorik hesaplar ile karşılaştırarak tatmin edici sonuçlar elde etmişlerdir [9].

Bu bildiride, öncelikle kütle-yay kullanılarak tasarlanan geleneksel DTY'lere alternatif olabilecek manyetik ve gaz DTY (MDTY ve GDTY) sistemleri teorik olarak incelenmiş ve manyetik alan kuvveti ve ideal gazların sıkıştırılması sonucu oluşan kuvvet denklemleri belirlenmistir. Hesaplanan denklemleri kuvvet kullanılarak, bu alternatif sistemler için eş değer bir yay katsayısı belirlenmiş ve bu katsayı kullanılarak sistemin doğal frekans değeri hesaplanmıştır. Daha sonra teorik yöntemler ile bulunan eş değer yay katsayısı ve doğal frekans değerleri deneysel yöntemlerle doğrulanmıştır. Bu alternatif sistemlerin DTY olarak kullanılması için gerekli olan bütün parametreler belirlendikten sonra, bir ucu ankastre diğer ucu serbest olan bir kiriş üzerinde, manyetik ve gaz DTY sistemleri, çubuğun doğal frekans değerlerine ayarlanmıştır. Daha sonra alternatif sistemlerin, çubuğun doğal frekans değerlerindeki etkileri incelenmiş ve bildiri kapsamında sonuçlar sunulmuştur.

### II. Teori

### A. Manyetik DTY

Mıknatısların birbirleri arasında oluşan kuvvet, mıknatıslar arasındaki mesafenin bir fonksiyonudur. Yay ve kütle yardımıyla oluşturulan bir titreşim sistemi DTY olarak kullanılabiliyor ise, mıknatısların birbirleri arasındaki itme kuvveti etkisi kullanılarak da bir DTY sistemi yaratılabilir. Bu prensibe dayalı bir DTY'nin doğal frekansı, mıknatıslar arasındaki mesafenin değişimine göre, geniş bir frekans bandına sahip olacaktır.



Şekil 2: 2 adet silindir mıknatısın şematik gösterimi[10].

Şekil Error! Reference source not found.2'de görülen iki silindir arasında oluşan itme kuvveti;

$$F_{z} \approx -\frac{1}{2}\pi K_{d}R^{4} \sum_{i,j=0}^{1} \frac{(-1)^{i+j}}{(x+it_{1}+jt_{2})^{2}} \left[ 1 - \frac{3}{2} \frac{r^{2}}{(x+it_{1}+jt_{2})^{2}} \right]$$
(1)

şeklinde ifade edilmiştir[10]. Denklem 1'deki ifadeler;

 $K_d = \frac{\mu_0 M^2}{2} =$  Manyetostatik enerji sabiti; M = Mıknatısların manyetikliği;  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T} \cdot \text{m/A} = \text{mikn}$ mıknatıslar arası geçirgenlik;

t<sub>1</sub>ve t<sub>2</sub>= Silindir mıknatısların boyları;

R = Silindir mıknatısların çapı;

r = Mıknatısların merkezlerinin kaçıklığı;

Mıknatısların merkezleri arasındaki kaçıklık, r=0 ve silindir mıknatısların boyları,  $t_1=t_2=t$  kabul edilirse;

$$F_{z} \approx -\frac{1}{2}\pi K_{d}R^{4} \left[\frac{1}{x^{2}} + \frac{1}{(x+2t)^{2}} + \frac{1}{(x+t)^{2}}\right]$$
(2)

elde edilir. Ayrıca  $t \ll x$  için denklem aşağıdaki basit şeklini alır:

$$F_z \approx -3\pi K_d R^4 t^2 \frac{1}{x^4}$$
(3)

Şekil 3a'da görülen, 3 mıknatıs arasındaki kuvvetin, Şekil 3b'deki x yer değiştirmesiyle oluşacak olan kuvvet fonksiyonu yaklaşık olarak bulunabilir. Şekil 3'daki m kütlesine uygulanan kuvvet;

$$\overline{F_{T}} = \overline{F_{AB}} + \overline{F_{AC}}$$
 (4)  
olacaktır. Denklem 3 kullanılarak  $F_{AB}$  ve  $F_{AC}$  belirlenir;

$$F_{AB} = -3\pi K_{d} R^{4} t^{2} \frac{1}{(h-x)^{4}}$$
(5)

$$F_{AC} = 3\pi K_{d} R^{4} t^{2} \frac{1}{(h+x)^{4}}$$
(6)



Sekil 3: a) Mıknatıslar kullanılarak tasarlanmış manyetik DTY şematik gösterimi b) Serbest cisim divagramı.[6]

olacaktır. Denklem 5 ve 6, Denklem 4 içerisine yazılırsa;

$$\vec{F}_{T} = -3\pi K_{d} R^{4} t^{2} \frac{1}{(h-x)^{4}} + 3\pi K_{d} R^{4} t^{2} \frac{1}{(h+x)^{4}}$$
(7a)  
$$\vec{F}_{T} = -3\pi K_{d} R^{4} t^{2} \left[ \frac{1}{(h-x)^{4}} - \frac{1}{(h+x)^{4}} \right]$$
(7b)

Toplam kuvvet bulunmaktadır.  $F_T$  toplam kuvvetinin x yer değiştirme ifadesine göre türevi alınır ise;

$$k(x) = \frac{dF_{\rm T}}{dx}$$
(8a)  
$$k(x) = -3\pi K_{\rm d} R^4 t^2 \left[\frac{4}{(h-x)^5} + \frac{4}{(h+x)^5}\right]$$
(8b)

X yer değiştirmesine bağlı eş değer yay katsayısı ifadesi bulunmaktadır.

### B. Gaz DTY

Bu tarz titreşim yutucu tasarımı yaparken dikkate alınması gereken en önemli parametre, gazların sıkıştırılabilirliği prensibidir. Bu prensipten yola çıkarak sisteme etkiyen kuvvetler ve sistemin doğal frekansı hesaplanabilir. Bunun için hesaplamalarda bu çalışmada gaz olarak kullanılan hava ideal gaz olarak kabul edilmiştir. Gazların adyabatik sıkıştırılma prensibi sonucu [11];

$$P_{V}^{*}(V_{V})^{\gamma} = P_{0}^{*}(V_{0})^{\gamma}$$
(10)

Aşağıda, içi gaz ile dolu ve her tarafı kapalı bir silindir içinde denge konumundan x kadar hareket ettirilmiş bir kütle (M) görülmektedir.

18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, Trabzon, 5-7 Temmuz 2017



Şekil 4: Gaz kullanımlı DTY şematik gösterimi. Bu sistemde sıkıştırılabilirlik esasına dayanarak basınç ve hacim arasındaki eşitlikler yazılacak olursa;

$$P_{V}^{*}(V_{V})^{\gamma} = P_{0}^{*}(V_{0})^{\gamma}$$
(11)

$$P_{V} = P_{0} * \left(\frac{\gamma_{0}}{V_{V}}\right) \tag{12}$$

$$P_{\rm B} = P_0 * \left(\frac{V_0}{V_{\rm B}}\right)^2 \tag{13}$$

Burada;

P<sub>0</sub>; Kütle x=0 konumunda iken hazne içerisindeki odalarda oluşan basınç; V<sub>0</sub>; Kütle x=0 konumunda iken hazne içerisindeki odaların hacmi; P<sub>V</sub> ve P<sub>B</sub>; Kütle  $x \neq 0$  iken hazne içerisindeki odalarda oluşan basınç; V<sub>V</sub> ve V<sub>B</sub>; Kütle  $x \neq 0$  iken hazne içerisindeki odaların hacmidir.

M kütlesine uygulanan net kuvvet aşağıda verilmiştir:

 $F_{T_I} = -F_B + F_V = (-P_B + P_V)^*A$  (14) Anlaşılacağı üzere,  $P_B$  ve  $P_V$  basınçları nedeni ile oluşan kuvvetler vektörel olarak zıt yönlüdür. Denklem 12 ve 13, denklem 14 içerisine yerleştirilir ve düzenlenir ise adyabatik sıkıştırılma sonucu elde edilen kuvvet Denklem 15'de verilmistir;

$$F_{T_{A}} = \left( \left( \frac{V_{0}}{V_{V}} \right)^{\gamma} - \left( \frac{V_{0}}{V_{B}} \right)^{\gamma} \right) * A * P_{0}$$
(15)

Denklem 15'te bulunan hacim ifadeleri olan;  $V_0$ ,  $V_V$  ve  $V_B$  ifadelerini h (yükseklik), x (yer değiştirme) ve A (silindirin iç kesit alanı) ifadeleri şeklinde;

$$V_{\rm V} = V_0 + xA \tag{16}$$

$$V_{\rm B} = V_0 - xA \qquad (17)$$

$$\mathbf{V}_0 = \mathbf{h}^* \mathbf{A} \tag{18}$$

ifadeleri kullanılarak yazılabilmektedir. 16, 17 ve 18 numaralı denklemler 15 numaralı denklemin içerisine yazılır ise Şekil 4'te görülen M kütlesine elde edilen toplam kuvvet aşağıdaki şekilde yazılabilmektedir.

$$F_{T_A} = \left( \left( \frac{h^* A}{h^* A + x A} \right)^{\gamma} - \left( \frac{h^* A}{h^* A - x A} \right)^{\gamma} \right) * A^* P_0$$
(19)

#### III. Analizler ve Deneysel Çalışmalar

### A. Manyetik DTY

Al.Sayısal yöntem ile MDTY'nin doğal frekansının belirlenmesi

Deneysel çalışmalara başlamadan önce, Şekil 6'da görülen MDTY modeli tasarlanmıştır. Burada ortası delik mıknatısların merkezlerini eslemek ve sürtünmeyi azaltmak için pirinç çubuk kullanılmıştır. Mıknatıslar arasındaki mesafeyi ayarlayabilmek için ise saplama kullanılmıştır. Tasarlanan bu MDTY'nin doğal frekansının teorik olarak belirlenebilmesi gerekir. Denklem 7'de, mıknatıslar arasında oluşacak kuvvet fonksiyonu Şekil 6'da görülen, mıknatıslar arasındaki uzaklığın ve DTY kütlesinin istenildiğinde kolaylıkla değiştirilebildiği bir prototip üzerindeki Şekil 3'te görülen A mıknatısının yer değiştirmesine göre hesaplanmıştır. Burada, sinüzoidal bir  $x(t)=X*\sin(\omega*t)$  yer değiştirmesi sonucu oluşacak olan lineer olmayan kuvvetin tam olarak sinüzoidal olması beklenmemektedir. Bu şekilde lineer olmayan bir değişim, mıknatıslar arasında modellenen yay katsayısının da x(t) yer değiştirmesine bağlı olarak lineer olmayan bir kuvvet oluşmasına neden olmaktadır. Bu sebeple A mıknatısın yer değiştirme genliği arttıkça, MDTY'nin doğal frekansının da artması beklenmektedir.

Manyetik DTY ve gazlı DTY sistemlerinde x(t) harmonik yer değiştirmesi sonucu oluşan periyodik ve lineer olmayan kuvvetlerin, birçok sinüzoidal kuvvetlerin toplamı şeklinde yazılabileceği aşikardır [12]. Periyodik bir kuvveti oluşturan her sinüzoidal kuvvetin kendine has genliği ve fazı bulunmaktadır. Örnek olarak Şekil 5'te görüldüğü gibi MDTY'nin düşük ve yüksek genlikli titreşimleri sonucu oluşan lineer olmayan kuvvet ve bu kuvvetleri ve bu kuvvetlerin birinci harmonik bileşenleri görülmektedir.



Şekil 5: a) Düşük ve b) yüksek genlikli titreşimler sonucu oluşan lineer olmayan manyetik kuvvetler ve bu kuvvetlerin birinci harmonik bileşeni.



Verilen bir titreşim genliği ve mıknatıslar arası mesafe için MDTY'nin doğal frekans hesabı aşağıda özetlenen yöntemle yapılmıştır:

a) Bir periyod için harmonik titreşim sinyali yaratılmıştır.

b) a)'da yaratılan harmonik titreşim sonucunda MDTY kütlesine uygulanacak lineer olmayan kuvvet denklem 7b'ye göre hesaplanmıştır.

c) b)'de elde edilen lineer olmayan kuvvetin titreşim frekansındaki bileşeni hesaplanmıştır.

d) Aynı frekanstaki titreşim ve manyetik kuvvet genlikleri kullanarak, eşdeğer yay katsayısı,  $k_{es}$ , hesaplanmıştır.

e) Hesaplanan eşdeğer yay katsayısı ve MDTY kütlesi kullanılarak, verilen titreşim genliği ve mıknatıslar arası mesafe için MDTY'nin doğal frekansı hesaplanmıştır.

Yukarıda özetlenen hesaplamalar, Matlab programı kullanılarak yapılmıştır. Beklendiği üzere, MDTY kütlesinin hareketi nedeniyle oluşan manyetik kuvvet oluşan deplansmanın lineer olmayan bir fonksiyonudur. Mıknatıslar arası mesafenin 60 mm olduğu bir durumda oluşan mıknatıs kuvvetinin deplasmana göre değişimi örnek olarak Şekil 7'de gösterilmiştir.



deplasmana göre değişimi

Mıknatıslar arası mesafe (L) ve farklı titreşim genlikleri için MDTY'nin beklenen doğal frekansları hesaplanmıştır. Bu hesaplamalarda MDTY'nin kütlesi  $(m_2)$  25 g seçilmiştir. Ayrıca, bu çalışmada, manyetiklik özelliği N42 ticari koduyla bilinen mıknatıs kullanılmıştır (N42 mıknatısın manyetik özelliği 13,0-13,2 Kilogram Gause (KGs)'dir). Hesaplanan doğal frekans değerleri Tablo 1'de sunulmuştur.

|   |     |       |      | Dış Mıknatıslar Arasındaki Mesafe |        |        |      |      |     |     |     |
|---|-----|-------|------|-----------------------------------|--------|--------|------|------|-----|-----|-----|
| 50 mm 60 mm 70 mm 80 mm 90 mm 100 mm 11 |     |       |      | 110 mm                            | 120 mm | 130 mm |      |      |     |     |     |
|   |     | 5 mm  | 48,5 | 32,5                              | 23,1   | 17,1   | 13,1 | 10,3 | 8,2 | 6,7 | 5,6 |
| Ē                                       | Ш   | 7 mm  | 51,1 | 33,8                              | 23,7   | 17,5   | 13,3 | 10,4 | 8,3 | 6,8 | 5,6 |
| Ē                                       | sm  | 9 mm  | 54,8 | 35,5                              | 24,7   | 18,0   | 13,6 | 10,6 | 8,5 | 6,9 | 5,7 |
| aks                                     | Sen | 11 mm | 60,2 | 38,0                              | 25,9   | 18,7   | 14,1 | 10,9 | 8,7 | 7,0 | 5,8 |
| Σ                                       | Å,  | 13 mm | 67,7 | 41,2                              | 27,6   | 19,6   | 14,6 | 11,2 | 8,9 | 7,2 | 5,9 |
|   |     | 15 mm | 78,4 | 45,6                              | 29,7   | 20,8   | 15,3 | 11,7 | 9,2 | 7,4 | 6,0 |

**Tablo 1:** MDTY doğal frekansının yutucu kütlesinin titreşim genliği ve mıknatıslar arası mesafenin fonksiyonu olarak hesaplanan değerleri (Hz).

Tablodan da görüldüğü gibi, hem dış mıknatıslar arasındaki mesafe, hem de deplasman değerleri, MDTY'nin doğal frekansını ciddi oranda etkilemektedir.

A2.Ankastre çubuk üzerine MDTY'nin uygulanması ve deneysel sonuçlar

Burada, doğal frekansı ayarlanan MDTY'nin doğal frekansı bilinen 300x50x2 mm boyutlarında bir ankastre çubuk üzerinde etkinliği araştırılmıştır. Kullanılan çelik çubuk bir ucu ankastre olarak Şekil 8'deki gibi sabitlenmiştir. Bu sistemin ilk doğal frekansı 18 Hz olarak bulunmuştur.



Şekil 8: Deneyin yapıldığı ankastre çubuk.

Daha önce tasarlanan MDTY, titreşim yutucu kütlesi (ortadaki mıknatıs) olmaksızın çubuk üzerine yerleştirilmiş ve modifiye edilmiş yeni sistemin doğal frekansları deneysel verilerin spektrum analizleri sonucunda belirlenmiştir.



Şekil 9: Deney sistemi.

Modifiye edilmiş çubuğun doğal frekansının orijinal duruma göre düşmesi beklenmektedir. Şekil 10'da ölçülen Frekans Tepki Fonksiyonu (FTF) sunulmuştur.



verisi.

Görüldüğü gibi sistemin üzerine DTY kütlesi olmadan yerleştirilen parçaların sistemin doğal frekansını 18 Hz'den 15.2 Hz mertebelerine kadar düşürdüğü görülmektedir. Bu bilgi ile MDTY'nin doğal frekansının 15-16 Hz aralığına ayarlanması gerektiği belirlenmiştir. MDTY'nin doğal frekansının 15 Hz olması için dışta bulunan mıknatıslar arasındaki mesafenin 80 mm olması gerektiği hesaplanmıştır. Mıknatıs uzaklıkları ayarlanmış ve manyetik DTY etkinliği test edilmiştir. Ayrıca mıknatıslar arasına pul konularak MDTY'nin kütlesinin de ayarlanabilmesi sağlanmıştır. Şekil 11'de test sistemi görülmektedir.



Şekil 11: Ankastre çubuğa DTY'nin eklenmesi.

Bu durumda alınan ölçümün sonuçları Şekil 12'de sunulmuştur.



**Şekil 12:** MDTY'sız ve MDTY'nın eklenmesi sonucu ölçülen FTF'ler.

Şekil 12'de görüldüğü üzere, kullanılan manyetik DTY'nin ankastre çubuk sisteminin 1. doğal frekansına ayarlanması sağlanmış ve tipik bir DTY'den beklenen sonuçlar MDTY ile elde edilmiştir.

### B. Gaz DTY

Manyetik DTY'de olduğu gibi, mekanik yay etkisinden uzak yeni bir DTY gaz kullanılarak tasarlanmış ve incelenmiştir. Bu amaca yönelik olarak Şekil 13'te görüldüğü gibi, silindir boru şeklinde bir hazne ve bu haznenin iç çapı ile aynı çapta (50 mm) olan silindirik bir disk kullanılmıştır. Hazne (50 mm yükseklikte) ile disk (5 mm yükseklikte) arasındaki sızdırmazlığın sağlanmak için H7/h7 toleransı ve yağlama yapılmıştır.



Şekil 13: Gaz DTY'yi oluşturan parçaların şematik gösterimi.

Teorik olarak havanın sıkıştırılması sonucu oluşan kuvvetler hesaplanırken, silindirik diskin haznenin iki ucuna da eşit mesafede, yani haznenin tam orta noktasında olduğu varsayımı yapılmıştır. Bu nedenle Şekil 14'te görülen kapakların üzerlerinde bulunan ve gaz DTY'nin doğal frekansını pek değiştirmeyecek derecede çok küçük yay katsayısına sahip yaylar kullanılmıştır. (Not: Sızdırmazlığın tam sağlanması durumunda bu yaylara gerek yoktur)



Şekil 14: İmal edilen gaz DTY parçaları.

B1.Gaz DTY'nin doğal frekansının teorik olarak hesaplanması

Gaz DTY sisteminin istenilen frekansa ayarlanabilmesi için, gazın sıkıştırılması/genleşmesi sonucu oluşan eşdeğer k yay katsayısı, Manyetik DTY'de uygulanan işlemler uygulanarak, hesaplanmıştır. Bunun için Denklem 19'da elde edilen kuvvet üzerinde yine Fourier serisi açılımı yapılması gerekecektir. Buradaki hesaplamalar MDTY'de kullanılan yaklaşımlar ile yapılmıştır. Ayrıca Gaz DTY'de yaratılan eşdeğer yay katsayısı ve bu değer kullanılarak elde edilen doğal frekansı belirlenmiştir. Sayısal hesaplamalarda silindir haznenin iç çapının 50 mm ve yutucu kütlesinin 146 g olduğu sistemin teorik olarak hesaplanan eşdeğer yay katsayısı (Tablo 2) ve doğal frekans değerleri (Tablo 3) aşağıdaki tablolarda verilmiştir.

|             |       |         | n Yuksekiigi |         |         |         |         |         |
|-------------|-------|---------|--------------|---------|---------|---------|---------|---------|
|             |       | 15 mm   | 17,5 mm      | 20 mm   | 22,5 mm | 25 mm   | 27,5 mm | 30 mm   |
| iĝi         | 0± mm | 26622,1 | 22818,9      | 19966,5 | 17748,0 | 15973,2 | 14521,1 | 13311,0 |
| n<br>enli   | 1 mm  | 26711,1 | 22874,9      | 20004,1 | 17774,4 | 15992,4 | 14535,5 | 13322,1 |
| nu 9 c      | 2 mm  | 26982,4 | 23044,9      | 20117,6 | 17853,9 | 16050,3 | 14579,0 | 13355,6 |
| ksir<br>mar | 3 mm  | 27448,3 | 23334,5      | 20309,9 | 17988,2 | 16147,8 | 14652,0 | 13411,7 |
| Mal         | 5 mm  | 29068,2 | 24318,4      | 20954,0 | 18433,6 | 16469,0 | 14891,4 | 13594,9 |
|             | 7 mm  | 31946,7 | 25982,0      | 22010,8 | 19150,0 | 16978,4 | 15267,2 | 13880,5 |
| -           | 9 mm  | 369751  | 286467       | 236217  | 20208.2 | 17715.0 | 15802.5 | 14282.7 |

 
 Tablo 2: Gaz DTY'nin hesaplanan eşdeğer yay katsayısı (N/m).

|             |       |       | h Yüksekliği |       |         |       |         |       |
|-------------|-------|-------|--------------|-------|---------|-------|---------|-------|
|             |       | 15 mm | 17,5 mm      | 20 mm | 22,5 mm | 25 mm | 27,5 mm | 30 mm |
| ği          | 0± mm | 70,7  | 65,4         | 61,2  | 57,7    | 54,7  | 52,2    | 50,0  |
| enlin       | 1 mm  | 70,8  | 65,5         | 61,3  | 57,7    | 54,8  | 52,2    | 50,0  |
| D G         | 2 mm  | 71,2  | 65,8         | 61,4  | 57,9    | 54,9  | 52,3    | 50,1  |
| ksir<br>mar | 3 mm  | 71,8  | 66,2         | 61,7  | 58,1    | 55,0  | 52,4    | 50,2  |
| Mal         | 5 mm  | 73,9  | 67,5         | 62,7  | 58,8    | 55,6  | 52,9    | 50,5  |
|             | 7 mm  | 77,4  | 69,8         | 64,3  | 59,9    | 56,4  | 53,5    | 51,0  |
|             | 0 mm  | 83.3  | 73.3         | 66.6  | 61.6    | 57.7  | 54.5    | 51.9  |

### **Tablo 3:** Hesaplanan doğal frekans değerleri (kullanılan mekanik yaylar ihmal edilmiştir) (Hz).

Sunulan tablolardan da anlaşılacağı gibi, gaz DTY sisteminde h (Şekil 4'teki şematik gösterim üzerindeki yükseklik) yüksekliği arttırıldığında sistemin doğal frekans değerleri azalmakta, yutucu kütlesinin yapmış olduğu titreşim genliğinin artması ile de doğal frekans değerleri artmaktadır. B2.Gaz DTY'nin doğal frekansının deneysel olarak belirlenmesi

Gaz DTY'nin sistem serbest-serbest sınır şartlarında doğal frekansının deneysel yöntemler ile doğrulanması için sızdırmaz kapaklar ile kapatılmış olan gaz DTY'nin yutucu kütlesi üzerinden ölçüm alınması ve doğal frekans değerlerinin bulunması için DTY'nin haznesi üzerinden Şekil 15'te görüldüğü gibi modal çekiç kullanılarak gaz DTY'nin ivme verileri alınmıştır.



Şekil 15: Çekiç testi ile hazne üzerinden ölçüm alınması.

Bu çalışmada, DTY sünger üzerine yerleştirilmiş, kuvvet sensörlü çekiç ile hazne üzerine darbe kuvveti uygulanmış ve ivmeölçer yardımıyla da haznede oluşan ivme verileri toplanmıştır. Bu prototip üzerinden alınan veriler kullanılarak, FTF hesaplanmış ve Şekil 16'da sunulmuştur.



Şekil 16: Hazne üzerinden alınan FTF verisi.

Şekil 16'da görüldüğü üzere, gaz DTY'nin doğal frekansı 95 Hz olarak belirlenmiştir. Üzerinde FTF ölçümü yapılan ve doğal frekansı belirlenen sistemin 2 serbestlik dereceli modeli Şekil17'de gösterilmiştir. Burada m: yutucu kütlesini, M: haznenin toplam kütlesini, k: sistemdeki havanın oluşturduğu eşdeğer yay katsayısını temsil etmektedir.



Şekil 17: Gaz DTY ve haznenin oluşturduğu sistemin şematik gösterimi.

Şekil 17'deki sistemin hareket denklemleri aşağıda verilmiştir.

$$\begin{bmatrix} k & -k \\ -k & k \end{bmatrix} \begin{cases} x(t) \\ y(t) \end{cases} + \begin{bmatrix} c & -c \\ -c & c \end{bmatrix} \begin{cases} x(t) \\ \dot{y}(t) \end{cases} + \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \begin{cases} x(t) \\ \ddot{y}(t) \end{cases}$$

$$= \begin{cases} 0 \\ f(t) \end{cases}$$

$$(25)$$

Burada x, y ve f(t) için aşağıdaki çözüm kabulü yapılırsa x(t)=Xe<sup>ioot</sup> y(t)=Ye<sup>ioot</sup> (26)

$$y(t)=Ye^{i\omega t}$$
(26)  
$$f(t)=Fe^{i\omega t}$$

Denklem 26 Denklem 25'de yerine yazılır ve sadeleştirilirse aşağıdaki denklemelr elde edilir:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{k} & -\mathbf{k} \\ -\mathbf{k} & \mathbf{k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ \mathbf{Y} \end{bmatrix} + i\omega \begin{bmatrix} \mathbf{c} & -\mathbf{c} \\ -\mathbf{c} & \mathbf{c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ \mathbf{Y} \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} \mathbf{m} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ \mathbf{Y} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{cases} \mathbf{0} \\ \mathbf{E} \end{cases}$$

$$(27)$$

$$\begin{bmatrix} k + i\omega c \cdot \omega^2 m & -k - i\omega c \\ -k - i\omega c & k + i\omega c \cdot \omega^2 M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ F \end{bmatrix}$$
(28)

Denklem 28 kullanılarak, deneysel olarak ölçülen FTF'nin teorik karşılığını elde etmek üzere, önce Y/F ifadesi elde edilmiş ve bu ifade  $-\omega^2$  ile çarpılarak ivme/kuvvet şeklinde aşağıda verilen FTF denklemi elde edilmiştir:

$$\frac{A}{F} = -\frac{\omega^2 Y}{F} = -\frac{\omega^2}{\left[(k + i\omega c \cdot \omega^2 M) - \left(\frac{(k + i\omega c)^2}{k + i\omega c \cdot \omega^2 m}\right)\right]}$$
(29)

Bu çalışmada kullanılan prototipte; m=146g, M=430 g 'dır. Ayrıca, teorik olarak hesaplanan k değeri 31527,5 N/m'dir ve deneysel sonuçlardan viskoz sönüm oranı da yaklaşık olarak %5 olarak belirlenmiştir. Belirtilen bu değerler kullanılarak hesaplanan teorik ve ölçülen ivme/kuvvet cinsinden FTF'ler Şekil 18'de karşılaştırılmıştır.

Şekil 18'de görüldüğü gibi, teorik ve deneysel sonuçlar birbirinden doğal frekans değerleri bakımından bir miktar farklı olmakla birlikte, hesaplanan ve ölçülen dinamik davranış birbirine çok benzemektedir ve gazlı DTY'nin 2 serbestlik dereceli modelini de doğrulamaktadır. Buradaki doğrulama çalışmasının ardından, gazlı DTY'nin bir ucu ankastre olan bir çubuğa uygulanması ve DTY'nin frekansının bu çubuğun 2.doğal frekansına ayarlanması hedeflenmiş ve bununla ilgili detaylar aşağıdaki bölümde sunulmuştur.



Şekil 18: Hazne üzerinden alınan ölçümlerin deneysel sonuçları ve teorik sonuçlarının karşılaştırılması.

# B3.Ankastre çubuğa gaz DTY uygulaması

Bu uygulamada doğal frekansı hesaplanan gaz DTY'nin, daha önce analiz programı kullanılarak doğal frekans değerleri belirlenen ankastre çubuğun 2. eğilme titreşim doğal frekansına ayarlanması ve bunun çubuğun dinamik davranışına etkisi araştırılmıştır.

Öncelikle gaz DTY'nin deneneceği ankastre çubuk, Şekil 19'da görüldüğü gibi, gaz DTY (yutucu kütlesi olmaksızın) ve çubuk modellenmiş ve doğal frekans değerleri belirlenmiştir.



Şekil 19: Ankastre çubuğun sayısal analiz değerleri

2. eğilme titreşim frekans değeri olan 80,8 Hz değeri hedeflenerek deneysel çalışmalara başlanmıştır.

Öncelikle gaz DTY'nin deneneceği ankastre çubuk, Şekil 20'de görüldüğü gibi, sabit bir platforma sabitlenmiş ve bu işlemin ardından gaz DTY, yutucu kütlesi (m<sub>2</sub>) olmaksızın ankastre çubuğun üzerine yapıştırılmıştır. Böylece analiz sonuçunda bulunann doğal frekans değerlerinin doğrulanması hedeflenmiştir.



Şekil 20: Sabitlendiği platform üzerindeki ankastre çubuk.

Deneysel ölçümler, gaz DTY'nin bağlandığı ankastre çubuk üzerinden ve çubuğun ankastre ucundan 110 mm uzağından alınmıştır. Çubuk bağlantı noktasına yakın bir noktadan modal çekiç ile tahrik edilmiş ve sistemin FTF'si ölcülmüstür.



Şekil 21: Veri toplamak için kullanılan ivmeölçer pozisyonu.

DTY'nin hazne içindeki kütlesi kullanılmadan yapılan bu deneyden elde edilen FTF Şekil 22'de sunulmuş, ankastre çubuğun bu koşullardaki 2. eğilme modunun frekans değeri 73 Hz olarak belirlenmiştir. Analiz ve deneysel çalışma sonuçlarındaki farklılıklar, analiz modelleri sırasında yapılan kabullerdir.



Şekil 22: Çubuk üzerinden toplanan veriler ile hesaplanan logaritmik FTF grafiği.

Çubuğun 73 Hz olarak belirlenen 2. doğal frekansı, gaz DTY'nin doğal frekans değerine (79.6 Hz) çok yakındır. Bu nedenle gaz DTY'nin bu frekans değeri etrafındaki titreşimleri etkin bir şekilde yutumlaması beklenir. Gaz DTY'nin yutucu kütlesi hazne içine yerleştirilmiş ve DTY'li sistemin dinamik davranışı FTF ölçümleri yapılarak araştırılmıştır. Sistem üzerinde gazlı DTY'nin olduğu ve olmadığı durumlar için elde edilen FTF'ler Şekil 23'de karşılaştırılmıştır.



**Şekil 23:** Yutucu kütlesinin bulunduğu ve bulunmadığı durumların karşılaştırılması.

Karşılaştırma sonuçları, gaz DTY kullanılarak ankastre çubuğun 2. eğilme titreşim modunda oluşan titreşimlerin büyük ölçüde sönümlenebildiğini, ve gaz DTY'nin kendi doğal frekans değeri (79 Hz) etrafında beklenen davranışı sergilediğini göstermektedir. Bu sonuçlar, gazların sıkıştırılabilirlik ilkesine dayanan bu tür DTY'lerin kolaylıkla tasarlanabileceğini ve bu tür sistemlerin etkin bir şekilde çalışabileceğini ortaya koymaktadır.

### IV. Genel Değerlendirme

Bu çalışmada kütle-yay kullanılarak tasarlanan geleneksel DTY'lere alternatif olarak kullanılabilecek MDTY ve gaz DTY çeşitleri incelenmiştir. Teorik modelleri oluşturulan bu iki DTY'nin etkinlikleri araştırılmış ve geleneksel DTY gibi etkin bir şekilde çalıştıkları görülmüştür. Bu iki DTY'de mekanik etkiler yaratan sönüm elemanı ve yay kullanılmadan tasarlanmış olması bakımından bazı avantajlara sahiptir. MDTY'de yay verine kullanılan mıknatısların manyetik özelliklerinin değiştirilebilmesi ve gaz DTY'nin basıncının değiştirilebiliyor olması, bu DTY'lerin daha yüksek kuvvetlere ve doğal frekans değerlerine ayarlanmasına imkân tanımaktadır. Bunun yanında, mekanik etkilerden uzak kalınması, sistemde oluşabilecek olan mekanik gürültünün de önüne geçilmesini sağlamaktadır. Ayrıca, MDTY'nin mıknatıslar arasındaki mesafenin ayarlanabiliyor olması ve gaz DTY'nin basıncının dışarıdan değiştirilebilmeye imkan tanıması, bu iki tür DTY'nin aktif DTY olarak tasarlanabilmesini de mümkün kılmaktadır.

### Kaynakça

- Özgüven, H. N., and B. Candir. Suppressing the first and second resonances of beams by dynamic vibration absorbers. Journal of Sound and Vibration, 111(3):377-390, 1986.
- [2] Yang, C., Li, D., and Cheng, L., Dynamic vibration absorbers for vibration control within a frequency

band. Journal of Sound and Vibration, 330(8):1582-1598, 2011.

- [3] Chang, C. C. Mass dampers and their optimal designs for building vibration control. Engineering Structures, 21(5):454-463, 1999.
- [4] Banerji, P., and Samanta, A., Earthquake vibration control of structures using hybrid mass liquid damper. Engineering Structures, 33(4):1291-1301, 2011.
- [5] Nagaya, K., and Sugiura, M. A method for obtaining a linear spring for a permanent magnet levitation system using electromagnetic control. IEEE transactions on magnetics, 31(3):2332-2338, 1995.
- [6] Sayyad, F. B., and Gadhave, N. D., Study of magnetic vibration absorber with permanent magnets along vibrating beam structure. Journal of Structures, 2013.
- [7] Wu, W., Chen, X., & Shan, Y., Analysis and experiment of a vibration isolator using a novel magnetic spring with negative stiffness. Journal of Sound and Vibration, 333(13):2958-2970, 2014.
- [8] Moon, J. H., & Lee, B. G., Modeling and sensitivity analysis of a pneumatic vibration isolation system with two air chambers. Mechanism and Machine Theory, 45(12):1828-1850, 2010.
- [9] He, L., Xu, W., Bu, W., & Shi, L., Dynamic analysis and design of air spring mounting system for marine propulsion system. Journal of Sound and Vibration, 333(20):4912-4929, 2014.
- [10] Vokoun, D., Beleggia, M., Heller, L., & Šittner, P. Magnetostatic interactions and forces between cylindrical permanent magnets. Journal of magnetism and Magnetic Materials, 321(22):3758-3763, 2009.
- [11] F. P. Incropera, Fundamentals of Heat and Mass Transfer. John Wiley&Sons INC, New York.
- [12] Brandt, A. Noise and Vibration Analysis: Signal Analysis and Experimental Procedures, 8-9:167-204, 2011.

# Piezoelektrik Akıllı Manipülatörün Titreşim Analizi ve Algılayıcı Performansının İncelenmesi

| L. Malgaca *             | M. Uyar †                | Ş. Yavuz ††              | H. Karagülle †††         |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Dokuz Eylül Üniversitesi | Dokuz Eylül Üniversitesi | Dokuz Eylül Üniversitesi | Dokuz Eylül Üniversitesi |
| İzmir                    | İzmir                    | İzmir                    | İzmir                    |

Özet—Akıllı yapılarda piezoelektrik malzemeler algılayıcı ve/veya uyarıcı olarak kullanılmaktadır. Akıllı yapılar kendi cevaplarını harici bir algılayıcı kullanmadan üretebilirler. Bu çalışmada, piezoelektrik algılayıcı ve yük içeren bir akıllı manipülatörün titreşim analizi sonlu elemanlar yöntemiyle ele alınmıştır. Modelleme ve titreşim analizi ANSYS/Workbench programında çalışılmıştır. Akıllı manipülatörün titreşim cevapları trapez hız eğrisi için elde edilir. Piezoelektrik algılavıcısız manipülatörün sonlu elemanlar sonuclarını doğrulamak için deneyler yürütülmüştür. Titreşim sonuçları manipülatör ve akıllı manipülatör için sırasıyla ivme ve volt olarak sunulmuştur. Yükün, algılayıcı mesafesinin, piezoelektrik malzemenin ve trapez hiz titreșim sonuçlarına parametrelerinin etkisi değerlendirilmistir.

Anahtar kelimeler: Piezoelektrik, akıllı manipülatör, titreşim, sonlu elemanlar.

Abstract—Piezoelectric materials are used as sensor and/or actuator in smart structures. Smart structures can generate their own responses without using an external sensor. In this study, vibration analysis of a smart manipulator having a piezoelectric sensor and a payload was dealt with via the finite element (FE) method. Modeling and vibration analysis were studied in ANSYS/Workbench. Vibration signals of the smart manipulator are obtained for trapezoidal motion profiles. Experiments were conducted to verify the FE results of the manipulator without any piezoelectric sensors. Vibration results were presented as acceleration and volt for the manipulator and smart manipulator, respectively. Effects of the payload, distance of the piezoelectric sensor, piezoelectric material and trapezoidal velocity parameters to the vibration results were evaluated.

Keywords: Piezoelectric, smart manipulator, vibration, finite element.

### ı giriş1

Algılayıcı veya uyarıcı olarak kullanılabilen akıllı yapılar robot manipülatörleri, inşaat, uzay ve havacılık gibi birçok mühendislik uygulamasında kullanılır. Algılayıcı ve uyarıcı olarak kullanılabilmek için piezoelektrik malzemeler, şekil hafızalı alaşımlar, malzemeler, elektostriktif ve manyetostriktif elektroreolojik sıvılar ve fiber optikler gibi birçok malzeme test edilmiştir [1]. Bu malzemeler, yapılara gömülerek ya da yüzeyden bağlanarak algılayıcı ya da uyarıcı olarak kullanılabilir. Bu malzemeler arasında piezoelektrik malzemeler yüksek mukavemeti, ısıya dayanıklılığı ve kolay kullanımı sayesinde yaygın olarak kullanılmaya başlanmıştır. Son yıllarda yapılan çalışmalarda, esnek yapıların aktif titreşim kontrolü konusunda piezoelektrik algılayıcı ve uyarıcı olarak kullanılması esnek yapıların aktif titreşim kontrolünü ilgi odağı haline getirmiştir [2].

Aktif adaptif kontrolün başarıyla uygulanması, genellikle kontrol stratejisini, parametre avarlamalarını ve yakınsamayı önemli derecede etkileyen akıllı yapıların tam olarak anlaşılmasına dayanır [3]. Aktif yapıların anlaşılmasını sağlamak için sadece deneylerin yapılması güç olduğundan dolayı, benzetim için model kurmak gereklidir. Son yıllarda uygun benzetim modelleri geliştirmek için yapılan çalışmalar bulunmaktadır. Alibeigloo ve Madoliat [4] diferansiyel quadrature yöntemi (DQM) ve Fourier serisi yaklaşımı kullanarak piezoelektrik tabakalara yerleştirilen çapraz-kat dikdörtgen levhanın statik analizi için üç boyutlu bir cözüm sundular. Proulx ve Cheng [5], rasgele sekle sahip piezoelektrik elementleri kullanarak dikdörtgen plakanın aktif titreşim kontrolü için dinamik bir model geliştirdiler. Susanto [6] dağınık transfer fonksiyonu yöntemi ile doğal frekansların, titreşim biçimlerinin ve transfer fonksiyonun hesaplanmasını içeren piezoelektrik lamine hafif eğik kirişlerin analitik modelini kurdu. Santos ve arkadaşları [7] piezoelektrik algılayıcılar ve uyarıcılar ile 3 boyutlu eksenel simetrik lamine kabukların analizi için sonlu elemanlar modeli geliştirdiler. Della ve Shu [8] piezoelektrik algılayıcıların ve uyarıcıların gömülü dizileri ile kirislerin titresimi için Euler-Bernoulli kiriş teorisine ve Rayleigh-Ritz yaklaşım tekniğine dayanan bir matematiksel model üzerine çalıştılar. Araújo ve arkadaşları [9] yumuşak bir çekirdek ve kompozit katmanlı yüz tabakalarının yanı sıra piezoelektrik algılayıcı ve uyarıcı katmanları içeren sandviç katmanlı plakaların dinamik analizi için sonlu elemanlar modeli geliştirdiler. Kontrol yasalarını

<sup>\*</sup> levent.malgaca@deu.edu.tr

<sup>†</sup> m.uyar@deu.edu.tr

<sup>\*\*</sup> sahin.yavuz@deu.edu.tr

<sup>\*\*\*</sup> hira.karagulle@deu.edu.tr

uygulayarak modelin serbest ve zorlanmış titreşimlerinde çekirdek enine sıkıştırılabilirliğinin sönümleme ve frekans cevabı üzerindeki etkisini incelemişlerdir.

Piezoelektrik malzemelerin modellenmesi ve analizlerinin gerçekleştirilmesinde sonlu elemanlar yöntemi güçlü ve uygun bir çözüm yöntemidir. Karagülle ve arkadaşları [10], sonlu elemanlar yöntemiyle, piezoelektrik akıllı kirişte aktif titreşim kontrolü çalışmışlardır. Piezoelektrik algılayıcı ve uyarıcı mesafesinin kontrol kazancına etkisini incelemişlerdir. Malgaca [11], ANSYS yazılımı ile ankastre akıllı kirişin modellenmesi ve aktif titreşim kontrolü üzerine hem deneysel hem de teorik çalışmalar yapmıştır.

Piezoelektrik malzemeler tiplerine göre üretici firmalar tarafından sınıflandırılmaktadır. Bu sınıflara göre algılayıcı veya uyarıcı olarak kullanımı için öneriler yapmaktadırlar. Üreticilerin yaptıkları bu öneriler genel prensiplere dayanır. Bu çalışmada akıllı manipülatörün titreşim analizi ve piezoelektrik algılayıcının performansı ele alınmıştır. İki farklı tip piezoelektrik malzeme algılayıcı olarak dikkate alınmıştır. ANSYS/Workbench programı ile akıllı manipülatörün sonlu elemanlar modeli kurulmuştur. Frekans analizi yapılarak doğal frekanslar elde edilmiştir. Akıllı manipülatör trapez hız eğrisi ile hareket ettirilmiştir. Hareket boyunca ve hareket sonrası meydana gelen titreşim cevapları elde edilmiştir. İki farklı tip piezoelektrik algılayıcı için titreşim sonuçları karşılaştırılmıştır. Akıllı manipülatörde, algılayıcı mesafesinin algılayıcı performansına etkisi incelenmiştir. Akıllı manipülatör için teorik analiz sonuçları sunulmuştur ve yapılan teorik analizdeki kabulleri doğrulamak için öncelikle piezoelektrik algılayıcı içermeyen manipülatörün deneysel ve teorik titreşim cevapları karşılaştırılmıştır.

### II. ANSYS ile Modelleme

#### A. Sonlu eleman modeli

Akıllı manipülatör ANSYS/Workbench programında modellenmiştir. Çalışmada dikkate alınan akıllı manipülatör Şekil 1'de gösterilmiştir.



Şekil. 1. Akıllı manipülatör

Akıllı manipülatörün boyu, eni ve kalınlığı sırasıyla "500 x 20 x 3.2 mm" dir. Piezoelektrik algılayıcının boyu, eni ve kalınlığı sırasıyla "25 x 20 x 1 mm" dir. Piezoelektrik algılayıcı uçtan  $L_p=200$  mm mesafede yerleştirilmiştir. Uç nokta yükü  $m_p=0.62$  kg'dır. İlerleyen bölümlerdeki titreşim sonuçları aksi söylenmedikçe bu değer için elde edilir.

Akıllı kirişin sonlu elemanlar modelinde B ve D yüzeyleri metal kısma ait, A ve C yüzeyleri ise piezoelektrik algılayıcıya ait yüzeylerdir. B ve C yüzeylerine topraklama nedeniyle sıfır volt uygulanırken, A yüzeyinden ise akıllı manipülatörün hareketine bağlı olarak volt cinsinden elektrik sinyali alınır.

Akıllı manipülatörde algılayıcı olarak iki farklı tip piezoelektrik malzemenin algılayıcı performansı incelenmiştir. PZT-4 ve PZT-5H için akıllı kirişin malzeme özellikleri Tablo 1'de verilmiştir.

|                                       | Çelik Kiriş               | PZT-4                      | PZT-5H                 |
|---------------------------------------|---------------------------|----------------------------|------------------------|
| Elastisite Modülü (N/m <sup>2</sup> ) | 210x10 <sup>9</sup>       | -                          | -                      |
| Yoğunluk (kg/m <sup>3</sup> )         | 7800                      | 7500                       | 7500                   |
| Poisson Orani                         | 0.3                       | -                          | -                      |
| Sabit elektrik                        | alanda elastik rijitlik m | atrisi (N/m <sup>2</sup> ) |                        |
| C <sub>11</sub>                       |                           | 138.9x10 <sup>9</sup>      | 126.0 x10 <sup>9</sup> |
| C <sub>12</sub>                       |                           | 77.83x10 <sup>9</sup>      | 79.5 x10 <sup>9</sup>  |
| C <sub>13</sub>                       |                           | 74.28x10 <sup>9</sup>      | 84.1 x10 <sup>9</sup>  |
| C <sub>33</sub>                       |                           | 115.4x10 <sup>9</sup>      | 117.0 x10 <sup>9</sup> |
| C <sub>44</sub>                       |                           | 30.58x10 <sup>9</sup>      | 23.3 x10 <sup>9</sup>  |
| Piezoe                                | elektrik uzama matrisi (  | C/m <sup>2</sup> )         |                        |
| E <sub>31</sub>                       |                           | -5.20                      | -6.5                   |
| E <sub>33</sub>                       |                           | 15.08                      | 23.3                   |
| E <sub>15</sub>                       |                           | 12.71                      | 17                     |
| Sabit uz                              | amada dielektrik matris   | si (F/m)                   |                        |
| ε <sub>11</sub>                       |                           | 6.46x10 <sup>-9</sup>      | 15.03x10 <sup>-9</sup> |
| ε <sub>22</sub>                       |                           | 6.46x10 <sup>-9</sup>      | 15.03x10 <sup>-9</sup> |
| £33                                   |                           | 5.62x10 <sup>-9</sup>      | 13.0x10 <sup>-9</sup>  |

TABLO 1. Akıllı manipülatörün malzeme özellikleri

Tablo 1'de verilen Piezoelektrik malzeme özellikleri MORGAN firmasına aittir [12]. Piezoelektrik malzeme özellikleri üreticilere göre farklılık gösterebilmektedir [13-15]. Farklı üreticiler de olsa piezoelektrik malzemeler yumuşak ve sert olarak iki sınıfa ayrılmıştır. Bu sınıflara göre farklı uygulamalarda algılayıcı veya uyarıcı olarak kullanımı önerilmektedir [16]. Piezoelektrik malzeme özelliklerinin sonlu elemanlar analizi için matris şeklinde verilmesi önem taşımaktadır.

Akıllı manipülatör, çelik bir kiriş üzerine yerleştirilmiş piezoelektrik algılayıcıdan oluşmaktadır. Önce katı model çizilir, daha sonra ise metal kısım için SOLID187 tip, piezoelektrik algılayıcı için SOLID186 tip elemanlar kullanılarak sonlu elemanlar modeli oluşturulur. Oluşturulan akıllı manipülatörün sonlu elemanlar modeli Şekil 2'de gösterilmiştir.



Şekil. 2. Akıllı manipülatörün sonlu elemanlar modeli.

Her iki eleman da 20 düğüm noktasına ve x, y ve z de ötelemeye sahipken, SOLID186 farklı olarak voltaj serbestlik derecesine sahiptir. Akıllı manipülatörün sonlu elemanlar modeli toplam 845 eleman ve 2209 düğüm noktasından oluşmaktadır.

Şekil 2'de gösterilen akıllı manipülatör modelinden piezoelektrik algılayıcı çıkarılarak manipülatör modeli kurulmuştur. Manipülatörün boyutu ve malzeme özellikleri Tablo 1'de verildiği gibi akıllı manipülatör ile aynıdır.

### B. Hız eğrisinin tanımlanması

Akıllı manipülatör Şekil 2'de gösterildiği gibi y ekseninde dönmektedir. O noktasında bir döner mafsal tanımlanmıştır. Akıllı manipülatöre ait hareket bu döner mafsala atanmıştır. Bu çalışmada trapez hız eğrisi kullanılmıştır. Trapez hız eğrisi ve parametreleri Şekil 3'de gösterilmiştir.



Burada, t<sub>a</sub> artan ivmelenme süresi, t<sub>c</sub> sabit hızla ilerleme süresi, t<sub>d</sub> azalan ivmelenme süresi,  $\omega_{max}$ maksimum açısal hız, t<sub>m</sub> hareket süresidir, trapez hız eğrisinde  $\omega_{max}$  ve t<sub>m</sub> Denklem (1) ve (2) ile bulunur. Manipülatörün aldığı yol  $\theta_m$  ile ifade edilir.

$$\omega_{\max} = \frac{\theta_m \frac{\pi}{180}}{0.5t_a + t_c + 0.5t_d} \tag{1}$$

$$t_m = t_a + t_c + t_d \tag{2}$$

Manipülatör için akıllı manipülatörde olduğu gibi aynı hız eğrisi kullanılmıştır.

### III. Titreşim Analizi

Bu bölümde manipülatör ve akıllı manipülatörün titreşim analizi ele alınmıştır. Manipülatör için teorik ve deneysel titreşim analizi ele alınmıştır. Akıllı manipülatör için algılayıcı performansı incelenerek sadece teorik titreşim analizi yapılmıştır.

### A. Manipülatör

Manipülatörün titreşim analizi için kurulan deneysel sistem Şekil 4'te gösterilmiştir.



Sekil. 4. Deneysel sistem

Deneysel sistem bir gövdeye bağlı 200 W gücünde servo motorlu bir manipülatör ve kablosuz ölçüm sisteminden oluşmaktadır. Servo motor bir servo sürücüye bağlıdır. Servo sürücü bilgisayara bağlı bir hareket kontrol kartı üzerinden hareket komutlarını üretir. Hareket kontrol kartı geliştirilen Visual Basic programı ile kontrol edilir. Manipülatör trapez hız eğrisi ile hareket ettirilmiş olup, uç noktada yerleştirilen kablosuz ivmeölçer ile titreşim sinyalleri ölçülmüştür. Kablosuz ölçüm sistemi bir baz istasyon ve 3 eksenli bir ivmeölçer modülü ve bilgisayardan oluşmaktadır [17]. Kablosuz algılayıcı üç yönde (x, y, z) ivme ölçebilmektedir. Dinamik sinyaller Evrensel Seri Veriyolu (USB) bağlantısı ile bilgisayara bağlı baz istasyon aracılığıyla bilgisayara kaydedilir. Testlerde örnekleme frekansı 617 Hz seçilmiş olup ölçüm birimi m/s² olarak ayarlanmıştır. Manipülatörün z ekseni etrafındaki eğilme titreşimleri dikkate alınmıştır.

Titreşim cevaplarını elde etmek için geçici rejim analizinde zaman adımının seçimi oldukça önemlidir. Burada zaman adımının belirlenmesi için doğal frekans analizi önem taşır. Bu nedenle öncelikle doğal frekans analizi yapılmıştır. Manipülatörün deneysel doğal frekanslarını elde etmek için darbe testi yapılmış ve elde edilen titreşim cevaplarına Hızlı Fourier Dönüşümü (FFT) uygulanmıştır. Manipülatörün teorik doğal frekanslarını elde etmek için frekans analizi yapılmıştır. Manipülatörün teorik ve deneysel doğal frekansları Tablo 2'de verilmiştir.

| Sönümsüz<br>Doğal Frekans<br>(Hz) | Teorik    | Deney    |
|-----------------------------------|-----------|----------|
| $f_{n1}$                          | 3.214 Hz  | 3.16 Hz  |
| fn2                               | 19.931 Hz | 17.85 Hz |
| fn3                               | 49.041 Hz | 43.08 Hz |

TABLO 2. Manipülatörün teorik ve deneysel doğal frekansları  $(m_p=0.62 \text{ kg})$ 

Bölüm II.b'de açıklanan hız eğrisi manipülatöre uygulanmıştır. Hız eğrisinin değerleri sırasıyla  $[t_a, t_c, t_d, t_m]$  olarak gösterilmiştir. Manipülatör  $\theta_m=90^\circ$  açısal konuma  $t_m=2$  s'de ulaşması için iki farklı trapez hız eğrisi ile hareket ettirilmiştir. Elde edilen teorik ve deneysel titreşim cevapları Şekil 5'de verilmiştir.



Sekil 5. Manipulatorun teorik ve deneysel titreşim sonuçları,  $m_p=0.62 \text{ kg}$ , (a) [1.535, 0.311, 0.154, 2], (b) [1.224, 0.311, 0.467, 2]

Şekil 5'te gösterildiği gibi, manipülatör için teorik ve deneysel titreşim sonuçları ivme cinsinden elde edilmiştir. Burada teorik ve deneysel sonuçların eşleştiği gözlemlenmiştir. İlk doğal frekansları deneysel ve teorik olarak sırasıyla 3.16 Hz ve 3.21 Hz olduğu için zaman cevabında faz farkının oluştuğu gözlenmiştir. Ayrıca hız eğrisinin titreşim sinyallerini önemli ölçüde etkilediği görülmüştür. Azalan ivmelenme süresi t<sub>d</sub> manipülatör durduktan sonraki artık titreşim seviyelerini etkilemektedir. t<sub>d</sub> artıkça artık titreşim seviyeleri azalmaktadır.

Bir sonraki bölümde akıllı manipülatörün teorik analizleri ele alınacağı için bu bölümde elde edilen sonuçlar akıllı manipülatörün analizlerinde yapılacak kabullerin güvenilirliğini arttırmıştır.

### B. Akıllı manipülatör

Bu bölümde akıllı manipülatörün teorik titreşim analizi ele alınmıştır. Öncelikle akıllı manipülatörün teorik doğal frekanslarını elde etmek için frekans analizi yapılmıştır. Akıllı yapılarda piezoelektrik algılayıcıların yerleştirileceği noktalar önemlidir [18]. Bu çalışmada algılayıcı yerleşme mesafesi, döner mafsaldan  $L_p=10$ mm,  $L_p=100$  mm ve  $L_p=200$  mm olarak alınmıştır. Algılayıcı mesafesinin doğal frekanslara etkisi incelenmiştir. Akıllı manipülatörün farklı algılayıcı tipleri ve mesafeleri için elde edilen doğal frekansları Tablo 3'te verilmiştir.

| Sönümsüz              | L <sub>p</sub> =10 mm |           | Lp=10     | 0 mm      | L <sub>p</sub> =200 mm |           |
|-----------------------|-----------------------|-----------|-----------|-----------|------------------------|-----------|
| Dogal Frekans<br>(Hz) | PZT-4                 | PZT-5H    | PZT-4     | PZT-5H    | PZT-4                  | PZT-5H    |
| $f_{n1}$              | 3.286 Hz              | 3.274 Hz  | 3.253 Hz  | 3.245 Hz  | 3.224 Hz               | 3.219 Hz  |
| fn2                   | 20.077 Hz             | 20.054 Hz | 20.017 Hz | 20.004 Hz | 19.964 Hz              | 19.961 Hz |
| f <sub>n3</sub>       | 49.743 Hz             | 49.596 Hz | 48.330 Hz | 48.360 Hz | 48.292 Hz              | 48.264 Hz |

TABLO 3. Akıllı manipülatörün teorik doğal frekansları (m<sub>p</sub>=0.62 kg)

Bölüm II. b'deki trapez hız eğrileri akıllı manipülatöre uygulanmıştır. Burada titreşim sinyalleri piezoelektrik algılayıcıdan elde edilmiş olup volt cinsinden verilmiştir. İki farklı trapez hız eğrisi için elde edilen titreşim sinyalleri Şekil 6'da verilmiştir.



Şekil 5'deki sonuçlara benzer bir dinamik davranış akıllı manipülatör için gözlenmiştir. Şekil 6'da görüldüğü gibi, azalan ivmelenme süresi  $t_d$  akıllı manipülatör durduktan sonraki artık titreşim seviyelerini etkilemektedir.  $t_d$  azaldıkça piezoelektrik algılayıcının artık titreşim seviyeleri artmaktadır.

Akıllı manipülatörün uç noktasına bağlanan yükün, hareket süresinin ve algılayıcı mesafesinin etkisi titreşim analizleriyle incelenmiştir. Uç nokta yükünün etkisini incelemek için  $m_p=0$  kg,  $m_p=0.62$  kg ve  $m_p=1.24$  kg değerleri dikkate alınmıştır. Akıllı manipülatörün hareket süresinin değerleri ise  $t_m=2$  s ve  $t_m=1$  s olarak alınmıştır.

Algılayıcı yerleşme mesafesi  $L_p=200$  mm olarak alınmıştır. Bu parametreler için titreşim cevapları Şekil 6'da gösterildiği gibi benzer biçimde elde edilmiştir. Elde edilen titreşim sinyallerindeki dinamik değişimler Tablo 4'te verilmiştir. Tablo 5'de aynı trapez hız eğrisi parametreleri için algılayıcı mesafesinin, algılayıcı performansına etkisini incelenmiştir. Algılayıcı yerleşme mesafesi, yukarıda açıklandığı gibi  $L_p=10$  mm,  $L_p=100$  mm ve  $L_p=200$  mm olarak alınmıştır. Tablo 5'deki sonuçlar  $m_p=0.62$  kg ve  $t_m=1$  s için elde edilmiştir.

| L_=200 mm |                         | Trapez hız eğrisi değerleri<br>[t <sub>a</sub> , t <sub>c</sub> , t <sub>d</sub> , t <sub>m</sub> ] | Algılayıcı       | sinyali (V)      |
|-----------|-------------------------|---|------------------|------------------|
| Р         |                         |   | V <sub>max</sub> | V <sub>min</sub> |
|           |                         | [1.823, 0.118, 0.059, 2]  | 106.30           | -104.87          |
|           |                         | [1.705, 0.118, 0.177, 2]  | 35.84            | -32.46           |
|           | m <sub>p</sub> =0 kg    | [0.823, 0.118, 0.059, 1]  | 214.55           | -213.15          |
|           |                         | [0.705, 0.118, 0.177, 1]  | 75.86            | -69.18           |
|           |                         | [1.537, 0.309, 0.154, 2]  | 252.02           | -249.81          |
|           |                         | [1.229, 0.309, 0.462, 2]  | 87.86            | -85.76           |
| PZ1-4     | m <sub>p</sub> =0.62 kg | [0.537, 0.309, 0.154, 1]  | 528.27           | -524.48          |
|           |                         | [0.229, 0.309, 0.462, 1]  | 347.80           | -340.40          |
|           |                         | [1.362, 0.423, 0.211, 2]  | 328.81           | -326.13          |
|           | m <sub>p</sub> =1.24 kg | [0.942, 0.423, 0.635, 2]  | 130.05           | -119.78          |
|           |                         | [0.366, 0.423, 0.211, 1]  | 709.32           | -706.11          |
|           |                         | [0.252, 0.113, 0.635, 1]  | 472.67           | -467.28          |
|           | m <sub>p</sub> =0 kg    | [1.823, 0.118, 0.059, 2]  | 79.13            | -78.07           |
|           |                         | [1.705, 0.118, 0.177, 2]  | 26.74            | -24.21           |
|           |                         | [0.823, 0.118, 0.059, 1]  | 160.05           | -158.66          |
|           |                         | [0.705, 0.118, 0.177, 1]  | 56.66            | -51.69           |
|           |                         | [1.537, 0.309, 0.154, 2]  | 186.65           | -185.01          |
| D77 411   | m = 0.62 kg             | [1.229, 0.309, 0.462, 2]  | 65.84            | -63.75           |
| PZT-5H    | т <sub>р</sub> -0.02 кg | [0.537, 0.309, 0.154, 1]  | 391.33           | -388.50          |
|           |                         | [0.229, 0.309, 0.462, 1]  | 260.78           | -255.27          |
|           |                         | [1.362, 0.423, 0.211, 2]  | 242.84           | -240.89          |
|           |                         | [0.942, 0.423, 0.635, 2]  | 95.74            | -88.52           |
|           | т <sub>р</sub> =1.24 кg | [0.366, 0.423, 0.211, 1]  | 479.35           | -476.45          |
|           |                         | [0.252, 0.113, 0.635, 1]  | 321.15           | -315.47          |

TABLO 4. Hareket süresi ve yükün algılayıcı performansına etkisi

|                         | Trapez hız eğrisi değeri: [0.535, 0.311, 0.154, 1] |                          |                     |             |                     |                  |  |  |
|-------------------------|--|--------------------------|---------------------|-------------|---------------------|------------------|--|--|
|                         |  | Algılayıcı mesafesi (mm) |                     |             |                     |                  |  |  |
| m <sub>p</sub> =0.62 kg | L <sub>p</sub> =10                                 |                          | L <sub>p</sub> =100 |             | L <sub>p</sub> =200 |                  |  |  |
|                         |  |                          | Algılayıcı          | sinyali (V) |                     |                  |  |  |
|                         | $V_{max}$  | $V_{min}$                | $V_{max}$           | $V_{min}$   | V <sub>max</sub>    | $V_{\text{min}}$ |  |  |
| PZT-4                   | 956.16   | -953.57                  | 718.07              | -714.60     | 528.27              | -524.48          |  |  |
| PZT-5H                  | 704.96   | -702.75                  | 533.04              | -529.48     | 391.33              | -388.50          |  |  |

TABLO 5. Algılayıcı mesafesinin, algılayıcı performansına etkisi

### IV. Sonuçlar

Çalışmanın ilk kısmında manipülatörün trapez hız eğrisinin hareketiyle oluşan titreşim sinyalleri teorik ve deneysel olarak incelenmiştir. Manipülatörün deneysel ve teorik sonuçlarının birbirine oldukça yakın olduğu gözlenmiştir. İkinci kısımda manipülatöre piezoelektrik algılayıcı eklenerek akıllı manipülatör elde edilmiştir. Benzer hız parametreleri ile akıllı manipülatör hareket ettirilerek teorik titreşim sinyalleri elde edilmiştir. Manipülatörde teorik ve deneysel titreşim sonuçları ivme cinsinden sunulurken, akıllı manipülatörde ise teorik titreşim sonuçları volt cinsinden sunulur. Manipülatör ve akıllı manipülatörün sonlu eleman titreşim analizleri

ANSYS/Workbench programında gerçekleştirilmiştir. Hareket süresinin azalmasıyla ve uç nokta yükünün akıllı manipülatörü daha esnek hale getirmesiyle titreşim gözlemlenmiştir. arttığı seviyelerinin Algılayıcı performansı açısından PZT-4'ün, PZT-5H'a göre daha seviyelerine yüksek titreşim sahip olduğu gözlemlenmiştir. Akıllı manipülatör için deneysel çalışmalar gelecekte hedeflenmektedir. Akıllı manipülatörün her ne kadar deneysel çalışması yapılmasa da yapılan çalışma haricen bir algılayıcıya gereksinim duyulmayacağını göstermektedir.

#### Kaynakça

- Kwak M.K. Heo S. ve Jeong M. Dynamic modeling and active vibration controller design for a cylindrical shell equipped with piezoelectric sensors and actuators. Journal Sound Vibration, 321: 510–524, 2009.
- [2] Her S. C. ve Lin C.S. Vibration Analysis of Composite Laminate Plate Excited by Piezoelectric Actuators, Sensors, 13:2997-3013, 2013.
- [3] St-Amant Y. ve Cheng L. Simulations and experiments on active vibration control of a plate with integrated piezoceramics. Thin-Walled Structure, 38:105–123, 2000.
- [4] Alibeigloo A. ve Madoliat R. Static analysis of cross-ply laminated plates with integrated surface piezoelectric layers using differential quadrature. Composite Structure, 88:342–353, 2009.
- [5] Proulx B. ve Cheng L. Dynamic analysis of piezoceramic actuation effects on plate vibrations. Thin-Walled Structure, 37:147–162, 2000.
- [6] Susanto K. Vibration analysis of piezoelectric laminated slightly curved beams using distributed transfer function method, International Journal of Solids and Structure, 46:1564–1573, 2009.

- [7] Santos H. Mota S. C. M. Mota S. C. A. ve Reddy J. N. A finite element model for the analysis of 3D axisymmetric laminated shells with piezoelectric sensors and actuators, Composite Structure, 75:170–178, 2006.
- [8] Della C. N. ve Shu D. Vibration of beams with piezoelectric inclusions. International Journal of Solids and Structure, 44:2509– 2522, 2007.
- [9] Araújo A. L. Carvalho V. S. Mora Soares C. M. Belinha J. ve Ferreira A. J. M. Vibration analysis of laminated soft core sandwich plates with piezoelectric sensors and actuators. Composite Structure, 151:91-98, 2016.
- [10]Karagülle H. Malgaca L. ve Öktem H. F. "Analysis of Active Vibration Control in Smart Structures by ANSYS", Smart Materials and Structures, 13:661-667, 2004.
- [11] Malgaca L. "Integration of Active Vibration Control Methods with Finite Element Models of Smart Structures", PhD Thesis, Dokuz Eylül University, Institute of Natural and Applied Sciences, 2007.
- [12]Morgan Technical Ceramics. Material Data Sheets http://www.morgantechnicalceramics.com/, erişim tarihi: 10.01.2017.
- [13]Sensortech Inc. Industrial Moisture Measurement and Control, http://www.sensortech.com, erişim tarihi: 10.01.2017.
- [14] American Piezo International. Apc Materials, https://www.americanpiezo.com, erişim tarihi: 10.01.2017.
- [15]Physik Instrumente (PI). Products, https://www.physikinstrumente.com, erisim tarihi: 10.01.2017.
- [16] Preumont A. Vibration Control of Active Structures: An Introduction. Springer, 3. Baskı, 2011.
- [17] Braunt I. Coffignal G. ve Lene F. A methodology for determination of piezoelectric actuator and sensor location on beam structures, Journal of Sound and Vibration, 5(2001):861-882, 2001.
- [18]LORD Sensing Microstrain. Products, https://www.microstrain.com/, erişim tarihi: 10.01.2017.

# Dört Eksenli Bir CNC Tezgâhın Titreşim Analizi

M. Akdağ<sup>\*</sup> Dokuz Eylül Üniversitesi İzmir A. Sever<sup>†</sup> Dokuz Eylül Üniversitesi İzmir

Özet— CNC tezgâhları günümüzde kişiye özel protez soket kalıbı ve tabanlık üretimleri gibi bir çok farklı alanda kullanılmaktadır. Yüksek yoğunluklu poliüretan köpük ve farklı yoğunluklardaki EVA(etilen vinil asetat) malzemeleri sektörde yaygın şekilde kullanılmaktadır. Kullanılan malzemelerin işleme açısından düşük kesme yüklerine sahip olması nedeniyle yüksek hızda üretilmeye uvgundur. Bu nedenle protez soket kalıbı ve kisive özel tabanlık imalatında kullanılan tezgâhların verebildiği en vüksek ilerleme hızlarının kullanılması tercih edilir. Yüksek ilerleme hızları nedeniyle karşılaşılan atalet yükleri tezgâh üzerinde titreşimlere neden olmaktadır. Bu yüzden hareketli kısımların ağırlıklarının azaltılması, aynı zamanda tezgâh rijitliğinin yüksek olması gerekmektedir. Bu çalışmada bu amaçla üretilen CNC tezgâhının titreşim analizi sonlu elemanlar yöntemi ile ve deneysel olarak incelenmistir. Tezgâhın analiz modeli ANSYS/Workbench programinda oluşturulmuştur. Montai modeli uzuv olarak adlandırılan hareketli alt montajlardan meydana gelmektedir. Uzuvlar birbirlerine konnektörlerle bağlıdır. Analiz modeli katı ve kabuk elemanlardan oluşmaktadır. Modal analiz yapılmış ve doğal frekanslar elde edilmiştir. Deneysel sonuçlar analiz sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır.

### Anahtar kelimeler: CNC, Sonlu Elemanlar, Titreşim, Ölçüm

Abstract<sup>1</sup>— Today, CNC machines are also used in the production of custom prosthetic socket molds and customized insoles. High density polyurethane foam and EVA (ethylene vinyl acetate) materials of different densities are used in this sector. It is suitable for high speed manufacturing due to the fact that the materials used have low cutting loads in terms of processing. For this reason, it is desirable to use the highest feed speeds that can be provided by the machine in the manufacture of prosthetic socket molds and customized insoles. The inertia loads caused by higher feed speeds cause vibrations on the structure. Therefore, the weight of the moving parts must be reduced, and at the same time, the machine rigidity must be high. In this study, the vibration analysis of a CNC machine manufactured for this purpose is examined with the finite element method and experimentally. The analysis model of the machine is created in ANSYS/Workbench program. The assembly model consists of sub-assemblies called members. The members are connected to each other by connectors. The analysis model consists of solid and shell elements. Modal analysis is performed by using analysis model and natural frequencies are obtained. Experimental results and analysis results are compared.

Keywords: CNC, Finite Elements, Vibration, Measurement

### I. Giriş

Bir çok farklı mühendislik sisteminde entegre yaklaşımlar geliştirmede modelleme, tasarım ve simülasyonlar için yeni araçlar kullanılabilir. Bu bağlamda araştırmacılar tarafından çeşitli yaklaşımlar geliştirilmiş ve farklı sistemler düşünülmüştür. Tasarımcılar, karmaşık mühendislik problemlerini çözmek için kendi programlarını geliştirebilir veya yeni bilgisayar yazılımlarını kullanabilmektedir. Çoklu alanlı dinamik simülasyonların tasarım sürecine entegrasyonu için üç eksenli doğrusal bir makine merkezi, tasarım seçimlerinin genel performans üzerindeki etkileri açısından analiz edilir. [1]'de simülasyonda Modelica dili ve deneylerde MATLAB / Simulink kullanılır. [2]'de bir sabit disk sürücüsünün sonlu elemanlar simülasyonları ANSYS ve MATLAB ile gerçekleştirilir. Tüm kafa aktüatörünü ve servo sistemini içeren sonlu elemanlar modeli, tipik bir disk sürücüsünün titreşim analizi için kurulmuştur. Simülasyon sonuçları, lazerli titreşim ölçer ve dinamik sinyal analizörü kullanılarak deneysel olarak türetilen titresim hareketleri ile karsılaştırılmıştır. Gercek zamanlı kontrol edilebilir bir mekanizma için entegre bir yaklaşım, kuvvet dengelemeyi ve yörünge izlemeyi aynı anda göz önünde bulundurarak [3]'te tanımlanmıştır.

Rijitliğin arttırılması ve ağırlığın azaltılması ile takım tezgâhlarının yapısal tasarımının geliştirilmesi zorlayıcı bir araştırma konusudur [4]. Takım tezgâhlarının konstrüksiyonlarında kullanılan federler, yapıların hafifletilmesinde önemli role sahiptir. Böylece makine performansını ve enerji tasarrufu geliştirilebilmektedir. Tezgâhların dinamik özellikleri önemli bir role sahiptir. Çünkü frezeleme işlemi sırasında titreşim, işlenmiş yüzey üzerinde çatırdama izlerine neden olur ve gürültülü bir ortam yaratır [5]. Yüksek hızlı işleme sürecinin dinamik davranışları, geleneksel makine takımlarına göre on kata kadar daha fazla orandadır. Yüksek hızlı işleme gereksinimleri ve takım tezgâhının performansını iyileştirmenin yolları incelenmiştir [6].

<sup>\*</sup> murat.akdag@deu.edu.tr

<sup>†</sup> aykut.sever@ogr.deu.edu.tr

Bu çalışmanın ana amacı çok eksenli bir CNC router tezgâhının titreşim davranışlarının belirlenmesidir. Bu kapsamda tezgâhın, simülasyon ortamında titreşim biçimleri ortaya konulacak ve buradan elde edilen sonuçlar deneyler ile doğrulanacaktır. Analiz modeli hazırlanırken gerçek durumla ilgili tüm durumlar göz önünde bulundurularak buna uygun analiz yaklaşımları uygulanacaktır.

### II. Tasarım ve Analiz

Bu çalışmada incelenen CNC tezgâh, protez soket kalıpları ile kişiye özel tabanlık imalatında kullanılmaktadır. Tezgâhın takılıp sökülebilen tablası monte edildiğinde tabla üzerine bağlanan EVA

bloklarından üç eksen dik frezeleme kullanılarak kişiye özel tabanlıklar üretilir. Tabla kaldırıldığında ise protez soket kalıpları, döner eksenle birlikte 4 eksenli frezeleme kullanılarak imal edilmektedir. CNC tezgâhın iki farklı kullanımı Şekil 1'de gösterilmektedir. CNC tezgâhın farklı kullanıma bağlı olarak iki farklı çalışma alanı vardır. Üst tabla frezelemesi için CNC makine çalışma alanı boyutları X: 1320 mm, Y: 900 mm, Z: 400 mm'dir. Sekiz çift tabanlık, bu çalışma alanındaki masaya aynı anda monte edilir ve üretilir. Döner parça frezeleme için çalışma alanı boyutları X: 1150 mm, Y: 600 mm, Z: 400 mm'dir. Ortotik ve protez cihazlarının imalinde kullanılan yüksek yoğunluklu köpüğün maksimum boyutları 600 çapında ve 1000 mm uzunluğundadır. mm



(a)

Şekil. 1. CNC tezgâhın iki farklı kullanımı a) 3 eksen frezeleme, b) 4 eksen frezeleme

# A. CNC Tezgâhın Analiz Modeli

CNC tezgâhın başlangıç pozisyonunda detaysız parçalar ile oluşturulmuş analiz modeli Şekil 2'de gösterilmiştir. Bu model 101 parçanın montajı ile meydana gelen 4 uzuvdan oluşmaktadır. Her uzuv ortak katı gövde hareketine sahip parçalardan veya alt montajlardan meydana gelmiştir. Uzuvların modelleri Şekil 3 de görülmektedir.

Yapılan modal analiz için uzuvlar birbirlerine konnektörler ile bağlıdır. İki tip konnektör kullanılmıştır. İlk konnektör tipi olan BAĞLI (BONDED) tanımlı iki yüzeyi birbirine yapışık şekilde bağlar. Yüzeylerin ayrılmasına ya da yüzeyler arasında kaymaya izin vermez. İkinci konnektör tipi olan AYRILMAZ (NO SEPERATION) tanımlı iki yüzey arasında ayrılmaya izin vermemekle birlikte kaymalara izin verir. Bu konnektörün tanımlandığı yüzeyler arasında düzlemsel göreceli harekete izin verilir.

Global eksen takımının orijini Şekil 2'de görüldüğü gibi Uzuv-0'ın arka sağ ayağının altındadır. Uzuv-0 kauçuk ayakların altından zemine bağlıdır. Tüm uzuvların lokal eksen takımları global eksen takımı ile paraleldir.



Şekil. 2. CNC tezgâhın başlangıç konumundaki detaysız parçalar ile analiz modeli



Şekil. 3. Uzuvların detaysız katı modelleri

Katı modeller ve montajlar SolidWorks programı kullanılarak oluşturulmuştur. CNC tezgâhın montaj modeli ANSYS Workbench programına aktarılır. Tüm konektör tanımlamaları ANSYS Workbench programında yapılır.

Uzuv-0'ın içerisinde yer alan, X eksenin hareketinde kullanılan ve gövdenin iki yanında bulunan triger kayış modüllerinin gövdesi ve Uzuv-1 içerisinde yer alan ve kullanılan dolaşımlı bilyalı vidalı somun-mil sisteminin hareket yönündeki rijitliği yüksek olmakla birlikte triger kayışlı modülün hareket yönündeki rijitliği düşüktür. Bu nedenle yapılan modal analiz için Y eksen modülünün analiz modelinde vidalı somun ile mil arasında BAĞLI konektör tanımlaması yapılarak hareket yönünde bulunan kayışın

ekseninin hareketinde kullanılan vidalı milli lineer modülün gövdesi alüminyum alaşımı, diğer parçalar çeliktir. Bu modüllerin içerisinde çelik raylar bulunmaktadır. X ekseninin hareketinde kullanılan triger kayış modüllerinin içerisinde 2 adet dolaşımlı bilyeli araba ve Y modülü içerisinde 4 adet dolaşımlı bilyeli araba raylar üzerinde hareket etmektedir. Uzuvların atalet özellikleri Tablo 1'de verilmiştir. Tezgâhın toplam ağırlığı 450 kg'dır. Y ekseninin hareket iletiminde esnekliğinin analizde dikkate alınabilmesi için hareket doğrultusunda kayış için eşdeğer bir yay tanımlaması yapılmıştır. Triger kayışlar içerisindeki kortların malzemesine göre iki tiptir. Çelik kortlu ve fiberglas kortlu olarak ikiye ayrılan triger kayışlardan lineer modüllerin içerisinde genellikle fiberglas kortlu triger kayışlar kullanılmaktadır.

18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, Trabzon, 5-7 Temmuz 2017

|                    | Uzuv-0                                | Uzuv -1                             | Uzuv -2                              | Uzuv -3                |
|--------------------|---------------------------------------|-------------------------------------|--------------------------------------|------------------------|
| Ağırlık<br>merkezi | $[788.02,402.33,448.92]^{\mathrm{T}}$ | [261.84,399.88,833.64] <sup>T</sup> | [372.34,-61.48,1169.68] <sup>T</sup> | [485.13,-62.5,1253.25] |
| Kütle (kg)         | 315.77                                | 70.26                               | 44.85                                | 18.77                  |

TABLO 1. Uzuvların atalet özellikleri (Ağırlık merkezi koordinatları global eksen takımına göre verilmiştir)



(a)

a) Triger modül iç yapısının kesit görünümü



(b)

b) Triger modülünün eşdeğer yaylı analiz modeli

Şekil. 4. Triger modül modelleri

Bu triger kayışların kuvvet altında uzama miktarları çelik kortlulara göre daha düşüktür. CNC tezgâhın analiz modelindeki triger kayış için kullanılan eşdeğer yayın esneklik katsayısı 400 N/mm'dir. Şekil 4.a'da triger kayış modülünün içyapısı ve Şekil 4.b'de eşdeğer yay tanımlaması yapılmış analiz modeli görülmektedir.

Tezgâhın sonlu elemanlar modelinde katı ve kabuk olmak üzere iki tip eleman kullanılmıştır. Şekil 4'te oluşturulan sonlu elemanlar modeli görülmektedir. Kabuk elemanlar kalınlığının uzunluğuna oranı 1/8 olan parçalar için kullanılmıştır. Toplam 101 parçanın 57 sinde kabuk elemanlar kullanılmıştır. Sonlu elemanlar modelinde kullanılan elemanlar 4 düğüm noktalı doğrusal kabuk elemanı (shell181), doğrusal tetrahedral katı elemanı (solid186) ve doğrusal kübik katı elemanı (solid187) dır. Maksimum eleman boyutu 15.94 mm ve minimum eleman boyutu 3.18 mm dir. Uzuv-0 da bulunan kauçuk ayakların alt yüzeyine ankastre sınır koşulu uygulanmıştır. Tüm model 189,836 elemandan ve 302,716 düğüm noktasından meydana gelmiştir. Tüm parçalar için katı elemanların kullanılmamasının sebebi çözüm süresinin kısaltılmasıdır.



Şekil. 5. CNC tezgâhının katı ve kabuk elemanlar kullanılarak oluşturulmuş sonlu elemanlar modeli

### B. Modal Analiz

Modal analiz tezgâhın doğal frekanslarını bulmak için yapılmıştır. Titreşim biçimleri animasyon ile görülmektedir. Analiz için Intel(R) Xeon(R) CPU X5687 3.6 GHz and 24 GB Ram özelliklerine sahip bir bilgisayar kullanılmıştır. Bu sonlu elemanlar modeli kullanılarak yapılan analizin çözümü yaklaşık 4 dakika sürmektedir. CNC tezgâh için analizden elde edilen ilk 8 doğal frekans değeri ve titreşim biçimleri Tablo 2'de verilmiştir. Analiz modelinde saç metal parçalardan üretilen parçalar kabuk eleman olarak kabul edilmiştir. Ayrıca modelde kabuk eleman kabulü yapabilmek için gerekli olan, parçanın et kalınlığının eninden ve boyundan en az 8 kat küçük olması şartı kabuk eleman kabulü yapılan tüm parçalar için sağlanmaktadır



TABLO 2. Katı-kabuk sonlu elemanlar modeli için doğal frekans sonuçları ve titreşim biçimleri

### III. Ölçüm

### A. Deney Sistemi

Deneysel sistem CNC tezgâh, Microstrain kablosuz titreşim ölçüm sistemi ve bir bilgisayardan oluşur. Şekil 6 da deneysel sistem görülmektedir. Kablosuz ölçüm sistemi bir baz istasyon ve 3 yönde ölçüm yapabilen ivme metre modülünden oluşmaktadır. Titreşim sinyalleri USB bağlantısı ile bilgisayara bağlı bir baz istasyon aracılığıyla bilgisayara kaydedilir. Kablosuz titreşim sensörü üç yönde ivme ölçebilmektedir ve tezgâhın Z ekseninin üst noktasına yerleştirilmiştir. Lokal koordinatlardaki ölçüm yönleri Şekil 7'de gösterilmiştir.

Titreşim ölçümü için z ekseninin üst kısmından farklı titreşim şekillerinin tahrik edebilmek için X ve Y yönlerinde darbe vurulur. Ölçüm (Node Commander v2.3) programında, 617 Hz örnekleme frekansı ile 5 s titreşim kaydı yapılmıştır. Titreşim sinyalleri Excel dosyalarına kaydedilmiştir. Kayıtlı dosya içindeki ivme verileri Matlab' de geliştirilen bir program ile okunarak titreşim analizleri yapılmıştır. Programda 100 Hz'lik düşük geçirgen filtre kullanılmıştır. Programda eşik seviyesindeki değişim ile darbenin başlangıcı belirlenmiştir. Şekil 7.a'da Z ekseninin üst kısmından X yönünde vurulan darbenin lokal eksen takımına göre X yönünde oluşturduğu titreşim sinyalinin tamamı ve Şekil 7.b'de darbeden önceki sinyalin temizlenmiş hali ile titreşim cevabı gösterilmiştir. Şekil 8.a'da Z ekseninin üst kısmından Y yönünde vurulan darbenin lokal eksen takımına göre Y yönünde oluşturduğu titreşim sinyalinin tamamı ve Şekil 8.b'de darbeden önceki sinyalin temizlenmiş hali ile titreşim cevabı gösterilmiştir.



Şekil 7. Z ekseninin üst kısmından X yönünde vurulan darbenin
a) X yönünde oluşturduğu titreşim cevabı,
b) Darbeden önceki sinyalin temizlenmiş hali ile titreşim cevabı



Şekil. 8. Z ekseninin üst kısmından Y yönünde vurulan darbenin;
a) Y yönünde oluşturduğu titreşim cevabı
b) Darbeden önceki sinyalin temizlenmiş hali ile titreşim cevabı

Geliştirilen Matlab programında Şekil 7.b ve 8.b'de gösterilen serbest titreşim cevaplarından Hızlı Fourier Dönüşümü (FFT) ile tezgâhın sönümlü doğal frekansları edilir. Elde edilen frekans spektrumları Şekil 9.a ve şekil 9.b'de gösterilmiştir.



Şekil 9.a. X yönünde vurulan darbenin lokal eksen takımına göre X yönünde oluşturduğu titreşim sinyalinin frekans spektrumu



Şekil 9.b. Y yönünde vurulan darbenin lokal eksen takımına göre Y yönünde oluşturduğu titreşim sinyalinin frekans spektrumu

### B. Analiz ve Deneysel Sonuçlarının Karşılaştırılması

Yapılan modal analizden elde edilen doğal frekans sonuçları ile deneyden elde edilen doğal frekans sonuçları Tablo 2'de karşılaştırılmıştır. Burada analiz ile tespit edilen titreşim biçimleri deneyde darbe yönü seçimi ve ivme metrenin ilgili kanalından alınan sinyal değerlendirilerek elde edilmiştir. Tablo 2'den de görüldüğü gibi ikinci doğal frekans değerinde analiz ve deney sonuçları uyumlu görülmekle beraber deney sonuçlarının daha yüksek çıkması diğer doğal frekanslardaki eğilime uymamaktadır. CNC tezgâhın doğal frekanslarının analiz sonuçları ile uyumlu çıkmasında özellikle kauçuk ayakların ve triger kayış modül içindeki kayışın rolü büyüktür. Özellikle X yönünde gözlenen titreşim şekillerinde kayış için eşdeğer yay tanımı önemli rol oynamaktadır.

|                     | f1        | f2        | f3        | f4        | f5        | f6        | f7        | f8        |
|---------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Analiz<br>Sonuçları | 15.218 Hz | 23.325 Hz | 40.705 Hz | 40.963 Hz | 53.968 Hz | 58.521 Hz | 66.185 Hz | 75.085 Hz |
| Deney<br>Sonuçları  | 13.56 Hz  | 27.11 Hz  | 35.55 Hz  | 37.96 Hz  | 45.49 Hz  | 53.63 Hz  | 63.21 Hz  | 74.71 Hz  |
| Farklar             | + %12.2   | - %14     | +%14.5    | + %7.9    | + %18.6   | + %9.1    | + %4.7    | + %0.5    |

TABLO 3. Analiz ve deneyden elde edilen doğal frekans sonuçlarının karşılaştırılması

### IV. Sonuçlar

Kesme kuvvetleri ve atalet yükleri altında takım uç noktasındaki yer değiştirmelerin büyüklüğü üretim hassasiyetlerini ve yüzey pürüzlülük değerlerini etkilemektedir. Tezgâhın rijitleştirilmesi için özellikle hareketli uzuvlardaki kalınlıkların arttırılması atalet kuvvetlerinin artmasına ve daha büyük aktüatörlerin kullanılmasına neden olması sebebi ile tek başına en uygun çözüm değildir.

CNC tezgâhlar pek çok eş çalışan hareketli elemanlar içermektedir. Bu elemanların hangi kabuller ve sınır koşulları ile analiz modelleri içerisinde yer alacakları yapılan analizin üretim sonrası elde edilecek gerçek değerler ile uygunluğu açısından önemlidir.

Analiz modelinde vidalı somun ve miller, ray araba çiftleri dikkate alınarak modellenmiştir. X ekseninin tahrikinde kullanılan triger kayış modülünde yer alan kayış için eşdeğer yay tanımlaması yapılmıştır. Tezgâhın yer ile temasında kullanılan kauçuk ayaklar gerçek boyutlarına uygun olarak çizilmiş ve malzeme tanımlaması kauçuk özelliklerine uygun olarak yapılmıştır. Tüm bu tanımlamalar sonucunda elde edilen analiz ve deneysel titreşim sonuçlarının uyumlu olduğu gözlemlenmiştir.

Tablo 3'te verilen fark değerler, sonlu eleman modelindeki basitleştirmeler ve kullanılan eş değer yay sistemindeki yaklaşımın gerçek modelle birebir örtüşmemesinden kaynaklanmaktadır. Bununla birlikte analiz modelinde kullanılmış olan eşdeğer yay yaklaşımı ile elde edilen sonuçlar kabul edilebilir seviyededir. Bu çalışmada yapılan deneysel analizlerden elde edilen doğal frekans sonuçları ile kurulan analiz modelinin gerçek modele uygunluğu gözlenmiştir. Böylelikle tezgâh üzerinde yapılacak yapısal değişikliklerin tezgâhın doğal frekanslarına olan etkisi simülasyon ile belirlenebilecektir. Sonraki aşamada bu tezgâh üzerinde yapılacak yapısal değişikliklerin bu tezgâh ile yapılan üretimlerin boyutsal toleranslarına ve yüzey pürüzlülük değerlerine etkisi incelenecektir. Tezgâh ile üretilen parçaların toleransları ile ilişkisi değerlendirilecektir.

#### Kaynakça

- Ferretti G., Magnani G.A., Rocco P., 2004. "Virtual Prototyping of Mechatronic Systems". Annual Reviews in Control, 28, pp. 193–206.
- [2] Yan T.H., Chen X.D., Lin R.M., 2008. "Servo System Modeling and Reduction of Mechatronic System Through Finite Element Analysis for Control Design". Mechatronics, 18, pp. 466–474.
- [3] Quyang P.R., Li Q., Zhang W.J., Guo L.S., 2004. "Design, Modeling and Control of a Hybrid Machine System". Mechatronics, 14, pp. 1197–1217.
- [4] Structural Bionic Design and Experimental Verification of a Machine Tool Column, Ling Zhao, Wu-yi Chen, Jianfeng Ma, Yong-bin Yang, Journal of Bionic Engineering Suppl. (2008) 46– 52.
- [5] Damping characteristics of composite hybrid spindle covers for high speed machine tools Jung Do Suha, Seung Hwan Changa, Dai Gil Leea, Jin Kyung Choib and Bo Seon Parkc, Journal of Materials Processing Technology, Volume 113, Issues 1-3, 15 June (2001), Pages 178-183.
- [6] Heisel, M Gringel, "Machine Tool Design Requirements for High Speed Machining", in CIRP Annals-Manufacturing Technology, volume 45, Issue 1(1996), Pages 389-392

# Akışkan Yapı Etkileşiminin Hesaplamalı Analizi: Akışkan Taşıyan Boru Titreşimleri

Metin Salı\* Anova Mühendislik ve Bilgisayar Ltd. Şti. İzmir

Özet—Akışkan taşıyan boru titreşimlerinin hesaplamalı analizi ANSYS<sup>®</sup> paket programı kullanılarak yapılmıştır. Akışkan modellemesi için CFX<sup>®</sup>, katı modellemesi için Mechanical<sup>®</sup> modülleri kullanılmış ve çift yönlü akışkan yapı etkileşimi yöntemi uygulanmıştır. Analiz sonuçları, analitik, deneysel ve diğer hesaplamalı yöntem sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Elde edilen sonuçların analitik çözümlere literatürdeki diğer hesaplamalı analizlerden daha yakın sonuçlar verdiği görülmüştür.

Anahtar kelimeler: akışkan taşıyan boru, titreşim, hesaplamalı analiz, ANSYS, akışkan yapı etkileşimi

Abstract—Computational analysis of fluid conveying pipe vibration is made by using the ANSYS® package program. CFX® and Mechanical® modules are used to analyze fluid and solid mechanics respectively. Two-way fluid-structure interaction method is applied to the system. Analysis results are compared with analytical, experimental and computational studies from previous papers. It is seen that the obtained results are closer to analytical solutions than the previous results.

Keywords: pipe conveying fluid, vibration, computational analysis, ANSYS, fluid structure interaction

#### I. Giriş

Literatürde akışkan taşıyan boru titreşimlerini analitik, sayısal ve deneysel olarak inceleyen birçok çalışma bulunmaktadır. Bu popülerliğin temel sebeplerinden biri konu uygulama alanının çeşitliliğidir. Sektörel olarak bakıldığında bu problem petrol boru hatlarından beyaz eşya tasarımlarına kadar birçok alanda karşımıza çıkmaktadır. Aynı zamanda, nükleer santraller gibi kritik yapılarda da akışkan taşıyan boru sistemleri yer almaktadır.

Deneysel sonuçlar ile uyumluluk sağlayan birçok analitik çözüm çalışması bulunmaktadır. Bunlardan hareket denklemi doğru olarak elde edilmiş (türetilmiş) ilk çalışma Housner [1] tarafından ortaya atılmıştır. Dodds ve Runyan [2] bu analitik çözümün ilk deneysel doğrulamasını yapmışlardır. Bu çalışma ile akışkan hızının artışının borunun enine titreşim doğal frekansına olan etkisi gösterilmiş olup, kritik hız değerleri elde edilmiştir. B. Burak Özhan<sup>†</sup> Manisa Celal Bayar Üniversitesi Manisa

Olson ve Jamison [3] akışkan taşıyan elastik boru hareket denklemi çözümünü genel amaçlı bir sonlu elemanlar programı ile gerçekleştirip, analitik sonuçlar ile kıyaslamasını gerçekleştirmişlerdir. Bu konuda hesaplamalı analiz programları kullanılarak yapılan çalışmaların ilki Fahem [4] tarafından, ANSYS® paket programı yardımıyla, değişken yükler altındaki akışkan taşıyan ince boruların dinamik davranışını elde etmek için tamamlanmıştır. Giacobbi ve diğerleri [5] ANSYS® programı ile çift yönlü akışkan-yapı etkileşimi metodu kullanarak zamana bağlı analizlerini gerçekleştirmişlerdir. Burada emiş yapan konsol mesnetli bir boruya ait titreşim karakteristiği deneysel ve analitik olarak da incelenmiştir. Ayrıca Wang ve diğerleri [6], ADINA® programı ile basit-basit mesnetli, akışkan taşıyan boruların doğal frekanslarını çift yönlü akışkanyapı etkileşimi metodu kullanarak elde etmişlerdir. Jweeg ve Ntayeessh [7] ise akıllı malzemeler kullanılarak imal edilen akışkan taşıyan borunun dinamik analizini, analitik, sayısal ve ANSYS® paket programı kullanarak ön gerilmeli modal analiz yaklaşımıyla yapmışlardır.

Bu çalışmanın amacı, akışkan taşıyan boru doğal frekanslarını hesaplamalı analiz metotları kullanarak belirlemektir. Hesaplamalı analiz programı kullanılarak doğal frekansların incelendiği önceki çalışmalardan daha hassas sonuçlar elde eden bir analiz metodolojisi geliştirilmiştir. Dodds ve Runyan [2] tarafından deneysel ve analitik incelemesi yapılan boru modeli temel alınarak, elde edilen analiz sonuçları ile kıyaslanmıştır.

### II. Hareket Denklemi

Basit-basit mesnetli akışkan taşıyan boru titreşim modeli için bilinen hareket denklemi ve sınır şartları Denklem 1 ve 2'de verilmiştir. Tanımlanan boru Şekil 1'de gösterilmektedir. Akışkan taşıyan boru sınır şartları uygulama alanındaki mesnetleme tipine bağlı olarak çeşitlilik gösterir. Bu çalışmada basit-basit mesnet kabulu yapılmıştır [12,15].

<sup>\*</sup> metin.sali@anova.com.tr

<sup>&</sup>lt;sup>†</sup> burak.ozhan@cbu.edu.tr



Şekil 1. Akışkan taşıyan boru

$$EI\frac{\partial^4 Y}{\partial x^4} + \rho A v^2 \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} + 2\rho A v \frac{\partial^2 Y}{\partial x \partial t} + M \frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} = 0 \qquad (1)$$

$$y(0,t) = y(L,t) = 0, \quad \frac{\partial^2 y}{\partial y^2}(0,t) = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}(L,t) = 0 \quad (2)$$

Denklem 1 analitik ve/veya sayısal olarak Housner'in [1] yaklaşımına göre çözülebilir. Doğal frekans ile akış hızı arasındaki bağıntı aşağıdaki gibi gösterilebilir.

$$\frac{32\rho Av\omega_{i}}{3L\left[EI\left(\frac{\pi}{L}\right)^{4}-\rho Av^{2}\left(\frac{\pi}{L}\right)^{2}-(M-\rho A)\omega_{i}^{2}\right]} = \frac{3L\left[EI\left(\frac{2\pi}{L}\right)^{4}-\rho Av^{2}\left(\frac{2\pi}{L}\right)^{2}-(M-\rho A)\omega_{i}^{2}\right]}{8\rho Av\omega_{i}}, \quad i=1,2$$
(3)

Burada *E* elastisite modülü, *I* boru atalet momenti, *Y* enine deplasman, *A* akış hacmi kesit alanı, *x* boru boyunca ölçülen koordinat,  $\rho$  akışkan yoğunluğu, *L* boru uzunluğu, M birim uzunluk başına toplam kütle, *v* akış hızı ve  $\omega$  doğal frekans değeri olarak tanımlanmaktadır. Tanımlanan parametrelere ait değerler Dodds ve diğerleri [2] tarafından yapılan çalışmada verilmektedir.

Akış hızının sıfıra eşit olduğu (v=0) durum için, borunun akışkan ile tam dolu olması göz önünde bulundurularak birinci mod doğal frekans değeri (i=1)

$$\omega_{\nu=0} = \frac{\pi^2}{L^2} \sqrt{\frac{EI}{M}}$$
(4)

ifadesi ile bulunur. Kritik hızın elde edilmesi için  $\omega_1 = 0$  Denklem 3'te yerine konursa

$$v_{kr} = \frac{\pi}{L} \sqrt{\frac{EI}{\rho A}}$$
(5)

elde edilir.

Dodds ve diğerleri [2] tarafından kullanılan boru özelliklerine göre Denklem 4 ve 5 ile verilen eşitlikler;

$$\omega_{v=0} = 4.3918 \text{ Hz}$$
  
 $v_{kr} = 38.23 \text{ m/sn}$ 

olarak hesaplanmıştır. Yapılan deney sonuçları ile Denklem 3'te verilen akış hızı ile doğal frekans ilişkisi incelenmektedir. Bu inceleme için akış hızı ve doğal frekans değerleri

$$v_{norm} = \frac{v}{v_{kr}}, \quad \omega_{norm} = \frac{\omega}{\omega_{v=0}}$$
 (6)

şeklinde normalize edilmiştir. Bu tanımlar ışığında, aynı ölçü ve özelliklere sahip iki boru için elde edilen deney sonuçları Tablo 1'de verilmektedir.

|         | $V_{norm}$         | $\omega_{norm}$ |
|---------|--------------------|-----------------|
|         | 0                  | 1.042           |
| DENEV 1 | 0.332              | 0.919           |
| DENEII  | 0.595              | 0.849           |
|         | 0.753              | 0.662           |
|         | 0.167              | 1.053           |
|         | 0.354              | 0.958           |
| DENEV 2 | 0.543              | 0.919           |
| DENEI 2 | 0.689              | 0.676           |
|         | 0.752              | 0.739           |
|         | 0.985              | 0               |
| TABI    | .O 1. Denevsel sor | nuclar          |

Housner'in yaklaşımı [1] ile elde edilen analitik sonuçlar Şekil 8'de gösterilmektedir. Ayrıca, Dodds ve diğerleri [2] tarafından elde edilen iki deneye ait sonuçların dağılımı da bu şekil içerisinde gösterilmiştir.

### **III. Sayısal Model**

Yapılan çalışmada *CFX* programı ile yapılacak akışkanlar dinamiği analizi için sonlu hacimler, *Mechanical* ile yapılacak doğal frekans ve borunun zamana bağlı yapısal analizleri için sonlu elemanlar yöntemine uygun sayısal ağlar oluşturulmuştur.

### A. Akışkan eleman modeli

Akışkan elemanı *CFX* programı içerisinde çift yönlü akışkan-yapı etkileşimi analizi için modellenmiştir. Wang ve diğerlerinin [6] aksine akış türbülanslı olarak modellenmiştir. Farklı türbülans modellemelerine göre elde edilen sonuçlar karşılaştırılmış ve analitik sonuca en yakın model seçilmiştir. Türbülans seçimine göre elde edilen değerler "Sonuçlar" bölümünde tartışılmıştır.

Akış hacmi içerisinde k-ε RNG türbülans modeli kullanılmıştır. Akışkan özellikleri CFX malzeme

kütüphanesinden oda koşullarındaki sıkıştırılamaz su olarak seçilmiştir. Uygun sayısal ağ boyutunun belirlenmesinde birden farklı analiz için, boru iç çeperinde oluşan ortalama toplam basınç değerine göre bir yakınsama hedeflenmiştir. Elde edilen yakınsama grafiği Şekil 2'de gösterilmektedir.



### B. Akustik eleman modeli

Boru içerisindeki akışkan hızının sıfır olması durumu ele alındığında (v=0), Denklem 1'deki soldan ikinci ve üçüncü terimler ortadan kalkmaktadır. Sadece bu tip bir koşul dâhilinde, herhangi bir sonlu hacimler modellemesine gerek kalmadan *Mechanical* programı içerisindeki akustik elemanlar ile istenilen hareket denklemi elde edilebilmektedir.

Yukarıdaki özel koşul altında, yapıya ait doğal frekansların bulunması için akışkan hacmin tanımlanmasında *Mechanical* programı içerisindeki *FLUID30* elemanlar kullanılmıştır. Elemanın tanımında suya ait yoğunluk ve ses hızı tanımı yapılmaktadır. Burada ses hızı

$$c = \sqrt{\frac{k_{aksykan}}{\rho}}$$
(7)

olarak ifade edilir.  $k_{akuşkan}$ , akışkanın yığılma modülünü,  $\rho$  ise yoğunluğunu temsil etmektedir. Bu sayede oluşturulan model, akışkanın rijitliğini ve kütlesini hesaba katmaktadır.

#### C. Katı eleman modeli

Boruya ait yapı, Mechanical programı içerisindeki 8 düğüm noktalı *SOLSH190* elemanlar kullanılarak modellenmiştir. Bu eleman daha yüksek kalınlıklara sahip kabuk yapıların analizinde kullanılmaktadır. Sonuçların daha hassas elde edilebilmesi adına sekiz düğüm noktalı *SOLSH190* elemanlar tanımlanmıştır. Borunun uçlarında serbest-serbest mesnetlerin tanımı için *MPC* elemanlar kullanılmıştır.

Ayrıca, model üzerine yerçekimi ivmesi uygulanmış ve yapı sönümsüz kabul edilmiştir. Elde edilen katı eleman modeli hem akustik-katı eleman hem de akışkankatı eleman etkileşimleri için kullanılmıştır.

#### IV. Akışkan Yapı Etkileşimi Analizleri

Yapılan iki farklı etkileşim modeli için ANSYS<sup>®</sup> içerisindeki iki farklı modül kullanılmıştır. Modal analiz modülü ile akustik-katı eleman etkileşimi modellemesi çözdürülürken zamana bağlı analiz modülü ile de çift yönlü akışkan-yapı etkileşimine ait hesaplamalar yapılmıştır.

### A. Akustik-katı eleman etkileşimi

Yapının doğal frekanslarının tayınınde FLUID30 ve matris SOLSH190 elemanlar arasında birlikteliği/etkileşimi (matrix-coupled) yöntemi ile akışkan ile yapı arasında gerekli verilerin transferi sağlanmıştır. Burada her iki eleman tipi için etkileşim bölgesi olan boru iç çeperinde denk gelen düğüm noktaları birleştirilerek, tek bir çözüm matrisi sağlanmıştır. Bu etkileşim alanı Şekil 3'te gösterilmektedir.



Şekil 3. Akustik-katı eleman etkileşimi modeli

### B. Çift yönlü akışkan-yapı etkileşimi

ANSYS<sup>®</sup> paket programı içerisinde, *CFX* ve *Mechanical* programları arasında, çift yönlü akışkan-yapı etkileşimi metodu kullanılarak ortak bir çözüm sağlanmıştır. Bu metod boru ve akışkan arasındaki veri transferini içermektedir. Etkileşim alanındaki (boru içe çeperi) deplasmanlar *Mechanical*'dan *CFX*'e aktarılmaktadır. Benzer şekilde, değişen akış hacmi içerisinde oluşan yeni basınç dağılımları da *CFX*'den *Mechanical*'a aktarılmaktadır. Süreç, her bir zaman adımı için tekrarlanmaktadır. Boruya ait zamana bağlı enine deplasmanlar elde edilmiştir. Doğal frekanslar, bu sonuçlar kullanılarak hesaplanmıştır.

#### V. Sonuçlar

Doğru türbülans modelinin seçiminde k- $\varepsilon$  RNG ve k- $\omega$  SST modelleri için  $v_{norm} = 0.2$  akış hızında ayrı ayrı çift yönlü akışkan-yapı etkileşimi analizleri yapılmıştır (koşturulmuştur). Elde edilen çözümde boru orta noktasının enine deplasmanının zamana bağlı çıktısı alınmıştır. İki farklı türbülans modeli için elde edilen bu çıktılar Şekil 4'te gösterilmektedir. Bu değerler kullanılarak hesaplanan doğal frekans değerleri, analitik çözümde beklenen değer ile birlikte Tablo 2'de belirtilmektedir. Buna göre hata oranı daha az olan k- $\varepsilon$  RNG türbülans modeli ile diğer akış hızları için çözümler elde edilmiştir.



Şekil 4. Farklı türbülans modelleri için enine deplasmanın zamana göre değişimi

|                              | Analitik<br>Sonuç | k-ε RNG<br>Modeli | k-ω SST<br>Modeli |
|------------------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| Doğal Frekans<br>Değeri (Hz) | 4.294             | 4.299             | 4.142             |
| Hata Oranı (%)               | 0                 | 0.116             | 3.54              |

TABLO 2. Türbülans modellerinin kıyaslanması

Akustik-katı eleman etkileşimi ile yapılan modal analiz sonucunda ilk üç doğal frekans değeri ve mod şekilleri elde edilmiştir. İlk üç mod şekli Şekil 5, 6 ve 7'de gösterilmiştir. Bulunan doğal frekanslar ile analitik çözüme ait sonuçlar Tablo 3'te karşılaştırılmıştır. Hesaplanan hata oranları sonucunda yapılan analizin, analitik sonuçlar ile çok yakın olduğu gözlemlenmiştir.



Şekil 5. Birinci mod doğal frekans şekli



Şekil 6. İkinci mod doğal frekans şekli



Şekil 7. Üçüncü mod doğal frekans şekli

| Mod  | Analitik      | ANSYS          | Hata   |  |  |  |
|--|---------------|----------------|--------|--|--|--|
| numarası   | Sonuçlar (Hz) | Sonuçları (Hz) | Oranı  |  |  |  |
| 1  | 4.3917        | 4.3763         | 0.0035 |  |  |  |
| 2  | 17.5668       | 17.497         | 0.004  |  |  |  |
| 3  | 39.5253       | 39.341         | 0.0047 |  |  |  |
| TABLO 3 Modal analiz ile analitik sonucların karsılaştırılmaşı |               |                |        |  |  |  |

Normalize edilmiş akış hızına bağlı olarak borunun normalize edilmiş birinci mod doğal frekansının değişimi Şekil 8'de verilmiştir. Ayrıca Şekil 8, hesaplanan analitik sonuçlar ile birlikte Dodds ve diğerleri [2] tarafından, aynı boyut ve malzeme özelliklerine sahip borular için yapılan iki ayrı deneyin sonuçlarını da içermektedir.

Şekil 8 incelendiğinde, analitik ve sayısal sonuçların uyumlu olduğu gözlemlenmiştir. 0.7 normalize edilmiş hız değerine kadar bu sonuçlar arasındaki hata oranı %1'i aşmamaktadır. Bu çalışmada elde edilen sonuçlar, analitik çözümle kıyaslandığında, Wang ve diğerleri [6] tarafından yapılan hesaplamalı analiz çalışmasından daha vakın sonuclar vermiştir. Fakat akış hızının kritik hıza yaklaşması ile birlikte bu hata oranı artmaktadır. 0.98 normalize edilmiş hız için %37 hata oranı bulunmuştur. Bu durum Giacobbi [5] ve Wang [6] tarafından tartışılmıştır. Kritik akış hızına yaklaşıldıkça sistemdeki türbülans etkileri artmaktadır. Bu çalışmadaki Reynolds sayısı 0.98 normalize edilmiş hız için 119.41 milyon olarak hesaplanmıştır. Bu tip bir akış için çözümün yakınsamasının zorluğu Giacobbi [5] ve Wang [6] tarafından belirtilmiştir. Bu yüzden farklı türbülans modelleri tartışılmıştır.

'Large Eddy simülasyonu' yönteminin bu tip bir akış durumu için daha iyi sonuç vereceği düşünülmektedir [9]. Bu türbülans modeli ile yüksek hızdaki akış girdapların daha iyi gözlemlendiği bilinmektedir. Fakat bu tip bir modelleme beraberinde daha yüksek eleman sayısı ve daha düşük zaman adımları zorunluluğu getirmektedir.

ANSYS





Şekil 8. Artan akış hızının birinci mod doğal frekans değerlerine etkisi

Yapılan çalışma ile farklı hızlardaki akışkan taşıyan boru için elde edilen doğal frekanslar değerleri, analitik ve deneysel sonuçlar ile kıyaslanmıştır. Uygulanan metodun bu sonuçlar ile uyumlu olduğu gözlemlenmiştir. Geçmiş çalışmalardaki hata oranları incelendiğinde çalışmanın daha yakın sonuçlar elde ettiği belirlenmiştir [6].

### Teşekkür

UMTS'nin sürekliliğini sağlayan tüm sempozyum düzenleyicileri ve katılımcılarına, ayrıca destekleri için Anova Mühendislik çalışanlarına teşekkür ederiz.

### Kaynakça

- Housner G. W. Bending vibrations of a pipe line containing flowing fluid. Journal Applied Mechanics, 19[2]:205-208, 1952.
- [2] Dodds H. L. ve Runyan H. L. Effect of high-velocity fluid flow on the bending vibrations and static divergence of a simply supported pipe. National Aeronautics and Space Administration, 10, 1965.

- [3] Olson L. G. ve Jamison D. Application of a general purpose finite element method to elastic pipes conveying fluid. Journal of Fluids and Structures, 11:207-222, 1997.
- [4] Fahem, A. F. The effect of variable load on dynamic behaviour of thin pipe by Hamilton principle and Cfx-Ansys. Journal of Engineering, 18:943-960, 2012.
- Giacobbi D. B., Rinaldi S., Semler C., Paidoussis M. P. The dynamics of a cantilevered pipe aspirating fluid studied by [5] experimental, numerical and analytical methods. Journal of Fluids and Structures, 30:73-96, 2012.
- Wang L., Gan J., Ni Q. Natural frequency analysis of fluid conveying pipes in the ADINA system. 4th Symposium on the Mechanics of Slender Structures, İngiltere, 2013. [6]
- Jweeg M. J., Ntayeesh T. J. Dynamic analysis of pipes conveying [7] fluid using analytical, numerical and experimental verification with the aid of smart materials. International Journal of Science and Research, 4(12):1594-1605, 2015.
- [8] ANSYS R17 User's Guides.
- [9] Pittard, M.T. Large eddy simulation based turbulent flow-induced vibration of fully developed pipe flow. Brigham Young University, Department of Mechanical Engineering, Utah, 2003, 156.
- [10] Paidoussis, M.P., Issid, N.T.. Dynamic stability of pipes conveying fluid. Journal of Sound and Vibrations. 1974, 33(3), 367-294.
- [11]Olson, L. G., Jamison, D. Application of a general purpose finite element method to elastic pipes conveying fluid. Journal of Fluids and Structures. 1997, 11, 207-222.
- [12] Paidoussis, M. P. Fluid Structure Interactions Volume 1. Academic Press., California, ABD, 572 s., 1998.
- [13]Blevins, R. D. Flow-Induced Vibration. Krieger Publishing
- Company, Florida, ABD, 477 s., 2001.
  [14]Petrus, R. C. Dynamics of fluid conveying Timoshenko pipes. Texas A&M University, Office of graduate studies, Mechanical Engineering, Texas, 136s., 2006.
- [15] Yong Bai, Pipelines and Risers, Elsevier Ocean Engineering Book Series V3. 2001.

# Bir Sistemin Doğal Frekanslarının Kütle Eklenerek Kaydırılması Üzerine Bir Çalışma

O. Çakar<sup>\*</sup> Fırat Üniversitesi Elazığ

Özet—Bir sitemin doğal frekanslarını istenilen değerlere ayarlamak için gerekli yapısal değişikliklerin bulunması ters yapısal değişiklik çalışma alanı içerisindedir. Bu çalışmada dinamik bir sistemin belli sayıdaki doğal frekansları sistem üzerindeki uygun yerlere kütle eklemek suretiyle istenilen değerlere kaydırılmaya çalışılmıştır. Buradaki problem sisteme eklenmesi gereken bu kütlelerin hesaplanmasıdır. Bu çalışmada gerekli olan bu kütlelerin hesaplanması için bir yöntem sunulmuştur. Sunulan yöntem orijinal sistemin frekans tepki fonksiyonlarını kullanmaktadır. Yöntemin geçerliliği sayısal uygulamalar ile gösterilmiştir.

Anahtar kelimeler: ters yapısal değişiklik, doğal frekans, frekans tepki fonksiyonu, kütle değişikliği.

**Abstract**— Determination of needed structural modifications to shift the natural frequencies of a system to desired values is the interest of inverse structural modification. In this study, shifting a certain number of natural frequencies of a dynamic system to desired values was studied by adding masses on to. The main problem is the determination of these needed masses. In this manner, a method was proposed to determine the needed masses. The method proposed uses the frequency response function of the original system. The verification of the method is shown by numerical applications.

Keywords: inverse structural modification, natural frequency, frequency response function, mass modification.

#### I GİRİŞ

Bir sistemin kütle, rijitlik ve sönüm gibi fiziksel özellikleri o sistemin dinamik özelliklerini belirlemektedir. Sistemin bu fiziksel özelliklerinde yapılan değişiklikler yapısal değişiklik olarak isimlendirilmektedir. Bu yapısal değişiklikler sonucu değiştirilmiş sistemin dinamik özelliklerinin belirlenmesi işlemi düz yapısal değişiklik olarak adlandırılmaktadır. Bu işlemin tersi yani, istenilen dinamik özellikleri sağlaması için mevcut bir sistemde yapılması gereken değişikliklerin bulunmasıdır ki bu işlem de ters yapısal değişiklik olarak isimlendirilmektedir. Araştırmacılar

\*cakaro@firat.edu.tr

yıllardan beri bu konu üzerinde çalışmalarını sürdürmektedirler [1-8].

Yapısal değişiklik çoğu zaman rezonans olayından kaçınmak için yapılmaktadır. Bunun yanında rezonans durumları göz önüne alınarak tasarımı ve imalatı yapılmış bir sistemde iyileştirme veya geliştirme gibi çeşitli nedenlerle yapısal değişiklik yapılması ihtiyacı oluşabilir. Bu değişimlerin sonucunda sistemin doğal frekanslarından bazıları istenilmeyen değerlere kayabilir. Diğer taraftan sayısal bir modelin deneysel bir modele uydurulması için sayısal modelin fiziksel parametreleri üzerinde değişiklik yapılması da istenebilir. Bu uydurma işleminde temelde sistemin doğal frekansları referans olarak alınır. Bu gibi durumlarda mevcut sistemin bazı doğal frekanslarının istenilen değerlere kaydırılması arzulanır. Bunu gerçekleştirmek için sistem üzerinde yapılması gereken kütle ve rijitlik gibi fiziksel değişikliklerin hesaplanması gerekir.

Tsuei and Yee [9] dinamik bir sistemin doğal frekanslarını istenilen değerlere kaydırmak için gerekli yapısal değişikliklerin bulunması için bir yöntem sunmuştur. Yöntem Frekans Tepki Fonksiyonları'nın (FTF) kullanımına dayalıdır ve iteratiftir. Ram [10] bir sistemin frekans spektrumunda rezonans frekanslarından arındırılmış bir aralık oluşturulması üzerine çalışmıştır. Bunun için sistem üzerinde uygun yerlere yerleştirilmiş iki osilatörden faydalanılmıştır. McMillan and Keane [11] bir plak üzerine kütle ekleyerek doğal frekanslarını belirli bir frekans bandından kaydırmak için bir çalışma yapmıştır.

Mottershead ve arkadaşları [12-15] dinamik bir sisteme yeni modlar oluşturulması ile ilgili olarak bir dizi çalışma sunmuşlardır. Farahani and Bahai [16] bir yapının doğal frekanslarını istenilen değere ayarlamak üzere bir strateji geliştirmiştir. Yöntem doğal frekansların sistemin malzeme veya geometrik özelliklerine göre duyarlılığını dikkate almaktadır. Lawther [17] sistemin rijitliğini değiştirerek verilen aralıkta rezonans frekanslarını süpürmek için kapsamlı bir çalışma yapmıştır. Ouyang ve arkadaşları [18-21] istenilen doğal frekanslarla birlikte mod biçimlerinin de sağlanması için birkaç çalışma sunmuştur. Sunulan yöntemler sistemin

modal özelliklerinin, fiziksel özelliklerinin veya doğrudan tepki fonksiyonlarının kullanılmasına dayanmaktadır ve her birinin kendine göre üstün ve zayıf tarafları bulunmaktadır. Bu bakımdan etkili ve pratikte kullanılabilir çözüm yöntemlerinin bulunması için çalışmalar devam etmektedir.

Bu çalışmada kütle ekleyerek bir sistemin doğal frekanslarından birini veya birden fazlasını istenilen değerlere kaydırmak için bir yöntem geliştirilmiştir. Tek frekans durumunda gerekli kütlenin hesabı için tek bir denklem elde edilmektedir. Birden fazla frekans durumunda ise gerekli kütleler, ardışık olarak uygulanan yapısal değişiklikler sonucunda elde edilen lineer olmayan denklemlerin sayısal olarak çözümünden elde edilmektedir. Aşağıdaki bölümlerde teori verildikten sonra yöntemin geçerliliği sayısal uygulamalarla gösterilmiştir.

### II TEORİ

Burada sunulan yöntem Sherman-Morrison formülüne dayalı yapısal değişiklik formülasyonu kullanmaktadır [22-25]. Bu bölümde önce bu formülasyon verilecek ve sonra kütle hesabında nasıl kullanıldığı açıklanacaktır.

### A. Ardışık yapısal değişiklik formülü

Değiştirilmiş bir sistemin dinamik esneklik (reseptans) tipindeki FTF' leri [ $\alpha^*$ ] orjinal sistemin FTF'leri [ $\alpha$ ] ve değişimler yani {u}, {v} kullanılarak aşağıdaki formülle hesaplanabilmektedir, [27-29]:

$$\left[\alpha^{*}\right] = \left[\alpha\right] - \frac{\left(\left[\alpha\right]\left\{u\right\}\right)\left(\left\{v^{T}\right\}\left[\alpha\right]\right)}{1 + \left\{v^{T}\right\}\left[\alpha\right]\left\{u\right\}}$$
(1)

Burada  $\{.\}^{T}$  vektörün transpozunu ifade etmektedir. Sistemin *r* koordinatında bir *m* kütle değişimi yapıldığında  $\{u\}$  ve  $\{v\}$  vektörlerinin *r* yinci elemanları  $u_r=1, v_r=-\omega^2 m$ ; diğer elemanları ise sıfırdır.

Kare ve simetrik olan  $[\alpha]$  FTF matrisinin tamamını deneysel uygulamalarda ölçmek uygun olmamakla birlikte (1) denklemi sadece değişim koordinatlarını kapsayacak biçimde ifade edilebilir [29]. Ayrıca birden fazla değişiklik yapılması durumunda da bu formül ardışık olarak uygulanabilir. Bu bağlamda bir sistemde *n* tane  $m^{(i)}$  (*i*=1,2,...*n*) kütle değişikliği yapılırsa, her adımda değiştirilmiş sistemin sadece değişim koordinatları ile ilgili FTF'leri ardışık kütle değişimleri için aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\boldsymbol{\alpha}_{a}^{i} = \boldsymbol{\alpha}_{a}^{i-1} - \frac{-\omega^{2}m^{(i)}\left(\boldsymbol{\alpha}_{a}^{i-1}\boldsymbol{\mathbf{u}}_{i}\right)\left(\boldsymbol{v}_{i}^{T}\boldsymbol{\alpha}_{a}^{i-1}\right)}{1-\omega^{2}m^{(i)}\left(\boldsymbol{v}_{i}^{T}\boldsymbol{\alpha}_{a}^{i-1}\boldsymbol{\mathbf{u}}_{i}\right)}, \quad i = 1, 2, ..., n \quad (2)$$

Burada vektör ve matrisler kalın harflerle yazılmıştır ve  $\omega$  (rad/s) dairesel frekanstır.  $\alpha_a^i$  *i* yinci adımda sadece aktif koordinatlara yani, kütle eklenen ve ölçüm koordinatlarına ait FTF matrisidir.  $\mathbf{u}_i$  ve  $\mathbf{v}_i$  vektörlerinin değişiklik yapılan koordinata karşılık gelen elemanları 1, diğer elemanları ise sıfırdır. FTF, frekansa bağlı olduğundan ilgilenilen frekans aralığındaki her  $\omega$  değeri için hesaplanacağı unutulmamalıdır.

Yukarıdaki denklem düz yapısal değişiklik durumunda değiştirilmiş sistemin FTF 'lerinin hesabı için kullanılabilmektedir. Bu çalışmada ise ters yapısal değişiklik ile ilgilenildiğinden bu denklem aşağıdaki bölümde bu durum için yeniden düzenlenecektir.

#### B. Gerekli kütlelerin hesabı için yöntem

Bu çalışmada dikkate alınan problemde mevcut sistemin belirli bazı doğal frekanslarının belirlenen değerlerde olması istenmektedir. Bu ise sisteme önceden belirlenen yerlere kütle eklenerek veya çıkarılarak gerçekleştirilecektir. Eklenen bu kütleler sisteme ilave serbestlik derecesi getirmediğinden aslında sistemin mevcut frekanslarından bazıları yeni değerlerine kaydırılmış olacaktır. Bu durumda problem gerekli kütlelerin hesaplanmasıdır.

Yöntemi açıklamak için önce sadece bir tek doğal frekans dikkate alalım ve bunu  $\omega_{s1}$  ile gösterelim. Sistemin herhangi bir koordinatında bir kütle değişikliği yapıldığında değişimin miktarına ve konumuna bağlı olarak doğal frekansları kaydıracaktır. Kütle eklenmesi durumunda doğal frekans değerlerinin düşeceği; kütle çıkarılması durumunda ise doğal frekans değerlerinin büyüyeceğini hatırlatalım. Sisteme kütle ekledikten sonra  $\omega_{s1}$  de doğal frekansa sahip olması istenmektedir. Bu durumda sönümsüz sistemler için değiştirilmiş sistemin FTF genliğinin bu frekansa karşılık gelen değerinin sonsuz olması gerekir. Bu da (2) denklemindeki paydanın sıfır olması ile mümkündür. *i=n=*1 için;

$$1 - \omega_{s1}^2 m^{(1)} \left( \mathbf{v}_1^T \boldsymbol{\alpha}_a^0 \mathbf{u}_1 \right) = 0$$
(3)

elde edilir. Burada  $\boldsymbol{\alpha}_{a}^{0}$  ilk sistemin bir başka deyişle değişikliğe uğramamış orijinal sistemin FTF'lerinin  $\omega_{s1}$ deki genlik değerlerinden oluşan simetrik ve kare matristir.  $\mathbf{v}_{1}$  ve  $\mathbf{u}_{1}$  ise *i*=1 için değişim vektörlerini göstermekte olup değişim koordinatına karşılık gelen elamanı 1 diğer elemanları sıfırdır. Değişim koordinatını

*r* ile gösterecek olursak, parantez içerisindeki matris işleminin sonucunda sadece değişiklik yapılan koordinata ait noktasal FTF (point FRF) yani tahrik kuvveti ve ölçüm noktasının aynı olduğu FTF işleme katılır;

$$1 - \omega_{s1}^2 m^{(1)} \alpha_{rr}^0 \left( \omega_{s1} \right) = 0 \tag{4}$$

ve buradan gerekli kütle değişimi aşağıdaki gibi kolayca hesaplanabilir ki bu bilinen bir denklemdir:

$$m^{(1)} = \frac{1}{\omega_{s1}^2 \alpha_{rr}^0(\omega_{s1})}$$
(5)

Şimdi de sistemin  $\omega_{s1}$  ve  $\omega_{s2}$  gibi iki değerde doğal frekansa sahip olması durumunu göz önüne alalım. Bunu sağlamak için iki farklı koordinatta iki kütle değişimi göz önüne alalım. Bu iki kütle değişiminin (2) denklemi ile ardışık olarak yapılabileceğini belirtmiştik. Bu durumda n=2 ve i=1, 2 için sırasıyla aşağıdaki denklemler elde edilebilir:

$$\boldsymbol{\alpha}_{a}^{1} = \boldsymbol{\alpha}_{a}^{0} - \frac{-\omega^{2}m^{(1)}\left(\boldsymbol{\alpha}_{a}^{0}\boldsymbol{\mathrm{u}}_{1}\right)\left(\boldsymbol{\mathrm{v}}_{1}^{T}\boldsymbol{\alpha}_{a}^{0}\right)}{1 - \omega^{2}m^{(1)}\left(\boldsymbol{\mathrm{v}}_{1}^{T}\boldsymbol{\alpha}_{a}^{0}\boldsymbol{\mathrm{u}}_{1}\right)}$$
(6)

$$\boldsymbol{\alpha}_{a}^{2} = \boldsymbol{\alpha}_{a}^{1} - \frac{-\omega^{2}m^{(2)}\left(\boldsymbol{\alpha}_{a}^{1}\boldsymbol{\mathbf{u}}_{2}\right)\left(\boldsymbol{\mathbf{v}}_{2}^{T}\boldsymbol{\alpha}_{a}^{1}\right)}{1 - \omega^{2}m^{(2)}\left(\boldsymbol{\mathbf{v}}_{2}^{T}\boldsymbol{\alpha}_{a}^{1}\boldsymbol{\mathbf{u}}_{2}\right)}$$
(7)

Burada  $\alpha_a^2$  ikinci değişiklikten sonra elde edilen son sistemin FTF lerini göstermektedir. Yine bu problem için de bu FTF lerin  $\alpha_{s_1}$  ve  $\alpha_{s_2}$  frekanslarındaki genlik değerlerinin sonsuz olması için (7) denkleminde paydanın her iki frekansa karşılık gelen değerleri sıfır olmalıdır. Bu işlem yapıldığında aşağıdaki gibi bilinmeyen  $m^{(1)}$  ve  $m^{(2)}$  kütlelerine bağlı iki doğrusal olmayan denklem elde edilir:

$$F_{1}(m^{(1)}, m^{(2)}) = 1 - \omega_{s1}^{2} m^{(2)} (\mathbf{v}_{2}^{\mathsf{T}} \boldsymbol{a}_{a}^{\mathsf{I}} \mathbf{u}_{2}) = 0$$
  

$$F_{2}(m^{(1)}, m^{(2)}) = 1 - \omega_{s2}^{2} m^{(2)} (\mathbf{v}_{2}^{\mathsf{T}} \boldsymbol{a}_{a}^{\mathsf{I}} \mathbf{u}_{2}) = 0$$
(8a,b)

Burada  $\mathbf{a}_{a}^{l}$  'in bilinmeyen  $m^{(1)}$  kütlesinin fonksiyonu olduğunu hatırlatmak gerekir. Bu iki kütlenin sırasıyla p ve r koordinatlarına eklendiği düşünülürse (6) denkleminde  $\mathbf{u}_{1}$  ve  $\mathbf{v}_{1}$  vektörlerinin p yinci elemanları; (7) denkleminde de  $\mathbf{u}_{2}$  ve  $\mathbf{v}_{2}$  vektörlerinin r yinci elemanları l diğer bütün elemanları sıfır olduğundan

$$F_{1} = 1 - \omega_{s_{1}}^{2} m^{(2)} \alpha_{rr}^{1} (\omega_{s_{1}}) = 0$$
  

$$F_{2} = 1 - \omega_{s_{2}}^{2} m^{(2)} \alpha_{rr}^{1} (\omega_{s_{2}}) = 0$$
(9a,b)

yazılabilir. Burada  $\alpha_{rr}^{1}(\omega_{s1})$  ve  $\alpha_{rr}^{1}(\omega_{s2})$ ; ilk sisteme  $m^{(1)}$ kütlesi eklendiğinde elde edilen sistemin ikinci değişiklik koordinatına (r) karşılık gelen noktasal FTF 'sinin  $\omega_{s1}$  ve  $\omega_{s2}$  frekanslarındaki değerleridir ve (6) denklemi yardımıyla  $m^{(1)}$  kütlesine bağlı olarak aşağıdaki gibi elde edilebilir:

$$\alpha_{rr}^{1}(\omega_{si}) = \alpha_{rr}^{0}(\omega_{si}) - \frac{\omega_{si}^{2}m^{(1)}(\alpha_{pr}^{0}(\omega_{si}))^{2}}{1 - \omega_{si}^{2}m^{(1)}\alpha_{pp}^{0}(\omega_{si})}, \quad i = 1,2$$
(10)

Burada  $\alpha_{pr}^{0}(\omega_{si})$  ve  $\alpha_{pp}^{0}(\omega_{si})$  orijinal sistemin p ve r koordinatlarına ait transfer ve noktasal FTF'lerinin  $\omega_{si}$ ; i = 1, 2 frekanslarındaki değerleridir. Denklem (10) ile elde edilenler, (9a,b) denklemlerinde yerine koyulduktan sonra çözülerek gerekli  $m^{(1)}$  ve  $m^{(2)}$  kütleleri bulunabilir.

Değiştirilmiş sistemin belirlenen ikiden daha fazla doğal frekansa sahip olması istendiğinde burada sunulan yöntem kolaylıkla genişletilebilir. n tane doğal frekansın eşit sayıdaki kütle değişikliği ile kaydırıldığı ve en son yapılan değişikliğin q koordinatında yapıldığı düşünülecek olursa aşağıdaki gibi n tane bilinmeyen kütleye  $(m^{(i)}, i=1,2,...,n)$  bağlı n tane doğrusal olmayan denklem takımı elde edilir:

$$F_{1}(m^{i}) = 1 - \omega_{s1}^{2}m^{(n)}\alpha_{qq}^{n-1}(\omega_{s1}) = 0$$

$$F_{2}(m^{i}) = 1 - \omega_{s2}^{2}m^{(n)}\alpha_{qq}^{n-1}(\omega_{s2}) = 0$$

$$\dots$$

$$F_{n}(m^{i}) = 1 - \omega_{sn}^{2}m^{(n)}\alpha_{qq}^{n-1}(\omega_{sn}) = 0$$
(11)

Buradaki  $\alpha_{qq}^{n-1}(\omega_{si})$ , (i = 1, 2, ..., n) değerleri ardışık olarak (10) denklemine benzer yolla elde edilir. Ancak bu defa daha fazla FTF 'ye ihtiyaç duyulduğundan (2) denklemini kullanarak hepsini tek seferde matris hesabıyla bulmak uygun olacaktır.

### III. Sayısal Uygulama

Sayısal uygulama olarak Şekil 1 de verilen 6 serbestlik dereceli kütle-yay sistemi dikkate alınmıştır. Sistemdeki tüm yayların yay sabitleri 1 N/m ve kütleler 1 kg dır. Sistemin özdeğer analizi sonucu elde edilen doğal frekansları ve mod biçimleri Tablo 1 de verilmiştir.

Hesaplamalarda kullanmak üzere sistemin FTF'leri 0-0.3 Hz frekans aralığında  $10^{-4}$  Hz adımlarla elde edilmiştir.



Şekil 1. Altı serbestlik dereceli kütle-yay sistemi.

| Mod                        | 1      | 2       | 3       | 4       | 5       | 6       |
|----------------------------|--------|---------|---------|---------|---------|---------|
| ω                          | 0.1089 | 0.1450  | 0.2046  | 0.2610  | 0.3135  | 0.3369  |
| Mod<br>biçim<br>vektörleri | 0.0962 | -0.4027 | 0.7451  | -0.3310 | -0.3761 | -0.1496 |
|                            | 0.1473 | -0.4712 | 0.2588  | 0.2280  | 0.7068  | 0.3711  |
|                            | 0.2769 | -0.6199 | -0.3965 | 0.4019  | -0.2455 | -0.4001 |
|                            | 0.2769 | -0.2541 | -0.3965 | -0.5049 | -0.2455 | 0.6216  |
|                            | 0.4242 | 0.0685  | -0.1377 | -0.5590 | 0.4613  | -0.5206 |
|                            | 0.7973 | 0.4027  | 0.2110  | 0.3310  | -0.1602 | 0.1496  |

TABLO 1. Orijinal sistemin doğal frekansları (Hz) ve öz vektörleri.

### A. Tek frekans kaydırma uygulaması

İlk uygulama olarak sistemin 0.1450 Hz olan ikinci doğal frekansı %10 azaltılarak 0.1305 Hz değerine kaydırılmak istenmektedir. Kütle değişikliğinin sırasıyla tüm koordinatlarda yapılacağı göz önüne alınacaktır. Gerekli kütle miktarının hesabı doğrudan denklem (5) yardımıyla yapılabilir. Bunun için değişiklik koordinatına ait noktasal FTF 'nin 0.1305 Hz frekansındaki değerine ihtiyaç duyulmaktadır. Sistemin bu frekanstaki FTF matrisi aşağıda verilmiştir. Sönüm dikkate alınmadığından bu matrisin sadece gerçek kısımdan oluştuğunu hatırlatmak gerekir.

|                    | 1.6546  | 1.1968  | 1.1312  | 0.3050  | -0.4212 | -1.2855 |
|--------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
|                    | 1.1968  | 1.5890  | 1.5018  | 0.4049  | -0.5592 | -1.7067 |
| (0,1205)           | 1.1312  | 1.5018  | 2.3645  | 0.6375  | -0.8805 | -2.6871 |
| $\alpha(0.1305) =$ | 0.3050  | 0.4049  | 0.6375  | 0.4415  | -0.6098 | -1.8610 |
|                    | -0.4212 | -0.5592 | -0.8805 | -0.6098 | -0.5389 | -1.6446 |
|                    | -1.2855 | -1.7067 | -2.6871 | -1.8610 | -1.6446 | -1.9672 |

Örnek olarak birinci koordinat için FTF değeri yani  $\alpha_{11}(0.1305)= 1.6546$  dir. Denklem (5) yardımıyla gerekli kütle değişikliğinin değeri;

$$m^{(1)} = \frac{1}{\omega_{s1}^2 \alpha_{rr}^0} = \frac{1}{4\pi^2 (0.1305)^2 (1.6546)} = 0.8989 \text{ kg}$$

olarak bulunur. Sistemde bu değişiklik uygulanarak bu koordinata ait noktasal FTF si hesaplanmış ve orijinal sistemin FTF si ile birlikte Şekil 2 de çizilmiştir. Şekilde değişen sistemin 0.1305 Hz de doğal frekansa sahip olduğu açıkça görülmektedir.



Şekil 2. Orjinal (--) ve 1 koordinatında 0.89894 g kütle eklenerek değiştirilmiş (-) sistemin FTF 'leri.

Benzer şekilde değişikliğin diğer koordinatlarda yapılması durumları için gerekli kütle değişiklikleri hesaplanmış ve bulunan değerler Tablo 2 de verilmiştir. Tabloda, 5 koordinatında değişiklik yapılması halinde kütle değişimi -2.7599 kg bulunmuştur. Ancak göz önüne alınan sistemde kütle değerleri 1 kg olduğundan bu değişikliğin yapılması mümkün olmamaktadır. Dolayısıyla bu koordinat değişim için uygun değildir.

Yöntemin doğru sonuç verdiğini göstermek için bulunan kütle değişiklikleri ilgili koordinatlarda uygulanmış ve değiştirilmiş sistemler için tekrar özdeğer

analizi yapılmıştır. Her bir durum için hesaplanan doğal frekanslar Tablo 2 de verilmiştir. Görüldüğü gibi 5 koordinatı hariç diğer durumlar için sistemin ikinci doğal frekansı tam olarak istenilen değer olan 0.1305 Hz olarak elde edilmiştir.

Burada üzerinde durulması gereken bir konu da yapılacak değişikliklerin miktarıdır. Örnek olarak 3 koordinatında değişiklik yapılması durumunda 0.63 kg lık bir değişiklik gerekirken değişikliğin 4 koordinatında yapılması durumunda 3.37 kg lık bir değişiklik yapılması gerekir ki orijinal sistemin kütlelerinin 1 kg olduğu dikkate alınırsa bu değer oldukça yüksektir. Dolayısıyla pratik olmayabilir. Bu nedenle bir eniyileme çalışması yapılarak en uygun değişiklik koordinatını seçmek faydalı olacaktır.

İkinci bir uygulama olarak sistemin 0.2610 Hz olan dördüncü modunun frekansı 0.2805 Hz değerine kaydırılmak istenmiştir. Gerekli değişikliğin her bir koordinatta olduğu her durum göz önüne alınarak hesaplanan gerekli kütle değişiklikleri ve bu değişiklikler uygulandıktan sonra değiştirilmiş sistemin hesaplanan doğal frekansları yine Tablo 2 de verilmiştir. Bu durumda da değişikliğin  $m_1$  kütlesinde yapılması halinde gerçekçi bir çözüm elde edilememiştir. Diğer durumlar için %100 doğrulukta sonuçlar elde edilmiştir.

#### B. İki frekans kaydırma uygulaması

Bu bölümde iki farklı frekansın birlikte istenilen değerlere kaydırılması durumu göz önüne alınacaktır. Bunun için orijinal sistemin 0.1450 Hz ve 0.2610 Hz olan ikinci ve dördüncü doğal frekansları %10 oranında küçültülerek sırasıyla 0.1305 Hz ve 0.2508 Hz değerlerine kaydırılmaya çalışılacaktır. Bunun için denklem (2) ile verilen değişiklik formülü ile (11) denklemlerini çözecek bir Matlab kodu hazırlanmıştır. Doğrusal olmayan denklemlerin çözümü için fsolve fonksiyonu kullanılmıştır. Bu durum için iki farklı kütlede değişiklik yapılacaktır. Kütle değişikliklerinin yapılacağı koordinatların farklı kombinasyonları için gerekli kütle değişiklikleri hesaplanmış ve bu değişiklikler uygulandıktan sonra elde edilen doğal frekanslar Tablo 3 de verilmiştir. Kütle değişiminin 1 ve 2 koordinatlarında yapılması durumunda bir çözüm bulunamamıştır. 1-3, 2-3 ve 2-6 koordinatlarının dikkate alınması durumlarında ise mümkün olmayacak negatif kütle değişikliği bulunmuştur. Bunlar haricindeki diğer durumlarda istenilen hedefe %100 ulaşıldığı tabloda görülmektedir.

2-4 ve 2-5 koordinatlarında değişiklik yapıldığı durumlar için değiştirilmiş sistemlerin değişim koordinatlarına ait FTF 'leri Şekil 3 de verilmiştir. Her iki durum için değiştirilmiş sistemin istenilen değerlerde doğal frekansa sahip olduğu görülmektedir.



Şekil 3. 2-4 ve 2-5 koordinatlarında değişiklik yapılmış sistemlerin FTF 'leri.

| İstenen frekans | Değişiklik<br>koordinatı | Hesaplanan<br>Kütle | Değiştirilmiş sistemin doğal frekansları |        |        |        |        |           |
|-----------------|--------------------------|---------------------|--|--------|--------|--------|--------|-----------|
| 0.1305          | 1                        | 0.89894             | 0.1081                                   | 0.1305 | 0.1746 | 0.2556 | 0.3054 | 0.3359    |
|                 | 2                        | 0.93607             | 0.1072                                   | 0.1305 | 0.1986 | 0.2501 | 0.2764 | 0.3331    |
|                 | 3                        | 0.62904             | 0.1051                                   | 0.1305 | 0.1976 | 0.2526 | 0.3092 | 0.3294    |
|                 | 4                        | 3.36873             | 0.0889                                   | 0.1305 | 0.1689 | 0.2294 | 0.2971 | 0.3188    |
|                 | 5                        | -2.7599*            | -  | -      | -      | -      | -      | -         |
|                 | 6                        | -0.75607            | 0.1305                                   | 0.1750 | 0.2156 | 0.2930 | 0.3258 | 0.3834    |
|                 | 1                        | -3.1927*            | -  | -      | -      | -      | -      | -         |
| 0.2508          | 2                        | 0.88741             | 0.1073                                   | 0.1312 | 0.1989 | 0.2508 | 0.2770 | 0.3331    |
|                 | 3                        | 0.89708             | 0.1027                                   | 0.1265 | 0.1960 | 0.2508 | 0.3082 | 0.3284    |
|                 | 4                        | 0.33294             | 0.1074                                   | 0.1434 | 0.1988 | 0.2508 | 0.3094 | 0.3247    |
|                 | 5                        | 0.23795             | 0.1065                                   | 0.1449 | 0.2041 | 0.2508 | 0.3060 | 0.3309    |
|                 | 6                        | 4 23641             | 0.0534                                   | 0.1388 | 0.2011 | 0 2508 | 0.3108 | 0 3 3 4 7 |

TABLO 2. Tek frekans kaydırma durumu için uygulama sonuçları.

| İstenen     | Değişiklik | Hesaplanan | Değiştirilmiş sistemin doğal frekansları |           |        |        |        |        |
|-------------|------------|------------|--|-----------|--------|--------|--------|--------|
| Irekansalar | koord.     | Kutleler   |  |           |        |        |        |        |
|             | 1          | -          | -  | -         | -      | -      | -      | -      |
|             | 2          | -          |  |           |        |        |        |        |
|             | 1          | 1.21800    | -  | _         | _      | -      | _      | -      |
|             | 3          | -2.53122*  |  | -         | -      |        |        |        |
|             | 1          | -0.09946   | 0.0997                                   | 0 1 2 0 5 | 0.1719 | 0.2349 | 0.2971 | 0.3219 |
|             | 4          | 3.41202    | 0.0007                                   | 0.1505    | 0.1/18 |        |        |        |
|             | 1          | 0.87135    | 0 1022                                   | 0 1 2 0 5 | 0.1540 | 0.2349 | 0.2928 | 0.3252 |
|             | 5          | 0.52249    | 0.1035                                   | 0.1305    | 0.1/49 |        |        |        |
| 0.1305      | 1          | -0.33883   | 0 1 2 0 5                                | 0.1725    | 0.2349 | 0.2994 | 0.3371 | 0.3577 |
| 0.2349      | 6          | -0.66382   | 0.1305                                   | 0.1/33    |        |        |        |        |
|             | 2          | 1.77356    | -  | -         | -      | -      | -      | -      |
|             | 3          | -2.31910*  |  |           |        |        |        |        |
|             | 2          | 0.82029    | 0.1000                                   | 0 1 2 0 5 | 0.1716 | 0.0040 | 0.0700 | 0.2024 |
|             | 4          | 1.26839    | 0.1009                                   | 0.1305    | 0.1/15 | 0.2349 | 0.2752 | 0.3024 |
|             | 2          | 0.87667    | 0.1019                                   | 0.1205    | 0.1070 | 0.0240 | 0.0(04 | 0.2154 |
|             | 5          | 0.62869    | 0.1018                                   | 0.1305    | 0.1972 | 0.2349 | 0.2624 | 0.3154 |
|             | 2          | 0.30535    |  | -         | -      | -      |        |        |
|             | 6          | -1.37747*  | -  |           |        |        | -      | -      |
|             | 1          | -0.53705   | 0.0001                                   | 0 1 2 7 1 | 0.1922 | 0.0500 | 0 2000 | 0.2(07 |
|             | 4          | 1.81188    | 0.0991                                   | 0.13/1    |        | 0.2700 | 0.3000 | 0.3087 |
| 0.2700      | 3          | -0.52318   | 0.1025                                   | 0.1440    | 0.1805 | 0.0500 | 0 2000 | 0.2000 |
| 0.3000      | 4          | 1.61398    |  | 0.1440    |        | 0.2700 | 0.3000 | 0.3090 |
|             | 3          | -0.89813   | 0.1051                                   | 0.1681    | 0.2136 | 0.0500 | 0 2000 | 0 7040 |
|             | 5          | 0.58479    | 0.1051                                   |           |        | 0.2700 | 0.3000 | 0.7248 |

TABLO 3. İki frekans kaydırma durumu için uygulama sonuçları.



Şekil 4. 1-4, 3-4 ve 3-5 koordinatlarında değişiklik yapılmış sistemlerin FTF 'leri (0.26-0.32 Hz aralığı).

Bir başka örnek olarak sistemin 0.2700 Hz ve 0.3000 Hz frekanslarında doğal frekanslara sahip olması durumu göz önüne alınmıştır. Bu örnekte sistemin dördüncü doğal frekansının değeri artırılırken beşinci doğal frekansının değeri azaltılmaya çalışılmıştır. Mümkün olan tüm değişiklik koordinatlarının kombinasyonları göz önüne alınmış istenilen sonucun elde edildiği koordinatlar ile elde edilen sonuçlar yine Tablo 3 de verilmiştir. Ayrıca 1-4, 3-4 ve 3-5 koordinatlarında değişiklik yapılmış sistemlerin FTF 'leri de Şekil 4 de 0.26-0.32 Hz frekans aralığında büyütülerek çizilmiştir. Görüldüğü gibi burada sunulan yöntem sistemin belirli doğal frekanslarını istenilen değerlere kaydırmak için gerekli kütle değişikliklerinin hesaplanmasında oldukça başarılıdır.

### IV. Sonuçlar

Bu çalışmada, bir sistemin belirli sayıdaki doğal frekanslarının kütle değişiklikleri ile istenilen değerlere kaydırılması ile ilgilenilmiştir. Yeri önceden belirlenmiş kütle değişikliklerinin belirlenmesi için Shermanformülüne dayalı olarak bir yöntem Morrison sunulmuştur. Yöntemin geçerliliği altı serbestlik dereceli bir kütle-yay sistemi için yapılan çeşitli uygulamalarla gösterilmiştir. Gerek tek gerekse iki doğal frekansın istenilen değerlere kaydırılması için gerekli kütlelerin hesabında yöntemin oldukça etkili olduğu gösterilmiştir. Ters yapısal değişiklik problemlerinin doğası gereği birden fazla çözüm bulunabilmektedir. Ancak bu çözümlerin bazıları pratik bakımdan uygun olmayabilir. Dolayısıyla sınırlayıcılar kullanılarak bir eniyileme çalışması yapılırsa en uygun çözüm bulunabilir.
Bu çalışmadaki uygulamalarda en fazla iki frekans durumu göz önüne alınmakla birlikte yöntem daha çok sayıda frekans durumu için kullanılabilmektedir. Ayrıca burada yapılacak değişiklik sayısı kaydırılacak frekans sayısına eşit tutulmuştur. Bunların farklı alınması durumunda da yöntem uygulanabilir ancak bu durumda bilinmeyen sayısından fazla veya az sayıda denklem elde edileceğinden uygun çözüm yönteminin belirlenmesi gerekir.

Yöntem ölçülen, FTF'lerin kullanımına dayalı olduğundan gerçek sistemler için de elverişlidir. Gerçek sistemlerde sönüm olacağından FTF değerleri gerçek ve sanal kısımlardan oluşacağı için hesaplanan kütle değeri de gerçek ve sanal kısımdan oluşacaktır. Burada sanal kısım sönüm değişikliği yapılması gerektiğini gösterir. Ancak çoğu gerçek yapıların az sönümlü oldukları düşünülürse sadece kütle değişikliği yapılması doğruya yakın sonuçlar verecektir.

## Kaynakça

- Özgüven H. N. Structural Modifications Using Frequency Response Functions. Mechanical Systems and Signal Processing, 4(1):53-63, 1990.
- [2] Bucher I. and Braun S. The Structural modification inverse problem: An exact solution. Mechanical Systems and Signal Processing, 7(3): 217-238, 1993.
- [3] Sivan D.D. and Ram Y. M. Mass and Stiffness Modifications to Achieve Desired Natural Frequencies. Comm. in Numerical Methods in Engineering, 12: 531-542, 1996.
- [4] Chang K.J., and Park Y.P. Substructural Dynamic Modification using Component Receptance Sensitivity. Mechanical Systems and Signal Processing, 12: 525-541, 1998.
- [5] Tao L. and Jimin H. Local structural modification using mass and stiffness changes. Engineering Structures, 21(11):1028-1037, 1999.
- [6] Park Y.H., and Park Y.S. Structural Modification Based on Measured Frequency Response Functions: An Exact Eigenproperties Reallocation. Journal of Sound and Vibration, 237(3): 411-426, 2000.
- [7] Ram Y.M. Dynamic Structural Modification. The Shock and Vibration Digest, 32(1): 11-17, 2000.
- [8] Braun S. G., and Ram Y. M. Modal Modification of Vibrating Systems: Some Problems and Their Solutions. Mechanical Systems and Signal Processing, 15(1):101-119, 2001.
- [9] Tsuei Y. G. and Yee E. K. L. A method for modifying dynamic properties of undamped mechanical systems. ASME Journal of Dynamic Systems Measurement and Control 111:403-408 1989
- [10] Ram Y.M. Enlarging a spectral gap by structural modification. Journal of Sound and Vibration, 176(2):225-234, 1994.
- [11]McMillan J., and Keane A. J. Shifting resonances from a frequency band by applying concentrated masses to a thin rectangular plate. Journal of Sound and Vibration 192 (2):549-562 1996
- Journal of Sound and Vibration, 192 (2):549-562, 1996.
  [12]Mottershead J. E. and Lallement G. Vibration Nodes, and the Cancellation of Poles and Zeros by Unit-Rank Modifications to Structures. Journal of Sound and Vibration, 222(5):833-851, 1999.
- [13] Mottershead J. E. Structural Modification for the Assignment of Zeros Using Measured Receptances. ASME Journal of Applied Mechanics, 68: 791-798, 2001.

- [14] Mottershead J. E., Mares C., and Friswell M. I. An inverse method for the assignment of vibration nodes. Mechanical Systems and Signal Processing, 15(1):87-100, 2001.
- [15]Kyprianou A., Mottershead JE. and Ouyang H. Assignment of natural frequencies by an added mass and one or more springs. Mechanical Systems and Signal Processing, 18:263–289,2004.
- [16]Farahani K. and Bahai H. An inverse strategy for relocation of eigenfrequencies in structural design. Part I: first order approximate solutions. Journal of Sound and Vibration, 274:481–505, 2004.
- [17] Lawther R. Assessing how changes to a structure can create gaps in the natural frequency spectrum. International Journal of Solids and Structures, 44:614–635, 2007.
- [18]Ouyang H., Richiedei D., Trevisani A. and Zanardo G. Eigenstructure assignment in undamped vibrating systems: a convex-constrained modification method based on receptances. Mechanical Systems and Signal Processing, 27(2):397–409, 2012.
- [19]Ouyang H., Richiedei D., Trevisani A. and Zanardo G. Discrete mass and stiffness modifications for the inverse eigenstructure assignment in vibrating systems: Theory and experimental validation. International Journal of Mechanical Sciences, 64: 211– 220, 2012.
- [20] Ouyang H. and Zhang J. Passive modifications for partial assignment of natural frequencies of mass-spring systems. Mechanical Systems and Signal Processing. 50-51:214-226, 2015.
- [21]Liu Z., Li W., Ouyang H. and Wang D. Eigenstructure assignment in vibrating systems based on receptances. Archive of Applied Mechanics, 85:713-724, 2015.
- [22]Sherman J. and Morrison W.J. Adjustment of an Inverse Matrix Corresponding to a Change in one Element of a Given Matrix", Annals of Mathematical Statistics, 21(1):124-127, 1950.
- [23] Hager W.W. Updating the Inverse of A Matrix. SIAM Review, 31(2):221-239, 1989.
- [24] Akgün M.A., Garcelon J.H., and Haftka R.T. Fast Exact Linear and Non-Linear Structural Reanalysis and the Sherman-Morrison-Woodbury Formulas. Int. J. for Num. Meth. in Eng, 50: 1587-1606, 2001.
- [25] Level P., Moraux D., Drazetic P. and Tison T. On A Direct Inversion of the Impedance Matrix in Response Reanalysis. Comm. in Num. Meth. in Eng., 12: 151-159, 1996.
- [26] Çakar O. and Sanliturk K.Y. Elimination of Transducer Mass Loading Effects from Frequency Response Functions. Mechanical Systems and Signal Processing, 19(1): 87-104, 2005.
- [27] Çakar O. Mass and stiffness modifications without changing any specified natural frequency of a structure. Journal of Vibration and Control, 17(5):769–776, 2011.
- [28]Hüseyinoğlu M. ve Çakar O. Bir Kütle-Yay Sisteminde Belirli Bir Doğal Frekansı Değiştirmeksizin Ters Yapısal Değişiklik Yapılması. Uluslararası Katılımlı 17. Makina Teorisi Sempozyumu, UMTS2015, İzmir, 14-17 Haziran 2015, 892-898.
- [29]Sanliturk K.Y. An Efficient Method for Linear and Nonlinear Structural Modifications. Proceedings of ESDA 2002: 6th Biennial Conference on Engineering Systems Design and Analysis, ESDA 2002/APM-028, İstanbul, Türkiye, 2002.

## Asılı Kütle-Yay Sistemlerine Sahip Eğri Çubuğun Titreşim Analizi

P.ÇANKAYA<sup>a</sup> Dokuz Eylül Üniversitesi Makina Mühendisliği İzmir

M.SABUNCU<sup>b</sup> Dokuz Eylül Üniversitesi Makina Mühendisliği İzmir

H.ÖZTÜRK<sup>°</sup> Dokuz Eylül Üniversitesi Makina Mühendisliği İzmir

Özet-Eğri çubuklar, mühendislik uygulamalarında önemli bir role sahiptir. Bu çalışmada, farklı asılı kütleyay sistemlerine sahip bir eğri çubuk incelenerek bu kütlelerin düzlem içi doğal frekanslara etkileri araştırılmıştır. Çubuk Euler kiriş kabul edilerek sonlu elemanlar metodu kullanılarak modellenmiştir. Asılı kütle yay sistemlerinin sadece düşey doğrultuda titreşim hareketi yaptıkları kabul edilmiştir. Sonlu elemanlar modeli ile ANSYS modeli karşılaştırılmış ve yakın sonuçlar elde edilmiştir. Sonuçlar, tablo ve grafikler halinde verilmiştir.

#### Anahtar kelimeler: Eğri çubuk, asılı kütle-yay sistemleri, titreşim.

Abstract— Curved beams have an important role in engineering applications. In this study, in-plane natural frequencies of curved beams with various suspended spring-mass systems are investigated. The curved beam is assumed to be an Euler beam and modeled by using the Finite Element Method. The suspended spring mass system vibrating only in the vertical direction is considered. The Finite Element model and ANSYS model are compared with each other and good agreement is found. The results of this investigation are given in the tables and graphics.

Keywords: The curved beam, suspended spring mass systems, vibration.

#### I Giriş

Eğri çubuklar; köprüler, türbin kanatları, endüstriyel yapılar, vb. mühendislik uygulamalarında yaygınlıkla kullanılmaktadır. Köprülere ilave edilen elastik yapılar, eğri çelik kirişlerden oluşan, gemiler, binalar, seralar vb yapılarda eğrisel kirişe asılan farklı kullanım amaçlı yaykütle elamanları, asılı kütle-yay sistemlerine sahip eğri çubuklara örnek verilebilir. Bu yaygın kullanım sebebiyle son yıllarda eğri çubukların statik ve dinamik karakteristikleri araştırmacılar tarafından popüler bir konu halini almıştır.

° hasan.ozturk@deu.edu.tr

Sabuncu [1] farklı yer değiştirme fonksiyonlarını kullanarak eğri çubukların doğal frekans analizlerini incelemiştir. Timoshenko ve Gere [2] iki ucu mafsallı Bernoulli-Euler eğri çubuklarının burkulmasını analitik metot kullanarak araştırmışlardır. Guo vd. [3] eğri çubukların düzlem dışı burkulma analizini elastik sınır koşulları altında inceleyerek analitik ve sonlu eleman methoduyla buldukları sonuçları karşılaştırmışlardır. Rao ve Sundararaian [4] analitik method kullanarak değişik eğrilik açılarına sahip eğri çubukların ilk dört doğal frekansını bulmuşlardır. Sabir ve Aswell [5] kullandığı dört farklı şekil fonksiyonu ile eğri çubuğun doğal frekans analizini yapmışlardır. Petyt ve Fleischer [6] eğri çubuğun farklı sınır koşulları altında serbest titreşimini incelemiştir. Kawakami vd. [7] eğri çubukların, şekil ve kesit alanının düzlem içi ve düzlem dışı doğal frekans üzerine olan etkilerini araştırmışlardır. Wu ve Chen [8] topaklanmış kütle ve farklı özelliklerde (doğrusal, burulma vb.) yaylardan oluşan elemanlara sahip yatay eğri çubukların düzlem dışı doğal frekans analizini farklı sınır koşuları altında incelemişlerdir. Wu, Lin ve Shaw [9] çeşitli yüklere sahip eğri çubukların düzlem içi doğal frekansları üzerine çalışmışlardır. Bu çalışmada, analitik çözüm ve sonlu elemanları metodu kullanılarak bulunan sonuçlar, değişik sınır koşulları ve çeşitli yükler altında karşılaştırılmıştır.

Bu bildiride asılı kütle-yay sistemlerine sahip eğri çubukların düzlem içi doğal frekans analizi yapılmıştır. Sonlu elemanlar modeli oluşturularak, MATLAB programında çözüm yapılmıştır. Ayrıca, modelin doğruluğu için asılı kütle-yay sistemine sahip eğri çubuk ANSYS programı ile de modellenmiş ve sonuçlar karşılaştırılmıştır. Bunun yanında, asılı kütle-yay sitemlerinin eğri çubuk üzerindeki konumlarının ve yay sabiti değerinin eğri çubuğun doğal frekansları üzerine olan etkileri incelenmiştir.

#### II. Eğri Çubuğun Modellenmesi

Eğri çubuğa ait sonlu elemanlar modeli Şekil 1' de gösterilmiştir. Sonlu elemanın radyal, eksenel ve dönme yer değiştirmeleri sırasıyla; W, V ve i ile gösterilmiştir. Yer değiştirme fonksiyonları (Sabir ve Ashwell, 1971);

$$w = a_1 \cos(\phi) + a_2 \sin(\phi) + a_4 - a_6 \phi \tag{1}$$

<sup>&</sup>lt;sup>a</sup> pelin\_cnk@hotmail.com mustafa sabuncu@deu edu tr

$$v = -a_1 \sin(\phi) + a_2 \cos(\phi) + a_3 + a_5 \phi + \frac{1}{2} a_6 \phi^2$$
(2)

$$i = \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{v}{R} \tag{3}$$

şeklinde tanımlanabilir. Bu denklemlerde, R yarıçapı  $\phi$  ise açısal değişimi göstermektedir.



Şekil 1. Altı serbestlik dereceli eğri çubuğun sonlu eleman modeli

Şekil l'de gösterilen eğri sonlu elemanın genelleştirilmiş yer değiştirmeleri aşağıdaki gibi gösterilmektedir.

$$\left[q \right]^{T} = \left[v_{i} \quad w_{i} \quad i_{i} \quad v_{i+1} \quad w_{i+1} \quad i_{i+1}\right]$$
(4)

#### A. Eğri çubuğa ait enerji denklemleri

Sonlu eğri çubuğa ait kinetik enerji denklemi,

$$T = \frac{1}{2} \int_{0}^{t_{sh}} \rho A(\dot{v}^2 + \dot{w}^2) dy$$
 (5)

 $\rho$  yoğunluğu, *A* kesit alanını,  $l_{sh}$  ise sonlu eğri çubuk elemanın uzunluğunu göstermektedir.

Elastik potansiyel enerji,

$$U = \frac{1}{2} \int_{0}^{l_{xb}} \left[ \left( \begin{matrix} v & v \\ w - \frac{v}{R} \end{matrix} \right)^2 EI_{xx} + \left( v + \frac{w}{R} \right)^2 EA \right] dy$$
(6)

E elastisite modülünü,  $I_{xx}$  çubuğun x eksenine göre alan atalet momentini göstermektedir.

Sonlu eğri çubuğa ait yer değiştirme denklemlerinin, enerji denklemlerinde yerine yerleştirilmesi ile her bir eleman için  $[k_e]$  direngenlik matrisini ve  $[m_e]$  kütle matrisini elde ederiz. Tüm çubuğa ait  $[K_e]$  direngenlik matrisi ve [M] kütle matrisi sonlu elemanlar algoritmasına göre oluşturularak Lagrange yöntemiyle hareket denklemi yazılırsa;

$$\left[ \left[ K_e \right] - \omega^2 \left[ M \right] \right] \left\{ q \right\} = 0 \tag{7}$$
elde edilir.

#### B. Asılı kütle yay sistemlerinin eklenmesi

Yapılan analizlerde, eğri çubuğa asılan kütle-yay sistemlerinin sadece düşey doğrultuda hareket ettiği varsayılmıştır.



Şekil 2. Eğri çubuğa eklenen asılı kütle-yay sistemi

Şekil 2'de gösterilen  $U_1$  ve  $U_2$  yerdeğiştirme hareketine sahip asılı kütle-yay sistemlerine ait koordinat sistemi, [L] transformasyon matrisi kullanılarak eğri çubuğun koordinat sistemi (w, v, i) ile birleştirilmiştir.

Asılı kütle yay sistemlerine ait  $k_s$  direngenik ve mkütle matrisleri aşağıda belirtilen denklemler yardımı ile elde edilerek sistemin genel direngenlik ve kütle matrislerine eklenerek sistem doğal frekansları bulunmuştur.

$$[k_s] = [L]^T [k_s] [L] \text{ ve } [m] = [L]^T [m] [L]$$
(9)

Burada,  $k_s$  ve *m* matrisleri asılı kütle-yayın postansiyel ve kinetik enerji denklemleri yardımıyla elde edilmiştir. (Bkz, EK1)

#### III. Sayısal Uygulama ve Sonuçlar

Bu çalışmada farklı konumlarda sadece düşey doğrultuda titreşim hareketi yaptığı kabul edilen asılı kütle-yay sistemlerine sahip iki ucundan sabitlenmiş eğri çubuğun düzlem içi doğal frekans analizi yapılmıştır. Bu analizler boyunca kullanılan çubuğa ait fiziksel özellikler: b=0,02m, t=0,01m,  $\theta$ =120°, R=1m, E=2,069x10<sup>11</sup>N/m<sup>2</sup>, v=0,3,  $\rho$ =7836,8 kg/m<sup>31</sup> dür.

Asılı kütle- yay sisteminin eğri çubuğa etkisinin incelenebilmesi amacıyla üç farklı değerde yay sabitine sahip kütle-yay sistemleri kullanılmıştır:

$$k_{s1} = 1 \times 10^{-5} \text{ N/m}, \text{ m} = 2 \text{ kg}$$
  
 $k_{s2} = 1 \times 10^{-5} \text{ N/m}, \text{ m} = 2 \text{ kg}$   
 $k_{s3} = 2 \times 10^{-5} \text{ N/m}, \text{ m} = 2 \text{ kg}$ 

Herbir kütle-yay sistemine ait doğal frekanslar sırasıyla; 11,25 Hz, 35,59 Hz ve 50,33 Hz olarak hesaplanmıştır.

Yapılan analizlerin sonuçlarının yorumlanmasında önemli bir role sahip olan, asılı kütle-yay sistemsiz eğri çubuğa ait ilk beş titreşim modları Şekil 3' de gösterilmiştir.

Eğri çubuğun farklı noktalara asılan kütle-yay sistemleri için oluşturulan sonlu elemalar modelinin doğruluğu için, *ANSYS* modeli ve *MATLAB* program sonuçları Tablo l'de karşılaştırtılmıştır.



Eğri çubuk 5. mod şekli

Şekil 3. Eğri çubuğa ait mod şekilleri

|          | 1      |                 |                 |                                       |                 |                 |                 |
|----------|--------|-----------------|-----------------|---------------------------------------|-----------------|-----------------|-----------------|
|          |        | ANSYS(Hz)       | MATLAB(Hz)      | ANSYS(Hz)                             | MATLAB(Hz)      | ANSYS(Hz)       | MATLAB(Hz)      |
|          |        |                 |                 | 10.75                                 | 10.75           | 10,21           | 10,28           |
|          | 1      | 27,97           | 27,97           |                                       | ,               | 10,66           | 10,62           |
|          |        | -               |                 | 27,97                                 | 27,97           | 30.72           | 30.50           |
| $k_{c1}$ | 0      | 55 70           | 55 71           | 58.07                                 | 58.07           | 58.49           | 58.81           |
| 51       | 4      | 33,70           | 404.05          | 30,07                                 | 101.05          | 30,43           | 30,01           |
|          | 3      | 101,31          | 101,35          | 101,31                                | 101,35          | 101,32          | 101,61          |
|          | 4      | 151,04          | 151,17          | 151,40                                | 151,52          | 151,84          | 151,55          |
|          |        | ANSYS           | MATLAB          | ANSYS                                 | MATLAB          | ANSYS           | MATLAB          |
|          |        | 27,97           | 27,97           | 24.39                                 | 24.39           | 17,65           | 17,65           |
|          | 1      |                 |                 | ,                                     | ,               | 23,36           | 23,36           |
|          |        |                 |                 | 27,97                                 | 27,97           | 34,24           | 34,24           |
| $k_{c2}$ |        | 55.70           | EE 74           | 77.64                                 | 77.05           | 90,00           | 34,40           |
| 32       | Z      | 55,70           | 55,71           | 77,04                                 | 77,65           | 00,02           | 00,03           |
|          | 3      | 101,31          | 101,35          | 101,31                                | 101,35          | 101,46          | 101,51          |
|          | 4      | 151,04          | 151,17          | 154,99                                | 155,12          | 160,06          | 160,19          |
|          |        | ANSYS           | MATLAB          | ANSYS                                 | MATLAB          | ANSYS           | MATLAB          |
|          |        |                 |                 | 27 32                                 | 27 32           | 18,39           | 18,39           |
|          | 1      | 27.97           | 27.97           | 21,52                                 | 27,32           | 25,93           | 25,93           |
|          | 1.1    |                 |                 | 27.97                                 | 27.97           | 46,64           | 46,65           |
| $k_{s3}$ | -      |                 |                 | · · · · · · · · · · · · · · · · · · · | 1               | 71,10           | /1,13           |
| n 53     |        |                 |                 |                                       |                 |                 |                 |
| r 53     | 2      | 55,70           | 55,71           | 93,06                                 | 93,09           | 95,32           | 95,34           |
| r 53     | 2<br>3 | 55,70<br>101,31 | 55,71<br>101,35 | 93,06<br>101,31                       | 93,09<br>101,35 | 95,32<br>101,71 | 95,34<br>101,75 |

TABLO 1. Eğri çubuğa ait ilk dört doğal frekansların karşılaştırması

Tablo 1'de, yüksüz ve iki farklı asılı kütle-yay sistemine sahip eğri çubuğa ait ilk dört doğal frekans değerleri gösterilmiştir. Eğri çubuğun asılı kütle-yay sistemine sahip olduğu durumlar için üç farklı yay sabiti  $(k_{s1}, k_{s2}, k_{s3})$  kullanılarak analizler yapılmış ve sonuçlar karşılaştırılmıştır. Tablodan da görüldüğü üzere eklenen herbir asılı kütle-yay sistemi için ilave bir doğal frekans değeri ortaya çıkmıştır.  $k_{s1}$  yay sabitinin kullanıldığı durumda, sisteme eklenen asılı kütle-yaylara ait doğal frekans değerleri açık bir şekilde ortaya çıkmıştır. Bu frekansların yukarıda hesaplanan asılı kütle-yay doğal frekanslarından düşük olması asıldıkları eğri çubuğun elastikliğinin katkısı ile açıklanmaktadır. Yay sabitinin artması ile bu değerler arasındaki fark artmaktadır. Ayrıca bu tabloda, oluşturulan sonlu eleman modeli sonuçları ile ANSYS sonuçlarının birbirleri ile uyumlu olduğu gözlemlenmiştir.

Aşağıdaki analizler ise, Şekil 4'teki eğri çubuğa farklı konumlarda (1'den 11'e) ve farklı yay sabitlerine  $(k_{s1}, k_{s2}, k_{s3})$  sahip tek bir asılı kütle-yay sistemi eklenerek yapılmıştır.







Şekil 5. Farklı konum ve özellikteki asılı kütle-yay sisteminin ilk doğal frekans üzerine etkisinin gösterimi

Şekil 6'da ise asılı kütle-yay sisteminin eğri çubuğun ikinci doğal frekansı üzerine etkileri gösterilmiştir. Görüldüğü üzere yay katsayısının artması ile doğal frekanslar artmaktadır. Ancak, kütle-yay sistemi 6 numaralı konumdayken yay sabitinin arttırılması ikinci doğal frekansı değiştirmemiştir.



Şekil 6. Farklı konum ve özellikteki asılı kütle-yay sisteminin ikinci doğal frekans üzerine etkisinin gösterimi

Şekil 7'de de asılı kütle-yayın üçüncü doğal frekans üzerindeki etkisi görülmektedir. Kütle-yay sistemine ait yay katsayısının artması ile üçüncü doğal frekans değerleri de artmaktadır.

Üçüncü doğal frekanstaki artış miktarları asılı kütleyay sisteminin konumuna göre de değişmektedir. Örneğin, asılı kütle yay sisteminin 6 numaralı noktaya asılması durumunda sistem üçüncü doğal frekansındaki artış en büyük değere ulaşmıştır.



Şekil. 7. Farklı konum ve özellikteki asılı kütle-yay sisteminin üçüncü doğal frekans üzerine etkisinin gösterimi

Şekil 8' de ise asılı kütle-yay sisteminin 3,6 ve 9 numaralı noktalara eklenmesi durumlarında sistem dördüncü doğal frekansının hemen hemen hiç değişmediği görülmektedir. Yay sabitinin arttırılması ile doğal frekanstaki en büyük artış 5 ve 7 numaralı konumlarda gerçekleşmiştir.



Şekil 8. Farklı konum ve özellikteki asılı kütle-yay sisteminin dördüncü doğal frekans üzerine etkisinin gösterimi

Şekil 9'da ise asılı kütle-yay sistemlerinin 4 ve 8 numaralı noktaları eklenmesi halinde beşinci doğal frekansı üzerindeki artış en yüksek noktaya ulaşmaktadır. Sisteme eklenen kütle-yayın eğri çubuğun beşinci doğal frekansını arttırdığı gözlemlenmiş olup yay sabiti arttıkça bu etki artmaktadır.



Şekil 9. Farklı konum ve özellikteki asılı kütle-yay sisteminin beşinci doğal frekans üzerine etkisinin gösterimi

#### IV. Sonuçlar

Bu çalışmada iki ucundan sabitlenmiş eğri çubuğa farklı konumlarda asılı kütle-yay sistemleri eklenerek çubuğun düzlem içi doğal frekans analizi yapılmıştır.

- Eğri çubuğa eklenen her bir asılı kütle-yay sistemi için ilave bir doğal frekans değeri ortaya çıkmıştır. Bu değerler, titreşim biçimlerine ve yay sabitinin değerine göre asılı kütle-yay sistemine ait doğal frekans değerlerine yakın ya a farklıdır.
- Eğri çubuk üzerindeki farklı noktalara asılan kütle-yay sistemlerine ait yay sabitinin arttırılması eğri çubuk doğal frekanslarını arttırmıştır.
- Sisteme eklenen asılı kütle-yayların bulundukları konumların eğri çubuk titreşim şekillerine göre önem kazandığı görülmüştür.

#### Kaynakça

- Sabuncu, M. Vibration characteristics of rotating aerofoil cross section bladed-disc assembly. Ph.D Thesis, University of Surrey, U.K, 1978.
- [2] Timoshenko, S. P., & Gere, J. M. Theory of elastic stability. New York: McGraw-Hill Book Company, 1961.
- [3] Guo, Y., Zhao, S., Dou, C. & Pi, Y. Out-of-plane elastic buckling of circular arches with elastic end restraints. *Journal of Structural Engineering*, 140(10), 04014071, 2014.
- [4] Rao, S.S., & Sundararajan, V. In-plane flexural vibrations of circular rings. Journal and Applied. Mechanics, 36 (3), 620–625, 1969.
- [5] Sabır, A. B., & Ashwell, D. G. A Comparasion of curved beam finite elements when used in vibration problem. *Journal of Sound* and Vibration, 18, 555-563, 1971.
- [6] Petyt, M., & Fleischer, C.C. Free vibration of a curved beam. *Journal of Sound Vibration*, 18(1), 17–30, 1971.
- [7] Kawakami, M., Sakiyama, T., Matsuda, H., & Morita, C. In-plane and out-of-plane free vibrations of curved beams with variable cross sections. *Journal of Sound Vibration*, 187(3), 381–401, 1995.
- [8] Wu, J.S., & Chen, Y.C. Out-of-plane free vibrations of a horizontal circular curved beam carrying arbitrary sets of concentrated elements. *Journal of Structural Engineering*, ASCE 137, 220–241, 2011.
- [9] Wu, J.S., Lin, F.T., & Shaw, H.J. Free in-plane vibration analysis of a curved beam (arch) with arbitrary various concentrated elements. *Applied Mathematical Modelling*, 37,7588-7610, 2013.

#### EK 1:

Eğri Çubuk Kinetik Enerji

$$T = \frac{1}{2} \dot{q}^T m_e \dot{q}$$

$$m_e = [C]^T [m] [C]$$

Eğri Çubuk Elastik Potansiyel Enerji

$$U = \frac{1}{2}q^T k_e q$$

# $k_e = \begin{bmatrix} C \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C \end{bmatrix}$

Asılı Kütle-Yay Sistemleri Transformasyon Matrisi

$$[L] = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$$

 $\alpha$ : Eğri çubuk ve asılı kütle-yay koordinat sistemi arasındaki açı farkı

$$m = m_i \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \ k_s = k_{si} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

## Konjuge Elektroaktif Polimer Tabanlı Esnek Bir Manipülatörün Kinematik Modelinin Eldesi ve Deneysel Doğrulaması

| M.Y. Coşkun *                 | C. Sancak <sup>†</sup>        | M. İtik <sup>ζ</sup>          |
|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| Karadeniz Teknik Üniversitesi | Karadeniz Teknik Üniversitesi | Karadeniz Teknik Üniversitesi |
| Trabzon                       | Trabzon                       | Trabzon                       |

Özet—Akıllı malzeme ve esnek eyleyici olan *elektroaktif polimer* (EAP) eyleyiciler uvumlu hareket vapılarından, yapıldığı malzemeden ve kabilivetlerinden dolavı vumusak robotik (soft robotic) uygulamaları için alternatif malzemelerdir. Bu çalışmada, elektrik gerilimi altında bükülme hareketi yapan EAP eyleyiciler ve rijit uzuvlar kullanılarak yapılmış olan iki uzuvlu robotik manipülatör mekanizmasının noktasının konum değişimi иç incelenmiştir. EAP eyleyici, mekanizma içerisinde hem eyleyici hem de esnek mafsal olarak kullanılmıştır. Tasarlanan mekanizma, esnek mafsal içermesi nedeniyle yumuşak robotik olarak sınıflandırılabilmektedir. Çalışmada, uygulanan elektrik gerilimine karşılık mekanizmanın serbest ucunun konumunun belirlenebilmesi amacıyla bir kinematik model belirlenmiş ve modelin doğruluğu araştırılmıştır. Mekanizmanın kinematik modeli, EAP eyleyicilerin bükülme hareketi göz önünde tutularak, iki uzuvlu geleneksel bir manipülatörün kinematik modeline benzer şekilde elde edilmiştir. Kinematik modelin doğruluğunun belirlenmesi için, farklı elektrik gerilimleri altında mekanizmanın uç noktasının konumu deneysel olarak ölçülmüş ve bu değerler kinematik model sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Sonuç olarak, kinematik modelin, eyleyiciye düşük gerilim uygulandığı durumlarda geçerli olduğu ortaya konmuştur.

Anahtar kelimeler: esnek mafsal, esnek manipülatör, esnek robotik, iki uzuvlu manipülatör, konjuge elektroaktif polimer

**Abstract**—Electroactive polymer (EAP) actuators which are smart material and flexible actuator are alternative materials for soft robotic applications due to their compliant structure, materials and actuation capability. In this study, the positional change of the tip point of the two-arm robotic manipulator mechanism, which was made using bending EAP actuators under electrical stimuli and rigid limbs, was investigated. EAP actuator is used as both actuator and flexible joint in the mechanism. The designed mechanism can be classified as soft robotics because of its flexible joint. In the study, a kinematic model was determined in order to determine the position of the free end of the mechanism in relation to the applied electric voltage and the accuracy of the model was investigated. The kinematic model of the mechanism was obtained in a manner similar to the kinematic model of a conventional manipulator with two limbs, taking into account the bending behavior of the EAP actuators. To determine the accuracy of the kinematic model, the position of the mechanism's tip point under different electric voltages was experimentally measured and compared with results of the kinematic model. The comparison shows that the kinematic model is valid when the actuator is subjected to low voltage.

Keywords: conjugated electroactive polymer actuator, flexible manipulator, flexible joint, soft robotic, two-link manipulator

#### I. Giriş

Polimerler çoğunlukla yalıtkan olarak bilinen malzemelerdir. Fakat özel bir polimer türü alışılmışın dışındaki kimyasal yapısı ile bir istisna oluşturmaktadır [1]. Bu istisnai tür elektroaktif polimerler (EAP) olarak bilinmektedirler. EAP'ler elektriksel uyartım etkisi altında şekil ve boyut değişimi gösterirler ve çoğunlukla algılayıcı ya da eyleyici olarak kullanılırlar [2,3]. Üzerinde en çok çalışma yürütülen EAP eyleyici türlerinden birisi yüksek deformasyon kabiliyetleri ve basit yapıları yanında bükülme hareketi gösteren eyleyicilerdir. Araştırmacılar, eyleyicilerin davranışlarını araştırmanın yanı sıra kullanım alanlarıyla ilgili çalışmalara da ağırlık vermişlerdir: Aktif titreşim denetimi [4], mikro akış denetimi, mikro-nano manipülasyon [5,6], ilaç dağıtım sistemleri [7] ve vücut içi algılayıcılar [8]. Yapılan çalışmalarda kaydedilen ilerlemeler sonucunda arastırmacılar EAP'lerin kullanılabileceği alanlara yenilerini eklemeye devam etmektedirler. Son yıllarda EAP eyleyicilerle ilgili yaşanan gelişmeler ve eyleyicilerin hafiflik, esneklik, biyo-uyumlu ve düşük maliyetli olmaları [2, 9, 10, 11, 12] gibi özelliklerinin daha iyi anlaşılması ile EAP eyleyicilerin esnek robotik uygulamalarda kullanımı gündeme gelmiştir. Bu alanda yapılan çalışmalarda, Alıcı ve Huynh [13] EAP eyleyicileri ve rijit karbon bağlantıları kullanarak robotik parmak üretmiş ve bir model vasıtasıyla robotik parmağın uygulayabileceği kuvveti hesaplamışlardır. Aynı zamanda, robotik parmağı kullanarak mikro-tutucu bir sistem geliştirmişlerdir [14]. Mutlu ve arkadaşları kiriş şeklinde bağlanmış bir EAP

<sup>\*</sup> mycoskun@ktu.edu.tr

<sup>†</sup> csancak@ktu.edu.tr

<sup>&</sup>lt;sup>ζ</sup> mitik@ktu.edu.tr

eyleyicinin tamamındaki bükülmeyi yumuşak robotik eyleyici/manipülatör yaklaşımı ve açı optimizasyonu ile belirleyerek eyleyicinin ters kinematik probleminin çözülmesi için bir çalışma sunmuşlardır. [15]. Diğer bir çalışmada, Mutlu ve arkadaşları EAP eyleyici tabanlı esnek mikro-aşamalı bir mekanizma üretmişlerdir [16]. Bu calışma kapsamında üretilen iki uzuvlu esnek mekanizmada ve burada verilen çalışmaların tamamında konjuge tip bir EAP (KEAP) eyleyici kullanılmıştır. Robotik çalışmalarda KEAP eyleyicilerin yanı sıra iyonik polimer metal kompozit (İPMK) polimerler de kullanılmaktadır. Manley ve arkadaşları tek serbestlik dereceli döner bir mafsalı İPMK EAP eyleyici ile hareket mekanizmanın performansını ettirmis ve bu değerlendirmişlerdir [17]. Must ve arkadaşları ise ortaya koydukları doğrusal modelin, bükülme büyüklüğünden bağımsız olarak, İPMK EAP eyleyicinin bükülme büvüklüğü ve uygulayabileceği kuvvet için kullanılabileceğini göstermişlerdir [18]. Bu bildiri kapsamında yapılan çalışmaya en yakın çalışmada [19] İPMK eyleyicinin eksenleri çakışık döner mafsal olarak kullanıldığı iki uzuvlu bir manipülatör yapılmıştır.

Bu çalışmada, üç katmanlı KEAP eyleyiciler ve rijit bağlantı elemanları kullanılarak iki uzuvlu bir manipülatör yapılmıştır. Bu manipülatörün uç noktasının konumunu veren kinematik model, iki uzuvlu ve iki serbestlik dereceli geleneksel bir manipülatörün kinematik modeline eyleyicilerin bükülme hareketinin dâhil edilmesi ile elde edilmiştir. Elektriksel uyarımla bükülme hareketi gösteren KEAP eyleyiciler serbest uçlarında bir bükülme açısı ve öteleme hareketi göstermektedirler. Yapılan çalışmada bu veriler deneysel olarak elde edilerek mekanizmanın uç noktasının konumunu kinematik model yardımıyla belirlemek için kullanılmıştır. Mekanizmanın deneysel olarak elde edilen uç konumunun, bükülme açıları ve öteleme kullanılarak kinematik model yardımıyla belirlenen uç konumu ile uyuşumu karşılaştırılarak, kabul edilen kinematik modelin geçerliliği ortaya konmuştur. Deneysel verilerin eldesi için video kamera kullanılmıştır. Çalışmada kullanılan üç katmanlı KEAP eyleyici II. kısımda anlatılmıştır. Esnek iki uzuvlu manipülatörün yapısıyla ilgili detaylı bilgi III. kısımda ve manipülatörün kinematik modelinin eldesi ise IV. kısımda verilmiştir. V. kısımda ise gerçekleştirilen çalışmaların yapıldığı deneysel kurulum anlatılmış ve elde edilen sonuçlar koyularak değerlendirilmiştir. İlerleyen ortava çalışmalarla ilgili öneriler VI. kısımda verilerek çalışma sonlandırılmıştır.

## II. Üç Katmanlı Konjuge Elektroaktif Polimer Eyleyici

Bu çalışmada ölçüleri 15x5x0.17 mm olan iki adet üç katmanlı KEAP eyleyici kullanılmıştır (Şekil 1). KEAP eyleyici sandviç benzeri bir yapıya sahip olup iki farklı malzemeden imal edilmiş üç katmandan oluşmaktadır. Dış kısımdaki katmanlar polypyrrole (PPy) malzemeden imal edilmiş olan elektroaktif katmanlardır ve kalınlıkları yaklaşık 30 µm'dir. Sandviç yapının ortasındaki katman ise amorf, gözenekli ve yalıtkan bir malzeme olan polyvinylidene difluoride'den (PVDF) imal edilmiştir. PPy tabakalar elektrokimyasal yöntemle PVDF katman üzerinde oluşturulmuştur. Elektrokimyasal çökeltme işleminin gerçekleştirilebilmesi için PVDF katmanın dış yüzeylerinin iletken olması gerekmektedir. İletkenliğin sağlanması amacıyla yaklaşık 110 µm kalınlığındaki PVDF katmanın dış yüzeyleri 0.2 µm kalınlığında altınla kaplanmıştır [12]. KEAP eyleyici bükülme hareketini gerçekleştirebilmek için iyonlara ihtiyaç duyar ve iki aktif katman arasında bulunan PVDF katman da hareket için gerekli olan iyonları içerisinde tutarak depo görevi görür. İyonlar PVDF katman içerisinde lityum triflouromethanesulfonimide (Li+TFSI) elektrolit sıvısı ile tutulmaktadır.



KEAP eyleyici üzerine yeterli elektrik gerilimi uygulandığında eyleyicinin içerisinde yükseltgenmeindirgenme (redoks) tepkimeleri meydana gelir. Meydana gelen tepkimelerin sonucunda iyonlar katmanlar arasında hareket etmeye başlar. İyonların hareket etmesi sonucunda dış katmanlarda hacimsel değişiklik meydana gelir [20]. Pozitif kutba bağlı olan PPy katman yükseltgenerek genişlerken diğer katmanda da indirgenmeden dolayı daralma (küçülme) meydana gelir (Şekil 2). Hacimsel değişikliklere sebep olan redoks tepkimesi aşağıda verilmiştir.

$$PPy + TFSI^{-} \underbrace{ \overset{Y\bar{u}kseltgenme}{}}_{Indirgenme} PPy^{+}TFSI^{-} + e^{-}$$
(1)

Redoks tepkimesi sonucunda eyleyici daralma olan tarafa doğru bükülür (Şekil 2).



Şekil 2. Redoks tepkimesi sonucunda şekil değişikliği gösteren üç katmanlı KEAP eyleyici

## III. Tasarlanmış Deneysel Robot Manipülatör

I. Kısımda da belirtildiği üzere kiriş şeklinde bağlanmış yumuşak EAP manipülatörler, bu alanda çalışmalar yürüten araştırmacılar tarafından kapsamlı olarak incelenmiştir. Çalışmaların çoğunda sadece sabit bir yörüngede çalışan tek bir uzun şerit EAP manipülatörlerinin uç noktalarının konumlandırılması ve kontrolü üzerinde odaklanılmıştır. Yapılan bu çalışmada ise KEAP eyleyicilerin uzunluğunun uç noktasından uygulayabileceği kuvvet ile terts orantılı olması [13] göz önüne alınarak tasarlanan manipülatörde kısa KEAP eyleyiciler hem mafsal hemde eyleyici olarak kullanılmıştır. Rijit uzuvlarla uzatılmış KEAP eyleyicilerin seri bağlantı ile bir araya getirilmesi bu manipülatöre uç noktasının konumlandırılması açısından geniş bir çalışma alanı sağlamaktadır. Ayrıca, KEAP eyleyicilerin nispeten kısa olması eyleyicinin bükülme davranışının sabit bir eğrilikte olması açısından avantajlıdır. Tasarlanan manipülatör, mafsal olarak kullanılan KEAP eyleyiciler ve rijit uzuv olarak kullanılan balsa ahşabından yapılma çubuklardan oluşmaktadır. 20x5x5 mm ölçülerdeki organik balsa uzuvlardan her birisi sadece 0,04 gramdır. Bu hafiflik sayesinde yapının KEAP eyleyiciler tarafından hareket ettirilmesi mümkün olmustur. Manipülatörde kullanılan KEAP eyleyicilerin boyutları ise 15x5x0,17 mm'dir. KEAP eyleyiciler ve balsa uzuvlardan oluşturulan manipülatörün şematik gösterimi ve görünümü Şekil 3'te verilmiştir. Çalışmada kullanılan manipülatörün tasarımı, düşük elektrik gerilimiyle çalışılması gereken ve düşük kuvvetlerin uygulanması istenen alanlar düşünülerek yapılmış ve bu doğrultuda imal edilmiştir.



Şekil 3. a) Manipülatörün şematik gösterimi b) Deneysel çalışmalarda kullanılan manipülatör

## IV. İki Uzuvlu KEAP Manipülatörün Kinematik Modelinin Eldesi

Manipülatör benzeri mekanizmaların verilen bir veya daha fazla girdi sonucu sergiledikleri davranışlar kinematik modelleme ile belirlenebilmektedir. Bu çalışmada tasarlanan esnek mafsallı manipülator (Şekil 4), iki uzuvlu ve iki serbestlik dereceli geleneksel bir robotik manipülatörün kinematik modeline benzer şekilde modellenmiştir. Tasarlanan manipülatör KEAP eyleyicilerle tahrik edildiğinden, eyleyicilerin elektrik gerilimine karşılık olarak gösterdikleri bükülme davranışı kinematik modellemede geleneksel manipülatöre göre farklılık oluşturmaktadır. Bu farklılığın nedeni, eyleyicinin bükülme hareketi sırasında rijit uzuvlarda dönmenin yanı sıra öteleme hareketine de neden olmasıdır. Bu bükülme hareketinin, nispeteten kısa eyleyiciler için yaklaşık olarak sabit bir eğriliğe sahip olduğu kabul edilebilmektedir [21]. Yapılan deneylerden elde ettiğimiz tecrübelere göre, KEAP eyleyicilerin yüksek elektrik gerilim girdileri için bu yaklaşım doğruluktan uzaklaşsada düşük gerilimlerde kabul edilebilir sonuçlar göstermiştir. Buna istinaden, rijit uzuv ile uzatılmış bir KEAP eyleyicinin bükülme hareketinin kinematik modelinin eldesi için Şekil 5'teki kavramlardan yararlanılmıştır.





Şekil 5. Rijit uzuv ile uzatılmış bir KEAP eyleyicinin bükülme hareketi ve kinematik model parametreleri

Şekil 5'te KEAP eyleyicinin uç kısmının yönü ile uzvun yönünün birbirine paralel olduğu kabul edilmiştir. Eyleyicinin sabit bir eğrilik ile büküldüğü kabulüyle, KEAP eyleyicinin bükülme açısı ( $\theta_1$ ) ve bununla ilişkili olarak rijit uzvun dönme açısı ( $\delta$ ) geometrik bağıntılar sonucunda aşağıdaki gibi verilebilir.

$$\delta = 2\theta_1 \tag{2}$$

(2)'de verilen bağıntıdan yararlanılarak uzvun uç noktasının koordinatları; 0 eksen takımı için (3) ve (4) kullanılarak belirlenir.

$$X_{U1} = X_{E1} + U * \cos(2\theta_1)$$
 (3)

$$Y_{U1} = Y_{E1} + U * \sin(2\theta_1)$$
 (4)

Şekil 5'te de görüleceği üzere, rijit uzuv ile uzatılmış bir KEAP eyleyici sisteminin uç noktası sadece belirli bir yörünge boyunca konumlandırılabilecektir. Birer rijit uzuv ile uzatılmış iki KEAP eyleyicinin seri bağlantılı olarak kullanılması (Şekil 4) ise, elde edilecek olan manipülatorün uç noktasının, tek uzuvlu sisteme göre geniş bir çalışma alanı içerisinde konumlandırılabilir olmasını sağlayacaktır. Şekil 4'te verilen manipülatörün uç noktasının (Uzuv 2'nin serbest ucu) konumu için gerekli olan kinematik modelin eldesi, uzuv 1 ile benzer olarak Şekil 6 ve Şekil 7'de verilen kavramlar kullanılarak türetilmiştir.



Şekil 6. Esnek mafsallı iki uzuvlu manipülatörün eksen takımları



Şekil 7. İkinci eyleyici-uzuv setinin manipülatörün uç kısmındaki bükülme hareketi ve kinematik model parametreleri

Şekil 7'deki manipülatorun uç noktasının E2 eksen takımına göre konumu (5) ve (6) bağıntıları ile belirlenmiştir.

$$X_{U2} = X_{E2} + U * \cos(2\theta_2)$$
 (5)

$$Y_{U2} = Y_{E2} + U * \sin(2\theta_2)$$
 (6)

Seri bağlı KEAP eyleyici ve uzuvlardan oluşan manipülatörün uç noktasının konumunu 0 eksen takımında belirlemek için ilk eyleyici-uzuv setinin manipülatörün uç noktası üzerinde yapacağı etkiyi de hesaplamalara dahil etmek gerekmektedir. Bu durumda manipülatörün uç noktasının konumu 0 eksen takımında (7) ve (8) bağıntıları ile hesaplanabilir.

$$X_{U2@0} = [(X_{E2} + U^* \cos(2\theta_2))^* \cos(2\theta_1) - (Y_{E2} + U^* \sin(2\theta_2))^* \sin(2\theta_1)] + X_{U2}$$
(7)

$$Y_{U2@0} = [(X_{E2} + U*\cos(2\theta_2))*\sin(2\theta_1) + (Y_{E2} + U*\sin(2\theta_2))*\cos(2\theta_1)] + Y_{U2}$$
(8)

#### V. Deneysel Çalışmalar ve Sonuçlar

Esnek mafsallı iki uzuvlu manipülatörün uç noktasının konum bilgisini elde etmek için kullanılan deney düzeneği Şekil 8'de verilmiştir. Deneylerde yer çekimi etkisini azaltmak amacıyla manipülator yere yatay olarak hizalanmıştır. Mafsal olarak kullanılan KEAP eyleyiciler için uygun elektrik gerilimi sinyali sunucu bilgisayardaki MATLAB Simulink yazılımı ile hazırlanarak hedef bilgisayara, oradan da National Instruments NI-6251 PCI veri toplama (DAQ) kartına bağlı olan National Instruments NI-SC 2345 bağlantı kutusu yardımıyla eyleyicilere aktarılmıştır. KEAP eyleyicilerin bükülmesi sonucunda uzuvlarda meydana gelen hareketi ölçmek amacıyla manipülatörün hareketi video kamerayla kaydedilmiştir. Video analiz yazılımı kullanılarak kaydedilen görüntülerden KEAP eyleyicilerin ve uzuvların uç noktalarının konum bilgileri elde edilmiştir.



Şekil 8. Deney düzeneğinin şematik gösterimi

A. KEAP eyleyici-uzuv setlerinin ayrı ayrı test edilmesi Tasarlanan manipülatör iki adet eyleyici-uzuv setinden oluşmaktır. (2)'de belirtilen bağıntıyı test etmek ve geçerliliğini göstermek amacıyla manipülatörün eyleyiciuzuv setleri ayrı ayrı test edilmiştir. Test amacıyla Şekil 5'te verildiği gibi bir ucu kıskaca sabitlenmiş ve serbest ucu balsa ahşabından yapılma uzuvla uzatılmış olan eyleyiciye kıskaçlar vasıtasıyla elektrik gerilimi uygulanmıştır.

Eyleyicinin bükülme hareketini belirtilen elektrik geriliminde tamamlaması ve denge durumuna gelmesi için 40 saniye boyunca gerilim uygulanmış ve 40.saniyede ölçümler yapılmıştır. Teorik hesaplamalar için kullanılan kinematik bağıntıların her bir eyleyicinin uç noktasının konumu ve bükülme açısı temel alınarak türetildiği önceki kısımlarda bahsedilmişti. Eyleyiciyle ilgili bu bilgilerin elde edilmesi için ise kaydedilen görüntüler kullanılmıştır. Eyleyicinin sabitlendiği nokta 0 (sıfır) kabul edilerek eyleyicinin serbest haldeki uç noktasının X ve Y eksenlerindeki yer değiştirmesi belirlenmiş ve bükülme açısı tan<sup>-1</sup>(Y/X) ile hesaplanmıştır. Eyleyici-uzuv setlerinin (3) ve (4) bağıntılarıyla hesaplanan teorik ve kaydedilen görüntülerden elde edilen deneysel konum verileri Şekil 9'da verilmiştir. Benzer şekilde (2) bağıntısının geçerliliğini göstermek amacıyla setlere ait deneysel açı verileri Şekil 10'da verilmiştir.





18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, Trabzon, 5-7 Temmuz 2017



Şekil 10. Manipülatörde kullanılan eyleyicilerin ve uzuvlarının uç noktalarının açı değerleri

1. ve 2. uzvun uç noktasının konum bilgisini içeren deneysel ve (3)-(4) bağıntılarından elde edilen teorik sonuçları arasındaki fark Tablo 1'de verilmiştir. Elde edilen veriler eyleyici-uzuv setlerinin ayrı ayrı kullanıldığı durumlarda 0,6 V ve altındaki gerilim değerleri için 0,5 mm'den daha az sapma olduğunu göstermiştir. Yani, (3) ve (4) bağıntıları düşük elektrik gerilim değerleri için deneysel veriye yakın sonuçlar vermektedir.

|          | Uzuv 1 | l (mm) | Uzuv 2 | 2 (mm) |
|----------|--------|--------|--------|--------|
| Elektrik | X Y    |        | Х      | Y      |
| gerilimi | ekseni | ekseni | ekseni | ekseni |
| 0,2      | 0,00   | 0,00   | -0,08  | 0,21   |
| 0,4      | 0,09   | 0,27   | -0,08  | 0,25   |
| 0,6      | -0,14  | 0,57   | -0,15  | 0,46   |
| 0,8      | -0,76  | 0,88   | -0,13  | 0,97   |
| 1        | -1,33  | 1,14   | -0,55  | 1,53   |

Tablo 1. Eyleyici-uzuv setlerinden uygulanan elektrik gerilimine bağlı olarak deneysel ve teorik olarak elde edilen konum verileri arasındaki farklar

#### B. Manipülatörden konum ve açı sonuçlarının eldesi

Eyleyici ve uzuvlardan oluşan iki set Şekil 3.a'da görüldüğü gibi birleştirilerek her iki eyleyiciye elektrik gerilimi uygulanmıştır. Birbirine seri halde bağlı bulunan setlerle ilgili ölçümleri yapmak için belirlenen elektrik gerilimi 40 saniye süreyle uygulanmış ve ardından ölçüm yapılmıştır. Her ölçümden sonra eyleyicilere uygulanan gerilim kaldırılarak manipülatörün ilk konumuna dönmesi beklenmiştir. Tablo 2'de belirtilen elektrik gerilim değerleri kullanılarak 5 ölçüm yapılmıştır.

| Deney No | Eyleyici 1 | Eyleyici 2 |
|----------|------------|------------|
| 1        | 0,2 V      | 0,2 V      |
| 2        | 0,4 V      | 0,4 V      |
| 3        | 0,6 V      | 0,6 V      |
| 4        | 0,8 V      | 0,8 V      |
| 5        | 1 V        | 1 V        |

Tablo 2. Manipülatörü oluşturan eyleyicilere uygulanan elektrik gerilimleri

Yapılan ölçümlerden elde edilen verilerin Şekil 9 ve Şekil 10 ile karşılaştırılabilmesi için manipülatörü oluşturan her bir setin değerleri ayrı ayrı verilmiştir. Seri olarak bağlı durumdaki setlerin (3) ve (4) bağıntılarıyla hesaplanan teorik ve kaydedilen görüntülerden elde edilen deneysel konum verileri Şekil 11'de verilmiştir. Benzer şekilde deneysel açı verileri Şekil 12'de verilmiştir.



Şekil 11. Manipülatör formunda (seri) bağlanan eyleyicilerin ve uzuvlarının uç noktalarının X ve Y eksenindeki deneysel ve teorik konumları



Şekil 12. Manipülatör formunda (seri) bağlanan eyleyicilerin ve uzuvlarının uç noktalarının açı değerleri

Manipülatörü oluşturan seri bağlı haldeki iki adet eyleyici-uzuv setinin 0 eksen takımına ait X ve Y eksenlerindeki konum değerleri deneysel ve teorik olarak Şekil 13'te verilmiştir. Uzuv 2'nin deneysel ve teorik konum verileri arasındaki farklar ise Tablo 3'te verilmiştir. Tabloda da daha detaylı görüldüğü üzere (5) ve (6) bağıntıları ile elde edilen sonuçlarla deneysel veri arasındaki fark 0,6 V değerinden sonra 3,8 mm'nin üzerine çıkmaktadır. Tablo 1'de ise aynı gerilim değerinin üzerinde 1 mm'nin üzerinde farklılık ortaya çıkarken uzuvların seri olarak bağlanması sonucunda bu hata artmaktadır.



Şekil 13. Manipülatörü oluşturan eyleyicilerin ve uzuvların 0 eksen takımındaki konum değerleri

|          | Manipülatörün uç noktası (mm) |          |  |  |  |
|----------|-------------------------------|----------|--|--|--|
| Deney No | X ekseni                      | Y ekseni |  |  |  |
| 1        | -0,32                         | -0,37    |  |  |  |
| 2        | -0,58                         | -1,12    |  |  |  |
| 3        | 0,68                          | -1,84    |  |  |  |
| 4        | 0,98                          | -3,69    |  |  |  |
| 5        | 2,32                          | -8,95    |  |  |  |

Tablo 3. Manipülatörün uç noktasının konum bilgisinin deneysel ve teorik sonuçları arasındaki fark

#### VI. İrdeleme

Yapılan bu çalışmada 2 serbestlik dereceli 2 uzuvlu bir manipülatör KEAP eyleyiciler ve balsa ahşabından uzuvlar ile imal edilmiştir. Uzuvların birleşim noktalarında mafsal ve eyleyici olarak kullanılan KEAP eyleyiciler manipülatörün esnek mafsallı olarak sınıflandırılabilmesine imkan vermiştir. Ayrıca, yumuşak robotik mekanizmalarda kullanılması bakımından büyük potansiyel taşıyan KEAP eyleyiciler bu sistemin yumuşak robotik bir sistem olarak değerlendirilmesini de sağlamıştır. Elde edilen sonuçlar, imal edilen manipülatörün 0,6 V altındaki değerlerde ortaya konan kinematik bağıntılarla yüksek oranda uyumlu olduğunu göstermiştir. KEAP eyleyicilere uygulanan elektrik gerilimin artmasıyla eyleyicilerin yapmış olduğu doğrusal olmayan (nonlinear) hareket de artmaktadır. Bunun sonucunda, deneysel ve modelden elde edilen sonuçlar arasındaki fark kinematik bağıntıların elde edilmesi sırasında ihmal edilmiş olan doğrusal olmayan hareket sebebiyle artmaktadır.

İlerleyen çalışmalarda doğrusal olmayan hareketin de dahil edildiği bir kinematik modelle bütün elektrik gerilimi değerlerinde ortaya çıkan hataların azaltılması ve elde edilen yeni kinematik bağıntılarla manipülatörün makro ve mikro konumlama kontrolünün yüksek doğrulukta yapılması amaçlanmaktadır.

## Teşekkür

Çalışmada kullanılan konjuge EAP eyleyicilerin temin edilmesindeki yardımlarından dolayı Wollongong Üniversitesi öğretim üyesi Prof. Dr. Gürsel Alıcı'ya teşekkür ederiz.

#### Kaynakça

- [1] Shirakawa H., Louis E. J., MacDiarmid, A. G., Chiang C. K. ve Heeger A. J., Synthesis of electrically conducting organic polymers: halogen derivatives of polyacetylene, (CH) x Journal of the Chemical Society, Chemical Communications, Royal Society of Chemistry (RSC), 578, 1977.
- [2] Carpi F., Kornbluh R., Sommer-Larsen P. ve Alici G. Electroactive polymer actuators as artificial muscles: are they ready for bioinspired applications? Bioinspir. Biomim., 6(4):045006, 2011.
- [3] Alici G., Spinks G. M., Madden J. D., Wu Y. ve Wallace G. G. Response characterization of electroactive polymers as

mechanical sensors. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 13(2):187–196, 2008.

- [4] Sarban, R., Jones, R. W., Rustighi, E. ve Mace, B. R., Active Vibration Isolation Using a Dielectric Electro-Active Polymer Actuator JSDD. Japan Society of Mechanical Engineers, 5:643-652, 2011.
- [5] Lee, K. K., Munce, N. R., Shoa, T., Charron, L. G., Wright, G. A., Madden, J. D. ve Yang, V. X. Fabrication and characterization of laser-micromachined polypyrrole-based artificial muscle actuated catheters. Sensors and Actuators A: Physical, 153:230-236, 2009.
- [6] McDaid A. J., Haemmerle E., Xie S. Q. ve Aw K. C. Design, Analysis, and Control of a Novel Safe Cell Micromanipulation System With IPMC Actuators. Journal of Mechanical Design, ASME International, 135:061003, 2013.
- [7] Low L-M. Seetharaman, S., He K-Q. ve Madou M. J. Microactuators toward microvalves for responsive controlled drug delivery. Sensors and Actuators B: Chemical, 67:149-160, 2000.
- [8] Wallace G., Smyth M. ve Zhao H. Conducting electroactive polymer-based biosensors. TrAC Trends in Analytical Chemistry , 18:245–251, 1999.
- [9] Bar-Cohen Y. Electroactive Polymer (EAP) Actuators as Artificial Muscles: Reality, Potential, and Challenges. Bellingham WA: SPIE-The International Society for optical Engineering, 2004.
- [10] Carpi F. ve DeRossi D. Electroactive Polymer-Based Devices for e-Textiles in Biomedicine. IEEE Trans. Inform. Technol. Biomed., 9:295–318, 2005.
- [11] Alici G., Spinks G. M., Madden J. D., Wu Y. ve Wallace G. G. Response characterization of electroactive polymers as mechanical sensors. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 13:187-196, 2008.
- [12] Alici G., Devaud V., Renaud P. ve Spinks G. Conducting polymer microactuators operating in air. J. Micromech. Microeng., 19:025017, 2009.
- [13] Alici G. ve Huynh N. N. Predicting force output of trilayer polymer actuators. Sensors and Actuators A: Physical, 132:616-625, 2006.
- [14] Alici G. ve Huynh N. N. Performance Quantification of Conducting Polymer Actuators for Real Applications: A Microgripping System. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 12:73–84, 2007.
- [15] Mutlu R., Alici G. ve Li W. An effective methodology to solve inverse kinematics of electroactive polymer actuators modelled as active and soft robotic structures. Mechanism and Machine Theory, Elsevier BV, 67:94-110, 2013.
- [16] Mutlu, R., Alici, G. ve Li, W. A Soft Mechatronic Microstage Mechanism Based on Electroactive Polymer Actuators IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 21:1467-1478, 2016.
- [17] Manley S., McDaid A., Aw K., Xie S. ve Haemmerle E. Experimental performance and feasibility of a miniature singledegree-of-freedom rotary joint with integrated IPMC actuator. Electroactive Polymer Actuators and Devices (EAPAD) 2009, SPIE-Intl Soc Optical Eng, 2009.
- [18] Must I., Anton M., Kruusmaa M. ve Aabloo A. Linear modeling of elongated bending EAP actuator at large deformations, Electroactive Polymer Actuators and Devices (EAPAD) 2009, SPIE-Intl Soc Optical Eng, 2009
- [19] Hunt A., Punning A., Anton M., Aabloo A. ve Kruusmaa M. A multilink manipulator with IPMC joints. Electroactive Polymer Actuators and Devices (EAPAD) 2008, SPIE-Intl Soc Optical Eng, 2008.
- [20] Madden, J. D. W. Conducting polymer actuators (Doktora Tezi), Massachusetts Institute of Technology, 2000.
- [21] Alici G., Mui B. ve Cook C. Bending modeling and its experimental verification for conducting polymer actuators

dedicated to manipulation applications. Sensors and Actuators A: Physical, 126:396-404, 2006.

# 750 KG YÜK KAPASİTELİ İKİ KARDAN EKSENLİ KAYNAK KONUMLANDIRICI ROBOTUN DİNAMİK ANALİZ DEĞERLENDİRMESİ

M. M. İlman<sup>\*</sup> Dokuz Eylül Üniversitesi İzmir H. Karagülle<sup>\*</sup> Dokuz Eylül Üniversitesi İzmir Ş. Yavuz<sup>\*</sup> Dokuz Eylül Üniversitesi İzmir

Özet— Bu çalışmada 750 kg yük kapasiteli iki kardan eksenli kaynak konumlandırıcı robotun dinamik analizi dikkate alınmıştır. Kaide ve tabla acışının başlangıc ve bitiş değerleri, haraket zamanı, ivmelenme ve yavaşlama zamanı sistemin girdileri olarak belirlenmiştir. Eksenlerin maksimum açısal hızları hesaplanıp, motor hızlarının sınırları aşıp aşmadığı değerlendirilmiştir. Motor torklarının hesabı için SolidWorks ve MatLab SimuLink programları kullanılmıştır. Motorların hız profilleri girdi olarak verilmiştir. Analiz aşamaları anlatılmıştır. Hesaplanan motor torklarının sınırları aşıp aşmadığı kontrol edilmiştir. Farklı durumlar dikkate alınıp, SolidWorks ile Matlab SimuLink'den elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır. Sonuçlar analiz grafikleri ile gösterilmiştir. Tasarımcıların veya kullanıcıların analiz grafiklerini kullanması önerilir.Bu çalışma gerilme ve deformasyonların saptanması amacıyla esnek gövde dinamiği analizi yapılarak geliştirilebilir.

Anahtar kelimeler: dinamik analiz, kaynak konumlandırıcı, bilgisayar destekli analiz

Abstract—The dynamic analysis of two axis gimbal welding positioner with 750 kg loading capacity is considered in this study. Starting and ending values for the pedestal and the table angles, the motion time, the acceleration and deceleration time are given as inputs. The maximum velocities of axes are calculated and evaluated if the limits of the motor velocities are exceeded. SoldWorks and MatLab SimuLink are used to calculate motor torques. The velocity profiles of the motors are given as the inputs. The procedure of the analysis is explained. The calculated motor torques are evaluated if the limits are exceeded. Different cases are considered and the results obtained by SolidWorks and MatLab SimuLink are compared. The results are presented in evaluation charts. It is suggested that the designers or users of mechanisms can use the evaluation charts. The study can be extended to flexible dynamic analysis to evaluate stresses and deformations of the structure.

Keywords: dynamic analysis, welding positioner, computer aided analysis

### I. Giriş

Üretim safhasında en iyi çözümlere ulaşmak için konumlandırıcılar, seri robotlar sınıfına girmeye

\* ilman 92@hotmail.com

hira.karagulle@deu.edu.tr

sahin.yavuz@deu.edu.tr

başlamıştır. Bu tip robotların tasarım aşamasında endüstrinin ihtiyaçlarını karşılamak amacıyla mekanik, elektronik ve programlamanın birleştirildiği mekatronik yaklaşımlar, çeşitli tipte nümerik analiz çözümleri sunmaktadır. Konumlandırıcılardan en iyi yararı sağlamak amacıyla bütünleşik analiz sürecinin yalnızca tasarım aşamasında değil, uygulama aşamasında da kullanılması önerilmektedir.

Bu çalışmada piyasadaki konumlandırıcılar incelenip iki kardan eksenli kaynak konumlandırıcı dikkate alınmıştır. Seçilen bir robot katoloğundan [1], ağırlık bilgisi, temel uzunluk ve genişlik gibi tasarım kriterleri ve çalışma hızı, yük taşıma kapasitesi gibi performans kriterleri referans alınarak yeni bir bilgisayar destekli tasarım oluşturulmuştur. Daha sonra eşik tork değeri ve yatak kuvvetlerinin bilinmesi için rulman ve eyleyici seçimi yapılmıştır. Tasarımın tanımlanan yük ile çalışmaya elverişli olduğu saptandıktan sonra, yük altında çalıştığı anlardaki tork ve yatak kuvvetleri değerleri, rijit gövde dinamiği [2-3] kullanılarak SolidWorks [4] hareket analizi ile hesaplanmıştır. Aynı değerlerin MatLab Simulink Simmechanics [5] programi ile de bulunup doğrulamanın yapılması sağlanmıştır. Çeşitli hız profilleri için analiz diyagramları [6] ile motor ve yatak eşik değerine ne kadar yaklaşıldığı gösterilmiştir. Yapılan çalışmalar sonucu sistemin çalışmaya elverişli olduğu en verimli hız eğrisi bulunmuştur.

#### II. Konumlandırıcı Robotun Modellenmesi

Ticari bir paket program olan SolidWorks ile 750 kg. yük taşıma kapasitesine sahip iki eksenli kaynak konumlandırıcı robotu modellenmiştir. İki eksenli kaynak konumlandırıcı robotun ana montajını meydana getiren ve uzuv adı verilen alt montajlar Şekil 1'deki gibi oluşturulmuştur. Alt montajlarda, birbirine göre bağıl hareket eden parçalara montaj ilişkisi verilir. Böylece SolidWorks programı birbirine göre bağıl hareket eden parçalar arasına döner bağ tanımlamasını yapar.Tüm sisteme ait dinamik analizde kullanılan tüm özellikler Tablo 1'de gösterilmiştir. Uzuvlar sırasıyla tabla, kaide ve alt kaideden oluşur.



a) sistem b) birinci uzuv, c) ikinci uzuv, d) üçüncü uzuv.

Şekil-1'de belirtilen noktalar, **O**; genel koordinatın bulunduğu nokta, **A**<sub>1</sub>; birinci uzuv üzerindeki **A** noktası, **A**<sub>2</sub>; ikinci uzuv üzerindeki **A** noktası, B<sub>2</sub>; ikinci uzuv üzerindeki B noktası, B<sub>3</sub>; üçüncü uzuv üzerindeki B noktasıdır.

| Tanım  | Değer  | Tanım                                  | Değer   |  |
|--|--|--|---|--|
| Elastisite Modülü  | $E_2 = E_3 = 200 \text{ GPa}$  | Yoğunluk                               | $\rho_2 = \rho_3 = 7900 \text{ kg/m}^3$   |  |
| Zaman Aralığı  | $\Delta t = 0.01 \text{ s}$  | Uzuv-1 Boy                             | L <sub>1</sub> = 761.8 mm   |  |
| Uzuv-2 Boyu  | L <sub>2</sub> = 1225.5 mm   | Uzuv-3 Boyu                            | L <sub>3</sub> = 552 mm   |  |
| Saç Kalınlığı  | t = 13 mm  | Uzuv-3 Çapı                            | d = 709.2 mm  |  |
| Uzuv-1 ve Uzuv-2 için<br>Dikdörtgen Kesit<br>Uzunlukları | b = 180 mm<br>h = 280 mm   | Uzuv-1 Kütlesi                         | m <sub>1</sub> = 178.209 kg   |  |
| Uuzv-2 Kütlesi   | m <sub>2</sub> = 199.218 kg  | Uzuv-3 Kütlesi                         | m <sub>3</sub> = 123.188 kg   |  |
| Uzuv-1 Kütle Atalet<br>Momenti Matrisi                   | $I_{1} = \begin{bmatrix} 8.8699 & 3.1124 & -0.3298 \\ 3.1124 & 8.3296 & -0.3711 \\ -0.3298 & -0.3711 & 13.0064 \end{bmatrix} \text{ kg.m}^{2}$ | Uzuv-2 Kütle Atalet<br>Momenti Matrisi | $I_2 = \begin{bmatrix} 5.9790 & 0.3518 & 0.1925 \\ 0.3518 & 15.8738 & -0.4713 \\ 0.1925 & -0.4713 & 17.2625 \end{bmatrix} kg.m^2$ |  |
| Uzuv-3 Kütle Atalet<br>Momenti Matrisi                   | $I_{3} = \begin{bmatrix} 4.0305 & 0 & 0\\ 0 & 6.4258 & 0\\ 0 & 0 & 4.0305 \end{bmatrix} kg.m^{2}$  |  |   |  |
| Motor Kütlesi m <sub>M =</sub> 24.67 kg                  |  | Redüktör Kütlesi                       | m <sub>R=</sub> 53.92 kg  |  |
| Yükün Kütlesi  | m <sub>L=</sub> 750 kg   | Yükün Kütle Atalet<br>Momenti Matrisi  | $I_{L} = \begin{bmatrix} 26.0139 & 0 & 0\\ 0 & 26.0139 & 0\\ 0 & 0 & 26.0139 \end{bmatrix} kg.m^{2}$                              |  |

TABLO 1. Sistem özellikleri

Robotun pozisyonu, kaide ve tabla açılarının başlangıç ve bitiş değerlerine göre belirlenir. Motorlar ile sağlanacak mutlak yerdeğiştirmeyi bulmak için döner mafsallar üzerindeki noktalar esas alınmış ve bu noktalardaki yerel eksenler arası değişimler hesaplanarak uzuvların açısal yerdeğiştirmesi hesaplanmıştır (Şekil 2).



ŞEKİL 2. Hız profili için belirlenen hareketin ilk ve son konumları ile belirlenmiş noktalar üzerinden açısal yerdeğiştirmenin gösterilmesi a) Hareketin başlangıç konumu ve yerel koordinatlar, b) Hareketin bitiş konumu ve yerel koordinatlar, c) İkinci uzvun açısal yerdeğiştirmesinin gösterimi, d) üçüncü uzvun açısal yerdeğiştirmesinin gösterimi

Şekil-2'de belirtilen noktalar, A<sub>2</sub>; başlangıç konumu için A noktasının **ikinci uzuv** üzerindeki yeri, A<sub>2</sub>'; bitiş konumu için A noktasının ikinci uzuv üzerindeki yeri,  $X_{A_{2'}}$ ; bitiş konumu için A noktasının **ikinci uzuv**daki yerel koordinatının X eksenidir.

B ve B' noktalarının konumlarının [metre] O'daki global koordinata göre gösterimi;

$$q_{P_B} = [x_B, y_B, z_B] = [0.667, 0.777, -0.038]$$
 (1)

$$q_{P_{B'}} = [x_{B'}, y_{B'}, z_{B'}] = [0.570, 0.944, -0.038]$$
 (2)

Başlangıç ve bitiş konumları için ikinci ve üçüncü uzvun lokal X eksenlerinin bağıl yerdeğiştirmeleri;

$$\Delta \theta_2 = \left[ \theta_{(X_{2_{\mathbf{A}'}} - X_{1_{\mathbf{A}'}})} \right] = \left[ 180^\circ \right] \tag{3}$$

$$\Delta \theta_3 = [\theta_{(X_{3_{\mathbf{R}'}} - X_{2_{\mathbf{R}'}})}] = [360^{\circ}]$$
<sup>(4)</sup>

Başlangıç ve bitiş konumları uzuv-2 ve 3'ün açısal yerdeğiştirmesi;

 $\mathbf{q}_{\Delta\Theta} = \begin{bmatrix} \Delta \Theta_2 & \Delta \Theta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 180^{\circ}, 360^{\circ} \end{bmatrix}$ (5)

Denklem 1-5 ile robotun, hareketi gerçekleştirmesi için uzuvların yapması gereken açısal yerdeğiştirmeler hesaplanmıştır. Hareketin gerçekleştirilmesi için döner mafsalları tahrik edecek olan motorlara verilmek için üç farklı hız profili oluşturulmuştur (Tablo 2). Hız profillerinin trapezoidal (rampa artıp azalan) olmasına karar verilmiştir. Hız profili parametreleri;

$$t = [t_m, t_a, t_d], V_M$$
(6)  
Burada  $t_m$ : hareket zamanı,  $t_a$ : ivmelenme zamanı,  $t_d$ :  
yavaşlama zamanı,  $V_M$ : en yüksek açısal hız.





ŞEKİL 3. SolidWorks hareket analizi için motorlara tanımlanan a) hız [derece/s], b) ivme [derece/s<sup>2</sup>] grafikleri

Karşılaştırılma işlemi için kullanılan diğer bir paket program da MatLab programının alt programı olan SimuLink programının fiziksel modellemeye imkan sağlayan bir kütüphanesi olarak çalışan SimMechanics programıdır.

Sadece rijit gövde dinamiğini kullanarak analiz yapılabilen programda fiziksel bloklar içinde kütle ve atalet matrisleriyle birlikte yoğunluk bilgisi kullanılır. Fiziksel bloklar uzuvlara ek olarak yük için ve zemin için de hazırlanır. Sınır koşullarını sağlamak için oluşturulan zemin parçası zemin bloğuna ve oradan da çevre bloğuna bağlanarak modellenmiş olur. Sabitlenecek olan uzuv-1 olduğundan zemin parçaya bağlanmıştır. Programda bloklar birbirlerine mafsal (bağ) blokları ile bağlanır. Sabit olan ilişkiler için kullanılan kaynak bağlantısı; yük ile uzuv-3 arasında ve zemin parçayla uzuv-1 arasında tanımlanmıştır. Serbestlik derecelerini modellemek içinse döner mafsal bağlantısı uzuv-1 ile uzuv-2 ve uzuv-2 ile uzuv-3 arasında tanımlanmıştır. Böylece SimMechanics ile robotun modellemesi tamamlanmış olur. (Şekil 4)



ŞEKİL 4. SimMechanics fiziksel blokları ile konumlandırıcının modellenmesi.

Modelleme tamamlandıktan sonra mafsalları tahrik etmek için kullanılacak motorları modellemek mafsal bloklarından ikişer çıkış daha alınır. Bu çıkışlardan biri mafsal eyleyicisi görevi gören bloğa, diğeri de mafsal algılayıcı görevi gören bloğa bağlanır. Eyleyici için girdi bloğu, algılayıcı içinse çıktı bloğu kullanılır. (Şekil 5)



ŞEKİL 5. SimMechanics döner mafsal elemanları ile tahrik edilmesi ve sonuçların izlenmesi.

Simmechanics yoluyla eyleyici için hız, ivme ve konum girdileri beraber verilmelidir. Bunun için hız profili oluşturulduktan sonra ivmesi ve türevi alınarak konum ve ivme verileri de türetilmiş olur. Hız profilinin trapezoidal yapısını modellemek amacıyla dört adet rampa girdi kullanılmaktadır. (Tablo 3)

| 18. | Ulusal Makina | Teorisi | Sempozyumu, | Trabzon, 5 | -7 Temmuz | 2017 |
|-----|---------------|---------|-------------|------------|-----------|------|
|-----|---------------|---------|-------------|------------|-----------|------|

| Rampa<br>Sinyali No | Başlangıç<br>Zamanı | Eğimi    | İlk Değeri |  |
|---------------------|---------------------|----------|------------|--|
| 1                   | 0                   | Vm / ta  | 0          |  |
| 2                   | ta                  | -Vm / ta | -Vm        |  |
| 3                   | tm-td               | -Vm / td | Vm         |  |
| 4                   | tm                  | -Vm / td | 0          |  |

TABLO 3. Hız sinyali üretmek için rampa girdi parametreleri

Hız profili için parametreler hazırlandıktan sonra eyleyici girdisi bloğunun içindeki hız profili gözlemleyicisi ile girdilerin kontrolü yapılabilir (Şekil 6).

Tüm analizin başta belirlenen dört hız profili parametresine bağlı olması sayesinde matlab yardımıyla parametrik analiz yapılabilmekte ve sonuçlar algılayıcı çıktısı bloğundaki (Şekil 5) aktarıcılar sayesinde MatLab ortamına döndürülebilmekte, bu sayede simmechanics programı bir kere hazırlandıktan sonra sadece matlab komut penceresi kullanılarak diyagramlar çizdirilebilmektedir. (Dosya 1)





ŞEKİL 6. SimMechanics döner mafsal elemanın mafsal eyleyicisi ile ile tahrik edilmesi. a) Eyleyici girdisi bloğunun iç yapısı ve hız profilinin oluşturulması, b) oluşturulan hız profilinin gözlemlenmesi.

## III. Robotun Dinamik Analizi

Robotun sınır koşulları ve trapezoidal hız girdileri verildikten sonra rijit gövde dinamiğinden yararlanılarak sistemin dinamik analizi belirlenen üç durum için de yapılmıştır. Analizlerin sonucunda çıktı olarak motorun maksimum hız değerleri, gövdelerdeki rulmanlara etkiyen radyal kuvvet değerleri ve motorların hareketi gerçekleştirmesi için üretmesi gereken tork değerleri alınmıştır. Şekil 7'de durum-1 için SolidWorks ve SimMechanics tarafından uzuv-1'deki motorun üretmesi gereken tork değerleri karşılaştırılmış ve iki programın sonuçlarının uyumlu olduğu gözlemlenmiştir.



ŞEKİL 7. SimMechanics ve SolidWorks tork cevaplarının karşılaştırılması. a) Kaide eyleyicisi için, b) Tabla eyleyicisi için.

Yapılan analizlerin sonucunda çıkan verilerin yorumlanabilmesi için robotun kapasitesinin bilinmesi şarttır. Bunun için sistem için gerekli mekanik sınır değerlerini belirlemek için servo motor (Tablo 4), redüktör (Tablo 5) ve rulman seçimi yapılmıştır. Rulman seçimi [7] yapıldıktan sonra 32016 X/Q kodlu rulmanda limit dinamik yük değeri 138 kN olarak bulunmuştur. Motorun limit tork değeri ise seçilen redüktörün çevrim oranı, servo motorun devri ve güç değeri üzerinden hesaplanmıştır. (Denklem 7-9)

| Motor         | Güç [kW]         | Tork [Nm]                                   | Devir [d/d]       | Ağırlık [kg]                        | Gövde Uzunlukları |
|---------------|------------------|---|-------------------|-------------------------------------|-------------------|
| WIOTOI        | 1.9              | 19  | 1000              | 26                                  | [mm]              |
| 180ST -M19010 | Nominal Akım [A] | Rotor Kütle Ataleti<br>[kgcm <sup>2</sup> ] | Zaman Sabiti [ms] | Çalışma Sıcaklığı [ <sup>0</sup> C] | A = 206           |
|               | 7.6              | 77.5  | 21.4              | $-20 \sim 50$                       | B = 258           |

| TABLO 4. | Servo | motor | özellikler | tablosu. | [8] |
|----------|-------|-------|------------|----------|-----|
|----------|-------|-------|------------|----------|-----|

| Redüktör          | Max. Eksen<br>Fa [k] | el Kuvvet<br>N] | Max. Radyal Kuvvet Max. Devir Ağırlık<br>Fr [kN] [d/d] [kg] Max. Eğilr |        | ğırlık<br>[kg] Max. Eğilme Torku [kNm |      | Oran     |        |      |
|-------------------|----------------------|-----------------|--|--------|---------------------------------------|------|----------|--------|------|
| DYNASET 110<br>90 | Redüktör             | Sistem          | Redüktör   | Sistem | 1000                                  | 51.7 | Redüktör | Sistem | 1.90 |
|                   | 16                   | 11.645          | 21.5   | 5.579  | 1000                                  | 51.7 | 3.9      | 1.6331 | 1.90 |

TABLO 5. Redüktör özellikler tablosu. [9]

Servo motora bağlı 1:90 (R) çevrim oranına sahip redüktör için tork hesabı Denklem 7-9 arasında verilmiştir.

İndirgenmiş Hız : 
$$\mathbf{N} = 1000 \text{xR} \left( [d/d] \text{x} [\text{Redüktör Oranı}] \right) = 1000 \text{x} \frac{1}{90} = 11.11 \text{ d/d}$$
 (7)

İndirgenmiş Açısal Hız: 
$$\mathbf{w} = \frac{2\pi}{60} (11.11 \text{ d/d}) = 1.1634 \text{ rad/s}$$
 (8)

Redüktör Torku: 
$$\mathbf{T} = \frac{P}{\mathbf{w}} \left( \frac{[W]}{[rad/s]} \right) = \frac{2000 W}{1.1634 rad/s} = 1633.1 Nm$$
 (9)

Analiz sonucunu rahat yorumlayabilmek için bulunan motor torkları ve yatak kuvvetleri değerlendirilerek, katalogdan seçilen ürünler için sınır değerlerine olan oranlarını gösteren analiz grafikleri oluşturulur. Böylece robotun hareketi istenen hız profili ile gerçekleştirirken nasıl bir performans sergileyeceği veya gerçekleştirip gerçekleştiremeyeceği hakkında bilgi sahibi olunur. Analiz grafiğinde bar grafiği yöntemi kullanılmıştır. Y ekseninde parametreler, X ekseninde ise oranlar vardır. Eğer parametredeki en yüksek değerin limit değere oranı %50'den düşükse değer yeşil bar olarak gözükür. %50 ile %100 arasında ise sarı bar olur ve bu dikkat edilmesi gerektiğine işaret eder. Ancak parametre %100 veya daha yukarısı olursa bar kırmızı renk alır ve bu hız profilinin robota uygun olmadığını gösterir.



ŞEKİL 8. Durum-1 için verilen hız profili ile Analiz grafiği

| Parametre Açıklama             |   | Birim | Sistemin<br>Hesaplanmış<br>En Yüksek<br>Değeri | Sistemin<br>Limit<br>Değeri | Yüzde    |
|--------------------------------|---|-------|--|-----------------------------|----------|
| Uzuv-2 Motor Torku             | Uzuv-2 tarafından Uzuv-1'e ait motora bindirilen tork                 | [Nm]  | 228.922  | 1633.1000                   | 14.0176  |
| Uzuv-3 Motor Torku             | Uzuv-3 tarafından Uzuv-2'ye ait motora bindirilen tork                | [Nm]  | 127.391  | 1633.1000                   | 7.8005   |
| Uzuv-2 Açısal Hız              | Uzuv-2'ye ait açısal hız  | [d/d] | 15.000   | 11.1100                     | 135.0135 |
| Uzuv-3 Açısal Hız              | Uzuv-3'e ait açısal hız   | [d/d] | 30.000   | 11.1100                     | 270.0270 |
| Uzuv-2 Radyal Yatak<br>Kuvveti | Uzuv-2 tarafından Uzuv-1'e ait rulmanlara gelen radyal yatak kuvveti  | [N]   | 10.543   | 138.0000                    | 7.6399   |
| Uzuv-3 Radyal Yatak<br>Kuvveti | Uzuv-3 tarafından Uzuv-2'ye ait rulmanlara gelen radyal yatak kuvveti | [N]   | 8.711  | 138.0000                    | 6.3125   |

TABLO 6. Durum-1 için verilen hız profili ile Analiz grafiği tablosu.

Şekil 8' de Durum-1 için verilen trapez hız eğrisi parametrelerine göre, motor torkları ve yatak kuvvetleri sırasıyla %14, %7.8, %7.6 ve %6.3 oranlarında zorlanmasına rağmen, hız değerleri motorların katalogda verilen hız değerlerini aştığı için sisteme uygun değildir.

Dolayısıyla hızların düşürülmesi gerekmektedir. Grafiğin daha iyi anlaşılabilmesi için örnek olarak 1. Grafiğin tablosu oluşturulmuş tüm değerler ve parametrelerin açıklamaları Tablo 6'da verilmiştir.

Benzer analizler Durum-2 ve Durum-3 için Tablo 2'de verilen hız parametresi değerlerine göre gerçekleştirilmiştir. Elde edilen analiz grafikleri Şekil 9 ve Şekil 10'da gösterilmiştir.



ŞEKİL 9. Durum-2 için verilen hız profili ile Analiz grafiği.



ŞEKİL 10. Durum-3 için verilen hız profili ile Analiz grafiği.

Şekil 9'da verilen Durum-2 için analiz grafiğinde yatak kuvvetleri sırasıyla %7.7 ve %6.6 oranında olduğu görülmüştür. Verilen hız parametrelerine göre yataklarda zorlanma olmadığı gözükse de, motor torkları sınır değerleri aştığı için istenen hareket verilen hız eğrisi parametrelerine göre uygun değildir. Durum-3 için Şekil 10'da elde edilen analiz grafiğine bakıldığında ise, motor torkları ve yatak kuvvetleri sırasıyla %18.5, %14.18, %7.6 ve %6.2 oranında hesaplanmıştır ve hiç bir parametre %100 sınırına erişmediğinden istenilen hareket için verilen hız parametrelerinin uygun olduğu anlaşılmıştır.

#### **IV. Sonuçlar**

Çok eksenli robotlar bilgisayar destekli tasarım ve analiz programları sayesinde tasarlanıp analiz edilebilirler. Bu çalışmada 750 kg yük kapasiteli iki kardan eksenli kaynak konumlandırıcı robotun dinamik analizi dikkate alınmıştır.

Kaynak konumlandırıcı, SolidWorks ve Simmechanics programlarında modellenmiştir. Girdi olarak kaide ve tabla açılarının başlangıç ve bitiş değerleri verilerek, bu değerlere karşılık gelen trapez hız eğrisi ivmelenme zamanı, yavaşlama zamanı ve hareket süresine göre hesaplanmıştır. SolidWorks ve Simmechanics programlarında hareket analizi gerçekleştirilip, zamana bağlı motor hızları, motor torkları ve yatak kuvvetleri elde edilerek, analiz grafikleri değerlendirilmiştir.

Örnek olarak verilen üç hız eğrisinden üç durum için analiz grafikleri incelenmiş ve istenilen hareket için katalog değerlerine göre seçilen motor ve rulmanların hangi durum için en uygun olduğuna karar verilmiştir.

Analiz grafiği sayesinde sistem cevabı hakkında çok daha kolay yorum yapılabilmektedir. Gelecek çalışmalarda, rijit gövde dinamiğini kullanan bu çalışmaya esnek gövde dinamiği [10] ve sonlu elemanlar teoremi de dahil edilerek sistemin yapısal zorlanmaları da hesaba katılabilir. Analiz grafiğinde ek olarak gerilme, deformasyon gibi parametreler kullanılabilir. Harekete durağan kısım eklenerek robotun hareket sonundaki artık titreşim cevabı incelenebilir ve kontrol uygulanarak oluşan titreşimler azaltılabilir. Bu gibi veriler robotların hassasiyetini doğrudan etkilemektedir.

MatLab ile tamamen parametrik olarak oluşturulan analiz grafiği ticari bir arayüz oluşturulmasına da imkan tanımaktadır. Oluşturulan arayüz [11] ile robot kullanıcılarının üretim sürecinde kolay ve hızlı bir biçimde optimizasyon yapması ve kullandıkları robottan maksimum verim almalarının sağlanabileceği öngörülmektedir.

## Teşekkür

Bu çalışma, yüksek lisans tezi ve BLM Mekatronik firmasının DEPARK'ta yürüttüğü BLM-M-5-WP-3 nolu proje ile ilgili olup, ileride ticari ürüne dönüşebilecek endüstriyel uygulamaya yönelik verilen konu desteği için teşekkür ederiz.

#### Kaynakça

 Irco Automation Inc. 2 Axis Gimbal Positioners https://www.ircoautomation.com/products/welding-positioners/2axis-gimbal-positioners/, erişim tarihi 10.02.2017

- [2] Ş. Yavuz, "Trajectory Planning of a Six Axis Serial Robot Based on Dynamic Analysis", Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi Temmuz 2012.
- [3] ANSYS Rigid Body Dynamics, Release 6.2, 4 Volumes, 15 Mart 2016.
- [4] SolidWorks Software, SolidWorks, Inc., (www.solidworks.com) erişim tarihi 29.03.2017
- [5] The MathWorks Inc. Simulation and model based design https://www.mathworks.com/help/physmod/smlink/ref/linking-andunlinking-simmechanics-link-software-with-solidworks.html erişim tarihi 10.02.2017
- [6] A. Amindari, "Evaluation of the Strength of a Three Axis Serial Robot Performing a Task by Integrated Dynamic Analysis", Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eyül Üniversitesi, Haziran 2012.
- [7] SKF catalogue, Tapered Roller Bearings, Single Row with designation 32016 X/Q.
- [8] ZHONG HUA JIANG Catalogue, Servo Motor with Designation 180ST - M19010.
- [9] DYNABOX Catalogue, Reducer with Designation DYNASET 110 90.
- [10] H. Karagülle ve S. Orhan, "Effect of Flexibility on Trajectories of Manipulators" Proceedings of Fourth International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision; 553-557, 3-6 Kasım 1996.
- [11] Ş. Yavuz, H. Karagülle, L. Malgaca ve M. Akdağ, "Altı Eksenli bir Robotun Haraket Kontrolünün Solidworks ile Bütünleştirilmesi", 16. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, Erzurum, 288-295, 12-13 Eylül 2013.

## BEŞ PARMAKLI PROTEZ KTÜ EL

A. ARI<sup>\*</sup> L. Gümüşel<sup>†</sup> Karadeniz Teknik Üniversitesi Karadeniz Teknik Üniversitesi I Trabzon Trabzon

M. Karagöl<sup>1</sup> Karadeniz Teknik Üniversitesi Trabzon

Özet—Mekanik el sistemleri, gelismeve devam eden teknolojilerdir. Bu gelişmeler enerji, esneklik, hız gibi değişkenlerin iyileştirilmesi ya da tutucunun (Endeffector) yeniden tasarlanarak geliştirilmesi şeklinde olabilmektedir. Robotlarda kullanılan birçok tutucu çeşidi vardır. Bazı durumlarda bu tutucular yeterli olamamaktadır. Bu durumlar, yeni tutucuların geliştirilmesine neden olur. İleri teknolojiye sahip olması istenen yeni tutucular geliştirilirken yapılacak değişikliklerde yeterli hareket, esneklik ve iş yapabilme yeteneklerine sahip olan canlılar örnek olarak KTÜ alınmaktadır. Bu çalışmada, elolarak adlandırdığımız robot el, seri manipülatör yapısındadır ve beş parmaklı olarak tasarlanmıştır. Tasarlanan robot elin arduino kontrol sistemi kullanılarak kodu yazılan melodiyi piyano ve org benzeri bir müzik aletinde çalması hedeflenmiştir. Robot eli dört parmak ve bir başparmaktan oluşmaktadır. Parmaklar üç, başparmak bir serbestlik derecesine sahiptir. Güç iletim mekanizması, triger kayışı ve dişli kasnak, mikro servo motorla tahrik edilmektedir. Robot el, 3d yazıcıda abs plastik malzemesinden üretilmiştir. El, tasarladığımız sistemde adım motoru kullanılarak sabit eksende hareket edebilmekte ve bu sayede piyanoda istediğimiz tuşa basabilmektedir. Adım motoru ve mikro servo motoru arduino mega kullanılarak kontrol edilmektedir.

## Anahtar Kelimeler: KTÜ El, piyano, robot el

Abstract—Mechanical hand systems, are among the developing technologies. These developments can be the improvement of variables such as energy, flexibility, speed, or the redesign of the end-effector. There are many kinds of end-effectors used in robotic technologies. In some cases, these effectors may not be sufficient. These situations lead to the development of new endeffectors. During changes when new end-effectors with high technologies are intended to develop, animates having ability to move and to work and also having flexibility are taken for example. In this study, robot hand called as KTÜ Hand is designed to have five fingers and structured as serial manipulator. Robot hand is designed to play the melody having programmed code by using arduino control system. Designed robot hand includes one thumb and four fingers. Fingers consist of three degree of flexibility (dof) and thumb consist of one dof. Power transmission mechanism, trigger belt and gear

\*a.ari.33@gmail.com,

†gumusel@ktu.edu.tr,

1 mehmet\_2karagol@hotmail.com

pulley are actuated by micro servo motors. KTÜ Robot Hand is produced by 3d printer through using abs plastic material. In our designed system, KTÜ Robot Hand is actuated in linear axe by using step servo motor. And thus it is able to press the piano key. Step servo motors and micro servo motors are actually controlled by using arduino mega.

Key Words: KTÜ Hand, piano, Robot Hand

## I. Giriş

70'lerden bu yana teknolojinin hızla gelişmesiyle robot eli (tutucu) üzerine mühendislik çalışmalarında ciddi düzeyde gelişme olmuştur.

Robot eli birçok alanda kullanılmaktadır. Birçok prototip çalışmaları yapılmaktadır. Birçok alanda olduğu gibi bu çalışmalarda da canlılar örnek alınmasıyla çok daha verimli çalışmalar ortaya çıkmaktadır.

Özel işler için tasarlanan robotlardan, çok amaçlı robotlara geçilirken birçok konuda olduğu gibi robot tutucu tasarımlarıyla da ilgili çeşitli çalışmalar yapılmaktadır. İnsanların, çoğu işlerini elleriyle yapabildikleri düşünülürse, insan gücünün yerini alan robotların tutucularının da insan eli kadar hünerli ve uyumlu olması gerekmektedir. Bu nedenle konuyla ilgili yapılan çalışmalarda insan elinin yapısına benzeyen ve fonksiyonunu yerine getiren robot tutucu tasarımları gerçekleştirilmektedir. Ancak, insan eline benzetilerek tasarlanan ilk robot eller oldukça karmaşık yapılı ve yüksek maliyetli olmuştur [1].

"İnsan eline benzer çok parmaklı robot el ile nesne kavrama konusu robotik araştırmacılar için önemli sorunların başında gelmektedir. Robotların karmaşık yapıdaki kinematik ve dinamik özellikleri, nesnelerin birden fazla alternatif ile kavranabilmesi, parmaklar tarafından uygulanacak kuvvet ve momentin nesneye zarar vermeden en uygun olarak hesaplanması, konuya araştırmacıların farklı açılardan bakmalarına neden olmaktadır [2]."

Robot el ile nesne kavrama problemi üç ana çatıdan oluşmaktadır:

İlk aşamada, kavratılacak olan nesnenin tanınması gerekmektedir. Bu durumda, nesnenin şekil ve boyutu gibi öznitelikleri algılayıcılar tarafından elde edilip belirlenmesi gerekmektedir. İkinci aşamada, belirli bir amaç ile nesneyi kavramak için robot, tanımlanan nesnin kinematik özelliklerine bağlı olarak ters kinematik yöntemi kullanarak uzanabilmelidir. Son aşamada da

nesneye zarar vermeden belirli bir kuvvet ve moment uygulayarak nesneyi parmakların arasından düşürmeden kavrama işlemini başarıyla gerçekleştirebilmelidir [2].

## Robot Eli Kullanım Amaçları

Mekanik el, bir robotun verilen görevi gerçekleştiren ve iş parçasıyla temasta olan kısmıdır. Mekanik el, kısaca işlemi tamamlayan araçtır. Bir mekanik elin kullanılma amacı, robotlardan beklenen işlemlerin en iyi şekilde yapılmasını sağlamaktır. Robotlar, insanlar için tehlikeli olan çalışma ortamlarında, tekrarlanan çalışma döngülerinde, tutarlılık ve doğruluğun önemli olduğu yerlerde, insanlar için zor ve ağır olan işlerde, çok vardiyalı çalışmalarda, işlemlerde insanın yerini doldurmak amacıyla kullanılır ve mekanik el bütün bu işlemlerin yapılmasını sağlar [3].

#### II. Genel Düşünce ve Analiz

### Tasarım

Tasarlanacak robot ele piyona çaldırmak hedeflenmektedir. Beş parmaklı olup x ekseni etrafında hareket edebilmektedir. Şekil 1'de görüldüğü gibi seri manipülatör yapısı izlenmektedir. Her parmak için üç eklem ve başparmak için bir eklem olarak tasarlandı.



Şekil 1. X Ekseninde Döner Eklem

Her parmak için bir servo motor kullanılacak, hareketin daha hassas olması için kayış kasnak sistemiyle güç iletimi sağlanacaktır.

## Serbestlik Derecesi

Mekanizmanın serbestlik derecesi şu parametreler bağlıdır;

$$\begin{split} & F = \lambda(l-j-1) + \sum_{i=1}^{j} f_i \\ & F = Mekanizma serbestlik derecesi \\ & \lambda = Düzlemsel mekanizmalar için 3 \\ & l = Mekanizmadaki uzuv sayısı (sabit uzuv dahil) \\ & j = Mekanizmadaki mafsal sayısı \\ & f_i = Mafsalın serbestlik derecesi \\ & \lambda(l-1) = Serbest uzuvların serbestlik derecesi \\ & Bir mafsal (\lambda - f_i) kadar hareket serbestliğini önler. \\ & j mafsal ile toplam sınırlama \\ & \sum_{i=1}^{j} (\lambda - f_i) = \lambda_i - \sum_{i=1}^{j} f_i \qquad (1) \\ & F = Serbest uzuvların serbestlik derecesi – Mafsalların getirdiği sınırlamalar \end{split}$$

$$\begin{split} \mathrm{F} &= \lambda(l-1) \cdot (\lambda_{j} - \sum_{i=1}^{j} \mathrm{f}_{i}) = \lambda(l-j-1) + \sum_{i=1}^{j} \mathrm{f}_{i} & (2) \\ \mathrm{Basparmakla diğer parmakların eklem sayısı farklı olduğu için serbestlik derecesi ayrı hesaplanır Parmak için; \\ \lambda = 3, l = 4, j = 3 \mathrm{f}_{i} için i = 1, 2, 3 \\ \mathrm{Buradan,} & \mathrm{F} = 3(4-3-1)+3 = \mathbf{3} & (3) \\ \mathrm{Basparmak için;} & \lambda = 3, l = 3, j = 2 \mathrm{f}_{i} için i = 1 \\ \mathrm{F} = 3(4-3-1)+1 = \mathbf{1} & (4) \end{split}$$

## Tahrik Mekanizması

Her tahrik iletim mekanizmasında, motor sayısı, mekanizmanın serbestlik derecesine eşit veya daha fazla olması gerekir. F veya F+1 kadar güç iletimi sağlayacak motor kullanılması gerekir. Fakat tasarımda yer kısıtlığı nedeniyle bir motor kullanılmaktadır. Bu sistemler eksik hareketli sistem olarak adlandırılmaktadır. Bir motorla üç eklem beraber ve aynı açıda döndürülmektedir [4].

## Parmak Tasarımı

Robot elin sorunsuz ve verimli çalışması için fiziksel şartların yanı sıra robot elin amacına uygun tasarım ve ona göre gerekli hesapların yapılması gereklidir. Tasarlayacağımız elin asıl amacı piyona çaldırmak olduğu için parmaklar piyona tuşlarına yeterli kuvvet uygulamalıdır. Piyano tuşunun yer değiştirmesi için 1N değerinde kuvvet gerekmektedir [5].



Bağlantılar arasında sürtünmeden dolayı motor tam verimli çalışmayacaktır. Bu yüzden motorun ürettiği gücü hesaplarken eklemlerde ve diğer faktörlerden dolayı yaklaşık %20 kayıp değerinin de dikkate alınması gerekmektedir. Parmak y doğrultusunda 1N kuvvet uygulayabilmeli ve piyona tuşlarını deforme uğratmayacak değerlerde olmalıdır; seçtiğimiz motorun ürettiği güç yeterli olmaktadır. Şekil 2'de görüldüğü gibi θ açısı 60° olduğunda KTÜ el parmakları piyano tuşuna basabilmektedir.

#### Donanım Seçimi

Motor seçimi yaparken dikkat edilmesi gereken en önemli özellik motorun uygulayacağı tork değeridir. Tasarlanan el için mikro servo motor (SG90) seçildi. Bu motorun zorlanma (Stall) torku 6V'da 1,3 kg-cm olarak verilmektedir. Bu değer 127 N.mm karşılık gelmektedir. Motorun şaftına bağlı kasnağın yarıçapı 7mm, motordan elde ettiğimiz kuvvet, torkun, kasnağın yarıçapına bölünmesinden elde etlir. Buna göre:

 $F=T/r_{k}=127 \text{ Nmm}/7\text{mm}=18.14 \text{ N}$ (5) değerindedir.

Motor sürtünmelerden ve diğer faktörlerden dolayı tam verimli çalışamayacaktır, literatürde genel yaklaşım %20 kayıp olduğu kabulüdür. Bu durumda;

F<sub>net</sub>=18.14×0.80=14.5 N (6) degerindedir.

Parmağın konumu dolayısıyla maksimum 60 derece açıyla piyanoya basması gerekmektedir. Y eksenindeki kuvveti hesaplayarak piyano tuşuna uygulayacağı net kuvvet aşağıda verilmektedir.

 $F_v = F \times \cos 60 = 14.5 \text{ N} \times \cos 60 = 7.25 \text{ N}$  (7)

Elde ettiğimiz kuvvet piyano tuşuna basmak için yeterlidir.

## Kinematik Analiz

Kinematik problemler, verilen uç nokta konumu ve yönlenmesi için eklem değişkenlerinin değerlerinin hesaplanmasıdır. Yani, robotun takım koordinat sisteminin uzayda istenen noktaya gitmesi ve istenen yönlenmeyi sağlaması için, eklem değişkenlerinin alması gereken açısal konum değerleri kinematik analiz ile belirlenir [6].

Parmağı İstenilen pozisyona getirebilmek için, tüm eklemin değişkenleri kinematik yoluyla belirlenmelidir. Birinci, ikinci, üçüncü ve dördüncü parmakların işlevselliği ve yapısı itibariyle aynıdır. Kinematik hesaplamaları sadece bir parmak ve başparmak için yapılması yeterlidir.

## Denavit-Hartenberg Gösterimi

Robotların kinematik modelini belirlemek için yaygın olarak Denavit-Hartenberg homojen dönüşüm yöntemi kullanılmaktadır. Denavit-Hartenberg yönteminde dört değişken kullanılarak robot kinematiği belirlenmektedir.

Bu değişkenler, d<sub>i</sub> iki eksen arasındaki bağ uzunluğu (link length) a<sub>i-1</sub>, i-1 ile i. eksenleri arasındaki bağ açısı (link twist)  $\alpha_{i-1}$ , üst üste çakışan bağlar arasındaki bağ kayması (link offset), ve iki bağ arasında oluşan eklem açısı (joint angle)  $\theta_i$ 'dir. Bu dört değişkene Denavit-Hartenberg değişkenleri (D-H değişkenleri) denir. Bu değişkenleri belirlemek için öncelikle robotun dönme eksenleri belirlenir ve dönme eksenleri bağlardan bir fazla olacak şekilde numaralandırılır. Daha sonra bu eksenlerin her birine koordinat çerçevesi yerleştirilir ve bağ dönme ekseni Şekil 3'de görüldüğü gibi koordinat çerçevesinin Z ekseni kabul edilir. Robotun bir eklemine ait dönüşüm matrisi bu dört değişkenden kullanılarak belirlenir [7].



Şekil 3. Denavit-Hartenberg Çerçeve Ataması

Tablo 1. Üç uzuvlu düzlemsel manipülatör için Denavit ve Hartenberg tablosu

|      |                | ,            |                 |                         |
|------|----------------|--------------|-----------------|-------------------------|
| Uzuv | ai             | $\alpha_{i}$ | d <sub>i-</sub> | $\boldsymbol{\theta}_i$ |
| 1    | $a_1$          | 0            | 0               | $\theta_1$              |
| 2    | a <sub>2</sub> | 0            | 0               | $\theta_2$              |
| 3    | a <sub>3</sub> | 0            | 0               | $\theta_3$              |

Denavit-Hartenberg gösteriminde mafsallardaki koordinat eksenleri öyle yerleştirilir ki, her bir homojen dönüşüm matrisi  $A_{i}$ , cos, 'c', sin, 's', şeklinde kısaltılarak 4 temel transformasyon çarpımı olarak aşağıdaki gibi ifade edilir [5].

|   | $c\theta_i$ | $-s\theta_i c\alpha_i$ | $s\theta_i s\alpha_i$                | $a_i c \theta_i$ | ŀ |
|---|-------------|------------------------|--------------------------------------|------------------|---|
| 4 – Rot Trans Trans Rot –   | $s\theta_i$ | $c\theta_i c\alpha_i$  | $-c\theta_i s\alpha_i$               | $a_i s \theta_i$ | l |
| $A_i - Kot_{z,\theta_i} Trans_{z,d_i} Trans_{x,a_i} Kot_{x,\alpha_i} -$ | 0           | $s\alpha_i$            | $-c\theta_i s\alpha_i$ $c\alpha_i$ 0 | $d_i$            |   |
|   | 0           | 0                      | 0                                    | 1                |   |

Burada  $a_i$ ,  $\alpha_i$ ,  $d_i$ ,  $\theta_i$  nolu uzvun ve i nolu mafsalın parametreleridir. Bu parametrelerden ilk ikisi sabittir ve son ikisinden sadece biri değişkendir.[7]  $a_i$ , uzunluk (length), (uzuv uzunluğu)

 $\alpha_i$ , çevrilme açısı (twist), (uzuv bükümü)

d<sub>i</sub>, açıklık, kayma (offset), (uzuv açıklığı)

 $\theta_i$ , dönme açısı (angle), (uzvun dönme miktarı)



Şekil 4. Parmak Eklem Değişkenleri

Tasarımı yapılan KTÜ Robot Parmağın her eklemi için Denavit-Hartenberg parametlerini yazarak, transformasyon matrislerini hesaplanır;

$$A_{1} = \begin{bmatrix} c\theta_{1} & -s\theta_{1} & 0 & a_{1}c\theta_{1} \\ s\theta_{1} & c\theta_{1} & 0 & a_{1}s\theta_{1} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(8)

$$A_{2} = \begin{bmatrix} c\theta_{2} & -s\theta_{2} & 0 & a_{2}c\theta_{2} \\ s\theta_{2} & c\theta_{2} & 0 & a_{2}s\theta_{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(9)

$$A_{3} = \begin{bmatrix} c\theta_{3} & -s\theta_{3} & 0 & a_{3}c\theta_{3} \\ s\theta_{3} & c\theta_{3} & 0 & a_{3}s\theta_{3} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(10)

Genel Dönüşüm Matrisi;

$$\begin{array}{ccccc} T_0^3 = A_1 A_2 A_3 = \\ \begin{bmatrix} c\theta_{123} & -s\theta_{123} & 0 & a_1 c\theta_1 + a_2 c\theta_{12} + a_3 c\theta_{123} \\ s\theta_{123} & c\theta_{123} & 0 & a_1 s\theta_1 + a_2 s\theta_{12} + a_3 s\theta_{123} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \end{array} \right]$$

olarak belirlenir.

## Parmak İçin Kinematik Çözümü

Parmağın piyanoya bastığı açı  $\phi$  olursa ve pozisyonu da X ve Y olur.(Şekil 5)



Şekil 5. Parmağın Son Hali ve Pozisyon Açısı

Genel transformasyon matrisinde kısaltmalar yapılırsa,

$$\begin{split} T_0^3 = \begin{bmatrix} c\phi & -s\phi & 0 & x \\ s\phi & c\phi & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \text{matrisi belirlenir.} \\ \theta_{123} = \theta_1 + \theta_2 + \theta_3 = \phi \\ s\theta_{123} = s\phi , c\theta_{123} = c\phi \end{split}$$
(12)

 $\theta_1=\theta_2=\theta_3=\theta$ KTÜ parmağın  $\theta$  açısına bağlı olarak x ve y pozisyon

KTU parmağın  $\theta$  açısına bağlı olarak x ve y pozisyon mesafeleri,

$$\mathbf{x} = \mathbf{a}_1 \mathbf{c} \theta + \mathbf{a}_2 \mathbf{c} (2\theta) + \mathbf{a}_3 \mathbf{c} (3\theta) \tag{13}$$

 $y = a_1 s\theta + a_2 s(2\theta) + a_3 s(3\theta)$ (14) denklemlerinden belirlenir.

Eklemlemelerin uzunlukları;

a<sub>1=</sub>25mm, a<sub>2</sub>=25mm, a<sub>3</sub>=20mm

x ve y pozisyon mesafesi aşağıdaki denklemden belirlenir;  $x = 25c\theta + 25c(2\theta) + 20c(3\theta)$  (15)

$$y = 25s\theta + 25s(2\theta) + 20s(3\theta)$$
 (16)

Başparmak İçin Kinematik Çözümü

Başparmak tek mafsalla hareket etmektedir.

$$\mathbf{x} = \mathbf{a}\mathbf{c}\mathbf{\theta}$$

 $y = as\theta$ a=40mm

$$x = 40\cos(\theta), y = 40\sin(\theta)$$
(17)

## Hız Kinematikleri

Hız kinematiklerini (sonlandırıcının doğrusal ve açısal hızları) bu işlevin Jakobiyen matrisi belirlenerek elde edebilmektedir.

## Jakobiyen

Jakobiyen matris değerli bir işlevdir ve skaler bir işlevin türevinin vektörel hali olarak düşünülebilir.

Jakobiyen matrisini oluşturmak için öncelikle tasarladığımız robot elin parmaklarının x,y,z koordinatları hesaplanacaktır. Modelin koordinatlarının hesaplanması için Şekil 6'da ki şematik resmi çizilmiştir.



Şekil 6. Referans Noktaları

A,B,C eklemlerin koordinatları;  

$$A = \begin{bmatrix} a_1 \cos\theta_1 \\ a_1 \sin\theta_1 \end{bmatrix}$$
(18)

$$B = \begin{bmatrix} a_1 \cos\theta_1 + a_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) \\ a_1 \sin\theta_1 + a_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) \end{bmatrix}$$
(19)  

$$C = \begin{bmatrix} a_1 \cos\theta_1 + a_2 \cos(\theta_1 + \theta_2) + a_3 \cos(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) \\ a_1 \sin\theta_1 + a_2 \sin(\theta_1 + \theta_2) + a_3 \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3) \end{bmatrix}$$
(20)

 $cos(\theta_1+\theta_2)$ ,  $sin(\theta_1+\theta_2)$  if a delerini  $c_{12}$  ve  $s_{12}$  olarak kısaltalım;

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_1c_1 + a_2c_{12} + a_3c_{123} & a_2c_{12} + a_3c_{123} & a_3c_{123} \\ a_1s_1 + a_2s_{12} + a_3s_{123} & a_2s_{12} + a_3s_{123} & a_3s_{123} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$
(21)

Pozisyon vektörlerinin türevi alınırsa;

$$\begin{split} J = & \\ \begin{bmatrix} \frac{\delta(a_1c_1 + a_2c_{12} + a_3c_{123})}{\theta_1} & \frac{\delta(a_2c_{12} + a_3c_{123})}{\theta_2} & \frac{\delta(a_3c_{123})}{\theta_3} \\ \frac{\delta(a_1s_1 + a_2s_{12} + a_3s_{123})}{\theta_1} & \frac{\delta(a_2s_{12} + a_3s_{123})}{\theta_2} & \frac{\delta(a_3s_{123})}{\theta_3} \\ \end{bmatrix} \\ J = & \\ \begin{bmatrix} -a_1s_1 - a_2s_{12} - a_3s_{123} & -a_2s_{12} - a_3s_{123} & -a_3s_{123} \end{bmatrix}$$

olarak belirlenir.

x ve y doğrultularındaki hızlarını bulmak için Jakobiyen  
matrisi eklemlerin hızlarıyla çarpılır;  
$$v_x = -a_1 \sin\theta_1 \dot{\theta}_1 - a2\sin(\theta_1 + \theta_2)(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) - a_3\sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)(\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 + \dot{\theta}_3)$$
 (24)

$$v_{y} = a_{1}\cos\theta_{1}\dot{\theta}_{1} + a_{2}\cos(\theta_{1} + \theta_{2})(\theta_{1} + \theta_{2}) + a_{3}\cos(\theta_{1} + \theta_{2} + \theta_{3})(\dot{\theta}_{1} + \dot{\theta}_{2} + \dot{\theta}_{3})$$
(25)

sin ve cos ifadelerinin kısaltılmış hali;  

$$s_1 = \sin(\theta_1), s_{12} = \sin(\theta_1 + \theta_2),$$
  
 $s_{123} = \sin(\theta_1 + \theta_2 + \theta_3)$ 
(26)

$$c_{1} = \cos(\theta_{1}), c_{12} = \cos(\theta_{1} + \theta_{2}), c_{123} = \cos(\theta_{1} + \theta_{2} + \theta_{3})$$
(27)

$$\begin{bmatrix} V_{x} \\ V_{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_{1}s_{1} - a_{2}s_{12} - a_{3}s_{123} & -a_{2}s_{12} - a_{3}s_{123} & -a_{3}s_{123} \\ a_{1}c_{1} + a_{2}c_{12} + a_{3}c_{123} & a_{2}c_{12} + a_{3}c_{123} & a_{3}c_{123} \\ \end{bmatrix}$$
(28)

## III. Tasarım Ve Uygulama

Her parmak üç eklem ve üç mafsaldan oluşmaktadır. Eklemler birbirlerine Şekil 7'de görüldüğü gibi kamalı mille montaj edilmektedir. Eklemleri hassasiyetle hareket ettirmek için dişli kasnaklar tarafından sürülen dişli kayışlar kullanılmaktadır.







Şekil 8. KTÜ Eli ve Piyano Tasarımı

## Tahrik Sistemi

Tasarımın diğer projelerden en önemli ayırt edici özelliği güç iletimini Şekil 9 ve Şekil 10'da görüldüğü gibi triger kayışı ve dişli kasnak tarafından sağlanmasıdır. Bu sayede açı değerini daha hassas bir şekilde ayarlayarak piyano tuşuyla daha uyumlu çalışması sağlanmaktadır. Üç eklem için tek motor ve tek kayış kullanılmaktadır. Kasnaklar 3d yazıcıda üretilmiştir.



Şekil 9. Güç İletim Mekanizması



Şekil 10. Dişli Kasnak ve Triger Kayışı Tasarımı

## Uygulama

3d Yazıcıda ürettiğimiz KTÜ elin parçaların montajını gerçekleştirdikten sonra her parmak için piyano tuşlarına sorunsuz bir şekilde bastığını test ettik. Robot elini sigma

profil kullanılarak servo motor sürücü tarafından tahrik edilerek sabit eksen üzerinde hareketi sağlanmaktadır. AATech markanın ürettiği Atp-3306D serisi yüksek hassasiyetli ayarlanabilir dc güç kaynağı kullanılmaktadır.



Şekil 11. KTÜ El ve Ray Sistemi

KTÜ elin piyano paralel hareketini sağlayan düzenek sigma profil kullanılarak imal edilmiştir. KTÜ elin bilek kısmı bu sigma profil üzerine yataklanmıştır. Servo adım motor tarafından tahrik edilen kayış kasnak yardımıyla doğrusal hareketi verilmektedir. Elin parmakları piyana üzerindeki istenilen tuşa basacak şekilde konumlandırılabilmektedir.



Şekil 12. KTÜ El Montaj



Şekil 13. KTÜ el piyano tuşuna basması

## **IV. BULGULAR**

Robot elin parmakları piyano tuşuna basarken uyguladığı kuvvet değerleri kuvvete duyarlı dairesel sensörlerle (0.2") her parmak için değerler ölçülmüştür. Ölçülen değerler 1.10 N ve 1.20N değerleri arasındadır. Adunio kontrol sistemi kullanılarak değerler analog olarak ölçülmüştür.

| Tabla 2    | Varrat | Dearma  | Camaini | Olaiim.                                 | Dažan  |    |
|------------|--------|---------|---------|---|--------|----|
|            | Kuvvel | Basinc  | Sensoru | Olcum                                   | Deger  | en |
| 1 40 10 21 |        | Deconny |         | ~ · · · · · · · · · · · · · · · · · · · | Deger. |    |

| Parmak    |           | Direnç(ohms) | Okunan    |
|-----------|-----------|--------------|-----------|
| Sırası    | Kuvvet(N) |              | mV değeri |
| 1. Parmak | 1.10      | 10627        | 2424      |
| 2. Parmak | 1.10      | 10584        | 2429      |
| 3. Paramk | 1.20      | 10383        | 2453      |
| 4. Parmak | 1.10      | 10424        | 2448      |

KTÜ elin y doğrultusunda uyguladığı maksimum kuvvet 7.25N olduğu için piyano tuşlarını sorunsuz bir şekilde hareket ettirebilmektedir.

#### Gerilme Analizi

Parmağın gerilme analizi 2016 Solidworks Simulation<sup>®</sup> programı kullanılarak gerçekleştirildi.



Şekil 13. Gerilme Analizi

Çalışmamızda robot parmağının piyona tuşunu hareket ettirebilmesi için en az 1N kuvvetin gerekli olduğu deneysel olarak hesaplanmıştır. Bu kuvvete karşı malzemenin nasıl bir deformasyona maruz kalacağını anlamak için sonlu elemanlar yöntemiyle analizi yapıldı. Kullanılan malzeme Akrilonitril bütadien stiren veya kısaltılmış ismi ile ABS, kalıp yolu ile üretilen ürünlerde çok yaygın olarak kullanılan hafif ve sert bir polimerdir.

Parmak tuşa bastığında 1N kuvvete karşı malzemenin gerilme analizi Şekil 13'de görülmektedir. Bu değerlerden malzemenin maruz kaldığı gerime karşısında yeterli mukavemete sahip olduğu görülmektedir.

| Tablo 3. KTÜ elin | özellikler |
|-------------------|------------|
|-------------------|------------|

| Özellikler                                |              |
|---|--------------|
| Tahrik Sistemi                            | Elektrik     |
| Kontrol Sistemi                           | Arduino Mega |
| Tahrik Mekanizması                        | Kayış-Kasnak |
| Motor Sayısı                              | 5            |
| Parmak Sayısı                             | 4            |
| Parmak Eklem Sayısı                       | 3            |
| Başparmak Sayısı                          | 1            |
| Başparmak Eklem Sayısı                    | 1            |
| Toplam Serbestlik Derecesi                | 13           |
| Piyanoya uygulanan maksimum kuvvet        | 7.25 N       |
| Piyano tuşuna basması için gerekli kuvvet | 1N           |

#### V. Sonuçlar Ve Öneriler

Mekanik el sistemleri, gelişmeye devam eden teknolojilerdir. Bu gelişmeler enerji, esneklik, hız gibi değişkenlerin iyileştirilmesi ya da tutucunun (Endeffector) yeniden tasarlanarak geliştirilmesi şeklinde olabilmektedir.

Robotlarda kullanılan birçok tutucu çeşidi vardır. Bazı durumlarda bu tutucular yeterli olamamaktadır. Bu durumlar, yeni tutucuların geliştirilmesine neden olur. İleri teknolojiye sahip olması istenen yeni tutucular geliştirilirken yapılacak değişikliklerde yeterli hareket, esneklik ve iş yapabilme yeteneklerine sahip olan canlılar örnek olarak alınmaktadır.

Bu çalışmada piyano çaldırmak için beş parmaklı, dört parmak üç ekleme ve başparmak iki ekleme sahip, insansı KTÜ el, Solidwork® çizim programında tasarlandı; sonlu elemanlar yöntemi ile kuvvet analizleri yapıldı. KTÜ elin uzayda istenen noktaya gitmesi ve istenen yönlenmeyi sağlaması için, eklem değişkenlerinin alması gereken açısal konum değerleri kinematik analiz ile belirlendi. Piyano tuşlarını hareket ettirebilmek için yeterli torka sahip mikro servo motorlar seçildi. Gerekli mühendislik hesapları yapıldıktan sonra 3d yazıcıda KTÜ el imal edildi. Her bir parmaktaki üç eklem bir mikro servo motorla tahrik edilmektedir. Parmakların ve step adım motorunun kontrolü arduino mega kullanılarak yapılmaktadır. Parmaklara güç iletimi dişli kasnak ve triger kayısı ile sağlanmaktadır. Robot el step adım motor kullanılarak sigma profil üzerinde kayış kasnak mekanizmasıyla lineer hareket ettirilmekte ve bu sayede piyanoda istediğimiz tuşlara bastırabilme imkanı sağlanmaktadır. Kuvvet basınç sensörleri kullanarak piyano tuşuna basmak için gerekli kuvvet değerleri ölçüldü. Parmak hareketinin hassasiyetini arttırmak için dişli kasnak ve dişli kayış kullanılmakta ancak elin büyüklüğünü insan eline yakın olması istendiği için kullanılan kayış ve kasnak standart ölçüler yerine özel imal edildi. Kasnak hem hızlı hem de ekonomik olması istendiğinden 3d yazıcıda imal edilmiştir.

Robot elin parmak hareketlerinin denetiminde açık çevrimli kontrol algoritması kullanılmıştır. Bilinen bir melodinin notaları program içinde kodlanmıştır. Program parmakları ilgili piyano tuşun üzerine konumlandırarak tuşun basma hareketini sağlayacak parmağa gerekli komutu iletmiştir. Bundan sonraki çalışmalarımızda tasarladığımız eli geliştirerek insan eline her yönüyle benzer ve hareket kabiliyetini artırarak robot protez el tasarlanmak amaçlanmaktadır. Engelli insanlar için üretilen protez el sadece görüntü amaçlı olup gerçek insan elinin sağladığı fonksiyonlara kıyasla çok düşük seviyededir. Ancak 3d yazıcıyla, hem daha hızlı hem de ekonomik bir ele sahip olunabilecek hem de hareket kabiliyeti çok daha iyi olan el üretilmiş olacaktır.

#### VI. Kaynakça

- Yılmaz A. ve Söylemez E., Esnek Uzuvlu, Adaptif Endüstriyel Robot Tutucu, 16. Ulusal Makine Teorisi Sempozyumu, Eylül 2013, Erzurum, Bildiriler Kitabı, 134-142.
- [2] Özyer, B., Erkmen, I. ve Erkmen, A. M., Grasping an object by approaching with optimal hand preshaping, Signal Processing and Communications Applications Conference (SIU), Nisan 2012, 1-4.
- [3] Industrial Robotics., <u>http://www.nuigalway.ie/staffsites/</u> david\_osullivan/documents/06.\_industrial\_robotics.ppt, 12 Şubat 2016.
- [4] Balasubramanian R., and Dollar M. A., Performance of Seial Underactuated Mechanisms: Number of Degrees of Freedom and Actuators, International Conference on Intelligent Robots and Systems, Eylül 2011, 2153-0858, San Francisco, CA
- [5] Jafargholibeik N., Design and Optimization of a Three-Fingered Robot Hand, Yüksek Lisans Tezi, University of Ontario Institute of Technology, Fen Bilimleri Enstitüsü, Canada, 2011.
- [6] Küçük, S. ve Bingül, Z., Robot Sistemlerinde Kinematik Yöntemlerin Karşılaştırılması, <u>Politeknik Dergisi</u>, 7,2 (2004) 107-117.
- [7] Gümüşel, L., Robot ve Kinematiği Ders Notları, K.T.Ü., Trabzon, 2016

## İki Tekerlekli Denge Robotunun Matematiksel Modeli ve Doğrusal Kuadratik Kontrolü

Özgür Alpan<sup>1</sup> Alpantech ArGe Teknoloji Danışmanlık San.ve Tic. Ltd. Şti. Eskişehir

Özet—Bu çalışmada kararsız sistem olarak bilinen iki tekerlekli denge robotunun dinamik denklemleri elde edilmiş ve denge noktasında doğrusallaştırılmıştır. Sistemin durum-uzay gösterimi tam durum geri beslemeli kontrol yaklaşımıyla doğrusal kuadratik regülatör (LQR) algoritması kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Benzetimler yapılarak sonuçlar karşılaştırmalı olarak sunulmuştur.

Anahtar kelimeler: denge robotu, durum-uzay, tam durum geri beslemeli kontrol, doğrusal kuadratik regülatör, LQR

**Abstract**—In this paper dynamic equations of twowheeled self-balance robot known as unstable system are obtained and linearized at equilibrium point. The system is presented in state-space form and controlled using linear quadratic regulator (LQR) algorithm of full state feedback control approach. Simulations are performed, comparisons are made and the results are presented.

Keywords: self-balance robot, state-space form, full state feedback control, linear quadratic regulator, LQR

#### I. Literatür

Denge robotu teknolojisinin kullanıldığı ilk ticari uygulama Segway adı ile 2001 Aralık ayında son tüketicilerin beğenisine sunulmuş, yapısı itibariyle sistemin iki tekerlek üzerinde kendi kendini dengelemesi oldukça beğeni toplamış ve dikkat çekmişti [1]. Ticari başarı ve beğenisinden sonra denge robotu kontrol algoritmalarının geliştirilebilmesi için yoğun kullanılan bir sistem haline dönüşmüştü. Sistemin doğası gereği kararsız oluşu ve dış etkenlere (bozucu kuvvetlere) karşı hassas ve duyarlı oluşu, sistemin dayanıklı kontrolünü zorunlu kılmış, bu kapsamda çok sayıda çalışma gerçekleştirilmiştir. Bahsedilen kontrol yöntemleri ve bunlara ait çalışmalar sonraki kısımda aktarılmıştır.

Ye Ding, Joshua Gafford ve Mie Kunio çalışmalarında denge robotunu kontrol edilebilirlik ve gözlemlenebilirlik yönünden incelemiş, sistemi fiziksel olarak üreterek, ağırlık merkezi konum etkisini benzetim yoluyla mukayese etmiştir [2]. Bu çalışmada kontrol yöntemi olarak doğrusal kuadratik regülatör metodu uygulanmış, algılayıcılardan elde edilen geri besleme sinyalinin gürültüden arındırılmış durumunu elde etmek için iki durumlu ayrık-zaman Kalman Filtresi (KF) kullanılmıştır. Robotun ağırlık merkezinin yere yakın olmasıyla elde edilen tam durum beslemeli kontrolcü değerlerinin düştüğünü, dolayısıyla ağırlık merkezinin (CG) yere yakın olmasının kontrol kolaylığı sağladığını ifade etmişlerdir.

K. M. Goher, M. O. Tokhi ve N. H. Siddique çalışmalarında denge robotunun faydalı yük taşıma durumunu incelemişler ve yükün değişimine göre robot tepkisini gözlemlemişlerdir [3]. Klasik PD kontrol ve PD tabanlı bulanık mantık kontrol algoritmaları üzerinde çalışılmıştır. Sistemin gürbüzlüğünü incelemek için robot gövdesine dışarıdan bozucu kuvvet uygulanmıştır. Sistemin ataletinin yüksek olması sönümlemeyi arttırmaktadır ancak enerji yoğunluğundan dolayı kontrol enerjisi de artmaktadır.

Tsonio Slavov, Jordan Kralev ve Petko Petkov'un gerçekleştirdiği çalışmada denge robotunun gövdenin diklik kontrolü LQR yöntemi ile robotun yere göre açı kontrolü ise PI yöntemiyle sağlanmıştır [4]. 17. ve 2. dereceden türetilen ayrık-zaman Kalman filtresi kullanılarak sistem davranışları öngörülmüş ve algılayıcılar üzerindeki gürültü elimine edilmiştir.

Petar Durdevic ve Zhenyu Yang çalışmalarında denge robotu sisteminde tahrik amaçlı kullanılan motor dişli boşluklarının etkisini minimize etme amacıyla hibrit kontrol metodunu uygulamışlardır [5]. Denge robotunda yer alan mekanik sistemden gelen boşluk etkisini azaltmak için pahalı tip boşluksuz motorlar kullanılabilir ancak bu çalışma ile kontrol algoritmaları geliştirilerek bu soruna daha ekonomik çözüm bulunması amaçlanmıştır. Sistemdeki dişli boşluk miktarı kestirimi için motorların pozisyonları dikkate alınmış, boşluk miktarını tanımlayan ağırlık filtresi kullanılarak, boşluğunda fazla olması durumda anahtarlamalı kontrol metodu olarak seçilen P tipi kontrol moduna geçiş yapılmıştır. Sistemin boşluğu az ise LQR metodu ile kontrolü sağlanmıştır. Bu sekilde hibrit kontrolcü kullanımı sistemin daha yumuşak bir şekilde kontrolünü mümkün kılmıştır.

Her-Terng Yau, Cheng-Chi Wang, Neng-Sheng Pail ve Ming-Jyi Jang çalışmalarında denge robotunun dayanıklı kontrolü üzerine yoğunlaşmıştır [6]. Lyapunov denge teoremi kapsamında uygun bir kayma yüzeyi tanımlanarak kayar kipli kontrol sisteme uyarlanmıştır. Elde edilen kontrolcü bozucu dış kuvvetler ve sistem

<sup>1</sup> ozgur@alpantech.com

belirsizlikleri altında sistemi kontrol etmeyi başarmıştır. Çalışmalar benzetim yoluyla gösterilmiştir.

P. Huantham, V. Kongratana, S. Gulphanich ve V. Tipsuwanporn çalışmalarında servolu geri beslemeli denge robot kontrolünü gerçekleştirmişlerdir. Çalışmada PD tipi kontrolcü ve kök yerleştirme tekniği ile elde edilen kontrolcü sonuçları karşılaştırmalı olarak sunulmuştur [7]. Robot gövdesinin büyük açıları için servo geri beslemeli kontrolcünün PD kontrolcüye göre daha başarılı olduğu gösterilmiştir.

L. Mollov ve P. Petkov denge robotunun dayanıklı kontrol problemini fiziksel sistem üzerinde gerçekleştirmişlerdir [8]. Sistemde bulunan sürtünme katsayısı belirsizlik terimleri için dayanıklı performans ve denge koşulları sağlanmıştır. Dayanıklı kontrolörün yüksek mertebeli oluşu ve gerçek zamanlı sistemlere uyarlama zorluğu konusunda 48MHz hızındaki ATMEL ARM 7 işlemci üzerinde denemeler yapılmıştır. µ-sentezi ile elde edilen 12. derece ayrık-zaman kontrolcü sistemin dengesi için belirtilen işlemcide başarıyla kullanılmıştır.

Changhyun Kim, Jaekyum Kim ve Jun Won Choi calışmalarında HIL (Hardware-In-The-Loop) simülatörü kullanarak denge robotu kontrolünü derecesi indirgenmiş LQ-Servo tasarımı ile sağlamışlardır [9]. Çalışmada sensörler üzerinde ölçülemeyen durumlar öngörülerek kontrolcü performansı donanım üzerinde test edilmiştir. LQR metodunun kullanılabilmesi için sistemin durumlarının ölçülmesi gerekmektedir. Bu durumda sisteme eklenecek ek algılayıcı ve maliyet anlamına gelmektedir. Diğer bir yöntem ise Kalman Filtresi (KF) veya Luenberger gözlemcisi kullanmaktır. Ancak bu yöntemlerin gerçek zamanlı uygulamalarını, gerçek zamanlı sistemlere uyarlamada yüksek mertebeli yapılarından dolayı zor olduğu bilinmektedir. LQ-Servo yöntemi ile durum değişkenlerinin öngörüsü yapılarak mertebeleri düşürülebildiği için ekonomik kontrolcü geliştirmede alternatif bir yöntem olarak kabul edilir.

Ni Dan ve Jingfang Wang iki tekerlekli denge robotu araştırma çalışması gerçekleştirmiştir [10]. Robotun kontrolü  $H_{\infty}$  dayanıklı kontrol metodu kullanılarak sağlanmıştır.

Bu çalışmada iki tekerlekli denge robotunun (İTDR) LQR metodu ile kontrolü benzetim yoluyla verilmiştir. Uygulanan kontrol sisteminin temel amacı olabildiğince kısa süre içerisinde sistemin tüm durum değişkenlerini sıfırlamak veya sıfıra yakınsamaktır.

Bölüm 2'de sistemin serbest cisim diyagramı ve sisteme etkiyen kuvvetlerin gösterimi ile hareket denklemleri verilmiştir. Bölüm 3'te uygulanan kontrol metodu aktarılmıştır. Bölüm 4'te ise MATLAB® yazılımı kullanılarak elde edilen sistem modeli ve kontrolcü performansları benzetim yoluyla verilmiştir. Bölüm 5 sonuç ve değerlendirme ile planlanan sonraki çalışmaları içermektedir.

#### II. Fiziksel Sistem ve Dinamik Denklemler

İki tekerlekli denge robotu (İTDR) temelde 3 ana sistemden oluşmaktadır. Bu sistemler sırasıyla robotun dengede kalması için ileri-geri yönde hareket etmesini sağlayan elektrik motorları (DC-motor), motor şaftına bağlı olan tekerler ve robotun gövdesidir. Bu 3 sistemin bir şasi (gövde) üzerinde birleştirilmesiyle robot meydana gelmektedir.



Şekil 1. İki tekerlekli denge robotu (İTDR)

İTDR sistemini oluşturan 3 ana sisteme ait serbest cisim diyagramları ve hareket denklemleri aşağıda verilmiştir.

### A. Motor Dinamik Modeli

Robotun hareketini ve dengesini sağlamada kullanılan firçalı DC-motor serbest cisim diyagramı Şekil 2'de gösterilmiştir.



Şekil 2. Motor serbest cisim diyagramı (MSCD)

Sistem bir voltaj verildiğinde oluşan akımın etkisiyle DC-motor yapısında bulunan rotor ve stator kısmında manyetik akı oluşmaktadır. Rotor ve statorda oluşan N ve S akımlarının birbirini itmesi veya çekmesiyle dönme olayı meydana gelir. Motorun dönüş yönü, uygulanan gerilimin yönü ile belirlenir. Dönmenin hızı ise uygulanan gerilimin değeri ile doğru orantılıdır.

DC-motor, kontrol sistemlerinde eyleyici olarak kullanılması durumunda sistemin hızı (motor devri) ortalama voltaj değeri üretilerek kontrol edilebilir.

Ortalama gerilim darbe genişliği modülasyonu (PWM) yöntemi ile sağlanmaktadır.



Şekil 3. Darbe genişliği modülasyonu (PWM)

Şekil 3'te görüldüğü gibi PWM sinyalinin periyodunun artması ile ortalama voltaj değeri artmaktadır. Buna bağlı olarak motor devri ve motorun ürettiği tork artmaktadır. Dinamik denklemlerde kullanılan motora ait parametre tanımlamaları Tablo 1'de verilmiştir.

| Parametre               | Tanımlama                       |  |
|-------------------------|---------------------------------|--|
| V                       | Motor voltajı (kontrol sinyali) |  |
| i                       | Akım                            |  |
| T <sub>m</sub>          | DC-motor torku                  |  |
| R                       | Motor direnci                   |  |
| kt                      | Motor tork sabiti               |  |
| k <sub>b</sub>          | EMF sabiti                      |  |
| La                      | Armatür indüktansı              |  |
| Im                      | Motor (rotor) ataleti           |  |
| θ                       | Tekerlek dönüş açısı            |  |
| b <sub>m</sub>          | Motor viskoz sürtünme katsayısı |  |
| $\vartheta_{\rm firça}$ | Fırça voltajı                   |  |
| x                       | Tekerlek ve gövde ötelemesi     |  |

TABLO 1. DC-motor parametreleri

Tablo 1'de parametreleri verilen DC-motor için aşağıdaki denklemler Kirchhoff kanuna göre yazılabilir.

$$V - L_a.\,i - R.\,i - k_b.\,\dot{\theta} - 2.\,\vartheta_{firça} = 0 \tag{1}$$

Denklem l'deki La armatür indüktansı ve  $\vartheta_{firça}$  DC-motor firça voltajı ihmal edilmesi durumunda, Denklem 2 eşitliği yazılabilir.

$$i = \frac{V}{R} - \frac{k_b \cdot \dot{\theta}}{R} \tag{2}$$

Newton'un hareket kanunlarına göre sisteme etki eden tüm momentler, dönme eksenindeki ataletin ivmesiyle orantılıdır. Buna göre Denklem 3 yazılabilir.

$$\sum T = I_m \cdot \theta \text{ olmak üzere,}$$

$$I_m \cdot \ddot{\theta} = k_t \cdot i - T_m - b_m \cdot \dot{\theta}$$
(3)

Robotun tekerlek dönme eksenine göre kütlesel ataletinin motor rotor ataletinden çok daha yüksek olmasından dolayı Denklem 3'teki rotor ataleti ve motor viskoz sürtünmesinin ihmal edilmesiyle Denklem 4 elde edilebilir.

$$T_m = k_t \cdot i$$

$$T_m = \frac{k_t \cdot V}{R} - \frac{k_b \cdot k_t \cdot \dot{\theta}}{R}$$
(4)

#### B. Tekerlek Dinamik Modeli

Denge robotunda 2 adet DC-motor ve 2 adet tekerlek bulunmaktadır. Bir teker için geliştirilen dinamik model diğer teker için de geçerli olmaktadır. Teker ve robot gövdesi için verilecek denklemlerdeki kuvvet ve torkların yönü Şekil 4'teki eksen takımına göre belirlenmiştir.



Şekil 4. Kuvvet ve tork yönü eksen takımı gösterimi

Tekerlek sistemine etki eden kuvvetler Şekil 5'teki serbest cisim diyagramında gösterilmiştir. 1 ve 2 alt indisleri 1. ve 2. tekeri betimlemek için kullanılmıştır.



Şekil 5. Tekerlek serbest cisim diyagramı (TSCD)

Şekil 5'te gösterilen tekerlekler için kullanılan sistem parametreleri TABLO 2'de verilmiştir.

| Parametre       | Tanımlama                   |
|-----------------|-----------------------------|
| θ               | Tekerlek dönüş açısı        |
| m <sub>w</sub>  | Tekerlek kütlesi            |
| T <sub>m1</sub> | DC-motor-1 torku            |
| T <sub>m2</sub> | DC-motor-2 torku            |
| F <sub>s1</sub> | Teker-1 sürtünme kuvveti    |
| Fs2             | Teker-2 sürtünme kuvveti    |
| F <sub>1</sub>  | Teker-1 yatay tepki kuvveti |
| F <sub>2</sub>  | Teker-2 yatay tepki kuvveti |
| F <sub>p1</sub> | Teker-1 tepki kuvveti       |
| F <sub>p2</sub> | Teker-2 tepki kuvveti       |
| r <sub>w</sub>  | Tekerlek yarıçapı           |
| $I_w$           | Tekerlek ataleti            |
| С               | Tekerlek dönme merkezi      |

TABLO 2. Tekerlek parametreleri

Newton'un hareket kanunlarına göre sisteme etki eden tüm momentler, dönme eksenindeki ataletin ivmesiyle orantılıdır. Buna göre dönme yönündeki tekerlek dinamiği Şekil 5'teki eksen takımı referans alınarak Denklem 5 şeklinde yazılabilir.

$$\sum M_{C} = I_{w}.\ddot{\theta} \text{ olmak üzere,}$$

$$I_{w}.\ddot{\theta} = T_{m1} - F_{s1}.r_{w}$$

$$T_{m1} = T_{m2} = T_{m} \text{ olmak üzere,}$$
(5)

Denklem 5'te verilen  $T_{ml}$  ifadesi yerine Denklem 4'te elde edilen  $T_m$  eşitliğinin yazılması durumunda Denklem 6'daki eşitlik elde edilebilir.

$$I_w.\ddot{\theta} = \frac{k_t.V}{R} - \frac{k_b.k_t.\dot{\theta}}{R} - F_{s1}.r_w \tag{6}$$

Denklem 6'daki  $F_{s1}$  ifadesi yalnız bırakılıp, her bir tekerlek için sırasıyla Denklem 7 ve Denklem 8 ifadeleri türetilebilir.

i

$$F_{s1} = \frac{k_t \cdot V}{R \cdot r_w} - \frac{k_b \cdot k_t \cdot \dot{\theta}}{R \cdot r_w} - \frac{I_w \cdot \ddot{\theta}}{r_w}$$
(7)

$$F_{s2} = \frac{k_t \cdot V}{R \cdot r_w} - \frac{k_b \cdot k_t \cdot \dot{\theta}}{R \cdot r_w} - \frac{I_w \cdot \ddot{\theta}}{r_w}$$
(8)

Denklem 7 ve Denklem 8 her bir tekerin birbiri ile özdeş olması durumunda eşit iki kuvvet olarak tanımlanabilir. Bu durumda iki kuvvetin toplamı Denklem 9'da verilmiştir.

$$F_{s1} + F_{s2} = \frac{2.k_t.V}{R.r_w} - \frac{2.k_b.k_t.\dot{\theta}}{R.r_w} - \frac{2.I_w.\ddot{\theta}}{r_w}$$
(9)

Tekerleklerin öteleme yönündeki hareket denklemi için yine Newton'un hareket kanunlarından yararlanılması durumunda sisteme etki eden aynı yönlü tüm kuvvetlerin bileşkesi sistemin hız değişimi (ivme) ve kütlesiyle orantılıdır. Bu durumda Denklem 10 ve Denklem 11 elde edilebilir.

$$\sum F_x = m_w \cdot \ddot{x}$$
 olmak üzere,

$$m_w.\ddot{x} = F_{s1} - F_1 \tag{10}$$

$$m_w.\ddot{x} = F_{s2} - F_2 \tag{11}$$

Denklem 10 ve Denklem 11'in toplanması durumunda Denklem 12 elde edilebilir.

$$2. m_w. \ddot{x} = F_{s1} + F_{s2} - (F_1 + F_2) \tag{12}$$

 $\dot{x} = \dot{\theta}.r_w$  ve  $\ddot{x} = \ddot{\theta}.r_w$  eşitliği dikkate alınarak Denklem 9'da elde edilen  $F_{s1}+F_{s2}$  ifadesi Denklem 12'de yerine yazılarak düzenlenme yapılırsa Denklem 13 elde edilebilir.

$$F_1 + F_2 = \frac{2.k_t \cdot V}{R.r_w} - \frac{2.k_b \cdot k_t \cdot \dot{x}}{R.r_w^2} - 2.\left[m_w + \frac{I_w}{r_w^2}\right] \cdot \ddot{x}$$
(13)

## C. Gövde Dinamik Modeli

İTDR sisteminin son elemanı ise robotun gövdesidir. Robot gövdesi bir ters sarkaç olarak düşünülerek modellenebilir. Gövdenin serbest cisim diyagramı Şekil 6'da verilmiştir.



Şekil 6. Gövde serbest cisim diyagramı (GSCD)

Gövde dinamik denklemlerinde kullanılan parametreler TABLO 3'te verilmiştir. Hareket denklemleri Şekil 4'te verilen eksen takımına göre türetilmiştir.

| Parametre       | Tanımlama                   |
|-----------------|-----------------------------|
| α               | Gövde dönüş açısı           |
| g               | Yerçekimi ivmesi            |
| m <sub>p</sub>  | Gövde kütlesi               |
| T <sub>m1</sub> | DC-motor-1 torku            |
| T <sub>m2</sub> | DC-motor-2 torku            |
| F <sub>1</sub>  | Teker-1 yatay tepki kuvveti |
| F <sub>2</sub>  | Teker-2 yatay tepki kuvveti |
| F <sub>p1</sub> | Teker-1 tepki kuvveti       |
| F <sub>p2</sub> | Teker-2 tepki kuvveti       |
| r <sub>w</sub>  | Tekerlek yarıçapı           |
| Ip              | Gövde ataleti               |
| С               | Tekerlek dönme merkezi      |
| Р               | Gövde kütle merkezi         |
| L               | P-C arasındaki mesafe       |

TABLO 3. Gövde parametreleri

Gövdeye ait dinamik denklemler Newton'un hareket kanunundan yararlanarak elde edilmiştir. Sistemin yatay yöndeki kuvvetleri, gövdeye dik kuvvetleri ve bu kuvvetlerin dönme eksenine göre momentleri sırasıyla yazılmıştır. Yatay kuvvetlerin dengesi aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\sum F_x = m_p \cdot \ddot{x}$$
 olmak üzere,

$$F_1 + F_2 = m_p \cdot \ddot{x} + m_p \cdot L \cdot \ddot{\alpha} \cdot \cos\alpha - m_p \cdot L \cdot \dot{\alpha}^2 \cdot \sin\alpha \quad (14)$$

Gövdeye dik kuvvet eşitliği yazılmak suretiyle Denklem 15 türetilebilir.

$$\sum F_P = m_p \cdot \ddot{x}$$
 olmak üzere,

$$(F_1 + F_2).\cos\alpha + (F_{p_1} + F_{p_2}).\sin\alpha - m_p.g.\sin\alpha - m_p.g.\sin\alpha - m_p.L.\ddot{\alpha} = m_p.\ddot{x}.\cos\alpha$$
(15)

Gövde üzerine etki eden momentlerin P noktasına göre alınması durumunda Denklem 16 elde edilebilir.

$$\sum M_P = I_p \cdot \ddot{\alpha}$$
 olmak üzere,

$$-(F_1 + F_2).L.\cos\alpha - (F_{p_1} + F_{p_2}).L.\sin\alpha - (T_{m_1} + T_{m_2}) = I_p.\ddot{\alpha}$$
(16)

Denklem 4'te verilen  $T_{m1} = T_{m2} = T_m$  ifadesi Denklem 16'da yerine konup ve Denklem 14'ün Denklem 15 içerisine yazılması ve Denklem 14, Denklem 15 ve Denklem 16'nın düzenlenerek birleştirilmesi durumunda sistemin 1. ana hareket denklemi olan Denklem 17 elde edilebilir.

$$-m_{p}.\ddot{x}.L.\cos\alpha - m_{p}.g.L.\sin\alpha - m_{p}.L^{2}.\ddot{\alpha}$$
$$= I_{p}.\ddot{\alpha} + \frac{2.k_{t}.V}{R} - \frac{2.k_{b}.k_{t}.\dot{x}}{R.r_{w}}$$
(17)

Denklem 13'ün, Denklem 14 ile birleştirilmesi durumunda 2. ana hareket denklemi Denklem 18 olarak elde edilebilir.

$$\frac{2.k_{t}.V}{R.r_{w}} - \frac{2.k_{b}.k_{t}.\dot{x}}{R.r_{w}^{2}} - 2.\left[m_{w} + \frac{I_{w}}{r_{w}^{2}}\right].\ddot{x} = m_{p}.\ddot{x} + m_{p}.L.\ddot{\alpha}.\cos\alpha - m_{p}.L.\dot{\alpha}^{2}.\sin\alpha$$
(18)

Denklem 17 ve Denklem 18 sistemin ana hareket denklemleri olup, robotun denge durumundaki küçük açıları için  $cos\alpha = -1$ ,  $sin\alpha = -\alpha$  ve  $\dot{\alpha}^2 = 0$  için doğrusallaştırma kabullerinin yapılması durumunda gerekli cebri işlemlerden sonra sırasıyla Denklem 19 ve Denklem 20 elde edilebilir.

$$\ddot{\alpha} = \frac{[q_1.q_5 - q_3]}{[1 - q_1.q_7]} \cdot V - \frac{[q_1.q_6 - q_2]}{[1 - q_1.q_7]} \cdot \dot{x} + \frac{q_4}{[1 - q_1.q_7]} \cdot \alpha$$
(19)

$$\ddot{x} = \frac{[q_5 - q_3, q_7]}{[1 - q_1, q_7]} \cdot V + \frac{[q_2, q_7 - q_6]}{[1 - q_1, q_7]} \cdot \dot{x} + \frac{[q_4, q_7]}{[1 - q_1, q_7]} \cdot \alpha$$
(20)

Denklemlerde yer alan  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $q_3$ ,  $q_4$ ,  $q_5$ ,  $q_6$  ve  $q_7$  parametreleri hesaplama kolaylığı olması bakımından aşağıdaki terimler için kullanılmıştır.

$$q_{1} = \frac{m_{p}.L}{I_{p} + m_{p}.L^{2}}$$

$$q_{2} = \frac{2.k_{b}.k_{t}}{R.r_{w}.(I_{p} + m_{p}.L^{2})}$$

$$q_{3} = \frac{-2.k_{t}}{R.(I_{p} + m_{p}.L^{2})}$$

$$q_{4} = \frac{m_{p}.g.L}{I_{p} + m_{p}.L^{2}}$$

$$q_{5} = \frac{2.k_{t}}{R.r_{w}.(2.m_{w} + \frac{2.I_{w}}{r_{w}^{2}} + m_{p})}$$

$$q_{6} = \frac{-2.k_{b}.k_{t}}{R.r_{w}^{2}.(2.m_{w} + \frac{2.I_{w}}{r_{w}^{2}} + m_{p})}$$

$$q_7 = \frac{m_p.L}{(2.m_w + \frac{2.I_w}{r_w^2} + m_p)}$$

## D. Durum-Uzay Gösterimi

Durum değişkenleri, bir fiziksel sistemi tam olarak tanımlamak ve herhangi bir kuvvete karşı davranışını anlamak için gerekli olan en az sayıda tanımlanabilen katsayılardır [11]. n adet tanımlı durum değişkeni olan bir sistemin, n adet diferansiyel denklem takımı gösterimi ile sistem cevabını ve dinamik davranışını incelemek mümkün olmaktadır. Matris formatında gösterimi yapılan durum denklemlerinin sistem cevabı, MATLAB® vb. paket programlar aracılığıyla kolaylıkla yapılabilmektedir. Durum denklemleri sayesinde sistemin herhangi bir andaki dinamik davranışının etkisi ve tepkisi matris cebri sayesinde hesaplanabilir. Durum-Uzay temel denklemleri aşağıda verilmiştir.

$$\dot{x} = A.x + B.u$$
$$y = C.x + D.u$$

Durum denklemlerinde x, durum değişkenlerinin türevlerini, A, sistem matrisi, x, durum değişkenleri, B, giriş matrisi, u, girişi (u=V, motor voltajı), y, çıkışı, C, çıkış matrisi ve D ise doğrudan iletim matrisi olarak tanımlanmaktadır. İTDR sisteminin durum değişkenleri aşağıdaki gibi tanımlanmıştır.

$$x_1 = \alpha, x_2 = \dot{\alpha}, x_3 = x, x_4 = \dot{x}$$

Durum değişkenlerinin türevleri ise aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\dot{x}_1 = x_2, \dot{x}_2 = \ddot{\alpha}, \dot{x}_3 = x_4, \dot{x}_4 = \ddot{x}$$

Durum değişkenlerini tanımladıktan sonra durum denklemleri Denklem 19 ve Denklem 20 kullanılarak yazılabilir.

 $\dot{x} = A.x$  eşitliği için Denklem 21 yazılabilir.

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \ddot{\alpha} \\ \dot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \frac{q_4}{[1-q_1,q_7]} & 0 & 0 & -\frac{[q_1,q_6-q_2]}{[1-q_1,q_7]} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{[q_4,q_7]}{[1-q_1,q_7]} & 0 & 0 & \frac{[q_2,q_7-q_6]}{[1-q_1,q_7]} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \alpha \\ \dot{\alpha} \\ \dot{x} \\ \dot{x} \end{bmatrix}$$
(21)

u parametresi motor voltajı (V) olmak üzere B matrisi için Denklem 22, C matrisi için Denklem 23 ve D matrisi için Denklem 24 sırasıyla yazılabilir.

$$[B] = \begin{bmatrix} 0\\ [q_1, q_5 - q_3]\\ [1 - q_1, q_7]\\ 0\\ [q_1, q_5 - q_3]\\ [1 - q_1, q_7] \end{bmatrix} \cdot [V]$$
(22)  
$$[C] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(23)

$$[D] = [0] \tag{24}$$

İTDR sistemi benzetimlerinde kullanılan ait robot parametreleri TABLO 4'te verilmiştir.

| Parametre      | Değeri   | Birim             | Tanımlama             |
|----------------|----------|-------------------|-----------------------|
| g              | 9.81     | m/s <sup>2</sup>  | Yerçekimi ivmesi      |
| L              | 0.07     | m                 | P-C arasındaki mesafe |
| m <sub>p</sub> | 1.13     | kg                | Gövde kütlesi         |
| Ip             | 0.0041   | kg.m <sup>2</sup> | Gövde ataleti         |
| m <sub>w</sub> | 0.03     | kg                | Tekerlek kütlesi      |
| Iw             | 0.000039 | kg.m <sup>2</sup> | Tekerlek ataleti      |
| r <sub>w</sub> | 0.051    | m                 | Tekerlek yarıçapı     |
| R              | 3        | Ohm               | Motor direnci         |
| kt             | 0.006123 | N.m/A             | Motor tork sabiti     |
| k <sub>b</sub> | 0.006087 | Volt/rad/s        | EMF sabiti            |

TABLO 4. İTDR parametreleri

Tablo 4 kullanılarak durum-uzay denklemlerine ait değerler hesaplanabilir.

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \ddot{\alpha} \\ \dot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 172.12 & 0 & 0 & -0.029319 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 11.159 & 0 & 0 & -0.0097313 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \alpha \\ \dot{\alpha} \\ x \\ \dot{x} \end{bmatrix}$$
(25)

$$[B] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.24565 \\ 0 \\ 0.081533 \end{bmatrix} \cdot [V]$$
(26)

## III. Kontrol Yöntemi

Bu çalışmada İTDR sisteminin kontrolü için tam durum geri beslemeli ve optimal kontrol yöntemlerinden doğrusal kuadratik regülatör (LQR) metodu kullanılmıştır. LQR metodu, maliyet fonksiyonu olarak tanımlanan kuadratik bir fonksiyonun değerini minimize edecek sistem girişinin bulunması problemi olarak tanımlanabilir [12]. Sistemi kontrol etmek için uygulanan kontrol enerjisinin bozucu sinyal girişleri dâhilinde minimize edilmesi olarak ta tanımlanabilir.
Dinamik doğrusal sistemin durum-uzay gösterimi aşağıdaki gibi yapılabileceği önceki bölümlerde belirtilmiştir.

$$\dot{x} = A.x + B.u$$

Maliyet fonksiyonu ise Denklem 27 ile verilmiştir.

$$J = \int_{0}^{\infty} (x^T Q x + u^T R u + 2x^T N u) dt$$
 (27)

Maliyet fonksiyonunda belirtilen kontrol sinyali u, Denklem 28'de verilmiştir.

$$u = -Kx \tag{28}$$

K, tam durum geri beslemeli kontrolör, x ise durum değişkenleri olarak tanımlanmaktadır. Kontrolör eşitliği Denklem 29'da verilmiştir.

$$K = R^{-1}(B^T S + N^T)$$
(29)

Denklem 27 ile verilen maliyet fonksiyonunu minimize eden K değerini hesaplayabilmek için Denklem 29'daki S (çözüm kümesi) Denklem 30 ile verilen Riccati denkleminin çözülmesiyle elde edilebilir.

$$(A^{T}S + SA - (SB + N)R^{-1}(B^{T}S + N^{T}) + Q = 0$$
(30)

Q, durum değişkenleri ağırlık matrisi, R ise maliyet fonksiyonundaki durum değişkenleri ağırlık matrisi olarak tanımlanabilir [13]. Q ve R matrislerinin seçimi sistemin kontrol performansını etkilemektedir.

## IV. Benzetim ve Sonuçlar

İTDR sisteminin kontrolü için Şekil 7'de gösterilen kontrol şeması kullanılmıştır.



Şekil 8. İTDR kök-yer eğrisi gösterimi.

İTDR sisteminin öncelikle açık çevrim cevabı incelenmiştir. Bu kapsamda sırasıyla yer-kök eğrisi çıkartılarak köklerin reel eksen takımındaki konumları bulunmuştur. Buna göre sistemin 4 adet kökü bulunmaktadır. Kökler 0, 13.1, -13.1 ve -0.00783 olarak hesaplanmıştır. Görüleceği üzere sistemin ilk kökü 0 noktasında ve ikinci kökü 13.1 ise pozitif bölgede yer almaktadır. Sistemin kök-yer eğrisi Şekil 8'deki grafikte verilmiştir.



Şekil 8. İTDR kök-yer eğrisi gösterimi.

Sistemin girişine 5s boyunca uygulanan impuls fonksiyonu cevabı Şekil 9'da verilmiştir. Grafikten görüleceği üzere tüm durum değerleri başlangıçtan ıraksamaktadır. Buna göre sistem beklendiği üzere kararsızdır.



Şekil 9. İTDR sistemi impuls fonksiyonu açık çevrim cevabı

LQR metodunu uygulayabilmek için A(nxn), B(nxm) ikilisinin gözlemlenebilir ve kontrol edilebilir olması

gerekmektedir. A(4x4), B(4x1) çiftinden elde edilen sistem için MATLAB *ctrb*(*SYS*) fonksiyonu ile kontrol edilebilirlik matrisi *Co* hesaplanmıştır.

 $Co = [B AB A^2B ... A^{n-1}B]$  olmak üzere Co matrisi n=4 rank değerine sahip olduğu görülmüştür. Dolayısıyla sistem kontrol edilebilirdir.

Sistemin gözlemlenebilirlik matrisi *Ob* olmak üzere A (4x4) ve C(4x4) olmak üzere aşağıdaki eşitlik yazılabilir.

$$Ob = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}$$

MATLAB® *obsv(SYS)* fonksiyonu ile gözlemlenebilirlik matrisi hesaplanmış ve matrisin n=4 rank değerine sahip olduğu görülmüştür. Buna göre sistem gözlemlenebilirdir.

MATLAB® yardımıyla [K,S,E] = lqr(SYS,Q,R,N) özel fonksiyonu kullanılarak Denklem 27'de verilen maliyet fonksiyonunu minimize eden u=-Kx kontrolcüsü hesaplanmıştır. LQR tasarımında Q ve R haricindeki tüm parametreler bilinmektedir. Q, kontrolcü hassasiyeti, R ise kontrol performansı olarak tanımlanabilir. Q, durum değişkenleri için ağırlık fonksiyonu, R ise girişler için ağırlık fonksiyonu olarak seçilebilir.

$$Q = \begin{bmatrix} 5000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5000 \end{bmatrix}$$
$$R = [1]$$

Q ve R matrislerinin belirtildiği şekilde seçilmesi durumunda kontrolcü katsayıları aşağıdaki gibi hesaplanmıştır.

$$K = [2125.3 \quad 182.69 \quad -70.711 \quad -96.985]$$

R matrisi sabit tutularak, Q matrisinin Q(1,1), Q(2,2), Q(3,3) ve Q(4,4) elemanlarının sırasıyla 5000, 1000 ve 100 olması durumu için kontrolcü hesaplanmış, sistemin kapalı çevrim davranışı uygulanan STEP fonksiyonu girişine karşı incelenmiş ve Şekil 10'daki gibi gösterilmiştir.



Şekil 10. İTDR kapalı çevrim davranışı Q matrisi kıyaslama

Şekil 10'daki sistem cevabı (α: robot gövdesinin dönme açısı) incelendiğinde R sabit tutularak Q matrisi ağırlık değerlerin arttırılması, sistemin kapalı çevrim aşım değerini azalttığı gibi aynı zamanda oturma zamanını da azaltmıştır.

Yüksek Q değeri sistemin performans parametrelerini olumlu yönde etkilemiştir. Benzer şekilde düşük Q ağırlık değerleri de sistemde daha fazla aşım olmasına neden olmuş ve oturma zamanını arttırmıştır.

Q matrisi sabit tutularak, R matris değişiminin kapalı çevrim kontrol cevabına etkisi Şekil 11'de verilmiştir.



Şekil 11. İTDR kapalı çevrim davranışı R matrisi kıyaslama

Q matrisi sabit tutulup, R matrisi küçüldüğünde sistem performans parametrelerinde (aşım miktarı ve oturma zamanı) iyileşme olduğu görülmüştür. R matrisinin yüksek seçilmesi robotun dengede kalabilmesi için

sürekli hareket halinde olmasını gerektirmedir. Bu durum istenilen bir davranış biçimi değildir. Sonuç olarak gerçekleştirilen benzetimlerden sonra Q ve R matrisleri aşağıdaki gibi seçilmiştir.

$$Q = \begin{bmatrix} 10000 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 10000 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 10000 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 10000 \end{bmatrix}$$
$$R = [0.1]$$

Seçilen Q ve R matrislerine göre hesaplanan yeni K değeri aşağıda verilmiştir.

$$K = [5025.4 \quad 521.25 \quad -316.23 \quad -399.5]$$

Hesaplanan yeni LQR kontrolcüsü K yardımıyla sistemin kapalı çevrim davranışı Şekil 12'de gösterilen SIMULINK® yazılımı ile bozucu giriş sinyali altında benzetim yoluyla incelenmiştir.



Şekil 12. İTDR kapalı çevrim LQR kontrolcüsü bozucu giriş performansı

Hesaplanan yeni LQR kontrolcüsü K yardımıyla sistemin kapalı çevrim davranışı Şekil 12'de gösterilen SIMULINK® yazılımı ile STEP bozucu giriş sinyali altında benzetim yoluyla incelenmiştir.

Bu modelde referans açı 0 derece olacak şekilde sisteme 5. saniyede uygulanan 10°'lik bozucu giriş sinyali altında LQR kontrolcü performansı incelenmiştir. Benzetimin toplam süresi 10s olarak belirlenmiştir.

Şekil 13'teki sistem cevabı incelendiğinde sisteme 5. saniyede etki eden STEP şeklindeki bozucu giriş sinyali altında kontrolcünün çok hızlı bir şekilde tepki verdiği, robot gövdesi açısı ile ilgili durumu ( $\alpha$ ) 3,5s içerisinde sıfıra çekerek sistemi denge noktasına getirdiği görülmüştür. Denge noktasından sonra sistemde kalıcı hata bulunmamaktadır. Q ve R matrislerinin farklı kombinasyonları uygulanarak sistemin dengeye gelme süreleri iyileştirilebilir. Yüksek (>1000) R matris değeri robotun konumuna ait durumunu sıfır yapamamaktadır. Bu bakımdan robot dengeye gelmek için sürekli hareket etmek durumunda kalacaktır. Düşük R değeri idealdir (≤ 0.1) ancak çok düşük olması durumunda ise sistemin cevabı çok ani tepkiler verebilir ve sistemde beklenmeyen dinamik sonuçlar oluşabilir. Kontrolcünün tepkisi R matrisi seçimi ile doğrudan ilişkilidir.



Şekil 13. İTDR kapalı çevrim LQR kontrolcüsü bozucu giriş sistem cevabı

#### V. Değerlendirme

Bu çalışmada İTDR kararsız sisteminin kontrolü, LQR kullanılarak gerçekleştirilmiştir. metodu Sistemin dinamik denklemleri Newton'un hareket kanunları kullanılarak türetilmiştir. Elde edilen sistem modeli yaklaşımıyla gösterilmiş ve durum durum-uzav denklemleri ile ifade edilmiştir. LQR metodunu uygulamak için gerekli ağırlık faktörleri olan Q ve R matris seçimlerinin etkisi benzetim yoluyla gösterilmiştir. Q matrisindeki elemanların yüksek, R matrisindeki eleman değerlerinin ise düşük olmasının kontrolcü performansını olumlu yönde etkilediği görülmüştür. Bu yöntemin İTDR vb. bir robotun denge kontrolü için rahatlıkla kullanılabileceği değerlendirilmiştir. LQR sistemini uygulamak için sistemin durumlarının bilinmesi gerekmektedir. Durumlar ise ancak algılayıcılar (IMU, gyro, tilt-sensör, enkoder vb.) ile elde edilen ölçümlerden türetilebilmektedir. Bu bakımdan LQR metodunu uygulamak sisteme ek algılayıcı gerektirdiğinden maliyetli olacaktır. Sonraki çalışmalarda sistemin yüksek doğrululukla elde edilmiş bir matematiksel modeli üzerinde durumların kestirimi ile LQR metodunun birlikte kullanımı değerlendirilebilir. Ayrıca bu çalışmada sistem modeli nominal kabul edilmiştir. Nominal

olmayan, parametrik belirsizlik içeren İTDR sistemi için dayanıklı kontrolcü tasarım konuları olacağı öngörülmektedir.

## Teşekkür

Tübitak Teydeb 1512 kapsamında gerçekleştirilen 2150377 numaralı proje çalışmalarından derlenerek hazırlanmıştır. Çalışmanın gerçekleştirilmesinde finansal destek sağlayan Tübitak'a ve her daim destek olan çok değerli eşim Esra Alpan'a teşekkür ederim.

## Kaynakça

- [1] Vikipedi Özgür Ansiklopedi https://tr.wikipedia.org/wiki/Segway erişim tarihi: 21.12.2016.
- [2] Ding Y., Gafford J. ve Kunio M., Modeling, Simulation and Fabrication of a Balancing Robot, Lecture Notes, Harvard-MIT, 2012.
- [3] Goher K. M., Tokhi M. O. ve Siddique N. H., Dynamic Modeling and Control Of A Two Wheeled Robotic Vehicle With A Virtual Payload, ARPN Journal of Engineering and Applied Sciences, ISSN 1819-6608, VOL. 6, NO. 3, 2011.
- [4] Slavov T., Kralev J. ve Petkov P., Linear-Quadratic Control Of A Two-Wheeled Robot, Comptes rendus de l'Acad'emie bulgare des Sciences, Tome 67, No 8, 2014.
- [5] Løhndorf, Durdevic P. ve Zhenyu Y., Hybrid Control of a Two-Wheeled Automatic-Balancing Robot with Backlash Feature, Proceedings of the 2013 IEEE International Symposium on Safety, Security, and Rescue Robotics (SSRR), 2013.
- [6] Her-Terng Y., Cheng-Chi W., Neng-Sheng P., ve Ming-Jyi J., Robust Control Method Applied in Self-Balancing Two-Wheeled Robot, Second International Symposium on Knowledge Acquisition and Modeling, 2009.
  [7] Huantham P., Kongratana V., Gulphanich S. ve Tipsuwanporn V.,
- [7] Huantham P., Kongratana V., Gulphanich S. ve Tipsuwanporn V., Controller Design Base on Servo State Feedback for Two-wheeled Balancing Robot, Proceedings of the International MultiConference of Engineers and Computer Scientists, IMECS, 2012.
- [8] Gu Da-W., Petkov P., Konstantinov M. M., Embedded Robust Control of Self-balancing Two-wheeled Robot, Robust Control Design with MATLAB®, Springer, ISBN 978-1-4471-4682-7 (eBook), pp 435-454, 2013.
- [9] Changhyun K., Jaekyum K. ve Jun Won C., LQ-Servo Design with Reduced Order Observer for Two-wheeled Self-balancing Robot based on HIL Simulation, International Journal of Control and Automation Vol.8, No.12, pp. 13-26, 2015.
   [10] Dan N. ve Jingfang W., Two Wheeled Robot Self Balancing
- [10] Dan N. ve Jingfang W., Two Wheeled Robot Self Balancing Control Research, Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science, Vol. 2, No. 3, pp. 617 ~ 624, 2016.
- [11] Derek R., http://web.mit.edu/2.14/www/Handouts/StateSpace.pdf Lecture Notes, Analysis and Design of Feedback Control Systems, MIT, erişim tarihi: 07.01.2017.
- [12] Vikipedi Özgür Ansiklopedi https://en.wikipedia.org/wiki/Linearquadratic\_regulator erişim tarihi: 07.01.2017.
- [13] Murray R. M., Lecture Notes, Control and Dynamical Systems, CALTECH, http://www.cds.caltech.edu/~murray/courses/cds110/wi 06/lqr.pdf, erişim tarihi: 07.01.2017.

## Basamak Kesitli Karbon Nanotüplerin Burulma Titreşimi

M. Arda<sup>\*</sup> Trakya Üniversitesi Edirne

Özet Bu çalışmada basamak kesitli karbon nanotüp yapılarının burulma titreşimi Yerel Olmayan Euler-Bernoulli kiriş teorisi kullanılarak Ankastre-Ankastre ve Ankastre-Serbest sınır şartlarında araştırılmıştır. Burulma titreşim frekansının nanotüplerin birleşme noktası, yerel olmayan parametre ve nanotüp uzunluğu ile değişimi incelenmiştir. Basamak kesitli karbon nanotüp yapısının mod şekilleri grafiklerle gösterilmiştir. Elde edilen sonuçlar, nano dişli kutusu benzeri nanoelektromekaniksel mekanizmalarının tasarımında faydalı olabilir.

Anahtar kelimeler: Karbon nanotüp, Basamak Kesit, Burulma Titreşimi, Yerel Olmayan Elastisite Teorisi

**Abstract**— In this study, torsional vibration of CNT heterojunctions is studied using nonlocal Euler-Bernoulli Beam model for Clamped-Clamped and Clamped-Free boundary conditions. Effect of position of junction point, nonlocal parameter and nanotube length on the torsional vibration frequency is obtained. Mode shapes for CNT heterojunction are also obtained. Present results can be useful for modeling of nano-gearbox structures.

Keywords: Carbon Nanotubes, Heterojunction, Torsional Vibration, Nonlocal Elasticity Theory

## I. Giriş

Karbon nanotüpler sahip olduğu üstün fiziksel ve mekanik özellikler sebebiyle keşfedilmesinden [1] itibaren bilim insanları ve mühendislerin ilgisini çekmektedir. Karbon nanotüplerin olası uygulama alanlarından biri de nano boyuttaki dişli kutusu benzeri elektromekanik parçalardır [2]. Basamak kesitli karbon nanotüp yapılar, farklı büyüklükte çaplara sahip iki veya daha fazla sayıda karbon nanotüpün birleşmesiyle oluşur. Basamak kesit yapısında farklı çaplara sahip karbon nanotüplerin bulunması, uygulanan harici tork yükünün başka noktalara farklı oranlarda iletilebilmesini sağlar. Ayrıca işlemcilerde kullanılan yarı-iletken silisyuma alternatif olarak yeni malzeme arayışları basamak kesitli karbon nanotüp yapılarına olan ilgiyi artırmaktadır [3].

Karbon nanotüplerin mekanik modellenmesinde iki yaklaşım kullanılmaktadır: Ayrık ve sürekli model. Ayrık model atomik kafes yapısındaki etkileşimleri temel almaktadır. Moleküler dinamik simulasyonu ayrık model yaklaşımlarından biridir. Atomik kafes yapısı bilgisayar M. Aydoğdu<sup>†</sup> Trakya Üniversitesi Edirne

yazılımları ile modellenerek kuvvet ve moment dengelerine göre her bir atomun hareketi incelenir. Atom sayısı fazla olan uzun veya büyük çaptaki karbon nanotüplerin analizleri oldukça uzun sürebilmektedir. Sürekli model olarak ise klasik sürekli ortam mekaniği karbon nanotüplerin modellenmesinde kullanılmaktadır. Ancak klasik yaklaşım boyut etkisinden dolayı nano ölçekli yapılarda doğru sonuçlar vermemektedir. Eringen [4,5] tarafından önerilen Yerel Olmayan Elastisite Teorisi, klasik sürekli ortam mekaniğinden farklı olarak küçük ölçek ve uzak mesafe etkisini göz önüne alır. Eringen, Yerel Olmayan Elastisite Teorisi'nin geçerliliğini Atomik Kafes Dinamiği dalga yayılımı sonuçlarıyla kıyaslayarak sağlamıştır. Bu varsayımıyla ayrık ve sürekli modelleri tek bir model altında bir araya getirmistir.

Basamak kesitli karbon nanotüp yapılarıyla ilk olarak Chico ve diğ. [6] ilgilenmiştir. Tamamen karbondan yapılmış metal/yarı iletken ve yarı iletken/yarı iletken birleştirilmiş nano elektronik araçlar yapılarını çalışmışlardır. Romero ve diğ. [7] karbon nanotüp ve organik yarı iletken polimerleri birleştirilmiş yapı olarak optoelektronik uygulamalarında kullanmavı düşünmüşlerdir. Yao ve diğ. [8] karbon nanotüpleri metalik nanotüpler ile tek elektron transistörleri olarak, yarı iletken nanotüpler ile alan etkili transistörler olarak modellemişlerdir. Hu ve diğ. [9] birkaç yüz nanometre uzunluğundaki yarı iletken karbon nanotüpleri alan etkili transistörler oluşturmak için araştırmışlardır. Zhang ve diğ. [10] en küçük basamak kesitli yapıyı oluşturmak için tek duvarlı karbon nanotüp/karbid çiftini kullanmışlardır. Treboux ve diğ. [11] doğrusal olarak birleşmiş koltuk ve zikzak nanotüplerin elektronik özelliklerini hesaplamışlardır. Ferreira ve diğ. [12] basamak kesitli metalik/yarı iletken karbon nanotüp yapılarının yerel elektronik özelliklerini araştırmışlardır. Odintsov ve diğ. [13] metalik ve yarı iletken tek duvarlı karbon nanotüpler arasında oluşan basamak kesitli yapıların elektronik özelliklerini araştırmışlardır. Kim ve diğ. [14] iki veya daha çok duvarlı karbon nanotüpten oluşan basamak kesitli yapının elektrik taşıma özelliklerini çalışmışlardır.

Zhang and Iijima [15] basamak kesitli karbon nanotüp yapılara şekil verilmesiyle ilgili ilk patenti alan bilim insanlarıdır. Karbon nanotüp ile temas halinde olan metal veya yarı iletken reaktif kısım ısıtılınca karbon nanotüpün kısmen karbite dönüştüğü gözlenmiştir. Böylece basamak kesitli yapıyı oluşturan karbon nanotüp şekillendirilmiş olur. Andriotis ve diğ. [16,17] Y şeklinde

<sup>\*</sup> mustafaarda@trakya.edu.tr

<sup>†</sup> metina@trakya.edu.tr

birleşmiş karbon nanotüp yapılarının kuantum iletkenliğini fonksiyonunu kullanarak Green hesaplamışlardır. Sonuçları basamak kesitli yapıların doğrulma ve anahtarlama özelliklerinin simetriye ve düşük derecede şiral açıya bağlı olduğunu göstermiştir. Cassel ve diğ. [18] çok duvarlı basamak kesitli karbon nanotüp yapıların baştan sona üretimini ve elektriksel özelliklerini çalışmışlardır. Anatram and Leonard [19] şiral açıya bağlı elektronik özellikleri olan karbon nanotüp tabanlı nano araçların fiziğini araştırmışlardır. Luo ve Zhu [20] elektrokimyasal ve kimyasal buhar kaldırma yöntemlerini bir arada kullanarak Ag/Si, Pt<sub>6</sub>Si<sub>5</sub>/Si, Ni/KNT ve Ag/a-KNT olmak üzere 4 farklı çeşit bir boyutlu karbon nanotüp basamak kesitli yapı sentezlemişlerdir. Sun ve diğ. [21] oldukça uzun karbon nanotüp/metal basamak kesitli yapısında oldukça önemli fotokimyasal akımları keşfetmişlerdir. Li ve diğ. [22] moleküler basamak kesitli yapıların elektronik taşıma özelliklerini araştırmışlardır. Liao ve diğ. [23] boron karbonitrid/karbon nanotüp basamak kesitli yapısının direk sentezini gerçekleştirmişlerdir. Yu ve diğ. [24] açılı çok duvarlı karbon nanotüplerin TiO2 nano parçacıkları ile kaplanmasıyla oluşan basamak kesitli yapıyı üretmişlerdir. Jia ve diğ. [25] karbon nanotüp/silisyum basamak kesitli yapılarından oluşan güneş hücrelerinin 100mWcm<sup>-2</sup> güneş radyasyonu altında 5-7% verimde çalıştığını göstermişlerdir.

karbon nanotüplerin burulma titreşimi Ankastre-Ankastre ve Ankastre-Serbest sınır şartlarında araştırılmıştır. Çeşitli parametrelerin burulma titreşimi frekansına olan etkisi incelenmiştir. Elde edilen sonuçların nanoelektromekaniksel parçaların tasarımına faydalı olacağı düşünülmektedir.

#### II. Analiz

Toplam *L* uzunluğuna sahip,  $d_1$  ve  $d_2$  çaplarında birleştirilmiş iki karbon nanotüp ele alalım. İki nanotüp birbiriyle başlangıçtan noktasından ( $\bar{x} = 0$ ) itibaren  $\alpha$ mesafesinde birleşmiş olsun. Bu çalışmada ele alınacak olan mevcut problemin tek boyutlu sürekli ortam modeli Ankastre-Ankastre ve Ankastre-Serbest sınır şartlarında Şekil (2)'de görülmektedir.

Burulma hareketinin yönetici denklemi Newton'un ikinci yasasına göre her bir karbon nanotüp için aşağıda ifade edildiği şekildedir:

$$G_i I_{P_i} \frac{\partial^2 \theta_i}{\partial x^2} = \rho_i I_{P_i} \frac{\partial^2 \theta_i}{\partial t^2} \tag{1}$$

burada *G*, kayma modülü;  $\rho$ , yoğunluk;  $I_P$  kutupsal atalet momenti  $ve \ \theta$  açısal yer değiştirmeyi ifade etmektedir. Alt indis "*i*" fiziksel özelliğin birinci veya ikinci karbon nanotüpe ait olduğunu göstermektedir.



Şekil 1 Basamak kesitli Karbon Nanotüp Yapısının Atomik Kafes Yapısı

Basamak kesitli karbon nanotüplerin statik ve dinamik analizi ile ilgili yapılan çalışmaların sayısı oldukça azdır. Filiz ve Aydogdu [26] karbon nanotüp basamak kesitli yapılarının eksenel titreşimini çalışmışlardır. Yönetici denklemlerin bulunmasında Eringen'in yerel olmayan temel denklemleri kullanılmıştır. Arani ve Kolahchi [27] karbon nanotüp basamak kesitli yapılarının eksenel burkulmasını Euler-Bernoulli kiriş teorisini kullanarak incelemişlerdir. Yapılan bu çalışmada basamak kesitli Kutupsal atalet momenti aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır:

$$I_P = \pi \frac{(R_2^4 - R_1^4)}{2} \tag{2}$$

burada  $R_1$  and  $R_2$  karbon nanotüpün iç ve dış yarıçapını ifade etmektedir.

A. Karbon nanotüplerde burulma hareketinin yönetici denklemi

Yerel olmayan temel bağıntıyı ifade etmek gerekirse [4]:

$$(1 - \mu \nabla^2) \tau_{kl} = \lambda \varepsilon_{rr} \delta_{kl} + 2G \varepsilon_{kl}$$
(3)  
a)

burada  $\beta_i$  karakteristik parametreyi,  $\Omega_i$  boyutsuz frekans parametresini(BFP) ifade etmektedir. Eşitlik (7)'deki diferansiyel denklemin çözümü 1. ve 2. karbon nanotüp için aşağıdaki gibi ifade edilebilir:



Şekil 2 Basamak Kesitli Karbon Nanotüp Yapısı a)Ankastre-Ankastre b)Ankastre-Serbest Sınır Şartları

Anka

burada  $\tau_{kl}$  yerel olmayan gerilme tensörü,  $\varepsilon_{kl}$  genleme tensörü,  $\lambda$  ve G malzeme sabitleri,  $\mu = (e_0 a)^2$  yerel olmayan parametre, a iki karbon atomu arasındaki mesafe ve  $e_0$  Eringen sabitidir. Eringen  $e_0$  parametresini atomik kafes dinamiği eksenel dalga yayılımı sonuçlarına yakınsayarak 0.39 olarak belirlemiştir [4].

Uniform karbon nanotüpün bir boyutlu açısal deformasyonu için Eşitlik (3) aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\left(1 - \mu \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)\tau = G\gamma \tag{4}$$

burada  $\gamma$  ve  $\tau$  karbon nanotüpün kayma genlemesi ve kayma gerilmesidir. Eşitlik (4), Eşitlik (1)'de yerine yazılırsa:

$$G_i I_{P_i} \frac{\partial^2 \theta_i}{\partial x^2} = \rho_i I_{P_i} \frac{\partial^2 \theta_i}{\partial t^2} - \mu \rho_i I_{P_i} \frac{\partial^4 \theta_i}{\partial x^2 \partial t^2}$$
(5)

Eşitlik (5) basamak kesitli karbon nanotüp yapısının açısal doğrultudaki hareketinin yönetici denklemdir. Eğer verel olmayan parametre sıfır olarak kabul edilirse ( $\mu=0$ ), klasik sürekli ortam mekaniği denklemi elde edilir. Burulma titreşimi için her bir nanotüpün açısal yer değiştirmesi aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\theta_i(\bar{x},t) = A_i(\bar{x}) e^{j\omega t} \tag{6}$$

burada  $\omega$  burulma titreşim frekansını,  $A_i(\bar{x})$  ise açısal yer değiştirme için genlik fonksiyonunu ve  $j^2 = -1$ 'i ifade etmektedir. Eğer Eşitlik (4.75) zamana göre türevler ve boyutsuz nanotüp uzunluğu parametresine  $(\bar{x} = \frac{x}{r})$  göre yeniden düzenlenirse:

$$\frac{\partial^2 \theta_i}{\partial x^2} + \beta_i^2 \theta_i = 0 \tag{7}$$

$$\beta_i^{\ 2} = \frac{{\Omega_i^{\ 2}}}{{1 - \frac{\mu}{L^2} {\Omega_i^{\ 2}}}} \quad ve \quad {\Omega_i^{\ 2}} = \frac{{\rho_i \omega^2 L^2}}{{G_i}} \tag{8}$$

$$A_2(\bar{x}) = K_3 \cos(\beta_2 \bar{x}) + K_4 \sin(\beta_2 \bar{x})$$
(10)

(9)

 $A_1(\bar{x}) = K_1 \cos(\beta_1 \bar{x}) + K_2 \sin(\beta_1 \bar{x})$ 

$$\begin{aligned} \theta_1(0,t) &= 0,\\ \theta_1(\alpha,t) &= \theta_2(\alpha,t),\\ G_1 I_{P_1} \frac{\partial \theta_1(\alpha,t)}{\partial x} + \mu \rho_1 I_{P_1} \frac{\partial^3 \theta_1(\alpha,t)}{\partial x \, \partial t^2} &= G_2 I_{P_2} \frac{\partial \theta_2(\alpha,t)}{\partial x} + \\ \mu \rho_2 I_{P_2} \frac{\partial^3 \theta_2(\alpha,t)}{\partial x \, \partial t^2},\\ \theta_2(1,t) &= 0 \end{aligned}$$
(11)

Ankastre-Serbest sınır şartları:

$$\begin{aligned} \theta_{1}(0,t) &= 0,\\ \theta_{1}(\alpha,t) &= \theta_{2}(\alpha,t),\\ G_{1}I_{P_{1}}\frac{\partial \theta_{1}(\alpha,t)}{\partial x} + \mu \rho_{1}I_{P_{1}}\frac{\partial^{3}\theta_{1}(\alpha,t)}{\partial x \partial t^{2}} &= G_{2}I_{P_{2}}\frac{\partial \theta_{2}(\alpha,t)}{\partial x} + \\ \mu \rho_{2}I_{P_{2}}\frac{\partial^{3}\theta_{2}(\alpha,t)}{\partial x \partial t^{2}},\\ G_{2}I_{P_{2}}\frac{\partial \theta_{2}(1,t)}{\partial x} + \mu \rho_{2}I_{P_{2}}\frac{\partial^{3}\theta_{2}(1,t)}{\partial x \partial t^{2}} &= 0 \end{aligned} (12)$$

Görüleceği üzere  $\bar{x} = 0$ 'daki ankastre sınır şartından dolayı  $K_1$  katsayısı sıfır olmaktadır ( $K_1 = 0$ ). Ankastre-Ankastre ve Ankastre-Serbest sınır şartları matris formunda ifade edilirse:

$$\begin{bmatrix} CC_{11} & CC_{12} & CC_{13} \\ CC_{21} & CC_{22} & CC_{23} \\ CC_{31} & CC_{32} & CC_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_2 \\ K_3 \\ K_4 \end{bmatrix} = 0$$
(13)

ve Ankastre-Serbest sınır şartları:

$$\begin{bmatrix} CF_{11} & CF_{12} & CF_{13} \\ CF_{21} & CF_{22} & CF_{23} \\ CF_{31} & CF_{32} & CF_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_2 \\ K_3 \\ K_4 \end{bmatrix} = 0$$
(14)

18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, Trabzon, 5-7 Temmuz 2017



Şekil 3 BFP'nin Yerel Olmayan Parametre ile Değişimi (L=10nm ,  $\alpha=0.46$ )



Şekil 4 BFP'nin Yerel Olmayan Parametre ile Değişimi (L=20nm ,  $\alpha$ =0.46)



Şekil 5 BFP'nin Yerel Olmayan Parametre ile Değişimi (L=10nm, a=0.67)

18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, Trabzon, 5-7 Temmuz 2017



Şekil 6 BFP'nin Yerel Olmayan Parametre ile Değişimi (L=20nm ,  $\alpha=0.67$ )



Şekil 7 Birleştirilmiş Karbon Nanotüp Yapısının Mod Şekilleri (L=10nm ,  $\alpha$ =0.46)



Şekil 8 Birleştirilmiş Karbon Nanotüp Yapısının Mod Şekilleri (L=20nm ,  $\alpha$ =0.46)

18. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, Trabzon, 5-7 Temmuz 2017



Şekil 9 Birleştirilmiş Karbon Nanotüp Yapısının Mod Şekilleri (L=10nm, a=0.67)



Şekil 10 Birleştirilmiş Karbon Nanotüp Yapısının Mod Şekilleri (L=20nm,  $\alpha$ =0.67)



Şekil 11 BFP'nin Yerel Olmayan Parametre ile Değişimi (L=5nm ,  $\alpha$ =0.22)



Şekil 12 Birleştirilmiş Karbon Nanotüp Yapısının Mod Şekilleri (L=5nm, α=0.22)

Aşikar çözümün olabilmesi için, Eşitlik (13) ve (15)'deki katsayı matrisleri determinantlarının sıfıra eşit olması gerekir. Determinant denklemleri karakteristik parametrelere ( $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ) göre çözülürse, boyutsuz frekans parametreleri Eşitlik (8) kullanılarak bulunabilir.

 $K_2$ ,  $K_3$  ve  $K_4$  katsayıları her bir BFP için  $K_2$  katsayısına göre bulunabilir.  $K_2$  katsayısı "1" olarak kabul edilirse  $K_3$ ve  $K_4$  katsayıları  $K_2$  katsayısına göre izafi olarak elde edilir. Daha sonra genlik oranları bu katsayılar kullanılarak bulunabilmektedir.

#### III. Sayısal Sonuçlar ve Tartışma

Bu bölümde ilk olarak kullanılacak olan yerel olmayan nanotüp modelinin geçerliliği araştırılacaktır. Daha sonra boyutsuz frekans parametresinin yerel olmayan etki, nanotüp uzunluğu, şiral açı ve birleşme noktası ile değişimi incelenecektir. Sonuçlar grafiklerle karşılaştırmalı olarak sunulacaktır. Basamak kesitli karbon nanotüp yapısının farklı durum şartlarındaki mod şekilleri gösterilecektir.

#### A. Yerel olmayan nanotüp modelinin geçerliliği

Yerel olmayan nanotüp modelinin geçerliliği, kafes dinamiği ve moleküler dinamik simülasyonları kullanılarak gerçekleştirilecektir. Eringen [4,5],  $e_0$ parametresini belirlemek için atomik kafesi dinamiği eksenel dalga yayılımı sonuçlarını kullanmıştır.  $e_0$ parametresi 0.39 olarak kabul edildiğine yerel olmayan teori atomik kafes dinamiği sonuçları ile oldukça yakın sonuçlar vermiştir. Aynı varsayım burulma dalga yayılımı için yapılırsa, Şekil (3)'deki birbirine yakın sonuçlar elde edilmektedir. Klasik teori sonuçları artan dalga sayısı ile doğrusal olarak artarken, atomik kafes dinamiği ve yerel olmayan teori sonuçları birinci Brillouin bölgesi sonunda birbirine yaklaşmaktadır.

Çok duvarlı karbon nanotüplerdeki burulma dalga yayılımı da daha önceki çalışmalarda ele alınmıştır [28]. İkinci karşılaştırma ise moleküler dinamik simülasyonu sonuçları ile yapılacaktır. Khademolhosseini [29] farklı şiral açılara sahip karbon nanotüplerin burulma dalga yayılımı sonuçlarını moleküler dinamik simülasyonu kullanarak elde etmiştir. Tablo (1)'de görülen karşılaştırmaya göre birinci ve dördüncü mod sayılarında birbirine oldukça yakın sonuçlar elde edilmiştir. Yerel olmayan nanotüp modeli moleküler dinamik simülasyonu ile benzer sonuçlar vermiştir.

## B. Burulma titreşimi frekansının değişimi

Bu bölümde basamak kesitli karbon nanotüplerin burulma titreşimi yerel olmayan parametre, karakteristik parametre, nanotüp uzunluğu gibi parametrelerin etkisiyle Anakastre-Ankastre ve Ankastre-Serbest sınır şartlarında farklı mod sayılarında değişimi incelenmiştir.

Şekil (3)-(6)'da basamak kesitli karbon nanotüp yapısı için boyutsuz burulmalı frekans parametresine yerel olmayan parametrenin etkisi görülmektedir. Yerel olmayan parametre BFP'ni azaltmaktadır. Azalma davranışı büyük mod sayılarında daha belirgin görülmektedir. Nanotüp uzunluğu yerel olmayan etkiyi azaltmaktadır. Birleşme noktası Ankastre-Serbest sınır şartında BFP'yi az da olsa azaltmaktadır. Büyük mod sayılarında bu durum daha bariz görülmektedir. Ankastre-Ankastre sınır şartında birleşme noktası tam ortada ( $\bar{x} = 0.5$ ) olduğunda BFP değeri en yüksek değerine ulaşır.

Birleştirilmiş karbon nanotüp yapısı için mod şekilleri Şekil (7)-(10)'da farklı durumlar için görülmektedir. Yerel olmayan etki genlik oranını artırmakta ve bu etki kısa nanotüp uzunluklarında daha belirgin olmaktadır. Birleşme noktası, Ankastre-Serbest sınır şartında genlik oranını artırmaktadır. Farklı olarak Ankastre-Ankastre sınır şartında genlik oranı birleştirilmiş yapının orta noktasında ( $\bar{x} = 0.5$ ) en yüksek değerine ulaşmaktadır.

Üç farklı karbon nanotüp şiral açı durumu ele alınmıştır. Şiral açısı, nanotüpüm çapını değiştirmektedir.

BFP artan nanotüp yarıçapı ve yerel olmayan parametre ile azalmaktadır (Şekil (11)). Bu durum Ankastre-Serbest sınır şartında daha açık görülmektedir. Şekil (12)'de genlik oranına şiral açısı ve yerel olmayan parametre etkisi görülmektedir. Her ikisi de genlik oranını küçük miktarlarda da olsa artırmaktadır [30].

#### IV. Sonuçlar

Yapılan çalışmada elde edilen sonuçları maddeler halinde belirtmek gerekirse:

- Yerel olmayan teorinin azaltıcı etkisi diğer çalışmalarla benzer şekilde grafiklerle gösterilmiştir.
- Yerel olmayan etkinin azaltıcı etkisi nanotüp uzunluğuna göre elde edilmiştir. Yerel olmayan etki uzun nanotüplerde ortadan kaybolmaktadır.
- Birleştirilmiş karbon nanotüp yapısının birleşme noktası BFP ve genlik oranını çeşitli sınır şartları için farklı etkilemektedir. Ankastre-Ankastre sınır şartında BFP ve genlik oranı birleştirilmiş yapının orta noktasında ( $\bar{x} = 0.5$ ) en yüksek değerine ulaşmaktadır. Ankastre-Serbest sınır şartında BFP ve genlik oranı birleştirilmiş yapının sonunda en yüksek değerine ulaşmaktadır ( $\bar{x} = 1$ ).
- Şiral açısı, BFP ve genlik oranını artıran bir etki göstermektedir.

Elde edilen sonuçların nano-elektromekaniksel mekanizmaların tasarımında faydalı olacağı düşünülmektedir.

#### Kaynakça

- [1] S. Iijima, Helical microtubules of graphitic carbon, Nature. 354 (1991) 56–58. doi:10.1038/354056a0.
- [2] B. Bourlon, D.C. Glattli, C. Miko, L. Forró, A. Bachtold, Carbon Nanotube Based Bearing for Rotational Motions, Nano Lett. 4 (2004) 709–712. doi:10.1021/nl035217g.
- [3] M.M. Shulaker, G. Hills, T.F. Wu, Z. Bao, H.-S.P. Wong, S. Mitra, Efficient metallic carbon nanotube removal for highly-scaled technologies, in: 2015 IEEE Int. Electron Devices Meet., IEEE, 2015: p. 32.4.1-32.4.4 doi:10.1109/IEDM.2015.7409815.
- [4] A.C. Eringen, On differential equations of nonlocal elasticity and solutions of screw dislocation and surface waves, J. Appl. Phys. 54 (1983) 4703–4710. doi:10.1063/1.332803.
- [5] A.C. Eringen, Nonlocal polar elastic continua, Int. J. Eng. Sci. 10 (1972) 1–16. doi:10.1016/0020-7225(72)90070-5.
- [6] L. Chico, V. Crespi, L. Benedict, S. Louie, M. Cohen, Pure Carbon Nanoscale Devices: Nanotube Heterojunctions, Phys. Rev. Lett. 76 (1996) 971–974. doi:10.1103/PhysRevLett.76.971.
- [7] D.B. Romero, M. Carrard, W. De Heer, L. Zuppiroli, A carbon nanotube/organic semiconducting polymer heterojunction, Adv. Mater. 8 (1996) 899–902. doi:10.1002/adma.19960081105.
- [8] Z. Yao, H.W.C. Postma, L. Balents, C. Dekker, Carbon nanotube intramolecular junctions, Nature. 402 (1999) 273–276. doi:10.1038/46241.
- [9] J.T. Hu, M. Ouyang, P.D. Yang, C.M. Lieber, Controlled growth and electrical properties of heterojunctions of carbon nanotubes and silicon nanowires, Nature. 399 (1999) 48–51. doi:10.1038/19941.
- [10]Y. Zhang, T. Ichihashi, E. Landree, F. Nihey, S. Iijima, Heterostructures of Single-Walled Carbon Nanotubes and Carbide Nanorods, Science (80-.). 285 (1999) 1719–1722. doi:10.1126/science.285.5434.1719.

- [11]G. Treboux, P. Lapstun, K. Silverbrook, An Intrinsic Carbon Nanotube Heterojunction Diode, J. Phys. Chem. B. 103 (1999) 1871–1875. doi:10.1021/jp983639m.
- [12] M. Ferreira, T. Dargam, R. Muniz, A. Latgé, Local electronic properties of carbon nanotube heterojunctions, Phys. Rev. B. 62 (2000) 40–45. doi:10.1103/PhysRevB.62.16040.
- [13] A.A. Odintsov, Schottky barriers in carbon nanotube heterojunctions, Phys. Rev. Lett. 85 (2000) 150–153. doi:10.1103/PhysRevLett.85.150.
- [14]J. Kim, J.-O. Lee, H. Oh, K.-H. Yoo, J.-J. Kim, Temperature dependence of the current-voltage characteristics of a carbonnanotube heterojunction, Phys. Rev. B. 64 (2001) 161404. doi:10.1103/PhysRevB.64.161404.
- [15]Y. Zhang, S. Iijima, Method of forming a heterojunction of a carbon nanotube and a different material, method of working a filament of a nanotube, 2001. https://www.google.com/patents/US6203864.
- [16] A N. Andriotis, M. Menon, D. Srivastava, L. Chernozatonskii, Rectification properties of carbon nanotube "Y-junctions", Phys. Rev. Lett. 87 (2001) 66802. doi:10.1103/PhysRevLett.87.066802.
- [17]A. Andriotis, M. Menon, D. Srivastava, L. Chernozatonskii, Transport properties of single-wall carbon nanotube Y junctions, Phys. Rev. B. 65 (2002) 1–13. doi:10.1103/PhysRevB.65.165416.
- [18] A.M. Cassell, J. Li, R.M.D. Stevens, J.E. Koehne, L. Delzeit, H.T. Ng, et al., Vertically aligned carbon nanotube heterojunctions, Appl. Phys. Lett. 85 (2004) 2364–2366. doi:10.1063/1.1794356.
- [19] M.P. Anantram, F. Léonard, Physics of carbon nanotube electronic devices, Reports Prog. Phys. 69 (2006) 507–561. doi:10.1088/0034-4885/69/3/R01.
- [20] J. Luo, J. Zhu, Arrays of one-dimensional metal/silicon and metal/carbon nanotube heterojunctions, Nanotechnology. 17 (2006) S262–S270. doi:10.1088/0957-4484/17/11/s06.
- [21]J.L. Sun, J. Wei, J.L. Zhu, D. Xu, X. Liu, H. Sun, et al., Photoinduced currents in carbon nanotube/metal heterojunctions, Appl. Phys. Lett. 88 (2006) 1–4. doi:10.1063/1.2189454.
- [22] X.F. Li, K.Q. Chen, L. Wang, M.Q. Long, B.S. Zou, Z. Shuai, Effect of length and size of heterojunction on the transport properties of carbon-nanotube devices, Appl. Phys. Lett. 91 (2007) 5–8. doi:10.1063/1.2790839.
- [23]L. Liao, K. Liu, W. Wang, X. Bai, E. Wang, Y. Liu, et al., Multiwall Boron Carbonitride/Carbon Nanotube Junction and Its Rectification Behavior, J. Am. Chem. Soc. 129 (2007) 9562–9563. doi:10.1021/ja072861e.
- [24]H. Yu, X. Quan, S. Chen, H. Zhao, TiO2-multiwalled carbon nanotube heterojunction arrays and their charge separation capability, J. Phys. Chem. C. 111 (2007) 12987–12991. doi:10.1021/jp0728454.
- [25]Y. Jia, J. Wei, K. Wang, A. Cao, Q. Shu, X. Gui, et al., Nanotubesilicon heterojunction solar cells, Adv. Mater. 20 (2008) 4594– 4598. doi:10.1002/adma.200801810.
- [26]S. Filiz, M. Aydogdu, Axial vibration of carbon nanotube heterojunctions using nonlocal elasticity, Comput. Mater. Sci. 49 (2010) 619–627. doi:10.1016/j.commatsci.2010.06.003.
- [27] A. G. Arani, R. Kolahchi, Exact solution for nonlocal axial buckling of linear carbon nanotube hetero-junctions, Proc. Inst. Mech. Eng. Part C J. Mech. Eng. Sci. 228 (2013) 366–377. doi:10.1177/0954406213483647.
- [28]M. Arda, M. Aydogdu, Torsional wave propagation in multiwalled carbon nanotubes using nonlocal elasticity, Appl. Phys. A. 122 (2016) 219. doi:10.1007/s00339-016-9751-1.
- [29]F. Khademolhosseini, A.S. Phani, A. Nojeh, N. Rajapakse, Nonlocal continuum modeling and molecular dynamics simulation of torsional vibration of carbon nanotubes, IEEE Trans. Nanotechnol. 11 (2012) 34–43. doi:10.1109/TNANO.2011.2111380.
- [30]M. Arda, Nano Ölçekli Yapılarda Burulma Davranışının Yerel Olmayan Elastisite Teorisi Kullanılarak Statik ve Dinamik Analizi, Trakya Üniversitesi, 2016.

# Doğrusal Olmayan Elastik Bir Zemin Üzerindeki Kirişin Zorlamalı Titreşim Hareketi

B. Bostancı \* Celal Bayar Üniversitesi Manisa

Özet—Bu çalışmada kuvvetli nonlineer sistemler için de geçerli çözümler veren MSLP yöntemi kısmi diferansivel denkleme uvgulanmaktadır. Bu veni vöntem çok zaman ölçekli yöntem ve Lindstedt Poincare tekniğinin birleştirilmesi esasına dayanmaktadır. Daha sonra, aynı kısmi diferansiyel denklem indirgenerek çok zaman ölçekli yöntem ile çözülmüştür. Uygulanan analitik çözümlerden elde edilen frekans-tepki grafikleri sayısal sonuçlar ile karşılaştırılmıştır. Yanılan karşılaştırmalarda, zayıf nonlineer sistemler için analitik metotlar sayısal çözümler ile uyum içinde olduğu görülmektedir. Kuvvetli nonlineer sistem için sistem parametreleri arttırıldığında çok ölçekli metot fiziksel olmavan cözümler verir iken MSLP vöntemin savısal çözüm ile uyum içinde olduğu görülmüştür.

Anahtar kelimeler: çok zaman ölçekli yöntem, kuvvetli nonlineer sistemler, perturbasyon yöntemleri, zorlamalı titreşim

Abstract—In this work, MSLP method which is valid for strong nonlinear systems are applied to partial differantial equation. The new method is an combination of Method of Multiple Scales and Lindstedt-Poincare Method. Then, the same partial differantial equation is discretized and solved with multiple scales. The frequency response graphs obtained from the applied analytical solutions are compared with numerical results. In the comparisons made, analytical methods for weak nonlinear systems seem to be in agreement with numerical solutions. When the system parameters are increased for a nonlinear system, the MSLP method is found to be in harmony with the numerical solution while the multiple scale method is shown non-physical solutions.

Keywords: forced vibration, multiple scales method, perturbation methods, strong nonlinear systems

#### I Giriş

Elastik zemin üzerindeki kirişler mühendislik problemlerinde geniş uygulama alanlarına sahipir. Literatürde bu sistemlerle ilgili oldukça model bulunmaktadır. Kirişlerin nonlineer titreşimleri birçok araştırmacı tarafından incelenmiştir [1,2,3]. M.M.F. Karahan<sup>†</sup> Celal Bayar Üniversitesi Manisa

Analitik çözüm yöntemlerinden en yaygın olarak uygulananı perturbasyon yöntemleridir. Lineer ve nonlineer sistemlere de uygulanabilirliği açısından perturbasyon yöntemleri oldukça önem taşımaktadır. Perturbasyon yöntemleri, akışkanlar mekaniği, ısı transferi ve mekanik titreşimler gibi birçok uygulanabilir fiziksel problemlerde uygun analitik çözümler elde etmişlerdir [4,5,6]. Ancak, perturbasyon yöntemini kısıtlandıran bazı durumlar mevcuttur. Bu da perturbasyon yönteminde, küçük bir parametreye ihtiyaç duyulmasıdır. Denklemde bulunan veya suni olarak yerleştiren bu küçük perturbasyon parametresi, problemlerin çözümünde sıkıntıya neden olmaktadır. Bu parametre, denklemde genellikle nonlineer terimlerin başına gelmektedir ve bu da nonlineer terimin mertebe olarak düşmesine sebep olmaktadır. Bu nedenle, zayıf nonlineer sistemler için yapılan çözümler geçerli olmaktadır. Bu parametrenin büyük olduğu değerlerde ise sistem kuvvetli nonlineer bir sistem olmaktadır. Ancak, kuvvetli nonlineer sistemler için perturbasyon yöntemleri uygun sonuçlar vermemektedir. Kuvvetli nonlineer sistemler için uygun sonuçlar elde edebilmek adına yeni yöntemler geliştirilmeye başlanmıştır. Bu yöntemlerden bazıları; parametrelerin açılımı yöntemi [7], lineerize edilmiş (doğrusallaştırılmış) perturbasyon yöntemi [8], düzeltilmiş (modifiye edilmiş) Lindstedt-Poincare yöntemi [9,10,11], homotopi perturbasyon yöntemi [12-16], perturbasyon iterasyon yöntemi [17,18] ve bu çalışmada uygulanacak olan MSLP yöntemidir.

MSLP yöntemi, çok zaman ölçekli yöntem (MS) ile Lindstedt-Poincare yönteminin (LP) birleştirilmesi esasına dayanmaktadır. . Bu yöntemde iki yöntemin eksiklikleri giderilerek özellikle nonlineer sistemler için geçerli çözümler sağlayan sonuçlara ulaşılmıştır [19,20,21].

Bu çalışmada doğrusal olmayan elastik bir zemin üzerindeki kirişin zorlamalı titreşim hareketi incelenecektir. Öncelikle Hamilton prensibi uygulanarak sistemin hareket denklemi elde edilecektir. Daha sonra elde edilen denklem boyutsuzlaştırılacak ve boyutsuzlaştırılan denklemin çözümü yapılcaktır. Bu denklem Pakdemirli ve Karahan [22] tarafından direkt perturbasyon yöntemi ile çözülmüştür. Bu bölümde ise

<sup>\*</sup> bostanci.beyza@gmail.com † fatih.karahan@cbu.edu.tr

denklem diskritizasyon-perturbasyon metodu uygulanarak çözülecektir.

#### II. Sistemin Hareket Denkleminin Elde Edilmesi ve Denklemin Boyutsuzlaştırılması

Doğrusal olmayan elastik bir yatak üzerine basit-basit mesnetlenmiş bir Euler-Bernoulli kirişi Şekil 1.'de görülmektedir.



Şekil 1. Doğrusal olmayan elastik bir yatak üzerine basit-basit mesnetlenmiş bir Euler-Bernoulli kirişi [1]

Burada, kirişin enine deplasmanı  $w^*$ , kirişin kesit alanı A, kirişin uzunluğu L, kirişin tarafsız eksene göre atalet momenti I, kirişin yoğunluğu  $\rho$ , Young modülü E, elastik yatağın lineer ve lineer olmayan yay katsayıları sırasıyla  $k_1$  ve  $k_2$  olarak tanımlanmaktadır.

Sistemin hareket denklemi Hamilton prensibi kullanılarak elde edilecektir. Hamilton prensibi bir sistemin  $t_1$  ve  $t_2$  gibi an arasındaki tüm hareketini göz önüne almaktadır. Prensip, dinamik problemleri skaler bir integralin incelenmesine dönüştürmektedir. Prensibin en önemli avantajı, kullanılan koordinat sisteminden bağımsız olmasıdır. Genelleştirilmiş Hamilton prensibine göre bir sistem keyfi bir  $t_1 - t_2$  zaman aralığında, kinetik enerjisinin varyasyonu ile kendisine etkimekte olan aktif kuvvetlerin yaptığı virtüel işler toplamının integrali sıfır olacak biçimde hareket etmesi olarak tanımlanır [23]. Hamilton prensibinin matematiksel formülasyonu aşağıdaki gibidir.

$$\int_{t_2}^{t_1} \left( \sum_i f_i \delta x_i \right) dt = 0 \tag{1}$$

Sistem korunumlu olduğundan yapılan iş aşağıdaki gibidir.

$$\delta W = -f \,\delta x \tag{2}$$

Hamilton integralindeki iş terimi, potansiyel enerji ve kinetik enerji varyasyonları olarak ifade edilir.

$$\int_{l_2}^{l_1} Ldt = 0$$
 (3)

Lagrange (L) fonksiyonu kinetik ve potansiyel enerjilerin farkı olarak tanımlanır.

$$\int_{t_2}^{t_1} (T - V) dt = 0$$
(4)

Hamilton prensibini uygulamak için öncelikle sistemin kinetik ve potansiyel enerjileri yazılır.

$$T = \frac{1}{2} \int_{0}^{L} \rho A \dot{w}^{*2} dx^{*}$$
(5)

$$V = \frac{1}{2} \int_{0}^{L} E' I w^{*2} dx^{*} + \frac{1}{2} \int_{0}^{L} E' A \left( u^{*} + \frac{w^{*2}}{2} \right)^{2} dx^{*} + \frac{1}{2} k_{1} \int_{0}^{L} w^{*2} dx^{*} \frac{1}{2} k_{2} \int_{0}^{L} w^{*4} dx^{*}$$
(6)

Burada T kinetik enerjiyi, V ise potansiyel enerjiyi ifade eder. Potansiyel enerji denklemindeki ilk terim kirişin eğilmesinden kaynaklanan potansiyel enerjiyi, ikinci terim kirişin eğilmesi sırasında uzama etkisinden kaynaklan potansiyel enerjiyi, üçüncü ve dördüncü terim ise elastik zemin üzerindeki yayların depo ettikleri potansiyel enerjileri ifade etmektedir.

Denklem (5) ve denklem (6), denklem (4)'de yerine yazılır.

$$\int_{t_1}^{t_2} \left[ \frac{1}{2} \int_{0}^{L} \rho A \dot{w}^{*2} dx^* - \frac{1}{2} \int_{0}^{L} E' I w^{*/2} dx^* - \frac{1}{2} \int_{0}^{L} E' A (u^{*'} + \frac{1}{2} w^{*/2})^2 dx^* - \frac{1}{2} \int_{0}^{L} k_1 w^{*2} dx^* - \frac{1}{2} \int_{0}^{L} k_2 w^{*4} dx^* \right] dt^* = 0$$
(7)

Varyasyon integralin içine alınır.

$$\int_{t_{1}}^{t_{2}} \left[ \frac{1}{2} \int_{0}^{L} 2\rho A \dot{w}^{*} \delta \dot{w}^{*} dx^{*} - \frac{1}{2} \int_{0}^{L} 2E' I w^{*''} \delta w^{*'} dx^{*} - \frac{1}{2} \int_{0}^{L} 2E' A (u^{*'} + \frac{1}{2} w^{*'2}) (\delta u^{*'} + w^{*'} \delta w^{*'}) dx^{*} - \frac{1}{2} \int_{0}^{L} 2E_{1} w^{*} \delta w^{*} dx^{*} - \frac{1}{2} \int_{0}^{L} 4k_{2} w^{*3} \delta w^{*} dx^{*} \right] dt^{*} = 0$$
(8)

Denklem (8)'daki integraller kısmi integrasyon uygulanarak hesaplanır. Kısmi integral hesaplamaları için kullanılan formül yapısı aşağıdaki gibidir.

$$\int_{0}^{L} u dv = u v \Big|_{0}^{L} - \int_{0}^{L} v du$$
(9)

Denklem (8)'ya kısmi integrasyon uygulandıktan sonra aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\int_{t_{1}}^{t_{2}} \int_{t_{1}}^{L} \rho A \ddot{w}^{*} \delta w^{*} dx^{*} - \int_{t_{1}}^{t_{2}} E' I w^{**} \Big|_{0}^{L} \delta w^{*} dt^{*} + \int_{0}^{t_{2}} E' I w^{**} \Big|_{0}^{L} \delta w^{*} dt^{*} + \int_{0}^{t_{2}} E' I w^{**} \delta w^{*} dx^{*} dt^{*} + \int_{t_{1}}^{t_{2}} E' A (u^{*'} + \frac{1}{2} w^{*'2}) \Big|_{L}^{0} \delta u^{*} dt^{*} + \int_{t_{1}}^{t_{2}} \int_{0}^{L} E' A (u^{*'} + \frac{1}{2} w^{*'2}) du^{*} dx^{*} dt^{*} + \int_{t_{1}}^{t_{2}} \int_{0}^{L} E' A (u^{*'} + \frac{1}{2} w^{*'2}) du^{*} dx^{*} dt^{*} + \int_{t_{1}}^{t_{2}} \int_{0}^{L} E' A \Big[ (u^{*'} + \frac{1}{2} w^{*'2}) w^{*} \Big]^{*} \delta w^{*} dx^{*} dt^{*} + \int_{t_{1}}^{t_{2}} E' A (u^{*'} + \frac{1}{2} w^{*'2}) w^{*} \Big|_{0}^{L} \delta w^{*} dt^{*} + \int_{t_{1}}^{t_{2}} E' A (u^{*'} + \frac{1}{2} w^{*'2}) w^{*} \Big|_{0}^{L} \delta w^{*} dt^{*} + \int_{t_{1}}^{t_{2}} E' A (u^{*'} + \frac{1}{2} w^{*'2}) w^{*} \Big|_{0}^{L} \delta w^{*} dt^{*} + \int_{t_{1}}^{t_{2}} E' A (u^{*'} + \frac{1}{2} w^{*'2}) w^{*} \Big|_{0}^{L} \delta w^{*} dt^{*} + \int_{t_{1}}^{t_{2}} E' A (u^{*'} + \frac{1}{2} w^{*'2}) w^{*} \Big|_{0}^{L} \delta w^{*} dt^{*} + \int_{t_{1}}^{t_{2}} E' A (u^{*'} + \frac{1}{2} w^{*'2}) w^{*} \Big|_{0}^{L} \delta w^{*} dt^{*} + \int_{t_{1}}^{t_{2}} E' A (u^{*'} + \frac{1}{2} w^{*'2}) w^{*} \Big|_{0}^{L} \delta w^{*} dt^{*} + \int_{t_{1}}^{t_{2}} E' A (u^{*'} + \frac{1}{2} w^{*'2}) w^{*} \Big|_{0}^{L} \delta w^{*} dt^{*} + \int_{t_{1}}^{t_{2}} E' A (u^{*'} + \frac{1}{2} w^{*'2}) w^{*} \Big|_{0}^{L} \delta w^{*} dt^{*} + \int_{t_{1}}^{t_{2}} E' A (u^{*'} + \frac{1}{2} w^{*'2}) w^{*} \Big|_{0}^{L} \delta w^{*} dt^{*} + \int_{t_{1}}^{t_{2}} E' A (u^{*'} + \frac{1}{2} w^{*'2}) w^{*'} \Big|_{0}^{L} \delta w^{*} dt^{*} + \int_{t_{1}}^{t_{2}} E' A (u^{*'} + \frac{1}{2} w^{*'2}) e^{-1} \int_{t_{1}}^{t_{2}} E' A (u^{*'} + \frac{1}{2} w^{*'2}) e^{-1} \int_{t_{1}}^{t_{2}} E' A (u^{*'} + \frac{1}{2} w^{*'2}) e^{-1} \int_{t_{1}}^{t_{2}} E' A (u^{*'} + \frac{1}{2} w^{*'2}) e^{-1} \int_{t_{1}}^{t_{2}} E' A (u^{*'} + \frac{1}{2} w^{*'2}) e^{-1} \int_{t_{1}}^{t_{2}} E' A (u^{*'} + \frac{1}{2} w^{*'2}) e^{-1} \int_{t_{1}}^{t_{2}} E' A (u^{*'} + \frac{1}{2} w^{*'2}) e^{-1} \int_{t_{1}}^{t_{2}} E' A (u^{*'} + \frac{1}{2} w^{*'2}) e^{-1} \int_{t_{1}}^{t_{2}} E' A (u^{*'} + \frac{1}{2} w^{*'2}) e^{-1} \int_{t_{1}^{t_{2}}}^{t_{2}} E' A (u^{*'}$$

Çift katlı integraller sistemin hareket denklemini, tek katlı integraller ise sistemin olası sınır şartlarını ifade eder. Çift katlı integraller birlikte yazılırsa kirişin enine titreşimini ifade eden aşağıdaki hareket denklemi elde edilir.

$$\rho A \ddot{w}^* + E' I w^{*_{IV}} - E' A \left[ w^{*'} \left( u^{*''} + \frac{1}{2} w^{*'^2} \right) \right]^{-} + \left( k_1 w^* + k_2 w^{*3} \right) = 0$$
(11)

Aynı şekilde çift katlı integrallerden boyuna titreşimi ifade eden hareket denklemi elde edilir.

$$E'A\left(u^{*'} + \frac{1}{2}w^{*'2}\right) = 0$$
(12)

Denklem (11) ve denklem (12) tek denkleme indirgenirse

$$E'A\left(u^{*'} + \frac{1}{2}w^{*'^2}\right) = C(t^*)$$
(13)

elde edilir. Bu ifade, denklem (13)'in konuma bağlı olmadığını gösterir. Denklem (13)'de her iki tarafın tanım kümesi üzerinden integrasyon alınır.

$$C(t^{*}) = \frac{E'A}{2L} \int_{0}^{L} w^{*'2} dx^{*}$$
(14)

Denklem (14), denklem (11)'da yerine yazılır ve düzenlenirse kirişin enine titreşimlerini ifade eden hareket denklemi aşağıdaki gibi elde edilir.

$$E'I\frac{\partial^4 w^*}{\partial x^{*4}} + \rho A \frac{\partial^2 w^*}{\partial t^{*2}} - \frac{E'A}{2L} \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} \int_0^L \left(\frac{\partial w^*}{\partial x^*}\right)^2 dx^*$$

$$+k_1 w^* + k_2 w^{*3} = 0$$
(15)

Elde edilen nonlineer diferansiyel denkleme sönüm ve zorlama etkileri dahil edilerek aşağıdaki kirişin enine titreşimlerini ifade eden boyutlu hareket denklemi elde edilir.

$$E'I \frac{\partial^4 w^*}{\partial x^{*4}} + \rho A \frac{\partial^2 w^*}{\partial t^{*2}} + \mu \frac{\partial w^*}{\partial t^*} + k_1 w^*$$
  
+
$$k_2 w^{*3} = \frac{E'A}{2L} \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} \left[ \int_0^L \left( \frac{\partial w^*}{\partial x^*} \right)^2 dx^* \right] + F(x^*) \cos \Omega^* t^*$$
(16)

Burada  $\mu$  sönüm katsayısını, F zorlama kuvvetininin genliğini,  $\Omega$  ise zorlama frekansını ifade etmektedir. Basit-basit mesnet için sınır şartları aşağıdaki şekildedir.

$$w^{*}(0,t^{*}) = 0, \frac{\partial^{2}w^{*}(0,t^{*})}{\partial x^{*2}} = 0$$

$$w^{*}(L,t^{*}) = 0, \frac{\partial^{2}w^{*}(L,t^{*})}{\partial x^{*2}} = 0$$
(17)

Kiriş için enine titreşim hareketini tanımlayan hareket denklemine ve sınır şartlarına boyutsuzlaştırma uygulanır. Boyutsuz değişkenler aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$w = \frac{w^*}{r}, \qquad x = \frac{x^*}{L}, \ t = \frac{t^*}{T}$$
 (18)

Burada r kirişin kesit alanının atalet yarıçapıdır. Nihai boyutsuz denklem

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + 2\overline{\mu} \frac{\partial w}{\partial t} + \alpha_1 w$$

$$+ \alpha_2 w^3 = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \int_0^t \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 dx + \overline{F} \cos \Omega t$$
(19)

olarak elde edilir. Boyutsuz parametreler tanımlanır.

$$2\overline{\mu} = \frac{\mu^* L^2}{rA\sqrt{E\rho}}, \quad \overline{F} = \frac{F^* L^4}{EIr}, \quad \Omega = \frac{\Omega^* L^2}{r}\sqrt{\frac{\rho}{E}},$$
$$\alpha_1 = \frac{k_1 L^4}{EI}, \quad \alpha_2 = \frac{k_2 L^4}{EA}$$
(20)

T bir zaman ölçeği olarak aşağıdaki şekilde tanımlanır.

$$T = L^2 \sqrt{\frac{\rho A}{EI}}$$
(21)

Denklem (17) düzenlenirse boyutsuz sınır şartları

$$w(0,t) = 0, \qquad \frac{\partial^2 w(0,t)}{\partial x^2} = 0,$$
  
$$w(1,t) = 0, \qquad \frac{\partial^2 w(1,t)}{\partial x^2} = 0 \qquad (22)$$

olarak elde edilir. Probleme  $\varepsilon$  mertebesindeki gerilmeleri dahil etmek amacıyla bağımlı değişkene aşağıdaki dönüşüm uygulanır.

$$u = \frac{w}{\sqrt{\varepsilon}}$$
(23)

Birincil rezonans durumunda sönümleme ve zorlama terimleri için dönüşüm yapılarak tekrar düzenlenir.

$$\bar{\mu} = \varepsilon^2 \mu \,, \qquad \bar{F} = \varepsilon^2 f \tag{24}$$

Burada  $\varepsilon$  terimi sistemdeki perturbasyon parametresini temsil etmektedir.

## III. Diskritizasyon-Perturbasyon Metodunun Uygulanması

Kısmi diferansiyel denklem ve sınır şartlarıın nihai hali aşağıdaki gibidir.

$$\frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + 2\varepsilon^2 \mu \frac{\partial u}{\partial t} + \alpha_1 u$$

$$+ \varepsilon \alpha_2 u^3 = \frac{1}{2} \varepsilon \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \int_0^L \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 dx + \varepsilon^2 f \cos \Omega t$$
(25)

$$u(0,t) = 0$$
,  $\frac{\partial^2 u(0,t)}{\partial x^2} = 0$ ,  $u(1,t) = 0$ ,  $\frac{\partial^2 u(1,t)}{\partial x^2} = 0$  (26)

Öncelikle adi diferansiyel denklem elde etmek amacıyla denklem (19) indirgenir. Yani lineer çözümün özfonksiyonları mekan çözümü kullanılarak kısmi diferansiyel denklemden adi diferansiyel denklem formuna indirgenir. İndirgenen lineer denklem aşağıdaki gibidir.

$$\frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \tag{27}$$

Denklem (27) için aşağıdaki çözüm önerilir.

$$Y_n(x) = \sqrt{2} \sin n\pi x$$
  

$$\omega_n = n^2 \pi^2, n = 1, 2, 3...$$
(28)

olarak elde edilir. Denklemin çözümünün bilinmeyen bir  $q_l(t)$  fonksiyonu ile  $Y_l(x)$  fonksiyonlarının çarpımlarının toplamı olduğu varsayılır.

$$u(x,t) = \sum_{l=1}^{\infty} q_l(t) Y_l(x)$$
<sup>(29)</sup>

Burada  $Y_i(x)$  fonksiyonu lineer problemin özfonksiyonlarını temsil etmektedir. Önerilen çözüm olan denklem (29), denklem (19)'e yerleştirilir. Denklemin tümü bir  $Y_n(x)$  fonksiyonu ile çarpılır ve tanım kümesi üzerinden integral alınır. Nihai olarak aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\ddot{q} + \omega_0^2 q + 2\varepsilon^2 \mu \dot{q} + \varepsilon \left(\alpha_2 \mathbf{K}_1 - \mathbf{K}_3\right) q^3 = \varepsilon^2 \mathbf{K}_2 f \cos \Omega t \,(30)$$

Burada sistemin doğal frekansı

$$\omega_0 = \sqrt{n^4 \pi^4 + \alpha_1} , \qquad (31)$$

sistemdeki parametreler ise

$$K_{1} = \frac{\int_{0}^{1} Y^{iv} dx}{\int_{0}^{1} Y^{2} dx}, K_{2} = \frac{\int_{0}^{1} Y dx}{\int_{0}^{1} Y^{2} dx},$$

$$K_{3} = \frac{\frac{1}{2} \int_{0}^{1} (Y)^{2} dx \int_{0}^{1} Y^{*} Y dx}{\int_{0}^{1} Y^{2} dx}$$
(32)

olarak tanımlanır. Elde edilen adi diferansiyel denkleme perturbasyon uygulanır.

## IV. Çok Zaman Ölçekli Yöntem (MS)

Bu bölümde denklem (30) çok zaman ölçekli yöntem ile çözülecektir. Hızlı ve yavaş zaman ölçekleri aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$T_0 = t, \ T_1 = \varepsilon t, \ T_2 = \varepsilon^2 t \tag{33}$$

Zaman türevleri aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\frac{d}{dt} = D_0 + \varepsilon D_1 + \varepsilon^2 D_2 + ...,$$

$$\frac{d}{dt^2} = D_0^2 + 2\varepsilon D_0 D_1 + \varepsilon^2 (D_1^2 + 2\varepsilon D_0 D_2) + ...$$
(34)

$$D_n = \frac{\partial}{\partial T_n} \tag{35}$$

Sistemin deplasmanı aşağıdaki gibi seriye açılır.

$$q(t;\varepsilon) = q_0(T_0, T_1, T_2) + \varepsilon q_1(T_0, T_1, T_2) + \varepsilon^2 q_2(T_0, T_1, T_2) + \dots$$
(36)

Denklem (34) ve (36), denklem (30)'da yerine yazılır.

$$\begin{pmatrix} D_0^2 + 2\varepsilon D_0 D_1 + \varepsilon^2 (D_1^2 + 2D_0 D_2) \end{pmatrix} (q_0 + \varepsilon q_1 + \varepsilon^2 q_2) + \omega_0^2 (q_0 + \varepsilon q_1 + ...) + 2\varepsilon^2 \mu (D_0 + D_1 + ...) (q_0 + \varepsilon q_1 + ...) + \varepsilon (\alpha_2 K_1 - K_3) (q_0 + \varepsilon q_1 + ...)^3 = \varepsilon^2 K_2 f \cos \Omega t$$
(37)

Denkleme mertebe ayrıştırması yapılır.

$$O(1): D_0^2 q_0 + \omega_0^2 q_0 = 0$$
(38)

$$O(\varepsilon): D_0^2 q_1 + \omega_0^2 q_1 = -2D_0 D_1 q_0 - (\alpha_2 K_1 - K_3) q_0^3 \quad (39)$$

$$O(\varepsilon^{2}): D_{0}^{2}q_{2} + \omega_{0}^{2}q_{2} = -2D_{0}D_{1}q_{1} - (D_{1}^{2} + 2D_{0}D_{2})q_{0}$$
  
$$-2\mu(D_{0}q_{0}) - 3(\alpha_{2}K_{1} - K_{3})q_{0}^{2}q_{1}K_{2}f\cos\Omega t$$
(40)

Birinci mertebedeki çözüm için aşağıdaki ifade önerilir.

$$q_0 = A(T_1, T_2)e^{i\omega_0 T_0} + ke$$
(41)

Burada kompleks genlik asağıdaki gibi ifade edilir.

$$A = \frac{1}{2}ae^{i\beta} \tag{42}$$

Denklem (41), denklem (39)'da yerine yazılır ve seküler terimleri yok edecek olan denklem

$$-2i\omega_0 D_1 A - 3A^2 \overline{A} (\alpha_2 K_1 - K_3) = 0$$
(43)

olarak elde edilir. Kompleks genlik, denklem (43)'de yerine konur ve aşağıdaki ifadeler elde edilir

$$a = a(T_2), \ \beta = -\frac{3(\alpha_2 K_1 - K_3)}{8\omega_0} a^2 T_1 + \beta_0(T_2)$$
(44)

 ${\boldsymbol{\mathcal E}}\,$ mertebesindeki çözüm aşağıdaki gibidir.

$$q_{1} = \frac{\left(\alpha_{2} \mathrm{K}_{1} - \mathrm{K}_{3}\right)}{8\omega_{0}^{2}} \left(A^{3} e^{3i\omega_{0}T_{0}} + cc\right)$$
(45)

Denklem (45) ve (41), denklem (40)'da yerine yazılır ve zorlama frekansı aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\Omega = \omega_0 + \varepsilon^2 \sigma \tag{46}$$

Baskın rezonans durumu için seküler terimleri yok edecek denklem

$$-D_{1}^{2}A - 2i\omega_{0}D_{2}A - 2i\mu\omega_{0}A - \frac{3(\alpha_{2}K_{1} - K_{3})}{8\omega_{0}^{2}}A^{3}\overline{A}^{2} + \frac{K_{2}}{2}fe^{i\sigma T_{2}} = 0$$
(47)

elde edilir. Yüksek mertebeli çözümlerde genlik-faz modülasyon denklemlerini tanımlamak için Reconstitution metodu [24] kullanılır.  $D_2A$  ifadesini tanımlamak adına denklem (43), denklem (47)'de yerine yazılır.

$$2i\omega_{0}D_{2}A = \frac{15(\alpha_{2}K_{1} - K_{3})}{8\omega_{0}^{2}}A^{3}\overline{A}^{2} - 2\mu i\omega_{0}D_{2}A$$

$$+K_{2}\frac{f}{2}e^{i\sigma T_{2}}$$
(48)

Kompleks genlik modülasyon denklemleri

$$2i\omega_0 \frac{dA}{dt} = 2i\omega_0 \left(\varepsilon D_1 A + \varepsilon^2 D_2 A\right)$$
(49)

veya

$$2i\omega_{0}\frac{dA}{dt} = \varepsilon \left(-3\left(\alpha_{2}K_{1}-K_{3}\right)A^{2}\overline{A}\right) + \varepsilon^{2} \left(\frac{15\left(\alpha_{2}K_{1}-K_{3}\right)}{8\omega_{0}^{2}}A^{3}\overline{A}^{2}-2\mu i\omega_{0}+K_{2}\frac{f}{2}e^{i\sigma T_{2}}\right)$$
(50)

olarak elde edilir. Denklemin gerçek ve sanal kısımları ayrılır ise genlik ve faz modülasyon denklemleri elde edilir.

$$\dot{a} = \varepsilon^2 \left( -\mu a + \frac{K_2 f}{2\omega_0} \sin \gamma \right)$$
(51)

$$\dot{\gamma} = -\frac{3\varepsilon}{8\omega_0} (\alpha_2 \mathbf{K}_1 - \mathbf{K}_3) a^2 + \varepsilon^2 \left( \sigma + \frac{15(\alpha_2 \mathbf{K}_1 - \mathbf{K}_3)^2}{256\omega_0^3} a^4 + \frac{\mathbf{K}_2 f}{2a\omega_0} \cos\gamma \right)$$
(52)

Buradaki (\*) ifadesi t zaman değerine göre türevi ifade etmektedir. Faz aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\gamma = \sigma T_2 - \beta \tag{53}$$

Düzgün rejim durumu için  $\dot{a} = \dot{\gamma} = 0$  olmalıdır. Frekans ayar parametresi olan  $\sigma$  ifadesi denklem (46)'da yerine konulursa aşağıdaki frekans tepki bağıntısı

$$\Omega = \omega_0 + \varepsilon \left( \frac{3(\alpha_2 K_1 - K_3)}{8\omega_0} a^2 \right) + \varepsilon^2 \left( -\frac{15(\alpha_2 K_1 - K_3)^2}{256\omega_0^3} a^4 \pm \sqrt{\frac{K_2^2 f^2}{4a^2\omega_0^2} - \mu^2} \right)$$
(54)

elde edilir. Nihai yaklaşık çözüm aşağıdaki gibidir.

$$w(t) = \sqrt{\varepsilon}a\cos(\Omega t - \gamma)\sqrt{2}\sin\pi x$$
  
+ $\varepsilon\sqrt{\varepsilon}\frac{(\alpha_2 K_1 - K_3)}{32\omega_0^2}a^3\cos(3(\Omega t - \gamma))\sqrt{2}\sin\pi x + O(\varepsilon^2)$  (55)

Genlik ve faz modülasyon denklemleri, denklem (51) ve (52)'de belirtildiği gibidir.

### V. Multiple Scales Lindstedt Poincare (MSLP) Yöntemi

Denklem (30)'a,  $\tau = \omega t$  zaman dönüşümü uygulanır.

$$\omega^2 q' + \omega_0^2 q + 2\varepsilon^2 \mu \omega q + \varepsilon (\alpha_2 K_1 - K_3) q^3$$
  
=  $\varepsilon^2 K_2 f \cos \frac{\Omega}{\alpha} T_0$  (56)

Buradaki türev içeren ifadeler, yeni zaman değişkenine göre türevlidir. Hızlı ve yavaş zaman ölçekleri yeni zaman değiskeni cinsinden yazılırsa

$$T_0 = \tau = \omega t, \ T_1 = \varepsilon \tau = \varepsilon \omega t, \ T_2 = \varepsilon^2 \tau = \varepsilon^2 \omega t$$
(57)

elde edilir. Yeni zaman türevleri aşağıdaki şekildedir.

$$\frac{d}{d\tau} = D_0 + \varepsilon D_1 + \varepsilon^2 D_2 + ...,$$

$$\frac{d^2}{d\tau^2} = D_0^2 + 2\varepsilon D_0 D_1 + \varepsilon^2 \left( D_1^2 + 2\varepsilon D_0 D_2 \right) + ...$$
(58)

Bağımlı değişken ve tabii frekans seriye açılır.

$$q = q_0 (T_0, T_1, T_2) + \varepsilon q_1 (T_0, T_1, T_2) + \varepsilon^2 q_2 (T_0, T_1, T_2) + \dots$$
(59)

$$\omega_0^2 = \omega^2 - \varepsilon \omega_1 - \varepsilon^2 \omega_2 \tag{60}$$

Bu seri açılımlar denklem (56)'ya yerleştirilir.

$$O(1): \omega^2 D_0^2 q_0 + \omega^2 q_0 = 0$$
(61)

$$O(\varepsilon): \omega^2 D_0^2 q_1 + \omega^2 q_1 = -2\omega^2 D_0 D_1 q_0 + \omega_1 q_0 - (\alpha_2 K_1 - K_3) q_0^3$$
(62)

$$O(\varepsilon^{2}): \omega^{2} D_{0}^{2} q_{2} + \omega^{2} q_{2} = -2\omega^{2} D_{0} D_{1} q_{1}$$
  
$$-\omega^{2} (D_{1}^{2} + 2D_{0} D_{2}) q_{0} + \omega_{1} q_{1} + \omega_{2} q_{0}$$
  
$$-2\mu\omega D_{0} q_{0} - 3(\alpha_{2} K_{1} - K_{3}) q_{0}^{2} q_{1} + K_{2} f \cos \frac{\Omega}{\omega} T_{0}$$
  
(63)

Birinci mertebedeki çözüm aşağıdaki şekildedir.

$$q_0 = Ae^{iT_0} + ke = a\cos(T_0 + \beta)$$
(64)

Birinci mertebe çözüm denklem (62)'de yerine konur ve seküler terimleri yok edecek denklem

$$-2i\omega^2 D_1 A + \omega_1 A - 3(\alpha_2 K_1 - K_3)A^2 \overline{A} = 0$$
(65)

olarak elde edilir. Seküler ifadede  $D_1 A = 0$  seçimi için  $\omega_1$  değeri kompleks yapıda değildir. Bu yüzden seçim uygundur. Bu durumda

$$D_1 A = 0 \Longrightarrow A = A(T_2) \tag{66}$$

$$\omega_{1} = 3(\alpha_{2}K_{1} - K_{3})A\overline{A} = \frac{3}{4}(\alpha_{2}K_{1} - K_{3})a^{2}$$
(67)

olarak bulunur.  $\varepsilon$  mertebesinde çözüm aşağıdaki gibidir.

$$q_{1} = \frac{(\alpha_{2}K_{1} - K_{3})}{8\omega^{2}} A^{3} e^{3iT_{0}} + ke$$

$$= \frac{(\alpha_{2}K_{1} - K_{3})}{32\omega^{2}} a^{3} \cos(3T_{0} + 3\beta)$$
(68)

Zorlama frekansı ile dönüşüm frekansı arasındaki ilişki aşağıdaki gibi tanımlanır.

$$\Omega = \omega \left( 1 + \varepsilon^2 \sigma \right) \tag{69}$$

Denklem (64), (68) ve (69) son mertebenin çözümü için denklem (63)'da yerine yazılır ve seküler terimleri yok edecek denklem

$$-2i\omega^{2}D_{2}A + \omega_{2}A - 2i\mu\omega A - \frac{3(\alpha_{2}K_{1} - K_{3})}{8\omega^{2}}A^{3}\overline{A}^{2} + \frac{f}{2}K_{2}e^{i\sigma T_{2}} = 0$$
(70)

elde edilir. Seküler ifadede, aynı şekilde ilk olarak  $D_2 A = 0$  seçimi yapılır. Bu seçim için  $\omega_2$  değeri sanal olacaktır. Bu nedenle

$$\omega_2 = 0 \tag{71}$$

seçimi yapılır. Bu durumda geriye kalan denklem

$$2i\omega^{2}D_{2}A + 2\mu\omega iA + \frac{3(\alpha_{2}K_{1} - K_{3})^{2}}{8\omega^{2}}A^{3}\overline{A}^{2} - \frac{K_{2}f}{2}e^{i\sigma T_{2}} = 0$$
(72)

elde edilir. Denklem (72)'de kutupsal form kullanılır. Denklemin gerçek ve sanal kısımları ayrılırsa genlik ve faz modülasyon denklemleri

$$D_2 a = -\frac{\mu}{\omega} a + \frac{K_2 f}{2\omega^2} \sin\gamma$$
(73)

$$D_{2}\gamma = \sigma - \frac{3(\alpha_{2}K_{1} - K_{3})^{2}}{256\omega^{4}}a^{4} + \frac{K_{2}f}{2a\omega^{2}}\cos\gamma$$
(74)

elde edilir. Burada faz

$$\gamma = \sigma T_2 - \beta \tag{75}$$

olarak tanımlanır. Düzgün rejim durumu için  $D_2 A = 0$  ve  $D_2 \gamma = 0$  olmalıdır. Bu durum için denklem (73) ve (74) beraber çözülürse

$$\sigma = \frac{3(\alpha_2 K_1 - K_3)^2}{256\omega^4} a^4 \pm \sqrt{\frac{K_2^2 f^2}{4a^2\omega^4} - \left(\frac{\mu}{\omega}\right)^2}$$
(76)

elde edilir. Bu ifade denklem (69)'da yerine yazılırsa düzgün rejim durumu için zorlama frekansını veren denklem aşağıdaki gibi elde edilir.

$$\Omega = \omega \left[ 1 + \varepsilon^2 \left( \frac{3(\alpha_2 K_1 - K_3)^2}{256\omega^4} a^4 \pm \sqrt{\frac{K_2^2 f^2}{4a^2\omega^4} - \left(\frac{\mu}{\omega}\right)^2} \right) \right]$$
(77)

Burada

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 + \varepsilon \frac{3}{4} (\alpha_2 K_1 - K_3) a^2}$$
(78)

olarak tanımlanır. Sistemin yaklaşık genel çözümü aşağıdaki gibidir.

$$w(x,t) = \sqrt{\varepsilon}a\cos(\Omega t - \gamma)\sqrt{2}\sin\pi x$$
$$+\varepsilon\sqrt{\varepsilon}\frac{(\alpha_2 K_1 - K_3)}{32\omega^2}a^3\cos[3(\Omega t - \gamma)]\sqrt{2}\sin\pi x + O(\varepsilon^2)$$
(79)

Genlik ve faz modülasyon denklemleri

$$\dot{a} = \varepsilon^2 \left( -\mu a + \frac{K_2 f}{2\omega} \sin \gamma \right)$$
(80)

$$\dot{\gamma} = \varepsilon^2 \left( \omega \sigma - \frac{3(\alpha_2 K_1 - K_3)^2}{256\omega^3} a^4 + \frac{K_2 f}{2a\omega} \cos \gamma \right)$$
(81)

şeklinde elde edilir.

#### VI. Sonuçlar

Bu bölümde ilk olarak iki yöntem için bulunan frekans tepki grafīği sayısal çözümler ile karşılaştırılacaktır.

Şekil 2'de  $\alpha_2 = 10$  seçilerek zayıf nonlineerlik durumu incelenmiştir. Beklendiği üzere iki yöntem için bulunan frekans-tepki grafiklerinin çakıştığı görülmektedir. Sayısal çözümleri gösteren grafik üzerindeki noktalar, iki yöntemin frekans-tepki grafikleriyle uyumlu sonuçlar göstermektedir. Şekil 3'de kübik nonlineerlik artırılarak  $\alpha_2 = 100$  seçimi için karşılaştırma yapılmıştır. MSLP yöntemi sayısal çözümler ile uyumlu sonuçlar gösterir iken MS yöntemi bu sonuçlardan uzaklaşmaya başlamaktadır. Şekil 4'de kübik nonlineerlik büyük ölçüde artırılarak  $\alpha_2 = 500$  seçimi yapıldığında çok zaman ölçekli yöntem fiziksel olmayan sonuçlar göstermektedir. Bu durumun aksine MSLP yöntemi sayısal çözümler ile uyumluluk göstermeye devam etmektedir.

Şekil 5 ve şekil 6'da sonuçlar dış zorlama genliğinin farklı değerleri için karşılaştırılmıştır. İlk olarak f = 5 alınmıştır. Bu durumda her iki yöntemin çözümleri sayısal çözümler ile uygun sonuçlar göstermektedir. Şekil 6'da dış zorlama genliği artırılarak f = 20 için karşılaştırma yapılmıştır. Bu karşılaştırma için çok zaman ölçekli yöntem fiziksel olmayan çözümler verir iken MSLP yöntemi sayısal çözümler ile uygun sonuçlar verdiği görülmektedir.



Şekil 2. Çok zaman ölçekli yöntem ve MSLP yönteminin frekans-tepki grafiklerinin sayısal çözümler (noktalar ile gösterilen) ile karşılaştırılması

$$(\varepsilon = 1, \alpha_1 = 10, \alpha_2 = 10, f = 5, \omega_0 = 10.4, \mu = 0.2)$$



Şekil 3. Çok zaman ölçekli yöntem ve MSLP yönteminin frekans-tepki grafiklerinin sayısal çözümler (noktalar ile gösterilen) ile karşılaştırılması

$$(\varepsilon = 1, \alpha_1 = 10, \alpha_2 = 100, f = 5, \omega_0 = 10.4, \mu = 0.2)$$



Şekil 4. Çok zaman ölçekli yöntem ve MSLP yönteminin frekans-tepki grafiklerinin sayısal çözümler (noktalar ile gösterilen) ile karşılaştırılması

$$(\varepsilon = 1, \alpha_1 = 10, \alpha_2 = 500, f = 5, \omega_0 = 10.4, \mu = 0.2)$$



Şekil 5. Çok zaman ölçekli yöntem ve MSLP yönteminin frekans-tepki grafiklerinin sayısal çözümler (noktalar ile gösterilen) ile karşılaştırılması

$$(\varepsilon = 1, \alpha_1 = 10, \alpha_2 = 10, f = 5, \omega_0 = 10.4, \mu = 0.2)$$



Şekil 6. Çok zaman ölçekli yöntem ve MSLP yönteminin frekans-tepki grafiklerinin sayısal çözümler (noktalar ile gösterilen) ile karşılaştırılması

$$(\varepsilon = 1, \alpha_1 = 10, \alpha_2 = 10, f = 20, \omega_0 = 10.4, \mu = 0.2)$$

#### Kaynakça

- Ghayesh, M.H., Paidoussis, M.P. Three-dimensional dynamics of a cantilevered pipe conveying fluid, additionally supported by an intermediate spring array. *International Journal* of Non-Linear. 2010. 45, 507–524.
- [2] Ghayesh, M.H, Paidoussis, M.P., Modarres-Sadeghi, Y.. Threedimensional dynamics of a fluid-conveying cantilevered pipe fitted with an additional spring-support and an end-mass, *Journal Sound Vibration.* 2011(a),330, 2869–2899.
- [3] Ghayesh, M.H., Kazemirad, S., Darabi, M.A. A general solution procedure for vibrations of systems with cubic nonlinearities and nonlinear/time-dependent internal boundary conditions. *Journal Sound Vibration.2011(b)*, 330, 5382-5400.
- [4] Nayfeh, A. H., Mook, T. Nonlinear Oscillations. John Wiley and Sons, New York, 1979.

[5] Nayfeh, A.H. Introduction to Perturbation Techniques. John Wiley and Sons, New York, 1981.

[6] Mickens, R. E. Oscillations to Perturbation Techniques. Word Scientific, New York, 1996.

[7] Xu, L. Determination of limit cycle by He's parameter-expanding method for strongly nonlinear oscillators. Journal of Sound and Vibration. 302, 178-184, 2007

[8] He, J. H. Linearized Perturbation Technique and its Applications to Strongly Nonlinear Oscillators. Computers and Mathematics with Applications. 45, 1-8, 2003.

[9] Hu, H. A classical perturbation technique which is valid for large parameters. Journal of Sound and Vibration. 269, 409, 2004.

[10] He, J. H. Modified Lindstedt-Poincare methods for some strongly nonlinear oscillations Part I: expansion of a constant. International Journal of Non-Linear Mechanics. 37, 309-314, 2002.

[11] He, J. H. Modified Lindstedt-Poincare methods for some strongly nonlinear oscillations Part II: a new transformation. International Journal of Non-Linear Mechanics. 37, 309-320, 2002.

[12] Liao, S. On the homotopy analysis method for nonlinear problems. Applied Mathematics and Computation. 147, 499-513, 2004.

[13] Leung, A., Guio, Z. Homotopy perturbation for conservative Helmholtz–Duffing oscillators. Journal ofSoundandVibration. 325, 287–296, 2009.

[14] Ge, M., Hsiao, C., Chen, Y., Chang, C. Chaos and chaos control for a twi-degree-of-freedom heavy symmetric gyroscope. International Journal of Nonlinear Sciences and Numerical Simulation. 8, 89-100, 2007.

[15] He, J. Homotopy perturbation method: a new nonlinear analytical technique. Applied Mathematics and Computation. 135, 73-79, 2003.

[16] He, J. The homotopy perturbation method for nonlinear oscillators with discontinuties. Applied Mathematics and Computation. 151, 287-292, 2004.

[17] Aksoy, Y., Pakdemirli, M. New perturbation iteration solutions for Bratu-type equations. Computers & Mathematics with Applications. 59, 2802-2808, 2010.

[18] Aksoy, Y., Pakdemirli, M., Abbasbandy, S., Boyacı, H. New perturbation-iteration solutions for nonlinear heat transfer equations. International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow. 22, 814-828, 2012.

[19] Pakdemirli, M., Karahan, M., Boyacı, H. A New Perturbation Algorithm with Better Convergence Properties: Multiple Scales Lindstedt Poincare Method. Mathematical and Computational Applications. 14, 31-44, 2009.

[20] Pakdemirli M., Karahan, M. A new perturbation solution for systems with strong quadratic and cubic nonlinearities. Mathematical Methods in the Applied Sciences. 33, 704-712, 2010.

[21] Pakdemirli, M., Karahan M., Boyacı, H. Forced Vibrations of Strongly Nonlinear Systems with Multiple Scales Lindstedt Poincare Method. Mathematical and Computational Applications. 16, 879-889, 2011.

[22] Karahan, M., Pakdemirli, M. Vibration Analysis of a Beam on a Nonlinear Elastic Foundation

[23] Gürgöze, M. Analitik Metotlarla Titreşimlerin Etüdü. İstanbul Teknik Üniversitesi Elektrik-Elektronik Fakültesi Ofset Baskı Atölyesi. T.C. İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yayın. İstanbul, 1984.

[24] Nayfeh, A. H. Resolving controversies in the application of the method of Multiple Scales and Generalized of Averaging. Nonlinear Dynamics. 40, 61-102, 2005.

## Kompozit Malzemeyle Kaplı Alüminyum Kirişin Serbest Titreşim Analizi

Y. Cunedioğlu<sup>\*</sup> Ömer Halisdemir Üniversitesi Niğde

Öret—Bu çalışmada yüzeyi elyaf takviyeli kompozit malzemeyle kaplanmış alüminyum kirişin serbest titreşim analizi incelenmiştir. Çalışmada Euler-Bernoulli kiriş teorisi kullanılarak problemin çözümü sonlu elemanlar metoduyla gerçekleştirilmiştir. Problemin serbest titreşim analizi için MATLAB'ta sonlu elemanlar kodu yazılarak doğal frekanslar hesaplanmıştır. Çalışmada yüzey ve çekirdek tabaka kalınlığının, kompozit malzeme hacim oranının, lif oryantasyon açısının, farklı kiriş konfigürasyonlarının ve farklı boy kalınlık oranlarının doğal frekanslar üzerindeki etkisi incelenmiştir. İncelenen bu parametrelerin kirişin doğal frekanslarını önemli ölçüde etkilediği gözlemlenmiştir.

Anahtar kelimeler: serbest titreşim, compozit kaplama, sonlu elemanlar metodu

**Abstract**— In this study, free vibration analysis of an aluminum beam coated with fiber reinforced composite material was investigated. Solution of the problem obtained via finite element method by using Euler-Bernoulli beam theory. Finite element simulation code is developed in MATLAB to calculate the natural frequencies. The effect of surface and core layer thickness, composite material volume ratio, fiber orientation angle, different beam configurations and different aspect ratios on natural frequencies was investigated in the study. It has been observed that these parameters have a significant effect on the natural frequencies of the beam.

Keywords: free vibration, composites coats, finite elemeent method

## I. Giriş<sup>1</sup>

Mühendislik uygulamalarında çelik, alüminyum gibi geleneksel metal malzemeler yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. Ancak bu malzemelerde aşınma probleminden dolayı ve de ağırlığı azaltmak, mukavemeti arttırmak ve estetiklik açısından bu malzemelerin kompozit malzemelerle kaplanarak kullanımı otomotiv, inşaat, havacılık sektörlerinde yaygınlaşmıştır. Haliyle bu durum sistemin serbest titreşim karakteristiğini etkilemektedir. Bu nedenle tasarım esnasında bu durumun göz ardı edilmemesi gerekmektedir. Literatürde izotrop malzemeli kirişlerin dinamik davranışları ile ilgili pek çok çalışma mevcuttur. Ancak bu malzemelerin elyaf takviyeli kompozit malzemelerle kaplanarak serbest titreşim karakteristikleri ile ilgili çalışmalar sınırlı sayıdadır. Bu çalışmalardan bazıları şöyledir; Hamada [1] çalışmasında izotrop malzemeli alt ve üst yüzeyleri kompozit kaplı kirişin dinamik davranışını sayısal ve deneysel olarak incelemiştir. Çalışmada doğal frekans ve sönüm özelliklerinin değişimi farklı kiriş tasarımları ve farklı sınır sartları altında incelenmiştir. Tekili ve ark. [2] karbon/epoksi malzemeyle güçlendirilmiş alüminyum kirişlerin hareketli yük ve sabit hız etkisi altında dinamik davranışlarını incelemişlerdir. Zibdeh ve Ebu-Hilal [3] basit mesnetli alt ve üst yüzeyleri kompozit malzemeyle kaplı kirişin rastgele hareketli yük etkisindeki rastgele titreşimlerini araştırmışlardır. Tekili ve ark. [4] cam/epoksi malzemeyle kaplı kirişlerin serbest elemanlar metodunu titresimleri icin sonlu kullanmışlardır. Bu çalışmada iki farklı sandviç kiriş modeli ele alınarak doğal frekans ve mod şekillerinin değişimi farklı kiriş sınır şartları, farklı lif oryantasyon açıları ve farklı tabaka kalınlıkları için incelenmiştir.

Bu calısmada Euler-Bernoulli kiris teorisi kullanılarak sonlu elemanlar yöntemiyle çözümler yapılmıştır. Çalışmada basit mesnetli kiriş ele alınarak doğal frekansların hesaplanması MATLAB'ta yazılan sonlu elemanlar kodu ile gerçekleştirilmiştir. Çalışmada literatürden farklı olarak alüminyum kiriş grafit elyafla güçlendirilmiş polyamid kompozitle kaplanmıştır. Literatürde analizler alt ve üst yüzey kaplamaları tek bir tabaka ve farklı oryantasyon açıları icin gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmada ise yüzey kaplamasının farklı hacim oranlarında tek ve çift tabaka olması durumunda serbest titreşim durumu incelenmiştir. Çalışmada alüminyum tabaka ve kompozit tabaka kalınlık oranlarının (h/H), elyaf oryantasyon açılarının, kiriş boy/kalınlık oranının ve farklı kiriş tasarımlarının doğal frekanslar üzerindeki etkisi incelenmiştir.

### II. Kirişin Sonlu Elemanlar Modellemesi

Çalışmada kirişin sonlu elemanlar modellenmesinde kiriş eleman iki düğümlü ve her düğümü düşey yer değiştirme  $(d_{1y}, d_{2y})$  ve dönmeye  $(\theta_1, \theta_2)$  sahip iki serbestlik dereceli bir elemandır Şekil 1.

<sup>\*</sup> ycunedioglu@ohu.edu.tr



Şekil. 1. Kiriş sonlu elaman modeli

Bernoulli kiriş eleman için rijitlik ve kütle matrisleri sırasıyla aşağıdaki denklemlerle verilmiştir [5].

$$k = \frac{1}{l^3} E I \begin{bmatrix} 12 & 6l & -12 & 6l \\ 6l & 4l^2 & -6l & 2l^2 \\ -12 & -6l & 12 & -6l \\ 6l & 2l^2 & -6l & 4l^2 \end{bmatrix}$$
(1)

$$m = \frac{\rho l A}{420} \begin{bmatrix} 156 & 22l & 54 & -13l \\ 22l & 4l^2 & 13l & -3l^2 \\ 54 & 13l & 156 & -22l \\ -13l & -3l^2 & -22l & 4l^2 \end{bmatrix}$$
(2)

Burada E elastiklik modülünü, I alan atalet momentini,  $\rho$  yoğunluğu, l eleman uzunluğunu ve A kiriş kesit alanını ifade etmektedir. Serbest titreşim yapan bir kirişe ait öz değer ifadesi aşağıdaki gibidir;

$$\left(\left[K\right] - \omega^{2}\left[M\right]\right)\left\{\overline{d}\right\} = 0 \tag{3}$$

burada, [K], [M],  $\omega$  ve  $\{\overline{d}\}$  sırasıyla global halde kirişin rijitlik matrisi, kütle matrisi, açısal hız ve mod şeklini temsil etmektedir.

### III. Kompozit Kirişin Modellenmesi

Kompozit kirişler genellikle farklı mekanik özelliklere sahip bir çok tabakanın bir araya getirilmesiyle oluşturulur. Bu çalışmada kompozit kiriş ortası alüminyum, üst ve alt tabakaları grafit/polyamid mazemeden yapılmıştır. Çalışmada kullanılan basit mesnetli kirişe ait kesit Şekil 2'de verilmiştir



Şekil. 2. Kompozit kiriş kesiti

Kompozit kirişe ait eşdeğer rijitlik ifadesi aşağıdaki denklemle verilmiştir [2].

$$\left(EI\right)_{esdeger} = \frac{2b}{3} \left[ E_a h^3 + E_k \left( H^3 - h^3 \right) \right]$$
(4)

Burada  $E_a$  ve  $E_k$  sırasıyla alüminyum ve kompozitin elastiklik modülleridir. Yüzey kaplaması grafit/polyamid malzemesine ait malzeme sabitlerinin hesaplanması aşağıdaki denklemlerle belirlenmektedir [6].

$$\rho = \rho_f \mathbf{V} + \rho_m (1 - \mathbf{V}) \tag{5}$$

$$E_{11} = E_f V + E_m (1 - V)$$
 (6)

$$E_{22} = E_m \left[ \frac{E_f + E_m + (E_f - E_m)V}{E_f + E_m - (E_f - E_m)V} \right]$$
(7)

$$v_{12} = v_f V + v_m (1 - V)$$
 (8)

$$G_{12} = G_m \left[ \frac{G_f + G_m + (G_f - G_m) V}{G_f + G_m - (G_f - G_m) V} \right]$$
(9)

Burada,  $E_{11}$  kompozit malzemenin lif doğrultusundaki,  $E_{22}$  malzemenin lif doğrultuna dik yöndeki,  $E_{f5}$ ,  $E_m$ sırasıyla lif ve matrisin elastiklik modülleridir. V kompozit malzemenin hacim oranını,  $v_{f5}$ ,  $v_m$  sırasıyla lif ve matris malzemesinin Poisson oranlarını,  $\rho_{f5}$ ,  $\rho_m$  sırasıyla lif ve matris malzemesinin yoğunluklarını,  $G_{f5}$ ,  $G_m$  ise sırasıyla lif ve matris malzemesinin rijitlik modüllerini belirtmektedir.

Lif doğrultularının x ekseniyle yaptığı herhangi bir  $\theta$ açısındaki kompozit malzeme elastiklik sabitinin hesaplanması aşağıdaki denklemle tayin edilir [7];

$$\left(E_{x}\right)_{i} = \frac{E_{11}}{m^{4} + \left(\frac{E_{11}}{G_{12}} - 2\nu_{12}\right)n^{2}m^{2} + \frac{E_{11}}{E_{22}}n^{4}}$$
(10)

Burada,  $(E_x)_i$ i.tabakanın x ekseni doğrultusundaki elastiklik modülünü,  $m = \cos\theta$ ,  $n = \sin\theta$  ve  $\theta$  lif oryantasyon açısını belirtmektedir.

### IV. Kompozit Kiriş Modelin Doğrulanması

Bu çalışmada tabakalı kompozit kirişin tarafsız eksene göre simetrik olduğu farz edildiğinden düzlem içi deformasyonlarla eğilme deformasyonları arasında bir bağlantı yoktur. Bu nedenle Euler-Bernoulli kiriş teorisinin sonlu elemanlar modellemesi tabakalı

kompozit kirişlere doğrudan uygulanabilir. Kompozit kirişin MATLAB'ta yazılan sonlu elemanler kodunun doğrulanması için literatürde yer alan kesiti Şekil 2'de verilen basit mesnetli bir kiriş örneği ele alınmıştır. Bu çalışmada kirişin hareket denklemi analitik olarak modal süperpozisyon metodu kullanılarak cözülmüstür. Kirise ait uzunluk L=0.5 m, genişlik b=0.025 m ve kalınlık H=0.004 m dir.Kiriş malzemesi çekirdek olarak alüminyum ve yüzey kaplaması olarak karbon/epoksi kullanılmıştır. Alüminyumun elastiklik modülu  $E_a = 70$ *Gpa*, yoğunluğu  $\rho_a = 2800 \text{ kg/m}^3$ , Poisson oranı v =0.29, karbon/epoksi malzemeye ait mekanik özellikler ise  $E_{11} = 147 \text{ GPa}, E_{22} = 5 \text{ GPa}, G_{12} = 5 \text{ GPa}, \rho = 1580 \text{ kg/m}^3, \nu = 0.3$  şeklindedir [2]. Analizlerde 40 eleman kullanılarak h/H oranına bağlı olarak bulunan 1. doğal frekans değerleri Tablo 1'de verilmiştir.

| •                                      |      |          | _       |
|--|------|----------|---------|
| Kiriş                                  | h/H  | [2] (Hz) | Bu      |
|  |      |          | çalışma |
| Tamamen Alüminyum                      | 1    | 72.6     | 72.55   |
| $\theta = 0^{\circ}$ karbon/epoksi ile | 0.75 | 98.3     | 98.3    |
| kaplı                                  | 0.50 | 115      | 114.924 |
|  | 0.25 | 128      | 127.614 |
| Tamamen komp. ( $\theta = 0^{\circ}$ ) | 0    | 140      | 139.962 |

TABLO 1. Kirişin h/H oranı için 1. Doğal frekansları

Tablo 1'den görüleceği gibi bulunan sonuçların literatürle uyumlu olduğu anlaşılmaktadır.

#### V. Problemin Tanımlanması ve İrdelenmesi

Bu çalışmada çekirdek olarak alüminyum ve yüzey kaplama malzemesi grafit/polyamid olan kesiti Şekil 2'deki gibi olan basit mesnetli bir kiriş Şekil 3'teki gibidir.



Kirişe ait geometrik boyutlar; uzunluk L=0.5 m, genişlik b=0.025 m ve kalınlık H=0.004 m dir. Grafit/polyamid malzemesine ait mekanik özellikler  $E_m = 2.756 GPa$ ,  $E_f = 275.6 GPa$ ,  $G_m = 1.036 GPa$ ,  $G_f = 114.8 GPa$ ,  $v_f = 0.2$ ,  $v_m = 0.33$ ,  $\rho_f = 1900 \text{ kg/m}^3$  ve  $\rho_m = 1600 \text{ kg/m}^3$  olarak alınmıştır [8]. Analizlerde kiriş 40 elamana bölünmüş olup bu eleman sayısında sonuçların yakınsaması sağlanmıştır. Çalışmada literatürden farklı olarak alüminyum kiriş grafit elyafla güçlendirilmiş polyamid kompozitle kaplanmıştır. Literatürde analizler alt ve üst yüzey kaplamaları tek bir tabaka ve farklı oryantasyon

açıları için gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmada ise yüzey kaplamasının farklı hacim oranlarında tek ve çift tabaka olması durumunda serbest titreşim durumu incelenmiştir. Çalışmada alüminyum ve kompozit tabaka kalınlık oranlarının (h/H), lif oryantasyon açılarının ( $\theta$ ), kiriş boy/kalınlık (L/H) oranının ve farklı kiriş tasarımlarının doğal frekanslar üzerindeki etkisi incelenmiştir.

Alüminyum ve kompozit tabaka kalınlık oranlarının (h/H) doğal frekanslar üzerindeki etkilerini görmek için h/H = 0, 0.25, 0.50, 0.75, 1 oranları seçilmiştir. h/H = 0 durumu kirişin tamamen kompozit, h/H = 1 durumu ise kirişin tamamen alüminyum olduğuna karşılık gelmektedir. Şekil 4 ve 5'ten görüleceği gibi lif hacim oranı V = 0.6 ve lif oryantasyon açılarının 0° ve 10° değerlerinde 1. ve 2. Doğal frekans değerlerinin kirişin tamamen kompozitten tamamen alüminyuma doğru giderken doğal frekans değerlerinde bir düşüş gözlemlenirken, 20° ile 90° değerleri arasında doğal frekans değerlerinin tamamen alüminyum kiriş frekans değerinin altında kaldığı görülmüştür. Ayrıca bu aralıkta en küçük frekans değerlerinin h/H = 0.25 oranına ait kirişte olduğu tespit edilmiştir.



Şekil 4. V = 0.6 hacim oranı için farklı h/H oranlarında 1. doğal frekans değerlerinin oryantasyon açısıyla değişimi



Şekil. 5. V = 0.6 hacim oranı için farklı h/H oranlarında 2. doğal frekans değerlerinin oryantasyon açısıyla değişimi

Şekil 4 ve 5'ten yine görüleceği gibi h/H = 1 durumu hariç oryantasyon açısının 0° den 60° artırılmasıyla birlikte doğal frekanslarda bir düşüş gözlemlenirken 60° den sonra doğal frekans değerlerinde hafif bir artış görülmüş ve minimum frekans değerlerinin 60° de olduğu tespit edilmiştir.

Yüzey kaplaması grafit/polyamid hacim oranlarının doğal frekanslar üzerindeki etkisini görmek için V= 0.55, 0.60 ve 0.65 değerleri kullanılarak analizler yapılmıştır. h/H = 0, 0.25, 0.50 ve 0.75 oranlarında hacim oranının artmasıyla birlikte doğal frekans değerlerinde bir artış gözlemlenmiştir. Ancak burada h/H = 0.75 oranı için 1. ve 2. doğal frekans grafikleri şekil 6 ve 7'de verilmiştir. Şekil 6 ve 7'den görüleceği üzere oryantasyon açısının  $60^{\circ}$  kadar artırılmasıyla birlikte doğal frekans değerlerinde bir düşüş gerçekleşirken  $60^{\circ}$ 'den sonra hafif bir artış gözlemlenmiştir.



Şekil. 6. h/H = 0.75 oranı için farklı hacim oranlarında 1. doğal frekans değerlerinin oryantasyon açısıyla değişimi



Şekil. 7. h/H = 0.75 oranı için farklı hacim oranlarında 2. doğal frekans değerlerinin oryantasyon açısıyla değişimi

Farklı kiriş tasarımlarının doğal frekanslar üzerindeki etkilerini araştırmak için V = 0.6 ve h/H = 0.75 oranı için tasarımlar gerçekleştirilmiştir. h/H = 0.75 oranı için alt ve üst yüzey kaplama malzemesinin kalınlıklarının 1 mm

olduğu durumdur. Bu duruma ait kiriş tasarımı [0/Alm./0], yüzey kaplama malzemesinin 0.5 mm'lik 2 tabakadan oluşması durumunda kirişe ait tasarımlar  $[0^{\circ}/\theta/\text{Alm.}/\theta/0^{\circ}]$  ve  $[\theta/0^{\circ}/\text{Alm.}/0^{\circ}/\theta]$  şeklinde seçilmiştir. Bu tasarımlara ait analizler gerçekleştirildiğinde elde edilen 1. ve 2. doğal frekans değerlerinin oryantasyon açısıyla değişimleri Şekil 8 ve 9'da verilmiştir. Şekil 8 ve 9'dan görüleceği üzere tabaka sayısının artırılmayla birlikte doğal frekans değerlerinde bir artış gerçekleşmiş olup maksimum frekans  $[0^{\circ}/\theta/Alm./\theta/0^{\circ}]$  dizilimine aittir. Bunun nedeni ise dış kaplama tabakasının 0° olması diğer tasarımlara göre daha yüksek bir rijitlik oluşturmasından kaynaklanmaktadır. Oryantasyon açısının 60° ye kadar artırılmasıyla doğal frekans değerlerinde bir azalmaya neden olurken 60° den sonra hafif bir artışa neden olmaktadır.



Şekil. 8. h/H = 0.75 ve V = 0.60 hacim oranı için farklı kiriş tasarımlarının 1. doğal frekans değerlerinin oryantasyon açısıyla değişimi



Şekil. 9. h/H = 0.75 ve V = 0.60 hacim oranı için farklı kiriş tasarımlarının 2. doğal frekans değerlerinin oryantasyon açısıyla değişimi

Kiriş boy/kalınlık (L/H) oranının doğal frekanslar üzerindeki etkisini araştırmak için L/H = 62.5, 82.5 ve 102.5 oranları seçilmiştir. Analizler V = 0.6, h/H = 0.75 için  $[\theta/Alm./\theta]$  tasarımına ait kiriş için yapılmıştır. 1. ve 2. doğal frekansların oryantasyon açısıyla değişimi farklı

L/H oranları için Şekil 10 ve 11'de verilmiştir. Şekil 10 ve 11'den görüleceği üzere L/H oranının artmasıyla beraber doğal frekanslarda bir düşüş görülmüştür. Ayrıca oryantasyon açısının  $60^{\circ}$  ye kadar artırılmasıyla doğal frekans değerlerinde bir azalma olurken  $60^{\circ}$  den sonra hafif bir artış olmaktadır.



Şekil. 10. h/H = 0.75, V = 0.60 için farklı L/H oranlarında 1. doğal frekans değerlerinin oryantasyon açısıyla değişimi



Şekil. 11. h/H = 0.75, V = 0.60 için farklı L/H oranlarında 2. doğal frekans değerlerinin oryantasyon açısıyla değişimi

#### **IV. Sonuçlar**

Bu çalışmada Euler-Bornoulli kiriş teorisi kullanılarak yüzeyleri grafit/polyamid malzemeyle güçlendirilmiş alüminyum bir kirişin serbest titreşim durumu incelenmistir. Kompozit malzemelerin mekanik özellikleri lif oryantasyon açısına bağlı olarak değiştiği bilinmektedir. Oryantasyon açısındaki bu değişim kompozit kirişin eğilme rijitliğini etkilemektedir. Doğal frekanslar eğilme rijitliğinin bir fonksiyonu olduğundan oryantasyon açısındaki değişim doğal frekans değerlerini etkilemektedir. Analizler alüminyum ve kompozit tabaka kalınlık oranlarının (h/H), lif oryantasyon açılarının (θ), kiriş boy/kalınlık (L/H) oranının ve farklı kiriş tasarımları için gerçekleştirilmiştir. Bulunan sonuçlar aşağıda maddeler halinde sunulmuştur;

-kompozit kirişte kompozit tabaka kalınlığının artırılması oryantasyon açısına bağlı olarak doğal frekans değerlerinde düşüşe ve artışa neden olmaktadır.

-h/H oranının doğal frekans değerlerini önemli ölçüde etkilediği ve oryantasyon açısının  $20^{\circ} - 90^{\circ}$  aralığında en küçük doğal frekans değerlerinin h/H = 0.25 oranına ait kirişte olduğu tespit edilmiştir.

-kompozit tabaka hacim oranının artmasıyla birlikte doğal frekans değerlerinin arttığı görülmüştür.

-kompozit tabaka sayısının doğal frekans değerlerini önemli ölçüde etkilediği ve en küçük doğal frekans değerlerinin  $[\theta/Alm./\theta]$  ve en büyük doğal frekans değerlerinin  $[0^{\circ}/\theta/Alm./\theta/0^{\circ}]$  tasarımına ait kirişte gerçekleştiği görülmüştür.

-L/H oranının artmasıyla kompozit kiriş doğal frekans değerlerinin düştüğü gözlemlenmiştir.

-incelenen bütün parametrelerde doğal frekans değerlerinin en küçük olduğu oryantasyon açısı 60°' dir.

-incelenen parametrelerde değişiklikler yaparak arzu edilen tasarım gerçekleştirilebilir.

#### Kaynakça

- Hamada A. Vibration and damping analysis of beams with composite coats. Composite Structures, 32:33–38, 1995.
- [2] Tekili S., Khadri Y., Merzoug B., Daya E-M ve Daouadji A. Free and foced vibration of beams strengthened by composite coats subjected to moving loads. Mechanics of Composite Materials, 52(6):789–798, 2017.
- [3] Zibdeh H-S. ve Abu Hilal M. Stochastic vibration of laminated composite coated beam traversed by a random moving load. Engineering structures, 25:397–404, 2003.
- [4] Tekili S., Khadri Y. ve Merzoug B. Finite element analysis of free vibration of beams with composite coats. Mechanika, 21(4):290– 295, 2015.
- [5] Logan D. L. A First Course in the Finite Element Method, PWS-KENT Publishing Company, Second Edition, 1992.[6] Cunedioğlu Y. ve Beylergil B. Free vibration analysis of damaged
- [6] Cunedioğlu Y. ve Beylergil B. Free vibration analysis of damaged composite beams. Structural Engineering and Mechanics, 55(1):79– 92, 2015.
- [7] Cunedioğlu Y. Analyses of laminated cantilaver composite beams by model order reduction techniques. Mechanics Based Design of Structures and Machines, 39:22–45, 2011.
- [8] Kisa M. Free vibration analysis of a cantilever composite beam with multiple cracks. Composites Science and Technology, 64:1391– 1402, 2004.

# Ağır Ticari Araç Kardan Millerinde Farklı Ses Damperlerinin Gürültü Karakteristiği Üzerine Etkisi

G.Arslan<sup>\*</sup> Tirsan Kardan Ar-Ge Merkezi Manisa

Özet— Araçlarda vites kutusu çıkış milinden alınan hareketin diferansiyele iletilebilmesini sağlamak için kardan mili kullanılmaktadır. Kardan mili, vites kutusunda oluşturulan torku diferansiyele aktarmaktadır. Kardan mili bu işlevini gerçekleştirmesi sırasında gürültü ve titreşim meydana getirmektedir. Bu gürültü ve titreşimin sönümlenmesini sağlamak amacı ile kardan milinin icinde konumlandırılan ses damperleri kullanılmaktadır. Yapılan çalışma, araçlarda kullanılan kardan millerinde meydana gelen gürültü ve titreşim seviyesinin azaltılması ile ilgilidir. Araçlarda kullanılan kardan millerinin meydana getirdiği gürültü ve titreşimin düşürülmesini sağlayan, kardan milinin içinde konumlandırılan ses damperi ile ilgili yapılan deneysel çalışmaları kapsamaktadır. Bu çalışmada, farklı ses damperleri kullanılarak, araç üzeri çalışma koşulları benzetilerek gürültü testleri gerçekleştirilmiştir. Kardan mili üzerinde sönümleme yeteneği en yüksek olan malzemenin belirlenmesi icin calısılmıştır.

Anahtar Kelimeler: akustik, gürültü ve titreşim, kardan mili, kritik hız, NVH, ses damperi.

**Abstract**— The propeller shaft is used to enable transmission of movement and torque from the gearbox to differantial. The propeller shaft causes noise and vibration during the realization of this function. To minimize this noise and vibration, noise dampers located in the cardan shaft are used. The study is concerned with reducing the level of noise and vibration occurring in the propeller shaft are used in vehicles. This study includes the experimental studies about the noise damper are placed in the propeller shaft, which enables damping the noise and vibration caused by the shafts. In this study, NVH experiments were performed by using different noise dampers by simulating the working conditions on the vehicles. It has been studied to determine the material with the highest damping ability on the cardan shaft.

Keywords: acoustics, cardan shaft, critical speed, noise and vibration, noise damper, NVH.

## I. Giriş

Kardan mili motorda üretilen torku, diferansiyele ve diferansiyel aracılığı ile tekerleklere kadar iletilmesini sağlamaktadır. Kardan milinde oluşan titreşim ve gürültü düzgün bir yolda sürüş esnasında tecrübe edilen ve müşteri şikâyeti yaratan bir problemdir. M.Kasaba<sup>†</sup> Tirsan Kardan Ar-Ge Merkezi Manisa

Titreşim ve gürültü, ya da kısaca NVH özellikle otomotiv endüstrisinde araçların ses ve titreşim karakteristiğini ölçme ve değiştirme alanına verilen isimdir. Ses ve titreşim ölçülebilir ancak gürültü sadece sübjektif olarak değerlendirilebilir. Hareket eden parçaları olan tüm makinalar normal çalışma koşullarında dinamik kuvvet üretirler. Makinanın mekanik davranışı aşınma, çalışma koşullarındaki değişiklikler, yük değişimleri gibi sebeplerle değişebilmektedir. Makinanın dinamiği ve kuvvetlerin nasıl titreşim yarattıklarını anlamak aslında titreşim kaynaklarını anlayabilmek için gerekli en önemli anahtardır.

Kardan mili NVH' i çok çeşitli kullanım koşullarında aktarma organları sistemi sebebiyle oluşan ses ve titreşimin araç kabini içerisinde müşteriye kadar iletilmesine sebep olan bir NVH tipidir. Kardan mili NVH' inin oluşumunun tespiti esnasında oluşabilecek bir hata müşteri memnuniyetsizliği yaratmakla birlikte çok maliyetli üretim duruşlarına da sebebiyet verebilmektedir.

Otomotiv sektöründe titreşim oluşması istenilmeyen bir durumdur. Çünkü titreşim demek, enerjinin boşa harcanması ve istenmeyen ses ve gürültünün oluşması anlamına gelmektedir. Örneğin, motorun titreşim hareketi, elektrik motorlarındaki titreşim ya da mekanik bir cihazda oluşan titreşimler istenmeyen titreşim grubuna girmektedir. Bu tip titreşimler, dönen cisimlerin balanssız olmasından, düzensiz sürtünmeden, dişli kutusunda karşılık dişlilerin birbirine çarpmasından vs. gibi sebeplerden oluşmaktadır. Ses ve titreşim oldukça yakın kavramlardır. Ses, basınç dalgaları titreşen yapılardan oluşmakta, basınç dalgaları da yapıların titreşimini oluşturmaktadır. Bu sebeple gürültü seviyesi düşürülmeye çalışırken eş zamanlı olarak titreşimi düşürmek için de çalışmaktayız.

Kardan milinin meydana getirdiği gürültü ve titreşimin sönümlenmesini sağlamak için çelik boru içinde karton katmanın bulunduğu ses damperleri kullanılmaktadır. Bu ses damperlerinde gürültü ve titreşim sönümlemesi yetersiz olmakla birlikte montaj ve depolama işlemlerinde de bazı problemler ile karşılaşılmaktadır. Kartonun sert bir malzeme olması nedeni ile çelik boru içine yerleştirilmesi esnasında güç gerektirmekte ve bu durum seri üretimde zaman almaktadır. Aynı zamanda kartonun boru içine yerleştirilmesi sırasında karton malzemede deformasyon meydana gelebilmektedir. Bu durum da malzeme kaybına neden olmaktadır. Diğer yandan karton malzemeli ses

damperi depolama sırasında iklim koşullarından etkilenebilmektedir. Karton malzemeli ses damperi yağmur, kar gibi dış etkilerden olumsuz etkilenerek kartonda deformasyon meydana gelebilmektedir. Üretim sırasında ise karton ses damperi ısıdan ve boru büzme işleminde kullanılan yağdan etkilenmektedir. Kaynak işlemi sırasında karton malzemenin alev alma riski bulunmaktadır. Sonuç olarak kardan millerinin içine konumlandırıldığı ses damperlerinde geliştirmelere gidilmekte, bu nedenle yukarıdaki değinilen dezavantajları ortadan kaldıracak ve mevcut sistemlere çözüm getirecek yeni yapılanmalara ihtiyaç duyulmaktadır.

Koruk ve arkadaşları (1) farklı kalınlıklarda karton ses damperinin titreşim ve akustik performansı hakkında nümerik, deneysel ve analitik çalışmalar yapmışlardır. Bu çalışmada öncelikle farklı kalınlıkta ses damperleri kullanılarak, kayıp faktörleri ve doğal frekansları modal analiz ile belirlenmiştir. Serbest ses alanında akustik ölçümler yapılarak, kardan miline adapte edilen farklı kalınlıktaki karton ses damperlerinin kardan mili gürültü karakteristiği üzerine olan etkisini araştırmışlardır. Gürültü ve titreşim kontrolü amacıyla, Clerk ve Sing (2) karton ses damperinin dairesel kesitli, kardan mili borusuna yerleştirilmesi sonucu gürültü ve titreşim etkisini belirlemek için bir çalışma yapmıştır. Çalışmada karton ses damperi kullanılan kardan milinin modal davranışını önemli ölçüde değiştirdiği gösterilmiştir. Ses damperi, sistemdeki modların çoğuna modal katılık katarken, modal kütlenin artışı da belirli bir kabuk türü mod gözlemlenmesine sebebiyet vermiştir.

Moetakef ve arkadaşlarının (3) yapmış olduğu çalışmada, sınırlı sönümleme kabiliyeti nedeniyle, karton ses damperlerinin etkisinin sınırlı olduğunu ve kardan milinden yayılan gürültüyü engelleyemediği veya etkili bir şekilde azaltamadığını belirtilmiştir. Bu nedenle polimer ses damperlerinin kardan mili gürültü ve titreşim sönümleme performansı ele alınmaktadır. Deneysel araştırmalara göre, tahrik mili yayılan gürültünün azaltılmasında polimer malzemeden ses damperlerinin karton ses damperlerine göre daha etkilidirler. Polimerler, şaftların akustik güçlendirici etkisini önlemek veya azaltmak için yüksek sönümleme özelliğine ihtiyaç duyulduğunda ses damperi olarak kullanılabilir.

#### II. Teori

Ses, herhangi bir titreşim kaynağından yayılan ve insanların işitme sınırları içindeki frekans da yer alan, herhangi bir ortamdan geçerken oluşturduğu basınçla titreşerek yayılan mekanik bir dalgadır. Ses dalgalarının havada ilerlemesi sonucu oluşan (hava kaynaklı ses) ve yapı içerisinde ilerleyen dalgalar sonucu oluşan (yapı kaynaklı) olmak üzere araçlarda ses üretimi ya da iletimi iki yolla olmaktadır. Araçlarda yapılan NVH testlerinin ana amacı bu sesleri tespit edip, sürücü konforu açısından en uygun seviyelere getirmektir. Ses basınç düzeyi, ölçülen ses basıncının dB cinsinden ifadesi olup denklem (1) ile ifade edilir. Denklemde yer alan referans ses basıncı  $2x10^{-5}$ , dır.

$$SPL = L_p = 10 \log\left(\frac{p}{p_{ref}}\right)^2 = 20 \log\left(\frac{p}{p_{ref}}\right) (dB)$$
 (1)

### A. Oktav-Bant Frekans Analizi

Gürültünün, frekans dağılımı hakkında fikir edinebilmek için frekans ölçeği alt kısımlara bölünür ve her payın frekans aralığına düşen ses gücü analiz edilir. Frekans ölçeğinin her bir payına bant adı verilir. Tüm frekans spektrumunu kapsayan filtreleme için, oktav bant denilen frekans aralıkları kullanılır. Bir oktav bandında, bandın üst değeri, alt değerinin iki katıdır ve her bandın üst değeri bir sonraki bandın alt değeridir. Her bandın merkez frekansı ise alt ve üst sınırların geometrik ortalamasıdır. Detaylı frekans analizlerinde kullanılan bant, 1/3 oktav bandıdır. 1/3 oktav bandının, maksimum ve minimum değerleri arasındaki oran  $\sqrt[3]{2} = 1.26$ 'dır. 1/3 oktav bandı genişlikleri, 1/1 oktav bant genişliklerinin üçe bölünmesiyle elde edilir. Matematiksel olarak 1 (bir) oktav bandı denklem (2) ile ifade edilir.

$$f_2 = 2f_1$$
  
 $f_0 = \sqrt{2}f_1 = f_2/\sqrt{2}$  (2)



Şekil. 1. Oktav bant aralığının ses basıncı ve frekansa bağlı gösterimi.  $b_w$  (bant genişliği) =  $f_2 - f_1$ 

Vibro-akustik analizlerde 1/1 veya 1/3 oktav bantları kullanılır. 1/1 ve 1/3 oktav bantlarının merkez frekansları Tablo 1'de verilmistir [11].

#### B. Yapı Kaynaklı Gürültü

Mekanik titreşim enerjisinin bir ürün tarafından üretilip ürünün yapısı ve temas ettiği malzemeler boyunca dolaştığı durumlarda ortaya çıkmaktadır. Yapı kaynaklı gürültüyü azaltmaya yönelik bir çözüm sürtünmeden kaynaklanabilecek titreşimin önlenmesidir. Bu, bir ürünün karşılıklı olarak hareket eden parçaları arasına düşük sürtünmeli bir yüzey yerleştirerek yapılabilir. Bir diğer çözüm ise, sönümleyici malzeme kullanımıyla yapının titreşim modu değiştirilerek, titreşimin dağılmasının sağlanmasıdır. Bu durumda yapı eskisi kadar kolay titreşemeyecek ve yapı kaynaklı titreşim

enerjisi sınırlandırılacak ve ısı enerjisine dönüştürülecektir. Üçüncü bir çözüm ise, titreşimin ürünün bir parçasından başka bir parçasına veya yandaki yapılara gitmesini engelleyecek şekilde izole edilmesidir. Yapı kaynaklı gürültü, çelik, ahşap, beton, taş gibi katı yapılar yoluyla iletilir.

### C. Hava Kaynaklı Gürültü

Hava kaynaklı gürültü, titreşen bir yüzeyin çevresindeki hava ile etkileşiminden doğar. Hava kaynaklı gürültüyü azaltmak; emicilerin, bariyerlerin veya köpük yerleştirilmesi ile sağlanmaktadır. Hava kaynaklı ses emicileri, tipik olarak ses enerjisini emip ısı enerjisine dönüştüren köpük veya elyaf malzemelerdir. Ses dalgaları, kaynaktan dışarı doğru genişleyerek her yöne doğru yayılır. Yapıdan kaynaklanan ve havadaki gürültü arasındaki fark, iletim ortamında yatar. Hava yoluyla gelen ses, kütle parçacıklarının ilerleyici hareketi (titreşimler) oluşur ve ses hızı ses dalgaları şeklinde iletilir.

#### D. Kritik Hız

Kritik hız, bileşenin doğal frekansına eşit bir uyarılma frekansı üreten hız değeridir. Kardan milinde dönme hızı giderek arttırıldığı zaman orta kısmında eğilme meydana gelir ve eğilmede yavaş yavaş artarak belirli bir kritik bir hızda milin kırılmasına sebep olacak bir genliğe erişebilir. Bu kritik hız değeri, eğilme doğal frekansı ile dönme hızının çakıştığı hız değeridir. Kritik hız kardan mili tasarımının en önemli parametrelerinden biridir. Kritik hız aracın teknik verilerinden alınır ve denklem (3) ile hesaplanır [5]. Bu çalışmada testler kardan milinin en yüksek gürültü seviyesine ulaştığı kardan milinin kritik hızında gerçekleştirilmiştir. Kritik hız testi şirket bünyesinde bulunan test merkezindeki kritik hız cihazında yapılmıştır.



Şekil. 2. Kardan milinin şematik gösterimi [5]

$$n_{kritik} = 1,22.10^8 \frac{\sqrt{D^2 + d^2}}{L^2}$$
(3)

Burada  $n_{kritik}$  kritik hız,  $D_{mm}$  boru dış çapı,  $d_{mm}$  boru iç çapı,  $L_{mm}$  ise mafsallar arası mesafeyi göstermektedir. Denklem (3) kullanılarak, belirlenen hız limiti aracın kapasitesine bağlı olarak tespit edilen emniyet katsayılarınca çarpılarak kullanılır.

Kritik hız testleri, emniyet katsayısı ile çarpılması sonucu elde edilen hız değerlerinde gerçekleştirilmiştir.

| Frequency (Hz)          |                        |                         |                         |                        |                         |  |  |
|-------------------------|------------------------|-------------------------|-------------------------|------------------------|-------------------------|--|--|
| 1                       | 1/1 Oktav Bandı        |                         |                         | 1/3 Oktav Bandı        |                         |  |  |
| Alt Bant<br>Limiti (Hz) | Merkez<br>Frekans (Hz) | Üst Bant<br>Limiti (Hz) | Alt Bant<br>Limiti (Hz) | Merkez<br>Frekans (Hz) | Üst Bant<br>Limiti (Hz) |  |  |
|                         |                        | 22                      | 14,1                    | 16                     | 17,8                    |  |  |
| 11                      | 16                     |                         | 17,8                    | 20                     | 22,4                    |  |  |
|                         |                        |                         | 22,4                    | 25                     | 28,2                    |  |  |
|                         |                        | 44                      | 28,2                    | 31,5                   | 35,5                    |  |  |
| 22                      | 31,5                   |                         | 35,5                    | 40                     | 44,7                    |  |  |
|                         |                        |                         | 44,7                    | 50                     | 56,2                    |  |  |
|                         |                        |                         | 56,2                    | 63                     | 70,8                    |  |  |
| 44                      | 63                     | 88                      | 70,8                    | 80                     | 89,1                    |  |  |
|                         |                        |                         | 89,1                    | 100                    | 112                     |  |  |
|                         |                        |                         | 112                     | 125                    | 141                     |  |  |
| 88 125                  | 125                    | 177                     | 141                     | 160                    | 178                     |  |  |
|                         |                        |                         | 178                     | 200                    | 224                     |  |  |
|                         |                        | 355                     | 224                     | 250                    | 282                     |  |  |
| 177 2                   | 250                    |                         | 282                     | 315                    | 355                     |  |  |
|                         |                        |                         | 355                     | 400                    | 447                     |  |  |
|                         |                        |                         | 447                     | 500                    | 562                     |  |  |
| 355                     | 500                    | 710                     | 562                     | 630                    | 708                     |  |  |
|                         |                        |                         | 708                     | 800                    | 891                     |  |  |
|                         | 710 1000 1420          |                         | 891                     | 1000                   | 1122                    |  |  |
| 710                     |                        | 1420                    | 1122                    | 1250                   | 1413                    |  |  |
|                         |                        |                         | 1413                    | 1600                   | 1778                    |  |  |
|                         |                        | 2840                    | 1778                    | 2000                   | 2239                    |  |  |
| 1420                    | 2000                   |                         | 2239                    | 2500                   | 2818                    |  |  |
|                         |                        |                         | 2818                    | 3150                   | 3548                    |  |  |
|                         |                        | 5680                    | 3548                    | 4000                   | 4467                    |  |  |
| 2840                    | 4000                   |                         | 4467                    | 5000                   | 5623                    |  |  |
|                         |                        |                         | 5623                    | 6300                   | 7079                    |  |  |
|                         | 8000                   | 11360                   | 7079                    | 8000                   | 8913                    |  |  |
| 5680                    |                        |                         | 8913                    | 10000                  | 11220                   |  |  |
|                         |                        |                         | 11220                   | 12500                  | 14130                   |  |  |
| 11260                   | 16000                  | 22720                   | 14130                   | 16000                  | 17780                   |  |  |
| 11500                   |                        |                         | 17780                   | 20000                  | 22390                   |  |  |

TABLO 1. 1/1 ve 1/3 oktav bantlarının merkez frekansları [11]

### IV. Deneysel Çalışmalar

Bu çalışmada ağır ticari araç kardan miline Tablo 2' de özellikleri verilmiş olan poliüretan, polietilen ve karton ses damperleri adapte edilerek gürültü testleri gerçekleştirilmiş ve gürültü karakteristikleri elde edilmiştir. Deneylerde kullanılan farklı malzemeden ses damperleri çap ve uzunluk olarak aynı boyutlarda alınmıştır. Gerçekleştirilen testlerde bir adet ¼' serbest alan mikrofonu kullanılmıştır. Mikrofon kritik hız cihazının üzerinde, kritik frekansın çeyrek dalga boyu kadar uzağa konumlandırılmıştır.

|                               | Karton<br>ses damperi | Polietilen<br>ses damperi | Poliüretan<br>ses damperi |  |
|-------------------------------|-----------------------|---------------------------|---------------------------|--|
| Yoğunluk (kg/m <sup>3</sup> ) | 500                   | 27,86                     | 1100                      |  |
| Dış çap (mm)                  | 130                   | 130                       | 130                       |  |
| Ağırlık (kg)                  | 0,42                  | 0,28                      | 2,28                      |  |

TABLO 2. Kardan milinde kullanılan ses damperlerinin fiziksel özellikleri.



Şekil. 3. Kardan milinin kritik hız test cihazı üzerinde şematik gösterimi

Testler şartlandırılmış akustik oda kullanılmadan tespit edilen test merkezi fon gürültüsü karakteristiği altında gerçekleştirilmiştir. Kardan milinde farklı ses damperleri kullanılarak aynı test koşullarında gürültü karakteristikleri belirlenmiştir. Fon gürültüsü ve kritik hız test cihazı çalışma koşulları sabit tutulmuştur. Gürültü testleri yapılırken, kardan mili kritik hız cihazına bağlanarak araç üstü durumu simule edilmiştir. Ağır ticari araç kardan milleri kritik hız test cihazına bağlantı flanşlarından sabitlenmiştir. Kardan mili kritik hız test cihazında belirlenen kritik devir 3500 devir/dk' da döndürülerek 10 sn süreyle ses basıncı sonuçları alınmıştır. Şekil 3' de kardan milinin kritik hız cihazı üzerinde şematik gösterimi verilmiştir.

Fon gürültüsü, test merkezi içerisindeki testin yapılacağı alanda test başlamadan önce <sup>1</sup>/4'' serbest alan mikrofonu ile ölçülen gürültüdür. Sağlıklı ölçüm alabilmek için fon gürültüsü ile ölçümü alınan cihazın gürültüsü arasında 10 dB fark olması gerekmektedir. Tespit edilen fon gürültüsü karakteristiği 1/3 oktav bandında Şekil 4' de verilmiştir. Testin yapılacağı sırada toplam fon gürültüsü 68 dB olarak ölçülmüştür. Tespit edilen fon gürültüsü tüm testlerde sabit tutulmuştur.



Tablo 2' de fiziksel özellikleri verilen farklı malzemeden ses damperleri aynı özellikte ağır ticari araç kardan miline yerleştirilmiştir. Gürültü ölçüm sonuçları Şekil 4-7' da verilmiştir.



Şekil 5' de görüldüğü üzere kardan milinde karton ses damperi kullanılmış ve araç üzeri konumu simule edilerek kritik hız değerinde gürültü ölçümü sonuçları elde edilmiştir. Kardan milinin kritik hız değerine denklem (3) kullanılarak ulaşılmıştır. Elde edilen sonuçlara göre ortalama 91 dB ses basıncı ölçülmüştür. Polietilen ve poliüretan ses damperleri kullanılarak ses basınç değerinin sürüş konforu açısından iyileştirilmesi amaçlanmıştır. Öncelikle boru formunda belli et kalınlığına sahip poliüretan ses damperi test edilmiştir.



Şekil. 6. Poliüretan ses damperli kardan milinin gürültü karakteristiğinin 1/3 oktav bant gösterimi

Poliüretan ses damperi kullanılarak yapılan kardan mili gürültü ölçümü sonucunda 90 dB ses basınç düzeyi elde edilmiştir. Malzeme yapısından dolayı yapı kaynaklı sesi karton ses damperi kadar engellediği fakat hava kaynaklı boru içerisinde oluşan sesi engelleyemediği görülmüştür. İncelediğimiz frekans aralığında poliüretan malzemeye göre daha iyi bir yutucu olan köpük polietilen malzeme ile test yapılmasına karar verilmiştir. Son olarak boru formunda 30 mm et kalınlığına sahip polietilen ses damperi test edilmiştir.



Şekil. 7. Polietilen ses damperli kardan milinin gürültü karakteristiğinin 1/3 oktav bant gösterimi

Yukarıda verilmiş olan diğer iki test ile aynı koşullarda polietilen ses damperi test edilmiştir. Polietilen ses damperi ile ortalama 80 dB ses basıncı ölçülmüştür. Karton ses damperine göre yaklaşık 10 dB iyileştirme sağlanmıştır.

#### V. Sonuçlar

Ses damperi olarak kartonun kullanılması, boru kaynaklı kardan mili gürültüsünün borunun titreşimlerinden kaynaklandığı yani yapı kaynaklı ses olduğu görüşüne sebep olmuştur. Bu bilgiler ışığında titreşimi kartona göre daha iyi sönümleyebilecek, yapı kaynaklı sesi daha iyi engelleyebilecek poliüretan ile testler yürütülmüştür. Gürültü karakteristiğinin hava kaynaklı olma ihtimali de göz önüne alınarak, eş zamanlı köpük malzeme polietilen ses damperi ile gürültü testleri gerçekleştirilmiştir. Poliüretan ses damperi ile gürültü düzeylerinde kayda değer bir azalma gözlenememesi, polietilen ses damperi ile gürültü karakteristiğinde iyileşme sağlanması asıl gürültü kaynağının boru içerisinde oluşan hava kaynaklı ses olma ihtimalini kuvvetlendirmiştir. Karton ses damperi ile karşılaştırıldığında, yüksek kayıp faktörü sayesinde yüksek frekanstaki modlarını etkili bir şekilde azaltabilir veya ortadan kaldırabilir olduğu sonucunda varılmıştır. Üç malzeme ile de yapılan testler sonucunda şekil 7' da verilen sonuçlar ortaya çıkmıştır. Polietilen köpük malzemenin hem ses yutucu hem de titreşim sönümleyici yeteneği sayesinde kardan milinin kritik hızında mevcut duruma göre ortalama yaklaşık 10 dB bir ses düşüşü gözlenmiştir.





(b)

Şekil. 8. Kardan mili ses damperlerinin gürültü ölçüm sonuçlarının karşılaştırılması ((a) 1/3 oktav bandı sonuçları, (b) toplam ses basınçları)

## Teşekkür

Bu bildiri çalışmalarının gerçekleştirilmesi sırasında bize olanak sağlayan ve destek olan Tirsan Kardan Ar-Ge ve Test Merkezi' ne teşekkür ederiz.

UMTS'nin sürekliliğini sağlayan tüm sempozyum düzenleyicileri ve katılımcılarına ayrıca teşekkür ederiz.

### Kaynakça

- [1] Koruk H., Dreyer J.T., Singh R. Modal analysis of thin cylindrical shells with cardboard liners and estimation of loss factors. Mechanical Systems and Signal Processing, 45, 346-359, 2014.
- [2] Foulkes G. M. ve Clerck P.J., Singh R. Vibration characteristics of cardboard inserts in shells, SAE International, 2003.
- [3] Moetakef M., Bresky A., Zilberman M., Pham T., Robert Egenolf R. ve Bonhard B., Reducing high frequency driveshaft radiated noise by polymer liners, SAE International, 2005.
- [4] Metin A., Mega Yatlarda Gürültü Tahmini, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, 2010.
- [5] Universal Joint and Driveshaft Design Manual, Advanced in
- Engineering Series No.7, SAE International, 1991
  [6] Sarıgül S., Seckin A., Öztürk B., Yıldırım K., Bir buzdolabı kompresörünün deneysel modal analizi, 14. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, Kuzey Kıbrıs, 2-4 Temmuz 2009.
- Sarıgül S., Seckin A., Arpaz Ö., Titreşen cisimlerin yapısal akustik analizi, 12. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, Kayseri, 9-12 Haziran 2005
- [8] Leissa, Arthur. Vibration of shells. The Acoustical Society of America, 1993. [9] Den Hartog, J. P. Mechanical vibrations. New York: Dover
- Publications, Inc. 1985.
- [10]Durfy L. J., Investigation of damping treatments for propeller shaft vibration, Electronic Theses and Dissertations, paper 2502, 2000.
- [11]Korkut T., Arkadan itisli hafif ticari araclarda arka tekerleklere hareket transferini gerçekleştiren kardan milinde oluşan titreşim ve seslerin analizi, Yüksek Lisans Tezi, Kocaeli Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, 2008.